

# СРАВНИТЕЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЦИФРОВЫХ ПРЕДИСКАЗИТЕЛЕЙ СИГНАЛОВ НА БАЗЕ АДАПТИВНЫХ РЕКУРСИВНЫХ АЛГОРИТМОВ ПО КРИТЕРИЮ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-11-4-14

Manuscript received 17 August 2025;  
Accepted 20 October 2025

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ "Курчатовский Институт"

**Джиган Виктор Иванович,**  
Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия;  
Национальный исследовательский университет "Московский институт электронной техники", Москва, Россия  
[dzhigan\\_vi@nrcki.ru](mailto:dzhigan_vi@nrcki.ru)

**Ключевые слова:** Цифровые предисказаторы (Digital Predistorters, DPD) сигналов, усилители мощности, адаптивные рекурсивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов, DPD с непрямым обучением, DPD с прямым обучением, традиционная архитектура, модифицированная архитектура

Цифровое предискажение сигналов сегодня широко используется в радиопередающих устройствах систем связи. Оно позволяет выравнивать так называемые амплитудно-амплитудные и амплитудно-фазовые модуляционные характеристики (АМ-АМ и АМ-ФМ) нелинейных усилителей мощности (УМ). Выравнивание происходит за счет такого предискажения сигналов, поступающих на вход УМ, что результирующие АМ-АМ и АМ-ФМ характеристики каскадного соединения цифровой предискажитель (Digital Predistorter, DPD) и нелинейный УМ линеаризуются. Как следствие, в выходном сигнале УМ уменьшаются внеполосные искажения, что приводит к увеличению его полезной выходной мощности и к устранению искажений передаваемых информационных символов. DPD является адаптивным устройством. Существует два типа DPD: с непрямым и с прямым обучением. На практике в большинстве случаев применяются адаптивные DPD с непрямым обучением. В таких DPD можно использовать адаптивные фильтры как на основе простых алгоритмов градиентной спуска, так и на основе более сложных, но и более эффективных, рекурсивных алгоритмов по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS). В традиционных же DPD с прямым обучением RLS-алгоритмы использовать невозможно, однако их можно использовать в так называемых модифицированных DPD. В работе рассмотрены архитектуры DPD и их математические модели при использовании в них адаптивных фильтров на основе RLS-алгоритмов. Сравнительная эффективность рассматриваемых DPD демонстрируется путем компьютерного моделирования. В качестве УМ используется его модель с памятью. Нелинейный DPD моделируется многоканальным линейным адаптивным фильтром, каналы которого соответствуют усеченным диагональным ядрам нечетных порядков фильтра Вольтера. Глубина памяти (число элементов задержки в каждом из каналов) такого фильтра равна удвоенной глубине памяти модели УМ. Весовые коэффициенты адаптивных фильтров вычисляются с помощью RLS-алгоритмов в обоих DPD. Установлено, что при использовании линейного ядра и усеченных диагональных ядер третьего, пятого, седьмого и девятого порядков, модифицированный DPD с прямым обучением практически полностью устраняет внеполосные искажения в выходном сигнале УМ. Подавление этих искажений с помощью такого DPD в выходном сигнале рассматриваемого УМ составило около 11.4 дБ, а с помощью DPD с непрямым обучением – около 8.3 дБ. Эти численные показатели, графики спектральных плотностей мощности, а также графики АМ-АМ и АМ-ФМ характеристик демонстрируют функциональное превосходство модифицированного DPD с прямым обучением по сравнению с DPD с непрямым обучением.

## Информация об авторе:

**Джиган Виктор Иванович,** доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела проблем проектирования в микроэлектронике, Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт"; профессор Института микроприборов и систем управления Национального исследовательского университета "Московский институт электронной техники", Москва, Россия.  
ORCID 0000-0001-7485-1623

## Для цитирования:

Джиган В.И. Сравнительная эффективность цифровых предисказаторов сигналов на базе адаптивных рекурсивных алгоритмов по критерию наименьших квадратов // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №11. С. 4-14.

## For citation:

V.I. Djigan, "Comparative Efficiency of Signal Digital Predistorters Based on Adaptive Recursive Least Squares Algorithms," T-Comm, 2025, vol. 19, no. 11, pp. 4-14. (in Russian)

## Введение

Передача сообщений в цифровом виде сегодня широко используется в современных средствах радиосвязи [1]. Однако из-за усилителей мощности (УМ) [2], цифровые сигналы подвергаются заметным нелинейным искажениям, «находясь» еще в радиопередатчике. Эти искажения устраняются с помощью цифровых предискажителей сигналов (Digital Predistorters, DPD) [3-5]. В процессе работы DPD настраивается таким образом, что его нелинейная передаточная функция становится обратной к нелинейной передаточной функции УМ. В результате нелинейный УМ «линеаризуется». Качество линеаризации характеризуется амплитудной и фазовой составляющими этой функции, которые называются амплитудно-амплитудной (АМ-АМ) и амплитудно-фазовой (АМ-ФМ) модуляционными характеристиками.

Ключевым элементом DPD является многоканальный линейный адаптивный фильтр [7, 8], формирующий нелинейную передаточную функцию. Эта функция в большинстве случаев представляется усеченными рядами Вольтера [6]. Корреляционная матрица входных сигналов такого фильтра является плохо обусловленной. Поэтому при использовании вычислительно простых градиентных алгоритмов для расчета весовых коэффициентов (ВК) адаптивного фильтра, такой фильтр медленно сходится. Этому недостатка лишены рекурсивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS), включая их быстрые (вычислительно эффективные) версии, что делает эти алгоритмы привлекательным для использования в адаптивных фильтрах DPD. Адаптивные фильтры, использующие RLS-алгоритмы, сходятся быстрее и обеспечивают меньшую среднеквадратичную ошибку (СКО) в установившемся состоянии по сравнению с адаптивными фильтрами, использующими градиентные алгоритмы.

Известны два вида DPD: с непрямым обучением [9] и с прямым обучением [10]. В DPD с непрямым обучением могут быть использованы RLS-алгоритмы, а вот в традиционных DPD с прямым обучением эти алгоритмы использовать нельзя. Они могут быть использованы лишь в так называемых модифицированных версиях DPD с прямым обучением [11].

Целью настоящей работы является описание архитектур и математических моделей DPD с непрямым и прямым обучением для УМ с памятью, а также анализ результатов компьютерного моделирования, подтверждающих работоспособность и сравнительную эффективность этих DPD.

### Архитектуры DPD и их математические модели

Рассмотренный в [9] DPD с непрямым обучением предназначен для линеаризации УМ без памяти. В тоже время, УМ без памяти редко встречаются на практике. Они всегда окружены различного рода аналоговыми частотно-избирательными цепями (фильтрами). Поэтому аналоговый четырехполосник в виде УМ и окружающих его фильтров характеризуется групповым временем задержки входного сигнала. В терминах дискретной модели такого четырехполосника, число содержащихся в ней элементов задержки (памяти) называется глубиной памяти. Упрощенная нелинейная модель УМ с памятью обычно представляет собой либо каскадное соединение линейного фильтра и УМ без памяти (модель Винера), либо каскадное соединение УМ без памяти и линейного фильтра (модель Хаммерштейна), либо каскадное соединение УМ без

памяти и линейных фильтров на его входе и выходе (модель Винера-Хаммерштейна) [3-5]. Поэтому в архитектуре DPD с непрямым обучением необходимо учитывать задержку выходного сигнала модели УМ, отсутствующую в [9]. Архитектура такого DPD для УМ с памятью приведена на рисунке 1. Часть, относящаяся собственно к DPD, на рисунке выделена синей пунктирной линией.

Обработка сигналов в DPD выполняется на частоте их дискретизации  $F_d$ , которая в несколько раз превышает частоту, характеризующую ширину полосы частот передаваемого сигнала. Отсчеты обрабатываемых сигналов следуют с периодом дискретизации  $T_d = 1/F_d$ , а номера  $k$  этих отсчетов, как правило, совпадают, с номерами итераций алгоритма вычисления ВК адаптивного фильтра. Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи, осуществляющие дискретизацию сигналов, на рис. 1 и последующих рисунках не показаны. Выходной сигнал УМ  $y''(k)$  сначала ослабляется с помощью аттенюатора  $G_A^{-1}$ , а затем преобразуется на нулевую промежуточную частоту с помощью широкополосного преобразователя частоты (на рис. 1 не показан), который моделируется «Линией задержки 2», задерживающей этот сигнал на  $D_2$  отсчетов с периодом  $T_d$ . Здесь  $G_A^{-1}$  – это коэффициент передачи (ослабления) аттенюатора. Предполагается, что преобразователь частоты не вносит искажений, а вносит лишь задержку сигнала.

