

# ЯВНОЕ АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ОДИНОЧНОМ РАССЕЙВАТЕЛЕ БОЛЬШИХ ВОЛНОВЫХ РАЗМЕРОВ

DOI: 10.36724/2072-8735-2021-15-11-4-9

Manuscript received 25 August 2021;  
Accepted 11 October 2021**Кюркчан Александр Гаврилович,***Московский технический университет связи и информатики,  
Москва, Россия;**ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, Фрязино Московской обл., Россия;**ФГУП Центральный научно-исследовательский институт связи,**Москва, Россия,**agkmtuci@yandex.ru**Работа выполнена при поддержке РФФИ,  
проект № 19-02-00654 а***Ключевые слова:** дифракция и рассеяние волн, асимптотическое решение, метод диаграммных уравнений

Сформулированная задача остается весьма актуальной, несмотря на стремительное развитие численных методов и вычислительной техники. Дело, в частности, в том, что даже при использовании самых эффективных численных методов и алгоритмов задача остается весьма трудоемкой. Предложен подход решения названной задачи, основанный на методе диаграммных уравнений. Представив рассеянное поле в виде суммы трех слагаемых – диаграммы тока в приближении физической оптики и двух диаграмм так называемых полутеневого тока, распределенных в окрестности границы свет-тьень, исходная задача сведена к решению более простой задачи о взаимодействии двух (небольших) рассеивателей, находящихся на большом расстоянии друг от друга, которая решается уже сравнительно легко и притом в явном виде.

**Информация об авторе:***Кюркчан Александр Гаврилович, Московский технический университет связи и информатики, профессор, д.ф.-м.н., профессор,  
Москва, Россия;**ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, Фрязино Московской обл., Россия;**ФГУП Центральный научно-исследовательский институт связи, Москва, Россия***Для цитирования:***Кюркчан А.Г. Явное асимптотическое решение задачи дифракции на одиночном рассеивателе больших волновых размеров // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2021. Том 15. №11. С. 4-9.***For citation:***Kyurkchan A.G. (2021) An obvious asymptotic solution to the diffraction problem on a single scatterer of large wave sizes. T-Comm, vol. 15, no.11, pp. 4-9. (in Russian)*

Сформулированная задача остается весьма актуальной, несмотря на стремительное развитие численных методов и вычислительной техники [4-15]. Рассмотрим двумерную задачу дифракции первичного (падающего) волнового поля  $u^0$  на цилиндрическом теле с направляющей  $S$  (см. рис. 1).

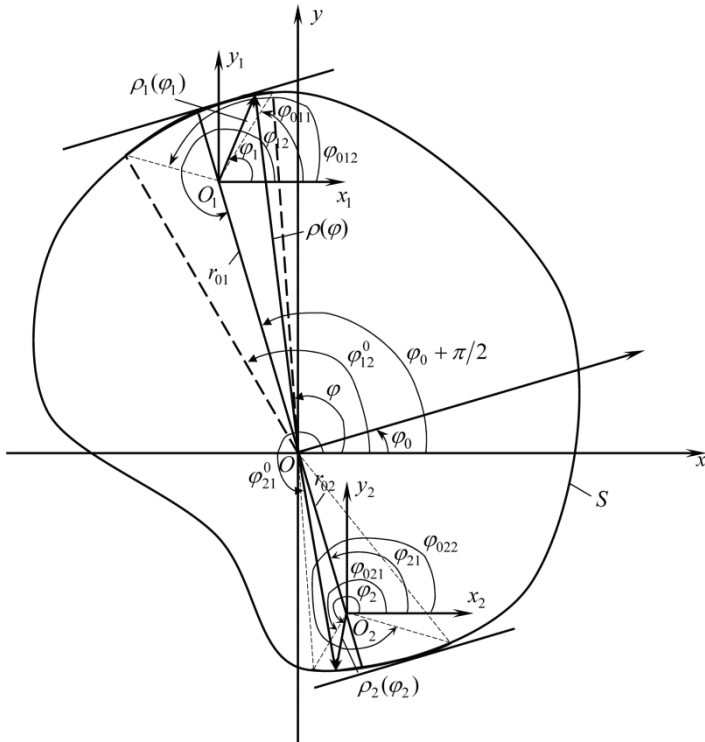


Рис. 1. Геометрия задачи

Полное поле  $u$  вне границы  $S$  рассеивателя запишем в виде:

