

# МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ АНТИ-АЛАЙСИНГОВЫХ ФИЛЬТРОВ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИСПОЛЪЗУЕМЫХ СТРУКТУР ДИСКРЕТИЗАЦИИ МАССИВОВ СВЕТОФИЛЬТРОВ

DOI: 10.36724/2072-8735-2023-17-5-4-13

Manuscript received 10 April 2023;  
Accepted 15 May 2023

Романов Сергей Геннадьевич,  
МТУСИ, Москва, Россия, [safit87@inbox.ru](mailto:safit87@inbox.ru)

Власюк Игорь Викторович,  
МТУСИ, Москва, Россия, [ru3dlp@yandex.ru](mailto:ru3dlp@yandex.ru)

**Ключевые слова:** пространственные характеристики изображений, структуры массивов светофильтров, считывающий элемент, оптическая система, анти-алайсинговый фильтр

При разработке алгоритмов и методов формирования и обработки сигналов изображений (СИ), применяемых в устройствах на базе одноматричных преобразователей свет-сигнал (ПСС), должны учитываться воздействия не только элементов системы, входящих в оптический трак (ОТ), находящийся непосредственно между экспонируемым изображением и считывающими элементами устройства, но и специфика структуры используемых в таких камерах массивов светофильтров (МСФ), наносимых на поверхность матрицы. В данной статье рассмотрены наиболее популярные структуры субдискретизации МСФ и их воздействие на пространственные характеристики формируемых изображений. На основании модели построения этих характеристик, приведена методика расчета оптимальных параметров анти-алайсинговых фильтров согласующих свойства ОТ и сенсора при заданной характеристике оптической системы. Приведены конкретные примеры расчета и оптимизации таких фильтров и оценки их воздействия на амплитудные характеристики сигналов. На основе результатов применения разработанного метода сформулированы рекомендации по проектированию МСФ.

## Информация об авторах:

Романов Сергей Геннадьевич, МТУСИ, научный сотрудник, Москва, Россия  
Власюк Игорь Викторович, МТУСИ, доцент, к.т.н., Москва, Россия

## Для цитирования:

Романов С.Г., Власюк И.В. Методика расчета параметров анти-алайсинговых фильтров для коррекции спектральных характеристик в зависимости от используемых структур дискретизации массивов светофильтров // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Том 17. №5. С. 4-13.

## For citation:

Romanov S.G., Vlasuyk I.V. (2023) Method of calculation of parameters of anti-aliasing filters for correction of spectral characteristics depending on the sampling structures used in color filter arrays. T-Comm, vol. 17, no.5, pp. 4-13. (in Russian)

## Введение

В связи со стремительным развитием технологий и увеличением общего количества используемых устройств, за последние 20 лет наибольшее распространение во всех сферах деятельности и технологическое развитие получили камеры, создаваемые с использованием одноматричных преобразователей свет-сигнал. Сейчас эти устройства занимают лидирующие позиции по таким показателям как дешевизна, отказоустойчивость и простота в реализации, при этом почти не уступая многоматричным системам в технических свойствах. Значительное влияние на пространственные характеристики изображений, получаемых в таких системах, оказывают структуры используемых в них МСФ [1], форма элементов считывания (ЭС) и параметры оптического тракта (ОТ) этой системы [1,2] (рис. 1).

От структуры МСФ и размеров ЭС зависят ключевые сигнальные характеристики системы, такие как разрешающая способность, чувствительность, точность цветопередачи, частотно-контрастная характеристика и др. От ОТ, являющегося первым элементом в тракте формирования СИ зависит возможность использования всего потенциала датчика сигнала изображений (ДСИ). Поскольку неотъемлемой частью формирования СИ в таких устройствах является применение алгоритмов шумоподавления и восстановления недостающих цветовых компонент сигнала (демозаикизация), необходимо иметь возможность производить точный анализ воздействий ОТ, МСФ и ЭС на характеристики результирующего сигнала.

Используя такую модель, можно наиболее точно определить состав необходимых алгоритмов постобработки изображений, и устранить недостатки самого тракта формирования сигнала изображения в каждом его звене отдельно и совокупно, и тем самым улучшить пространственные характеристики СИ.

## Результаты исследований

В стандартной схеме тракта формирования СИ, после прохождения ОТ, состоящего из оптического системы (ОС) и анти-алайсингового фильтра (ААФ), световой поток поступает на поверхность светочувствительного элемента, с нанесенными на него МСФ, где производится дискретизация сигнала и его последующая оцифровка (рис. 1). Поскольку чувствительность к пространственным перепадам яркости у зрительной системы человека (ЗСЧ) больше, чем к перепадам цвета и насыщенности, в площади сенсора приоритет отдается каналам, имеющим больший коэффициент поглощения в области видимых частот, совпадающих с максимумом кривой видности глаза [12].

Ортогональная структура расположения элементов матрицы, а также их периодичность накладывают значительные ограничения на возможные соотношения площадей разных цветовых компонент. Наиболее часто используемым в технике МСФ является массив Байера [3]. Пример данной структуры базового блока Байера приведен на рисунке 2а.

Одной из разновидностей структуры Байера является структура RGBW или RGBE (рис. 2 б,в). От стандартной структуры Байера они отличаются заменой одного светофильтра, соответствующего зеленому цвету, на светофильтр соответствующий изумрудному (emerald), или белому (нейтральному) цвету.