Как следует из рис. 1, входной сигнал адаптивного фильтра  $y'''(k) = y''(k - D_2) + z(k) = y(k) + z(k)$  является зашумленным, где  $y(k)$  – это выходной сигнал преобразователя частоты, а  $z(k)$  – сигнал суммарного шума УМ и преобразователя частоты. Это является одним из недостатков DPD с непрямым обучением, так как алгоритмы вычисления ВК адаптивных фильтров не предполагают, что входные сигналы этих фильтров содержат шумы [7, 8].

Согласно рис. 1, адаптивный фильтр решает задачу обратной идентификации нелинейного УМ с памятью. Его ВК копируются в нелинейный DPD-фильтр, собственно осуществляющую линеаризацию УМ.

Однако в отличие от линейных четырехполосников, которые коммутативны, нелинейные четырёхполосники (в данном случае DPD в каскаде с УМ и УМ в каскаде с адаптивным фильтром) некоммутивны, что является еще одним из недостатков DPD с непрямым обучением.

На рисунке 1, в качестве требуемого сигнала  $\hat{d}(k)$  используется задержанный с помощью «Линии задержки 3» сигнал с выхода DPD-фильтра  $\hat{d}(k) = y'(k - D_3)$ , где  $D_3 = D_{УМ} + D_2$  – это суммарное число элементов задержки УМ с памятью  $D_{УМ}$  и преобразователя частоты  $D_2$ .

Вычисление ВК DPD-фильтра осуществляется в процессе минимизации адаптивным фильтром различных функций от сигнала ошибки  $\hat{\alpha}(k) = \hat{d}(k) - \hat{y}(k)$ , где  $\hat{y}(k)$  – это выходной сигнал адаптивного фильтра.

На рисунке 1, «Линия задержки 1» не является составной частью DPD с непрямым обучением. Она используется лишь для определения качества линеаризации УМ путем сравнения передаваемого задержанного сигнала  $x(k)$  и зашумленного

сигнала  $y'''(k)$  на выходе преобразователя частоты как  $\alpha(k) = d(k) - y'''(k)$ . Поэтому число элементов задержки сигнала  $x(k)$  определяется значением  $D_1 = D_{\text{DPD}} + D_3$ .

Детальная архитектура DPD с непрямым обучением показана на рис. 2. В здесь и далее векторы обозначаются строчными прямыми жирными буквами. Матрицы обозначаются прописными прямыми жирными буквами. Верхний индекс T в векторах и в матрицах обозначает операцию их транспонирования. Нижний индекс, например  $N$ , обозначает число элементов в векторе, а аналогичный индекс в квадратной матрице – число ее элементов, равное  $N \times N$ . Операция эрмитова сопряжения (транспонирования и комплексного сопряжения элементов вектора или матрицы, обозначаемого верхним индексом \*) обозначается верхним индексом H.

Сигнал на выходе DPD-фильтра вычисляется как

$$y'(k) = \mathbf{h}_N^H(k-1)\mathbf{x}_N(k),$$

где  $\mathbf{h}_N(k)$  – это вектор ВК, а  $\mathbf{x}_N(k)$  – вектор задержанных отсчетов сигнала  $x(k)$  в этом фильтре.

Аналогично вычисляется сигнал на выходе адаптивного фильтра

$$\hat{y}(k) = \mathbf{h}_N^H(k-1)\mathbf{y}_N'''(k),$$

где  $\mathbf{y}_N'''(k)$  – это вектор задержанных отсчетов сигнала  $y'''(k)$  в этом фильтре.

На каждой итерации работы адаптивного фильтра его выходной сигнал  $\hat{y}(k)$  формируется при использовании вектора ВК  $\mathbf{h}_N(k-1)$ , вычисляемого на предыдущей итерации  $k-1$ , так как этот сигнал используется и при вычислении вектора ВК  $\mathbf{h}_N(k)$  на текущей итерации  $k$ .