$$u = u^0 + u^1, \tag{1}$$

где  $u^1$  – вторичное (дифракционное) поле тела, которое всюду вне границы  $S$  удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца и условию излучения Зоммерфельда на бесконечности. Представим рассеянное поле  $u^1$  следующим образом:

$$u^1 \equiv u^1(r, \varphi) = u_0^1(r, \varphi) + u_1^1(r, \varphi) + u_2^1(r, \varphi). \tag{2}$$

Здесь

$$u_0^1(r, \varphi) = \int_{\varphi_{12}^0}^{\varphi_{21}^0} 2v^0(\varphi') H_0^{(2)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) d\varphi';$$

$$r'_S = \rho(\varphi'); \vec{r} = \vec{r}_{0j} + \vec{r}_j \tag{3}$$

– поле, порожденное «физико-оптическим» током

$$v^0(\varphi) = Du^0 = \frac{i}{4} \left( \rho(\varphi) \frac{\partial u^0}{\partial r} - \frac{\rho'(\varphi)}{\rho(\varphi)} \frac{\partial u^0}{\partial \varphi} \right) \Bigg|_{r=\rho(\varphi)}, \tag{4}$$

где  $r = \rho(\varphi)$  – уравнение границы  $S$  в полярных координатах), распределенным на «освещенной» части границы  $S$ , т. е. в интервале  $\varphi_{12}^0 \leq \varphi \leq \varphi_{21}^0$  (см. рис. 1).

Слагаемые  $u_1^1(r, \varphi)$  и  $u_2^1(r, \varphi)$  – поля, порожденные «полутеневыми» токами  $v_j(\varphi_j)$ ,  $j = 1; 2$ , распределенными на участках  $\varphi_{011} \leq \varphi_1 \leq \varphi_{012}$  и  $\varphi_{021} \leq \varphi_2 \leq \varphi_{022}$  соответственно.

В соответствии с методом диаграммных уравнений (МДУ) [1] величины  $u_j^1(r_j, \varphi_j)$

( $j = 1, 2$ ) запишем с использованием обобщенного представления Зоммерфельда-Вейля [1]:

$$u_j^1(r_j, \varphi_j) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2} - i\infty}^{\frac{\pi}{2} + i\infty} g_j(\varphi_j + \psi) e^{-ikr_j \cos \psi} d\psi, \quad j = 1, 2, \tag{5}$$

где  $(r_j, \varphi_j)$  – полярные координаты точки наблюдения в системе координат, связанной с  $j$ -й полутеневой областью (см. рис.),  $g_j(\alpha)$  – диаграмма соответствующего полутеневого тока

$$g_j(\alpha) = \int_{\varphi_{0j1}}^{\varphi_{0j2}} v_j(\varphi_j) \exp(ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\alpha - \varphi_j)) d\varphi_j. \tag{6}$$

$r_j = \rho_j(\varphi_j)$  – уравнение соответствующей полутеневой части границы в локальных координатах. В формуле (6)

$$v_j(\varphi_j) = D_j u \equiv \frac{i}{4} \left( \rho_j(\varphi_j) \frac{\partial u}{\partial r_j} - \frac{\rho'_j(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} \frac{\partial u}{\partial \varphi_j} \right) \Bigg|_{r_j=\rho_j(\varphi_j)},$$

$$j = 1, 2. \tag{7}$$

Пусть на границе  $S$  рассеивателя выполняется краевое условие Дирихле

$$u|_S = 0. \tag{8}$$

Обозначим через  $\Gamma$  контур интегрирования в (5).