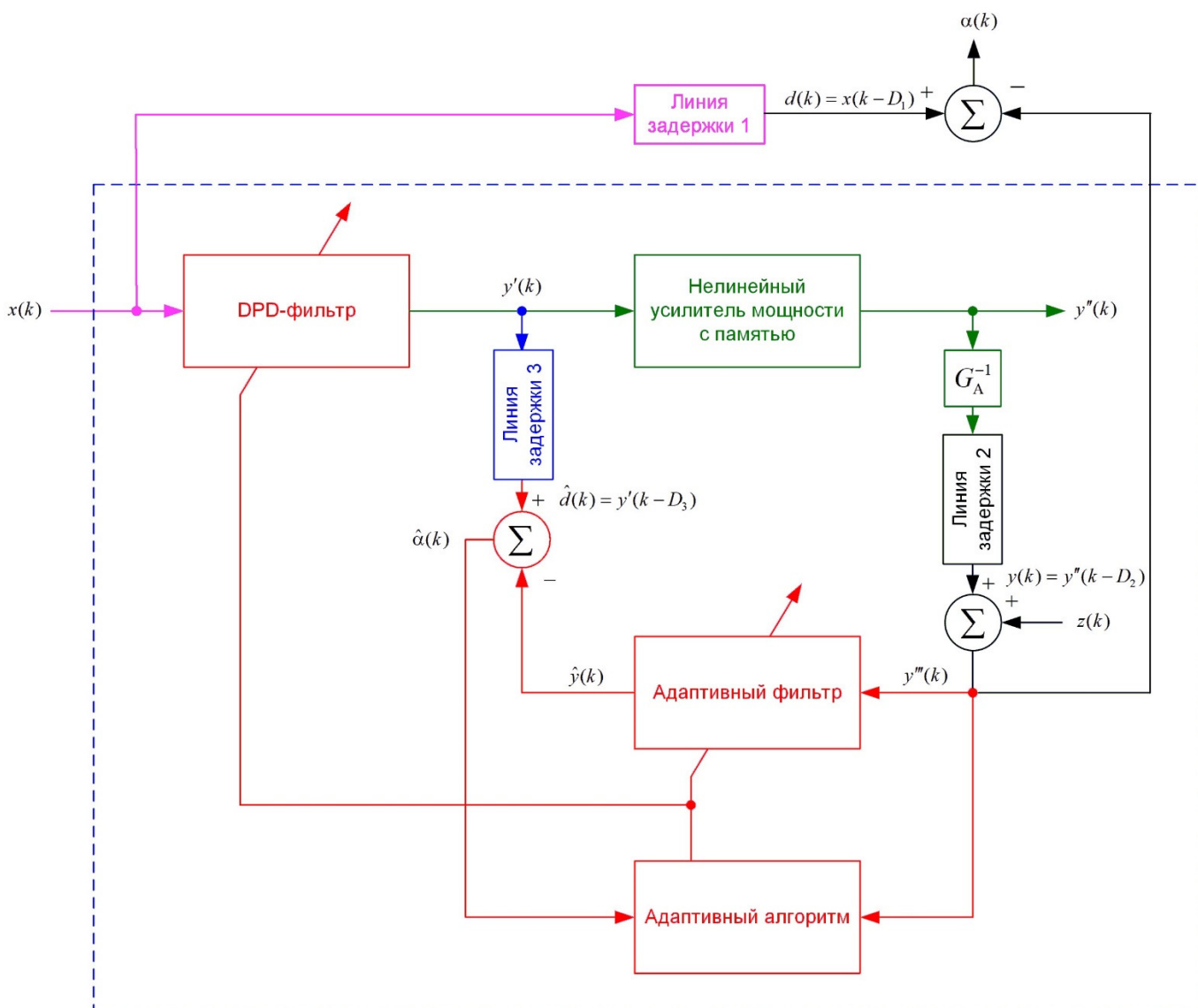


Рис. 1. Обобщенная архитектура DPD с непрямым обучением

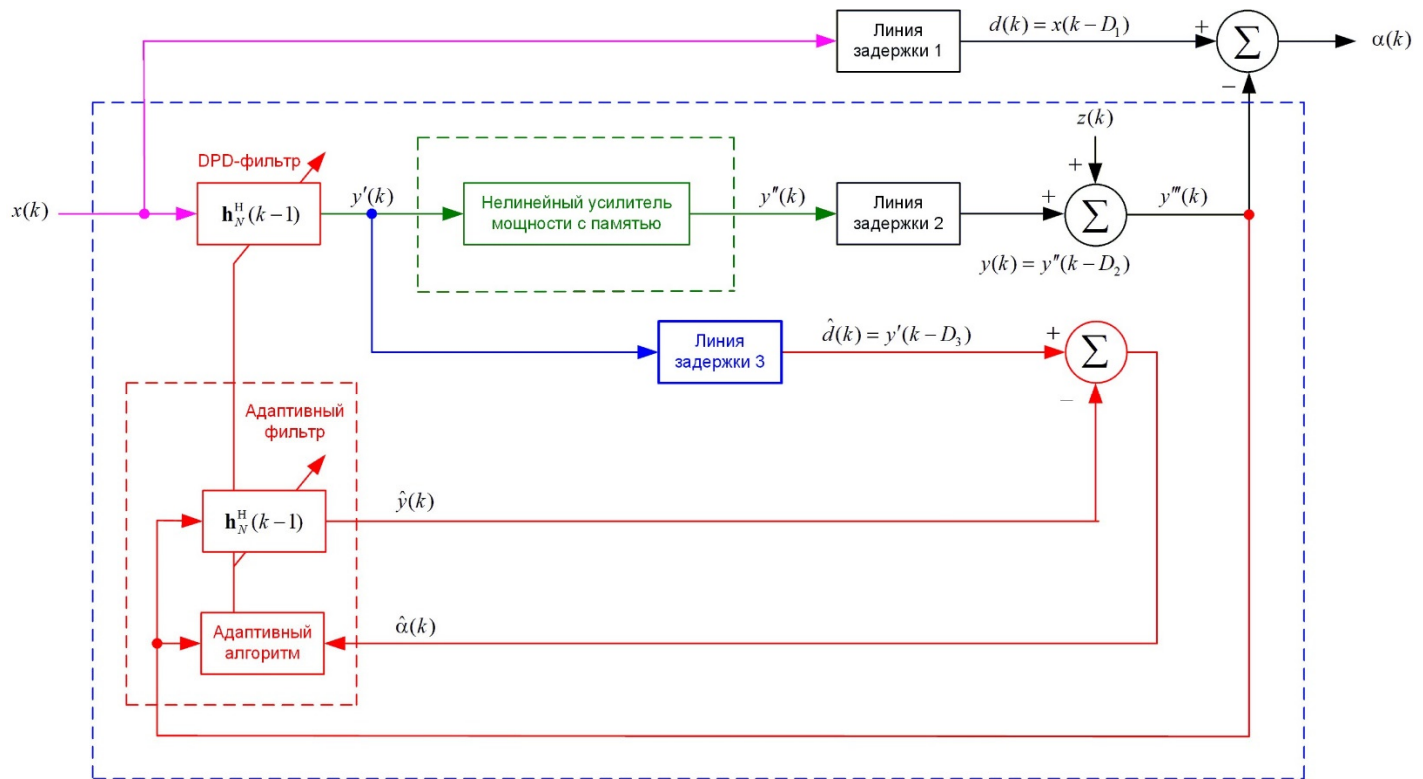


Рис. 2. Детальная архитектура DPD с непрямым обучением

Обобщенная архитектура традиционного DPD с прямым обучением [10] приведена на рис. 3. В ней, в отличие от DPD с непрямым обучением, входным сигналом адаптивного фильтра (он же в этой архитектуре одновременно и DPD-фильтр) и адаптивного алгоритма, вычисляющего ВК, является незашумлённый сигнал  $x(k)$ . Кроме того, в процессе вычисления ВК используется сигнал  $\alpha(k)$ , характеризующий, как уже было сказано, качество линейризации УМ.

DPD, рис. 3, может быть использован только для линейризации УМ без памяти. Для линейризации УМ с памятью следует использовать DPD с прямым обучением, рис. 4. Особенностью его архитектуры является наличие «Линии задержки 4», задерживающей входной сигнал  $x(k)$  на число отсчётов  $D_4 = D_{\text{УМ}} + D_2$ . Выходной сигнал линий задержки  $x(k - D_4)$  участвует в формировании отсчётов вектора сигнала  $\hat{\mathbf{x}}_N(k) = \mathbf{x}_N(k - D_4)$ , используемого при вычислении ВК адаптивного фильтра  $\mathbf{h}_N(k)$ .

Эта задержка необходима по следующей причине. Так как сигнал  $y'''(k)$  задерживается относительно сигнала  $y'(k)$  на  $D_3 = D_{\text{УМ}} + D_2$  отсчётов, то и вектор сигналов, участвующий в вычислении ВК адаптивных фильтров, также должен быть задержан на  $D_4 = D_3$  отсчётов, что обеспечивает корректное вычисление этих ВК, использующих сигнал ошибки  $\alpha(k) = d(k) - y'''(k)$ , формируемый с помощью двух сигналов: задержанного на  $D_1$  отсчётов сигнала  $x(k)$ , прошедшего через «Линию задержки 1», и задержанного на  $D_1 = D_{\text{DPD}} + D_3$

отсчётов этого же сигнала, прошедшего через DPD-фильтр, нелинейный усилитель с памятью и «Линию задержки 2».

Если для вычисления ВК адаптивного фильтра использовать градиентные алгоритмы с шагом сходимости, определяемом числом ВК  $N$  [7, 8], то из-за задержки  $D_1$  DPD (рис. 4) будет неустойчивым. В этом DPD требуется использовать уменьшенное значение шага сходимости, предельное значение которого определяется числом  $D_1 > N$ . В этом случае адаптивный фильтр будет устойчивым, но с уменьшенным шагом он будет сходиться медленно.

К сожалению, в DPD (рис. 4) невозможно использовать более эффективные RLS-алгоритмы, так как в них отсутствует параметр, аналогичный шагу сходимости, регулировка которого могла бы обеспечить устойчивое поведение этих алгоритмов.

В тоже время, RLS-алгоритмы можно использовать в так называемом модифицированном DPD с прямым обучением [11]. Для получения такого DPD применено решение, аналогичное [12], ранее использованное в устройствах активного шумоподавления, где оно доказало свою работоспособность и продемонстрировало функциональную эффективность. Детальная архитектура модифицированного DPD с прямым обучением приведена на рисунке 5.

В этой архитектуре можно использовать не только адаптивные фильтры на основе градиентных алгоритмов, предельный шаг сходимости которых определяется числом ВК адаптивного фильтра  $N$ , но и адаптивные фильтры на основе RLS-алгоритмов.

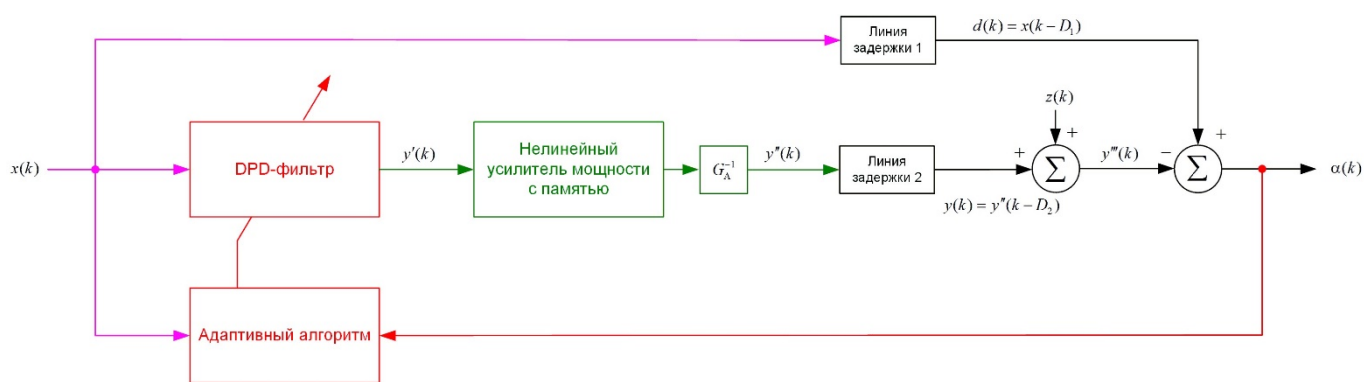


Рис. 3. Обобщенная архитектура традиционного DPD с прямым обучением

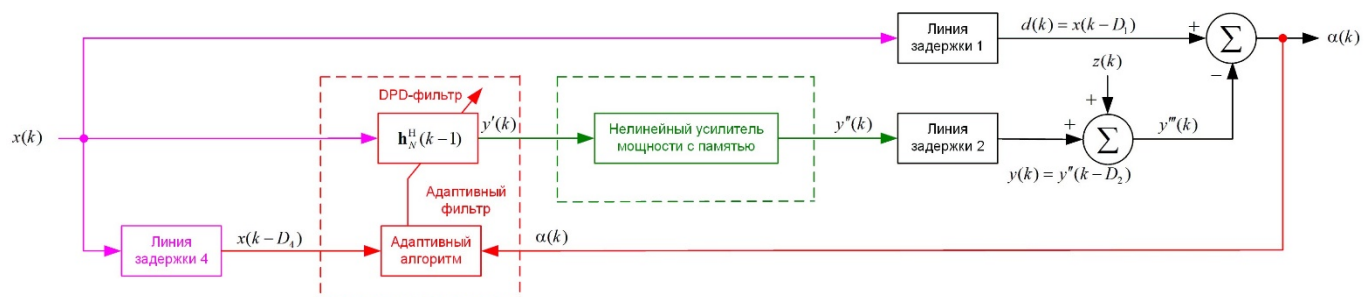


Рис. 4. Детальная архитектура традиционного DPD с прямым обучением

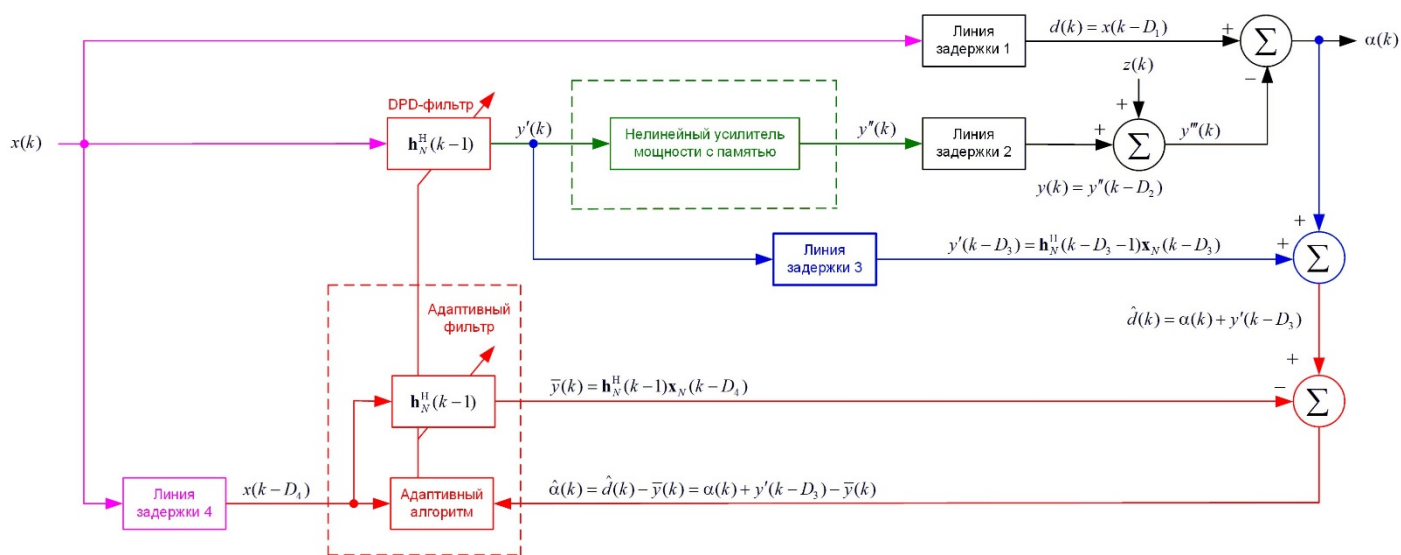


Рис. 5. Детальная архитектура модифицированного DPD с прямым обучением

Данная возможность обеспечивается следующим образом. В модифицированной архитектуре DPD с прямым обучением, задержанный на  $D_4$  отсчётов сигнал  $x(k - D_4)$  используется как входной сигнал адаптивного фильтра, т.е. сигнал, формирующий вектор отсчётов  $\hat{\mathbf{x}}_N(k) = \mathbf{x}_N(k - D_4)$  в его линиях задержки. Вектор  $\hat{\mathbf{x}}_N(k)$  одновременно используется и в алгоритме вычисления ВК данного фильтра, которые копируются в DPD-фильтр.

Требуемый сигнал адаптивного фильтра  $\hat{d}(k)$  формируется из сигнала ошибки  $\alpha(k)$  как

$$\hat{d}(k) = \alpha(k) + y'(k - D_3),$$

где

$$y'(k - D_3) = \mathbf{h}_N^H(k - D_3 - 1)\mathbf{x}_N(k - D_3).$$

Так как  $D_4 = D_3$  и ВК адаптивного фильтра в установившемся состоянии практически не изменяются, т.е.

$$\mathbf{h}_N(k - D_3 - 1) \approx \mathbf{h}_N(k - 1),$$

то

$$\bar{y}(k) = \mathbf{h}_N^H(k - 1)\mathbf{x}_N(k - D_4) \approx y'(k - D_3) = \mathbf{h}_N^H(k - 1)\mathbf{x}_N(k - D_3).$$

Следовательно, сигнал ошибки  $\hat{\alpha}(k)$  адаптивного фильтра определяется как

$$\hat{\alpha}(k) = \hat{d}(k) - \bar{y}(k) = \alpha(k) + y'(k - D_3) - \bar{y}(k) \approx \alpha(k).$$

Рассмотренная модификация DPD с прямым обучением позволяет использовать в архитектуре (рис. 5) любой алгоритм вычисления ВК адаптивного фильтра, базирующийся на минимизации различных функции от ошибки  $\hat{\alpha}(k) \approx \alpha(k)$ . Математические модели DPD (рис. 2 и рис. 5) с адаптивными фильтрами на базе RLS-алгоритмов приведены ниже.

#### Математическая модель DPD с непрямым обучением

**Инициализация :**  $\mathbf{x}_N(0) = \mathbf{0}_N, \mathbf{y}_N''(0) = \mathbf{0}_{N_{D_2}}, \mathbf{h}_N(0), \mathbf{x}_{N_{D_1}}(0) = \mathbf{0}_{N_{D_1}},$

$\mathbf{y}_{N_{D_2}}''(0) = \mathbf{0}_{N_{D_2}}, \mathbf{y}_{N_{D_3}}''(0) = \mathbf{0}_{N_{D_3}}, \mathbf{R}_N^{-1}(0) = \delta^{-2} \mathbf{I}_N$

**For**  $k = 1, 2, \dots, K$

$$\mathbf{x}_{N_{D_1}}(k) \Big|_{2:N_{D_1}} = \mathbf{x}_{N_{D_1}}(k) \Big|_{1:N_{D_1}-1}, \mathbf{x}_{N_{D_1}}(k) \Big|_1 = x(k)$$

$$d(k) = \mathbf{x}_{N_{D_1}}(k) \Big|_{N_{D_1}} = x(k - D_1)$$

**For**  $m = 1, 2, \dots, M$

$$\mathbf{x}_{N_m}(k) \Big|_{2:N_m} = \mathbf{x}_{N_m}(k) \Big|_{1:N_m-1}, \mathbf{x}_{N_m}(k) \Big|_1 = f_m \{x(k)\}$$

**End for**  $m$

$$\mathbf{x}_N(k) = [\mathbf{x}_{N_1}^T(k), \mathbf{x}_{N_2}^T(k), \dots, \mathbf{x}_{N_m}^T(k), \dots, \mathbf{x}_{N_M}^T(k)]^T$$

$$y'(k) = \mathbf{h}_N^H(k-1) \mathbf{x}_N(k)$$

$$y''(k) = f_{yM} \{y'(k)\}$$

$$\mathbf{y}_{N_{D_2}}''(k) \Big|_{2:N_{D_2}} = \mathbf{y}_{N_{D_2}}''(k) \Big|_{1:N_{D_2}-1}, \mathbf{y}_{N_{D_2}}''(k) \Big|_1 = y''(k)$$

$$y'''(k) = \mathbf{y}_{N_{D_2}}''(k) \Big|_{N_{D_2}} + z(k) = y''(k - D_2) + z(k) = y(k) + z(k)$$

$$\alpha(k) = d(k) - y'''(k)$$

$$\mathbf{y}_{N_{D_3}}''(k) \Big|_{2:N_{D_3}} = \mathbf{y}_{N_{D_3}}''(k) \Big|_{1:N_{D_3}-1}, \mathbf{y}_{N_{D_3}}''(k) \Big|_1 = y'(k)$$

$$\hat{d}(k) = \mathbf{y}_{N_{D_3}}''(k) \Big|_{N_{D_3}} = y'(k - D_3)$$

**For**  $m = 1, 2, \dots, M$

$$\mathbf{y}_{N_m}'''(k) \Big|_{2:N_m} = \mathbf{y}_{N_m}'''(k) \Big|_{1:N_m-1}, \mathbf{y}_{N_m}'''(k) \Big|_1 = f_m \{y'''(k)\}$$