По аналогии с задачей рассеяния на нескольких телах (см. [1]) для диаграмм  $g_j(\alpha)$  получим следующую систему интегрально-операторных уравнений:

$$g_j(\alpha) = g_j^0(\alpha) + \int_{\varphi_{0j1}}^{\varphi_{0j2}} D_j u_0^1(r_j, \varphi_j) \exp(ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\alpha - \varphi_j)) d\varphi_j +$$

$$+ \sum_{l=1}^2 \int_{\varphi_{0l1}}^{\varphi_{0l2}} D_l \frac{1}{\pi} \int_{\Gamma} g_l(\varphi_l + \psi) \exp(-ikr_l \cos \psi) d\psi \cdot \exp(ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\alpha - \varphi_j)) d\varphi_j, \tag{9}$$

в которой  $\vec{r}_l = \{r_l, \varphi_l\} = \vec{r}_{lj} + \vec{r}_j$ ,

$$g_j^0(\alpha) = \int_{\varphi_{0j1}}^{\varphi_{0j2}} D_j u^0(r_j, \varphi_j) \exp(ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\alpha - \varphi_j)) d\varphi_j. \quad (10)$$

Перейдем к алгебраизации задачи. Положим

$$g_j(\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{jn} e^{in\alpha}. \quad (11)$$

Далее, воспользуемся следующими соотношениями [2]

$$(-i)^n H_n^{(2)}(kr_j) = \frac{1}{\pi} \int_{\Gamma} \exp(-ikr_j \cos\psi + in\psi) d\psi, \quad (12)$$

$$H_0^{(2)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kr') H_n^{(2)}(kr) e^{in(\varphi - \varphi')} \quad (13)$$

(в области  $r > r_1 = \max_{\varphi} \rho(\varphi)$ ),

$$H_n^{(2)}(kr_l) e^{in\varphi_l} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} H_{n-p}^{(2)}(kr_l) J_p(kr_j) e^{i(n-p)\varphi_j + ip\varphi_j}. \quad (14)$$

Пусть первичное поле – плоская волна, тогда

$$u^0(r, \varphi) = e^{-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n J_n(kr) e^{in(\varphi - \varphi_0)}. \quad (15)$$

Далее,

$$u^0|_{S_j} = \exp(-ikr_{0j} \cos(\varphi_0 - \varphi_{0j})) \cdot \exp(-ikr_j \cos(\varphi_j - \varphi_0)) = R_j \cdot \sum_{p=-\infty}^{\infty} (-i)^p J_p(kr_j) e^{ip(\varphi_j - \varphi_0)}, \quad R_j = \exp(-ikr_{0j} \cos(\varphi_0 - \varphi_{0j})). \quad (16)$$

Подставляя (15) в (4), будем иметь:

$$v^0(\varphi) \equiv Du^0 = \frac{k}{4} [\rho(\varphi) \cos(\varphi - \varphi_0) + \rho'(\varphi) \sin(\varphi - \varphi_0)] e^{-ik\rho(\varphi) \cos(\varphi - \varphi_0)}. \quad (17)$$

Теперь из (17), (13) и (3) получим

$$u_0^1(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n^{(2)}(kr) e^{in\varphi} \cdot \frac{k}{2} \int_{\varphi_2^0}^{\varphi_1^0} [\rho(\varphi') \cos(\varphi' - \varphi_0) + \rho'(\varphi') \sin(\varphi' - \varphi_0)] \times J_n(k\rho(\varphi')) e^{-ik\rho(\varphi') \cos(\varphi' - \varphi_0)} e^{-in\varphi'} d\varphi' = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{0n} H_n^{(2)}(kr) e^{in\varphi}, \quad (18)$$

где

$$H_n^{(2)}(kr) e^{in\varphi} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} H_{n-p}^{(2)}(kr_{0j}) J_p(kr_j) e^{i(n-p)\varphi_{0j} + ip\varphi_j}, \quad c_{0n} = \frac{k}{2} \int_{\varphi_2^0}^{\varphi_1^0} [\rho(\varphi') \cos(\varphi' - \varphi_0) + \rho'(\varphi') \sin(\varphi' - \varphi_0)] J_n(k\rho(\varphi')) \times e^{-ik\rho(\varphi') \cos(\varphi' - \varphi_0)} e^{-in\varphi'} d\varphi'. \quad (19)$$

Запишем диаграмму  $g_j(\alpha)$  в следующем виде

$$g_j(\alpha) = g_j^0(\alpha) + g_{j0}(\alpha) + \sum_{l=1}^2 g_{jl}(\alpha),$$

где

$$g_j^0(\alpha) = \int_{\varphi_{0j1}}^{\varphi_{0j2}} D_j u^0(r_j, \varphi_j) \exp(ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\alpha - \varphi_j)) d\varphi_j = R_j \frac{k}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\alpha} \int_{\varphi_{0j1}}^{\varphi_{0j2}} [\rho_j(\varphi_j) \cos(\varphi_j - \varphi_0) + \rho_j'(\varphi_j) \sin(\varphi_j - \varphi_0)] \times i^n J_n(k\rho_j(\varphi_j)) e^{-ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\varphi_j - \varphi_0)} e^{-in\varphi_j} d\varphi_j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{jn}^0 e^{in\alpha},$$

причем

$$a_{jn}^0 = R_j \frac{k}{4} \int_{\varphi_{0j1}}^{\varphi_{0j2}} [\rho_j(\varphi_j) \cos(\varphi_j - \varphi_0) + \rho_j'(\varphi_j) \sin(\varphi_j - \varphi_0)] \times i^n J_n(k\rho_j(\varphi_j)) e^{-ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\varphi_j - \varphi_0)} e^{-in\varphi_j} d\varphi_j.$$

Далее,

$$g_{j0}(\alpha) = \int_{\varphi_{0j1}}^{\varphi_{0j2}} D_j u_0^1(r_j, \varphi_j) \exp(ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\alpha - \varphi_j)) d\varphi_j. \quad (20)$$

При этом (см. (18) и (18a))

$$u_0^1(r_j, \varphi_j) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{0m} \sum_{p=-\infty}^{\infty} H_{m-p}^{(2)}(kr_{0j}) J_p(kr_j) e^{i(m-p)\varphi_{0j} + ip\varphi_j}.$$

Следовательно,

$$D_j u_0^1(r_j, \varphi_j) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{0m} \sum_{p=-\infty}^{\infty} H_{m-p}^{(2)}(kr_{0j}) e^{i(m-p)\varphi_{0j}} \times \left[ kr_j J_p'(k\rho_j(\varphi_j)) - ip \frac{\rho_j'(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} J_p(k\rho_j(\varphi_j)) \right] e^{ip\varphi_j}.$$

Таким образом,

$$g_{j0}(\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{0jn} e^{in\alpha} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\alpha} \frac{i}{4} \int_{\varphi_{0j1}}^{\varphi_{0j2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{0m} \sum_{p=-\infty}^{\infty} H_{m-p}^{(2)}(kr_{0j}) e^{i(m-p)\varphi_{0j}} \times \left[ k\rho_j(\varphi_j) J_p'(k\rho_j(\varphi_j)) - ip \frac{\rho_j'(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} J_p(k\rho_j(\varphi_j)) \right] \times i^n J_n(k\rho_j(\varphi_j)) e^{i(p-n)\varphi_j} d\varphi_j, \quad (20a)$$

где

$$a_{0jn} = \frac{i}{4} i^n \int_{\varphi_{0j1}}^{\varphi_{0j2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{0m} \sum_{p=-\infty}^{\infty} H_{m-p}^{(2)}(kr_{0j}) e^{i(m-p)\varphi_{0j}} \times \left[ k\rho_j(\varphi_j) J_p'(k\rho_j(\varphi_j)) - ip \frac{\rho_j'(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} J_p(k\rho_j(\varphi_j)) \right] \times J_n(k\rho_j(\varphi_j)) e^{i(p-n)\varphi_j} d\varphi_j. \quad (20b)$$