**End for**  $m$

$$\mathbf{y}_N'''(k) = [\mathbf{y}_{N_1}'''(k), \mathbf{y}_{N_2}'''(k), \dots, \mathbf{y}_{N_m}'''(k), \dots, \mathbf{y}_{N_M}'''(k)]^T$$

$$\hat{y}(k) = \mathbf{h}_N^H(k-1) \mathbf{y}_N'''(k)$$

$$\hat{\alpha}(k) = \hat{d}(k) - \hat{y}(k)$$

$$\mathbf{g}_N(k) = \frac{\mathbf{R}_N^{-1}(k-1) \mathbf{y}_N'''(k)}{\lambda + \mathbf{y}_N'''(k) \mathbf{R}_N^{-1}(k-1) \mathbf{y}_N'''(k)}$$

$$\mathbf{R}_N^{-1}(k) = \lambda^{-1} [\mathbf{R}_N^{-1}(k-1) - \mathbf{g}_N(k) \mathbf{y}_N'''(k) \mathbf{R}_N^{-1}(k-1)]$$

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mathbf{g}_N(k) \hat{\alpha}^*(k)$$

**End for**  $k$

#### Математическая модель модифицированного DPD с прямым обучением

**Инициализация :**  $\mathbf{x}_N(0) = \mathbf{0}_N, \hat{\mathbf{x}}_N(k), \mathbf{h}_N(0), \mathbf{x}_{N_{D_1}}(0) = \mathbf{0}_{N_{D_1}},$

$\mathbf{y}_{N_{D_2}}''(0) = \mathbf{0}_{N_{D_2}}, \mathbf{y}_{N_{D_3}}''(0) = \mathbf{0}_{N_{D_3}}, \mathbf{x}_{N_{D_4}}(0) = \mathbf{0}_{N_{D_4}}, \mathbf{R}_N^{-1}(0) = \delta^{-2} \mathbf{I}_N$

**For**  $k = 1, 2, \dots, K$

$$\mathbf{x}_{N_{D_1}}(k) \Big|_{2:N_{D_1}} = \mathbf{x}_{N_{D_1}}(k) \Big|_{1:N_{D_1}-1}, \mathbf{x}_{N_{D_1}}(k) \Big|_1 = x(k)$$

$$d(k) = \mathbf{x}_{N_{D_1}}(k) \Big|_{N_{D_1}} = x(k - D_1)$$

**For**  $m = 1, 2, \dots, M$

$$\mathbf{x}_{N_m}(k) \Big|_{2:N_m} = \mathbf{x}_{N_m}(k) \Big|_{1:N_m-1}, \mathbf{x}_{N_m}(k) \Big|_1 = f_m \{x(k)\}$$

**End for**  $m$

$$\mathbf{x}_N(k) = [\mathbf{x}_{N_1}^T(k), \mathbf{x}_{N_2}^T(k), \dots, \mathbf{x}_{N_m}^T(k), \dots, \mathbf{x}_{N_M}^T(k)]^T$$

$$y'(k) = \mathbf{h}_N^H(k-1) \mathbf{x}_N(k)$$

$$y''(k) = f_{yM} \{y'(k)\}$$

$$\mathbf{y}_{N_{D_2}}''(k) \Big|_{2:N_{D_2}} = \mathbf{y}_{N_{D_2}}''(k) \Big|_{1:N_{D_2}-1}, \mathbf{y}_{N_{D_2}}''(k) \Big|_1 = y''(k)$$

$$y'''(k) = \mathbf{y}_{N_{D_2}}''(k) \Big|_{N_{D_2}} + z(k) = y''(k - D_2) + z(k) = y(k) + z(k)$$

$$\alpha(k) = d(k) - y'''(k)$$

$$\mathbf{y}_{N_{D_3}}''(k) \Big|_{2:N_{D_3}} = \mathbf{y}_{N_{D_3}}''(k) \Big|_{1:N_{D_3}-1}, \mathbf{y}_{N_{D_3}}''(k) \Big|_1 = y'(k)$$

$$\hat{d}(k) = \alpha(k) + \mathbf{y}_{N_{D_3}}''(k) \Big|_{N_{D_3}} = \alpha(k) + y'(k - D_3)$$

$$\mathbf{x}_{N_{D_4}}(k) \Big|_{2:N_{D_4}} = \mathbf{x}_{N_{D_4}}(k) \Big|_{1:N_{D_4}-1}, \mathbf{x}_{N_{D_4}}(k) \Big|_1 = x(k)$$

**For**  $m = 1, 2, \dots, M$

$$\hat{\mathbf{x}}_{N_m}(k) \Big|_{2:N_m} = \hat{\mathbf{x}}_{N_m}(k) \Big|_{1:N_m-1},$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{N_m}(k) \Big|_1 = f_m \{\mathbf{x}_{N_{D_4}}(k)\} = f_m \{x(k - D_4)\}$$

**End for**  $m$

$$\hat{\mathbf{x}}_N(k) = [\hat{\mathbf{x}}_{N_1}^T(k), \hat{\mathbf{x}}_{N_2}^T(k), \dots, \hat{\mathbf{x}}_{N_m}^T(k), \dots, \hat{\mathbf{x}}_{N_M}^T(k)]^T$$

$$\hat{y}(k) = \mathbf{h}_N^H(k-1) \hat{\mathbf{x}}_N(k)$$

$$\hat{\alpha}(k) = \hat{d}(k) - \hat{y}(k)$$

$$\mathbf{g}_N(k) = \frac{\mathbf{R}_N^{-1}(k-1) \hat{\mathbf{x}}_N(k)}{\lambda + \hat{\mathbf{x}}_N(k) \mathbf{R}_N^{-1}(k-1) \hat{\mathbf{x}}_N(k)}$$

$$\mathbf{R}_N^{-1}(k) = \lambda^{-1} [\mathbf{R}_N^{-1}(k-1) - \mathbf{g}_N(k) \hat{\mathbf{x}}_N(k) \mathbf{R}_N^{-1}(k-1)]$$

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mathbf{g}_N(k) \hat{\alpha}^*(k)$$

**End for**  $k$

В данных моделях DPD использован RLS-алгоритм на основе леммы об обращении матрицы [7, 8]. Здесь  $\delta^{-2} \geq 0.1\sigma^2$  – это параметр начальной регуляризации обратной корреляционной матрицы  $\mathbf{R}_N^{-1}(0)$  входного сигнала адаптивного фильтра,  $\sigma^2$  – дисперсия входного сигнала адаптивного фильтра,  $\mathbf{I}_N$  – единичная матрица,  $1 - 1/N < \lambda < 1$  – параметр экспоненциального взвешивания обрабатываемых сигналов,  $\mathbf{g}_N(k)$  –

вектор коэффициентов Калмана, а  $M$  – число каналов адаптивного фильтра. Выражения типа  $\mathbf{x}_N(k)|_{1:N-1}$  и  $\mathbf{x}_N(k)|_1$  обозначают номера элементов в векторе,

В приведенных выше моделях DPD с памятью, для вычисления вектора  $\mathbf{g}_N(k)$  могут также быть использованы процедуры других математически эквивалентных RLS-алгоритмов, включая их быстрые, т.е. вычислительно эффективные, версии [7, 8]. В этом случае инициализацию этих процедур следует выполнять как показано в [7].

Запись  $y''(k) = f_{\text{УМ}}\{y'(k)\}$  обозначает нелинейную функцию преобразования входного сигнала УМ  $y'(k)$  в его выходной сигнал  $y''(k)$ . В настоящей работе нелинейное преобразование, реализующее обратную модель нелинейного УМ с памятью, формируется диагональными ядрами фильтра Вольтера [6]. Каждое ядро (включая линейное) характеризуется своей функцией  $f_m\{\cdot\}$  преобразования поступающего на его вход сигнала. Поэтому каждый нелинейный DPD-фильтр и каждый нелинейный адаптивный фильтр на рис. 1 – рис. 5 представляются одинаковыми  $M$ -канальными линейными фильтрами. В настоящей работе, число ВК  $N_m$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$  в каждом из каналов этих фильтров принято одинаковым, хотя может быть и разным.