Далее,

$$g_{jj}(\alpha) = \int_{\varphi_{j1}}^{\varphi_{j2}} D_j \frac{1}{\pi} \int_{\Gamma} g_j(\varphi_j + \psi) \exp(-ik\rho_j(\varphi_j) \cos \psi) d\psi \times \exp(ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\alpha - \varphi_j)) d\varphi_j. \quad (21)$$

Воспользуемся разложением функций  $g_j(\alpha)$  в ряды Фурье:

$$g_j(\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{jn} e^{in\alpha}; \quad (22)$$

Тогда, подставляя (22) в (21) с учетом (12), будем иметь:

$$g_{jj}(\alpha) = \int_{\varphi_{j1}}^{\varphi_{j2}} D_j \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{jm} e^{im\varphi_j} (-i)^m H_m^{(2)}(k\rho_j(\varphi_j)) e^{ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\alpha - \varphi_j)} d\varphi_j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{jm} i^n e^{in\alpha} (-i)^m \frac{i}{4} \int_{\varphi_{j1}}^{\varphi_{j2}} \left[ k\rho_j(\varphi_j) H_m^{(2)'}(k\rho_j(\varphi_j)) - im \frac{\rho_j'(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} H_m^{(2)}(k\rho_j(\varphi_j)) \right] J_n(k\rho_j(\varphi_j)) e^{i(m-n)\varphi_j} d\varphi_j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{jn}^1 e^{in\alpha}. \quad (21a)$$

В полученном соотношении

$$a_{jn}^1 = i^n \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{jm} \frac{i}{4} \int_{\varphi_{j1}}^{\varphi_{j2}} J_n(k\rho_j(\varphi_j)) \left[ k\rho_j(\varphi_j) H_m^{(2)'}(k\rho_j(\varphi_j)) - im \frac{\rho_j'(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} H_m^{(2)}(k\rho_j(\varphi_j)) \right] e^{i(m-n)\varphi_j} d\varphi_j = \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{nm}^{jj} a_{jm},$$

где введено обозначение:

$$G_{nm}^{jj} = i^{n-m} \frac{i}{4} \int_{\varphi_{j1}}^{\varphi_{j2}} \left[ k\rho_j(\varphi_j) H_m^{(2)'}(k\rho_j(\varphi_j)) - im \frac{\rho_j'(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} H_m^{(2)}(k\rho_j(\varphi_j)) \right] J_n(k\rho_j(\varphi_j)) e^{i(m-n)\varphi_j} d\varphi_j, \quad (21б)$$

Далее

$$g_{jj}(\alpha) = \int_{\varphi_{j1}}^{\varphi_{j2}} D_j \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{jm} e^{im\varphi_j} (-i)^m H_m^{(2)}(k\rho_j(\varphi_j)) e^{ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\alpha - \varphi_j)} d\varphi_j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{jm} (-i)^m \sum_{p=-\infty}^{\infty} H_{m-p}^{(2)}(k\rho_j(\varphi_j)) e^{i(m-p)\varphi_j} \int_{\varphi_{j1}}^{\varphi_{j2}} D_j J_p(k\rho_j(\varphi_j)) e^{ip\varphi_j} \times e^{ik\rho_j(\varphi_j) \cos(\alpha - \varphi_j)} d\varphi_j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{jm} e^{in\alpha} i^{n-m} \sum_{p=-\infty}^{\infty} H_{m-p}^{(2)}(k\rho_j(\varphi_j)) e^{i(m-p)\varphi_j} \times \frac{i}{4} \int_{\varphi_{j1}}^{\varphi_{j2}} \left[ k\rho_j(\varphi_j) J_p'(k\rho_j(\varphi_j)) - ip \frac{\rho_j'(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} J_p(k\rho_j(\varphi_j)) \right] \times J_n(k\rho_j(\varphi_j)) e^{i(p-n)\varphi_j} d\varphi_j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\alpha} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{nm}^{jl} a_{lm}, \quad (22)$$

где

$$G_{nm}^{jl} = i^{n-m} \sum_{p=-\infty}^{\infty} H_{m-p}^{(2)}(k\rho_j(\varphi_j)) e^{i(m-p)\varphi_j} \times \frac{i}{4} \int_{\varphi_{j1}}^{\varphi_{j2}} \left[ k\rho_j(\varphi_j) J_p'(k\rho_j(\varphi_j)) - ip \frac{\rho_j'(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} J_p(k\rho_j(\varphi_j)) \right] \times J_n(k\rho_j(\varphi_j)) e^{i(p-n)\varphi_j} d\varphi_j. \quad (22a)$$

Подставляя (10a), (20a), (21a) и (22) в (9a), получим:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{jn} e^{in\alpha} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{jn}^0 e^{in\alpha} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{0jn} e^{in\alpha} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\alpha} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^2 G_{nm}^{jl} a_{lm}.$$

Отсюда

$$a_{jn} = a_{jn}^0 + a_{0jn} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^2 G_{nm}^{jl} a_{lm}, \quad j = 1, 2, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (23)$$

При  $kr_{12} \equiv kL \gg 1$  с учетом асимптотики для величины  $H_{m-p}^{(2)}(kr_{lj})$  [2] в (22a) систему (23) перепишем следующим образом

$$a_{jn} \cong a_{jn}^0 + a_{0jn} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{nm}^{jj} a_{jm} + \sqrt{\frac{2}{\pi kL}} e^{-ikL+i\pi/4} a_{j0n}^0(\varphi_j) \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{lm} e^{im\varphi_j}. \quad (24)$$

Введем обозначения:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{nm}^{jj} a_{jm} \equiv a_{jn}^1, \quad \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{lm} e^{im\varphi_j} \equiv g_l(\varphi_j). \quad (25)$$

С учетом этих обозначений система (24) при  $kL = \infty$  принимает вид:

$$a_{jn}^{\infty} = a_{jn}^0 + a_{0jn} + a_{jn}^1.$$

Теперь система (24) может быть записана следующим образом:

$$a_{jn} \cong a_{jn}^{\infty} + \sqrt{\frac{2}{\pi kL}} e^{-ikL+i\pi/4} g_l(\varphi_j) a_{j0n}^0(\varphi_j), \quad j \neq l, \quad (26)$$

где (см. (22a))

$$a_{j0n}^0(\varphi) = \frac{i^{n+1}}{4} \sum_{p=-\infty}^{\infty} (-i)^p e^{-ip\varphi} \int_{\varphi_{j1}}^{\varphi_{j2}} J_n(k\rho_j(\varphi_j)) \left[ k\rho_j(\varphi_j) J_p'(k\rho_j(\varphi_j)) - ip \frac{\rho_j'(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} J_p(k\rho_j(\varphi_j)) \right] e^{i(p-n)\varphi_j} d\varphi_j.$$

Умножая соотношение (26) на  $e^{in\alpha}$  и суммируя по  $n$ , будем иметь

$$g_j(\varphi_0; \alpha) \cong g_j^{\infty}(\varphi_0; \alpha) + \sqrt{\frac{2}{\pi kL}} e^{-ikL+i\pi/4} g_l(\varphi_0; \varphi_j) g_{j0}^0(\varphi_j; \alpha), \quad j \neq l,$$

где мы ввели обозначения:

$$g_j^\infty(\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{jn}^\infty e^{in\alpha},$$

$$g_{j0}^0(\varphi_{lj}; \alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{j0n}^0(\varphi_{lj}) e^{in\alpha}.$$

Теперь, окончательно:

$$g_j(\varphi_0; \alpha) \cong g_j^\infty(\varphi_0; \alpha) + \sqrt{\frac{2}{\pi kL}} e^{-ikL+i\pi/4} g_l(\varphi_0; \varphi_{lj}) g_{j0}^0(\varphi_{lj}; \alpha), \quad j; l = 1; 2 \quad (27)$$