В общем случае, нелинейное преобразование DPD, описываемое рядом Вольтера, устанавливает следующее соотношение между его входным  $x(k)$  и выходным  $y'(k)$  сигналами:

$$y'(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i^{(1)*}(k-1)x(k-i) + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=i}^{\infty} \sum_{l=j}^{\infty} h_{i,j,l}^{(3)*}(k-1)x(k-i)x(k-j)x^*(k-l) + \dots$$

Здесь  $h_i^{(1)*}$  – это ВК линейной части модели, а  $h_{i,j,l}^{(m)*}$  – ВК модели ядра  $m$ -го порядка ( $m = 3, 5, 7, \dots$ ). В моделях DDP обычно используются ядра нечетных порядков [3-5], так как ядра четных порядков формируют искажения, сигналы которых выходят за пределы полосы частот  $\pm F_D / 2$ , а потому подавляются полосовым аналоговым фильтром, обычно присутствующим на выходе УМ радиопередатчика.

Реализация приведенной выше нелинейной модели требует значительных вычислительных ресурсов и элементов задержки сигналов (памяти).

Учитывая, что значения ВК моделей линейных и нелинейных четырехполосников обычно убывают с ростом номеров ВК моделирующих их фильтров, то вклад таких ВК в формирование выходного сигнала модели становится несущественным. Поэтому на практике модель DPD часто представляется лишь конечным числом  $M$  диагональных ядер нечетных порядков, включая линейное ядро, с фиксированным числом ВК  $N_m$ , т.е. самыми большими ВК в каждом ядре [14]. Пример такой модели 3-го порядка приведен ниже

$$y'(k) = \sum_{i=0}^{N_1-1} h_i^{(1)*}(k-1)x(k-i) + \sum_{i=0}^{N_3-1} h_i^{(3)*}(k-1)x(k-i)x(k-i)x^*(k-i) + \dots = \sum_{i=0}^{N_1-1} h_i^{(1)*}(k-1)x(k-i) + \sum_{i=0}^{N_3-1} h_i^{(3)*}(k-1)|x(k-i)|^2 = \mathbf{h}_N^H(k-1)\mathbf{x}_N(k),$$

где

$$\mathbf{h}_N(k) = [\mathbf{h}_{N_1}^{(1)\top}(k), \mathbf{h}_{N_3}^{(3)\top}(k)]^T,$$

$$\mathbf{x}_N(k) = [\mathbf{x}_{N_1}^{(1)\top}(k), \mathbf{x}_{N_3}^{(3)\top}(k)]^T,$$

$$\mathbf{x}_N^{(1)}(k) = [x(k), x(k-1), x(k-2), \dots, x(k-N_1+1)]^T$$

и

$$\mathbf{x}_N^{(3)}(k) = [x(k)|x(k)|^2, x(k-1)|x(k-1)|^2, x(k-2)|x(k-2)|^2, \dots, x(k-N_3+1)|x(k-N_3+1)|^2]^T.$$

В следующем разделе, при получении результатов моделирования DPD (рис. 2 и рис. 5) использованы диагональные ядра 1-го, 3-го, 5-го, 7-го и 9-го порядков.

### Моделирование

Проверка работоспособности представленных в работе DPD в разных режимах выполнялась в тестовой среде, представленной на рисунке 6. Один из таких режимов рассматривается ниже.

Передаваемые данные модулировались квадратурной амплитудной модуляцией с числом символов в алфавите, равным 16 (Quadrature Amplitude Modulation, QAM-16). Эти символы  $x(k_c)$  следовали на дискретных отсчетах  $k_c$ .

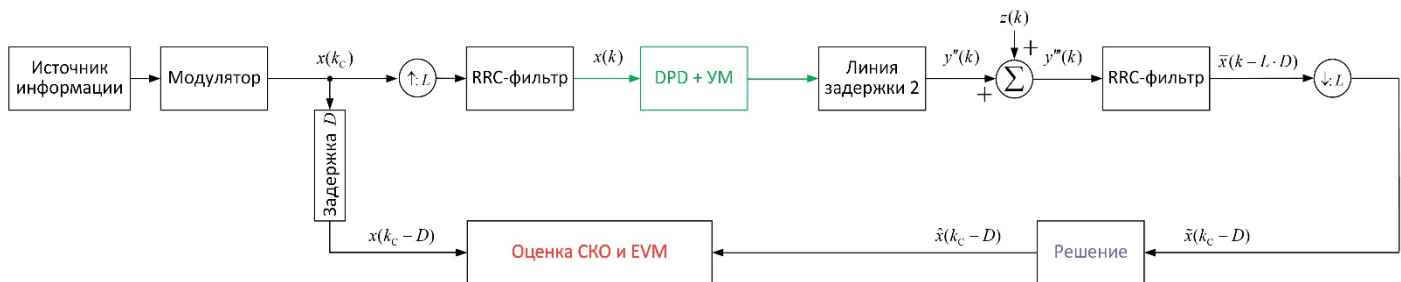


Рис. 6. Архитектура тестовой среды для исследования DPD

Поскольку возникающие в УМ нелинейные искажения находятся за пределами полосы частот информационного сигнала, то для расширения этой полосы символы  $x(k_c)$  подвергались стандартной процедуре интерполяции [1] путём добавления  $L-1$  нулевых отсчётов между каждой парой соседних символов сигнала  $x(k_c)$  и последующего сглаживания полученной последовательности данных с помощью фильтра типа «корень квадратный из приподнятого косинуса» (Raised Root Cosine, RRC). Значение коэффициента интерполяции/децимации  $L$  было выбрано равным 16, число ВК RRC-фильтра  $N_{RRC}$  – равным 129, а коэффициент сглаживания RRC-фильтра – равным 0.35. Результат интерполяции – это отсчёты сигнала  $x(k)$ . В моделировании, они следуют на частоте дискретизации  $F_d = 16$  МГц, в  $L = 16$  раз превышающей частоту следования информационных символов  $x(k_c)$ , равную  $F_c = 1$  МГц.

Сигнал  $x(k)$  является входным сигналом исследуемых DPD. Выходной сигнал «Линии задержки 2»  $y(k)$  смешивается с шумом  $z(k)$ , см. рис. 1-6, и обратно децимируется для получения задержанных отсчётов сигнала  $\tilde{x}(k_c - D)$  с выхода УМ на символьной скорости. Децимация производится путем сглаживания отсчётов сигнала  $y'(k)$  с выхода «Линии задержки 2» с помощью такого же RRC-фильтра как при интерполяции и прореживания отсчетов выходного сигнала этого фильтра  $\bar{x}(k - L \cdot D)$  в  $L$  раз. На рисунке 6 символом  $\uparrow$ :  $L$  обозначается устройство, добавляющее нулевые отсчёты в поступающую на ее вход последовательность данных, а символом  $\downarrow$ :  $L$  – устройство, прореживающее данные.

С помощью устройства принятия решений отсчёты  $\bar{x}(k - L \cdot D)$  преобразуются в информационные символы  $\hat{x}(k_c - D)$ . Для оценки качества работы DPD в терминах передаваемых информационных символов  $x(k_c)$  эти символы задерживаются на  $D$  отсчётов, следующих с периодом  $T_c = 1/F_c$ , где значение  $D = (D_1 + 2D_{RRC})/L$ , а  $D_{RRC}$  – это задержка сигнала в одном RRC-фильтре, исчисляемая числом периодов  $T_d$ .

Используя отсчёты  $x(k_c - D)$  и  $\hat{x}(k_c - D)$ , можно в установившемся состоянии работы адаптивного фильтра оценить значение нормированного СКО информационных символов, прошедших через DPD и УМ, которое определяется как

$$CKO = 10 \log_{10} \frac{E\{|x(k_c - D) - \hat{x}(k_c - D)|^2\}}{E\{|x(k_c - D)|^2\}},$$

где  $E\{\bullet\}$  – это операция усреднения данных на интервале их наблюдения.