Из (27) имеем следующую алгебраическую систему из двух уравнений, которая и дает явное асимптотическое решение задачи дифракции

$$\begin{cases} g_1(\varphi_0; \varphi_{12}) = g_j^\infty(\varphi_0; \varphi_{12}) + \sqrt{\frac{2}{\pi kL}} e^{-ikL+i\pi/4} g_2(\varphi_0; \varphi_{21}) g_{10}^0(\varphi_{21}; \varphi_{12}), \\ g_2(\varphi_0; \varphi_{21}) = g_j^\infty(\varphi_0; \alpha) + \sqrt{\frac{2}{\pi kL}} e^{-ikL+i\pi/4} g_1(\varphi_0; \varphi_{12}) g_{20}^0(\varphi_{12}; \varphi_{21}). \end{cases} \quad (28)$$

Решив систему (28) и подставив найденные величины  $g_1(\varphi_0; \varphi_{12})$  и  $g_2(\varphi_0; \varphi_{21})$  в (27), мы получим окончательное решение задачи.

Выбор величин секторов полутеневого тока осуществляется путем численного эксперимента. При этом в качестве критерия точности полученных результатов может служить, например, оптическая теорема [3].

### Литература

1. Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И. Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: Медиа Паблишер, 2014, 226 с.
2. Иванов Е.А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск: Наука и техника, 1968, 584 с.
3. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986, 662 с.
4. Демин Д.Б., Клеев А.И., Кюркчан А.Г. Использование метода диаграммных уравнений для анализа рассеяния на малых частицах

сложной формы // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2016. Т. 10. № 10. С. 38-42.

5. Крысанов Д.В., Кюркчан А.Г. Моделирование усреднённых по углам ориентации характеристик рассеяния волн частицам и сложной геометрии и фракталоподобным и частицами // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Т. 11. № 7. С. 17-22.

6. Демин Д.Б., Клеев А.И., Кюркчан А.Г. Решение электромагнитных задач дифракции на малых частицах сложной формы методом диаграммных уравнений // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Т. 11. № 5. С. 26-32.

7. Крысанов Д.В., Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И. Решение задачи дифракции волн на магнитоэлектрических рассеивателях сложной геометрии методом продолженных граничных условий // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Т. 12. № 9. С. 18-24.

8. Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И. Применение модифицированных методов вспомогательных источников и нулевого поля к решению задач дифракции на телах, имеющих изломы границы // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Т. 11. № 12. С. 50-54.

9. Кюркчан А.Г., Маненков С.А. Применение модифицированного метода дискретных источников к задаче дифракции поля точечного источника на теле вращения в плоскостном волноводе // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Т. 12. № 7. С. 4-11.

10. Демин Д.Б., Клеев А.И., Кюркчан А.Г. Использование метода диаграммных уравнений для анализа дифракции на малых рассеивателях // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Т. 14. № 8. С. 26-32.

11. Кюркчан А.Г., Маненков С.А. Новый метод решения задачи обтекания потоком несжимаемой жидкости компактного тела вращения и периодически неровной поверхности // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2016. Т. 10. № 9. С. 66-72.

12. Демин Д.Б., Клеев А.И., Кюркчан А.Г. Использование гибридного метода диаграммных уравнений для расчета рассеяния на цилиндре большого поперечного сечения // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Т. 12. № 8. С. 4-8.

13. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchyan A.G. Use of pattern equation method for the analysis of scattering on a thin dielectric cylinder // Т-Comm. 2019. Т. 13. № 8. С. 42-46.

14. Маненков С.А. Применение модифицированного метода дискретных источников к расчету характеристик закрытых и открытых волноводов // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Т. 11. № 5. С. 45-52.

15. Алероева Х.Т., Маненков С.А. Дифракция моды волновода из метаматериала на зеркальной антенне, расположенной вблизи волновода // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2014. Т. 8. № 11. С. 5-12.

## AN OBVIOUS ASYMPTOTIC SOLUTION TO THE DIFFRACTION PROBLEM ON A SINGLE SCATTERER OF LARGE WAVE SIZES

**Alexander G. Kyurkchan**, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia;  
Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Fryazino Branch, Russian Academy of Sciences, Fryazino, Russia;  
Central Research Institute of Communication, Moscow, Russia, [agkmtuci@yandex.ru](mailto:agkmtuci@yandex.ru)

### Abstract

The stated problem remains very relevant, despite the rapid development of numerical methods and computer technology. The fact, in particular, is that even when using the most efficient numerical methods and algorithms, the problem remains very time-consuming. The following is an approach to solving the above problem, based on the method of pattern equations. Presenting the scattered field as the sum of three terms - a current pattern in the approximation of physical optics and two patterns of so-called semi-shadow currents distributed in the neighborhood of the light-shadow boundary, the initial problem is reduced to solving the simpler problem of the interaction of two (small) diffusers located at a great distance from each other, which is already solved relatively easily and moreover in an explicit form.

**Keywords:** diffraction and scattering of waves, asymptotic solution, pattern equation method.

### References

1. Kyurkchan A.G., Smirnova N.I. (2014). Mathematical Modeling in Diffraction Theory with the Use of A Priori Information on Analytic Properties of the Solution. Moscow: Media Publisher, Moscow.
2. Ivanov E.A. (1968). Diffraction of electromagnetic waves on two bodies. Minsk: Nauka i Tehnika.
3. Bohren K.F., Huffman D.R. (1983). Absorption and scattering of light by small particles. New York: John Wiley & Sons.
4. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchan A.G. (2016). The applying of the pattern equations method for the analysis of scattering by small particles of the complicated shape. *T-Comm*. Vol. 10. No.10, pp. 38-42.
5. Krysanov D.V., Kyurkchan A.G. (2017). Modeling averaged over the angles of orientation characteristics of the scattering by particles of complex geometry and fractal particles. *T-Comm*, vol. 11, no.7, pp. 17-22.
6. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchan A.G. (2017). Solution the problems of electromagnetic waves diffraction at small particles of complicated shape by the pattern equations method. *T-Comm*, vol. 11, no.5, pp. 26-32.
7. Krysanov D.V., Kyurkchan A.G., Smirnova N.I. (2018). Solution of the problem of wave diffraction on magnetodielectric scatterers of complex geometry by the method of continued boundary conditions. *T-Comm*, vol. 12, no.9, pp. 18-24.
8. Kyurkchan A.G., Smirnova N.I. (2017). Application of the modified method of auxiliary sources and the null-field method to the solution of diffraction problems on the bodies having boundary breaks. *T-Comm*, vol. 11, no.12, pp. 50-54.
9. Kyurkchan A.G., Manenkov S.A. (2018). Application of the modified method of discrete sources to the problem of diffraction of the field of the point source on the body of revolution in the layered waveguide. *T-Comm*, vol. 12, no.7, pp. 4-11.
10. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchyan A.G. (2020) Using the pattern equations method for analysis the diffraction by small objects. *T-Comm*, vol. 14, no.8, pp. 26-32.
11. Kyurkchan A.G., Manenkov S.A. A new method for solving the problem of a flow by ideal liquid stream of a compact body of revolution and periodically rough surface. *T-Comm*. 2016. Vol. 10. No.9, pp. 66-72.
12. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchan A.G. (2018). Using the hybrid pattern equations method for the analysis of a scattering by a cylinder of a large cross section. *T-Comm*, vol. 12, no.8, pp. 4-8.
13. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchyan A.G. (2019). Use of pattern equation method for the analysis of scattering on a thin dielectric cylinder. *T-Comm*, vol. 13, no.8, pp. 42-46.
14. Manenkov S.A. (2017). Application of the modified method of the discrete sources to calculation of the characteristics of closed and open waveguides. *T-Comm*, vol. 11, no.5, pp. 45-52.
15. Aleroeva H.T., Manenkov S.A. Diffraction of metamaterial waveguide mode on the mirror antenna located near the waveguide. *T-Comm*. 2014. Vol. 8. No. 11, pp. 5-12.

### Information about author:

**Alexander G. Kyurkchan**, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Head of the PT and AM Department, Moscow, Russia;  
Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Fryazino Branch, Russian Academy of Sciences, Fryazino, Russia;  
Central Research Institute of Communication, Moscow, Russia