Эта же величина в процентах носит название «Модуль вектора ошибки» (Error Vector Magnitude, EVM). Она определяется как

$$EVM = \sqrt{\frac{E\{|x(k_c - D) - \hat{x}(k_c - D)|^2\}}{E\{|x(k_c - D)|^2\}}} 100\%.$$

Качество работы DPD как нелинейного адаптивного устройства определяется по виду графиков АМ-АМ и АМ-ФМ характеристик и графиков спектральной плотности мощности (СПМ) сигналов. Численно качество работы DPD определяется как отношение мощности сигнала за пределами полосы частот информационного сигнала к мощности сигнала в этой полосе. Это отношение известно как Adjacent Channel Power Ratio (ACPR).

Исследование DPD проводилось при отношении сигнал-шум (ОСШ) на выходе УМ, равном 40 дБ, где сигнал  $z(k)$  моделировался белым гауссовым шумом (БГШ). Глубина памяти УМ равнялась 7 отсчётам. DPD – это по сути нелинейный адаптивный эквалайзер, выравнивающий характеристики УМ. Согласно [15], число ВК в адаптивном фильтре эквалайзера должно быть, как минимум, в два раза больше числа ВК фильтра выравниваемого объекта. Поэтому, число ВК адаптивного фильтра DPD в каждом из его каналов было выбрано одинаковым и равным  $N_m = 15$ .

В таблице 1 приведены численные результаты исследования качества работы DPD, полученные путем моделирования. Видно, что с ростом числа даже усеченных нелинейных ядер качество DPD увеличивается в терминах всех показателей, приведенных в этой таблице.

При максимальном числе ядер, равном пяти, эти показатели приближаются к показателям БГШ-канала, т.е. четырёх-полосника, не содержащего линейных и нелинейных искажений. Так в БГШ-канале при ОСШ = 40 дБ, значения СКО и EVM равны соответственно -36.0 дБ и 1.6%, а в рассматриваемом УМ без DPD эти значения и показатель ACPR равны -19.9 дБ, 10.06%, и -24.3дБ, соответственно.

Таблица 1

Численные результаты моделирования

Используемые нелинейные ядра		3-го порядка	3-го и 5-го порядков	3- го, 5- го и 7-го порядков	3- го, 5- го, 7-го и 9-го порядков
СКО, дБ	Модиф. DPD с прямым обуч.	-27,8	-33,0	-34,8	-35,5
	DPD с непрямым обуч.	-22,1	-32,8	-33,9	-35,4
EVM, %	Модиф. DPD с прямым обуч.	4,08	2,24	1,82	1,69
	DPD с непрямым обуч.	7,84	2,30	2,56	1,70
ACPR, дБ	Модиф. DPD с прямым обуч.	-28,1	-32,3	-34,2	-35,7
	DPD с непрямым обуч.	-25,1	-30,6	-31,5	-32,6

Следовательно, в рассматриваемых условиях работы, модифицированный DPD с прямым обучением и с пятью ядрами улучшает показатель  $ACPR$  УМ на 11.4 дБ, а DPD с непрямым обучением – на 8.3 дБ.

Численные различия  $SKO$  и  $EVM$  в рассматриваемых DPD не столь значительные, т.к. эти параметры оцениваются после фильтрации RRC-фильтром и прореживания, т.е. только в полосе частот информационного сигнала. В тоже время, дости-

гаемый показатель  $ACPR$  в модифицированном DPD с прямым обучением заметно лучше, чем в DPD с непрямым обучением.

Данные выводы также подтверждаются графиками, которые для DPD с линейным ядром и нелинейными ядрами 3-го, 5-го, 7-го и 9-го порядков приведены на рисунке 7. Видно, что в отличие от DPD с непрямым обучением, модифицированный DPD с прямым обучением практически полностью устра-

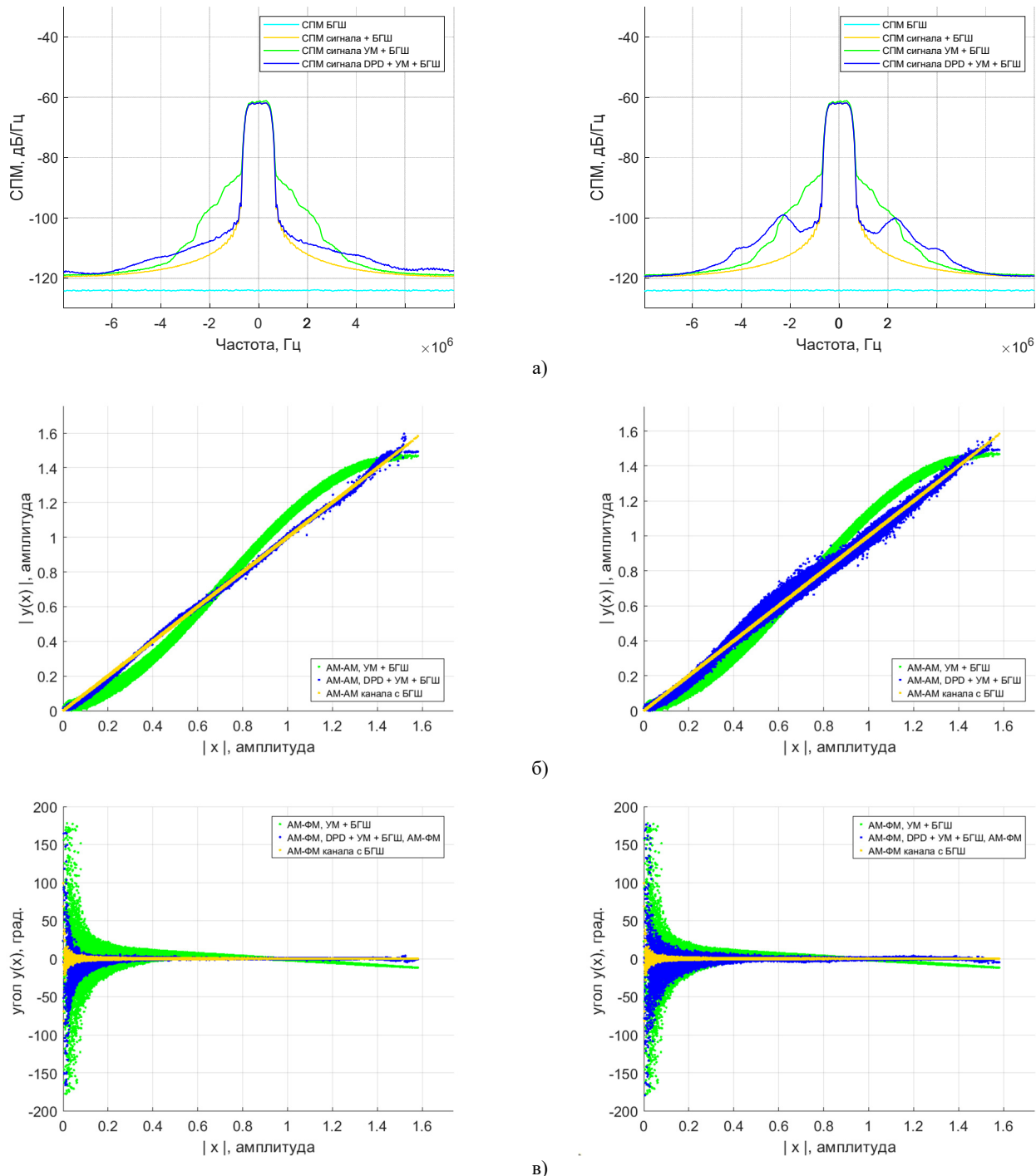


Рис. 7. Результаты моделирования, слева – модифицированный DPD с прямым обучением, справа – DPD с непрямым обучением: а) – СРМ; б) – АМ-АМ характеристики; в) – АМ-ФМ характеристики

няет внеполосные искажения в выходном сигнале УМ, и значительно лучше выравнивает его АМ-АМ и АМ-ФМ характеристики.

Таким образом, результаты моделирования свидетельствуют об очевидном функциональном превосходстве модифицированного DPD с прямым обучением перед DPD с непрямым обучением в одинаковых условиях работы.

Результаты, аналогичные представленным в табл. 1 и на рис. 7, достигаются и при использовании других видов цифровой модуляции информационных символов, и при других размерах их алфавитов при ОСШ, позволяющем эти символы различать. Похожие результаты получаются и при использовании моделей других нелинейных УМ.

### Выводы

Таким образом, в данной статье рассмотрены DPD с прямым обучением и модифицированный DPD с прямым обучением. Результаты компьютерного моделирования демонстрируют работоспособность этих DPD, а также демонстрируют явное функциональное превосходство модифицированного DPD с прямым обучением перед DPD с непрямым обучением в терминах значений *СКО* и *EVM* информационных символов в выходном сигнале нелинейного УМ, в терминах значений *АСРР*, а также в терминах вида выровненных АМ-АМ и АМ-ФМ характеристик. Полученные результаты могут быть полезны при выборе архитектуры DPD для различных УМ радиопередатчиков современных систем цифровой радиосвязи.

*Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ «Курчатовский институт».*

### Литература

1. *Duman T. M.* Fundamentals of digital communication systems. Cambridge University Press, 2025. 434 p.

2. *Raab F. H.* RF and microwave power amplifiers. Artech House, 2025. 467 p.

3. *Abdulrahman B.* Adaptive digital predistortion for power amplifier linearization. LAB LAMBERT Academic Publishing, 2016. 204 p.

4. *Abomaali M.* Digital predistorter model for high power amplifier for nonlinearity challenges // *2023 6th International Conference on Engineering Technology and its Applications (ICETA)*. Al-Najaf, Iraq, 2023. P. 306-312.

5. *Chen B., Wu W.* Principles, applications and challenges of digital predistortion technology // *Applied and Computational Engineering*. 2024. Vol. 54. March 2024. P. 64-75.

6. *Crespo-Cadenas C., Madero-Ayora M. J., Becera J. A.* Volterra approach to digital predistortion: sparse identification. Willey-IEEE Press, 2024. 259 p.

7. *Джиган В. И.* Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. 528 с.

8. *Diniz P. S. R.* Adaptive filtering algorithms and practical implementation, 5-th ed. Springer, 2020. 495 p.

9. *Eun C., Powers E. W.* A new Volterra predistorter based on indirect learning architecture // *IEEE Transactions on Signal Processing*. 1997. Vol. 4. No 1. P. 223-227.

10. *Zou D., DeBrunner V. E.* Novel adaptive nonlinear predistorters based on the direct learning algorithms // *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2007. Vol. 55. No. 1. P. 120-133.

11. *Djigan V. I., Dolgikh D. A., Smekalov A. I., Shi H.* Predistortion device // *United State Patent № US 10171041 B2*. H 03F 1/32. Publ. 01.01.2019. 36 p.

12. *Bouchard M., Quednau S.* Multichannel Recursive-Least-Squares algorithms and Fast-Transversal-Filter algorithms for active noise control and sound reproducing system // *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*. 2000. Vol. 8. No. 5. P. 606-618.

13. *Джиган В. И.* Активное шумоподавление: архитектуры, алгоритмы и их параметры // *Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт*. 2025. № 8. С. 4-12.

14. *Джиган В. И.* Оценка качества адаптивной фильтрации в задаче идентификации линейных объектов // *Цифровая обработка сигналов*. 2023. № 4. С. 13-17.

15. *Уидроу Б., Стернз С.* Адаптивная обработка сигналов. Пер. с англ. под ред. В.В. Шахгильдяна. М.: Радио и связь, 1989. 440 с.

## COMPARATIVE EFFICIENCY OF SIGNAL DIGITAL PREDISTORTERS BASED ON ADAPTIVE RECURSIVE LEAST SQUARES ALGORITHMS

**Victor I. Djigan**, National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, Russia;  
National Research University of Electronic Technology, Moscow, Russia,  
[dzhigan\\_vi@nrcki.ru](mailto:dzhigan_vi@nrcki.ru)

### Abstract

Digital signal predistortion is widely used in radio transmitters of communication systems today. It allows to linearize the so-called Amplitude-to-Amplitude Modulation (AM-AM) and Amplitude-to-Phase Modulation (AM-PM) characteristics of nonlinear power amplifiers (PA). The linearization occurs due to the predistortion of signals coming at the PA input so that the resulting AM-AM and AM-PM characteristics of the cascade connection of the Digital Predistorter (DPD) and nonlinear PA are linearized. As a result, the out-of-band distortions are reduced in the PA output signal. This leads to an increase in its desired output power and leads to the elimination of the distortions of the transmitted informational symbols. A DPD is an adaptive device. There are two kinds of the DPD: with indirect and with direct learning. Adaptive DPD with indirect learning are mainly used. They can use the adaptive filters based on both the simple stochastic gradient descent algorithms and can use the more complex and more efficient Recursive Least Squares (RLS) criterion algorithms. The RLS algorithms cannot be used in the traditional DPD with direct learning, but they can be used in the modified architectures of the DPD. The paper considers the architectures of the mentioned DPD and their mathematical models when using the adaptive filters based on the RLS algorithms. The comparative efficiency of the considered DPD is demonstrated by means of computer simulation. The simulation uses a model of a PA with memory. The nonlinear DPD is modeled by a multichannel linear adaptive filter, the

channels of which correspond to the truncated diagonal kernels of odd degrees of Volterra filters. The memory depth (the number of delay elements in each channel of such a filter) equals to the doubled memory depth of the PA model. The adaptive filter weights have been calculated using the RLS-algorithm in both of the considered DPD. It has been found that when using a linear kernel and truncated diagonal kernels of the third, fifth, seventh and ninth degrees, the modified DPD with direct learning almost completely eliminates the out-of-band distortions in the PA output signal. Using such DPD for the PA under consideration, the signal distortion suppression has been achieved of about 11.4 dB, while using DPD with indirect learning it has been achieved of about 8.3 dB. These numerical indicators, graphs of spectral power densities and graphs of AM-AM and AM-PM characteristics demonstrate the functional superiority of the DPD with direct learning compared to the DPD with indirect learning.

**Keywords:** Digital Predistorters (DPD) of signals, power amplifiers, Recursive Least Squares (RLS) adaptive filtering algorithms, indirect learning DPD, direct learning DPD, traditional architecture, modified architecture

## References

- [1] T. M. Duman, *Fundamentals of Digital Communication Systems*, Cambridge University Press, 2025, 434 p.
- [2] F. H. Raab, *RF and Microwave Power Amplifiers*, Artech House, 2025, 467 p.
- [3] B. Abdulrahman, *Adaptive Digital Predistortion for Power Amplifier Linearization*, LAB LAMBERT Academic Publishing, 2016, 204 p.
- [4] M. Abomaali, "Digital predistorter model for high power amplifier for nonlinearity challenges," *2023 6th International Conference on Engineering Technology and its Applications (ICETA)*, Al-Najaf, Iraq, 2023, pp. 306-312.
- [5] B. Chen and W. Wu, "Principles, applications and challenges of digital predistortion technology," *Applied and Computational Engineering*, vol. 54, March 2024, pp. 64-75.
- [6] C. Crespo-Cadenas, M. J. Madero-Ayora, and Becera J. A., *Volterra Approach to Digital Predistortion: Sparse Identification*, Wiley-IEEE Press, 2024, 259 p.
- [7] V. I. Djigan, *Adaptive Filtering: Theory and Algorithms*, Moscow, Technosfera Publisher, 2013, 528 p. (In Russian).
- [8] P. S. R. Diniz, *Adaptive Filtering Algorithms and Practical Implementation*, 5-th ed, Springer, 2020, 495 p.
- [9] C. Eun C. and E. W., "A new Volterra predistorter based on indirect learning architecture," *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, vol. 4, no. 1, pp. 223-227.
- [10] D. Zou and V. F. DeBrunner, "Novel adaptive nonlinear predistorters based on the direct learning algorithms," *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, vol. 55, no 1, pp. 120-133.
- [11] V. I. Djigan, D. A. Dolgikh, A. I. Smekalov, H. Shi, "Predistortion device," United State Patent № US 10171041 B2, H 03F 1/32, publ. 01.01.2019, 36 p.
- [12] M. Bouchard and S. Quednau, "Multichannel Recursive-Least-Squares algorithms and Fast-Transversal-Filter algorithms for active noise control and sound reproducing system," *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 2000, vol. 8, no. 5, pp. 606-618.
- [13] V. I. Djigan, "Active Noise Control: Architectures, Algorithms and its Parameters," *T-Comm*, 2025, no. 8, pp. 4-12.
- [14] V. I. Djigan, "Quality estimation of adaptive filtering in problem of linear object identification," *Digital Signal Processing*. Moscow, 2023, no. 4, pp. 13-17. (In Russian)
- [15] B. Widrow. S. D. Stearns. *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, Inc., 1985, 496 p.

## Information about authors:

**Victor I. Djigan**, Doctor of Sciences, Professor, Principal Researcher Department for Design Problems in Microelectronics of National Research Center "Kurchatov Institute"; Professor, Institute of Microdevices and Control Systems of National Research University of Electronic Technology, Moscow, Russia. ORCID 0000-0001-7485-1623