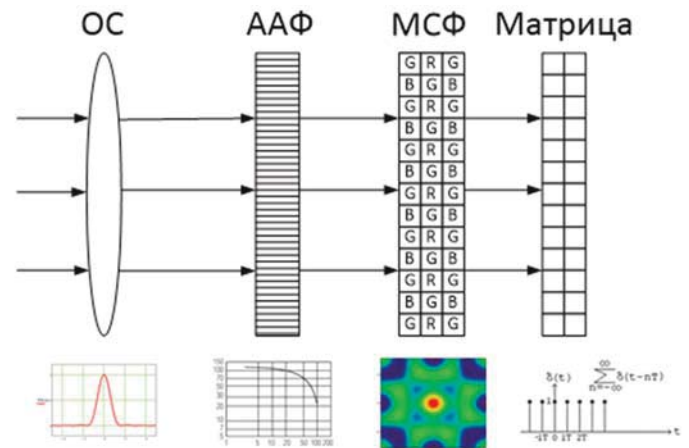


Рис. 1. Воздействие ОС, ААФ и структуры дискретизации на пространственный спектр изображения

Также существуют еще несколько структур RGBW1 RGBW2, расположение светофильтров внутри которых приведено на рисунках 2г,д.

Помимо МСФ с квадратными структурами базовых блоков, существуют так же МСФ с другими структурами, так например в [4] Хаинс предлагает формировать базовый блок МСФ в виде крестообразной формы, где в центре содержится светофильтр, соответствующий цветовой составляющей, вносящей наименьший вклад в сигнал яркости (синему цвету), а по краям, попарно ортогонально друг другу находятся светофильтры соответствующие двум оставшимся цветовым составляющим. Пример подобной структуры приведен на рисунке 2е.

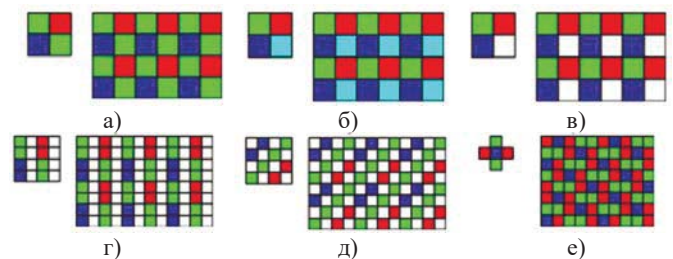


Рис. 2. Структуры базовых блоков различных МСФ:

- а) RGB Байера МСФ; б) RGBE Байера; в) RGBW Байера;
- г) RGBW1; д) RGBW2; е) Крестообразная RGB

При формировании СИ с помощью одноматричных ДСИ, восстановление недостающих цветовых составляющих ведется внутри ограниченных областей пространства отсчетов, поскольку независимая обработка всех отсчетов каждого кадра нецелесообразна и требует слишком больших вычислительных затрат, а также по мере удаления отсчетов от обрабатываемого пикселя, их вклад в итоговое значение становится меньше. Так, например, в [5,6], восстановление недостающих отсчетов производится с использованием пикселей в области размерами 3x3 пикселя. В [4] для предложенного Хаинсом массива используется область пикселей размерами 10x10.

В методе Сасаки [7] часть массива Байера ограничена областью размерами 5 на 5 элементов. Каждый элемент недостающей цветовой составляющей восстанавливается независимо, поэтому структуру изображения вне пределов этого блока можно не учитывать.

Результат воздействия ОТ, ЭС и структуры МСФ можно записать в виде:

$$S_i(w_x, w_y) = K_{oc}(w_x, w_y) K_{aafi}(w_x, w_y) \times K_{sdi}(w_x, w_y) K_{el}(w_x, w_y) \quad (1)$$

где  $K_{oc}(w_x, w_y)$  – функция результирующей ЧКХ применяемой оптической системы,  $K_{aafi}(w_x, w_y)$  – воздействие соответствующего  $j$ -ой структуре ААФ,  $K_{sdi}(w_x, w_y)$  – спектр  $i$ -ой структуры дискретизации заданного элемента в исследуемом массиве светофильтров, а  $K_{el}(w_x, w_y)$  – передаточная характеристика отдельного ЭС.

Воздействие ОС, ААФ и считывающего элемента описываются аналитически [8,9,10], и в общем случае воздействие ОС будет описываться как:

$$K_{oc}(w_x, w_y) = \frac{2J_1(2\pi\sqrt{w_x^2 + w_y^2})}{2\pi\sqrt{w_x^2 + w_y^2}} \quad (2)$$

где  $J_1$  – функция Бесселя первого рода,  $w_x, w_y$  – нормированные пространственные частоты в горизонтальном и вертикальном направлениях соответственно, а  $\sqrt{w_x^2 + w_y^2} = r$  – радиус пятна рассеяния точки.

Для описания воздействия ААФ можно использовать обычные уравнения КИХ фильтров, поскольку они осуществляют суммирование нескольких световых потоков с соседних областей (конкретное взаимодействие задается структурой ААФ, например могут быть взяты 1 исходный и 4 соседних, по два в каждом направлении) взятых с определенными коэффициентами.

Воздействие светочувствительного элемента на характеристики детектируемого сигнала согласно [10] может быть записано в следующем виде:

$$K_{el}(w_x, w_y) = abx_1y_1 \text{sinc}\left(\frac{ax_1w_x}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{by_1w_y}{2}\right) \quad (3)$$

где  $a$  и  $b$  – размеры элемента считывания по горизонтали и вертикали,  $x_1$  и  $y_1$  – периоды повторения элементов в пространстве.

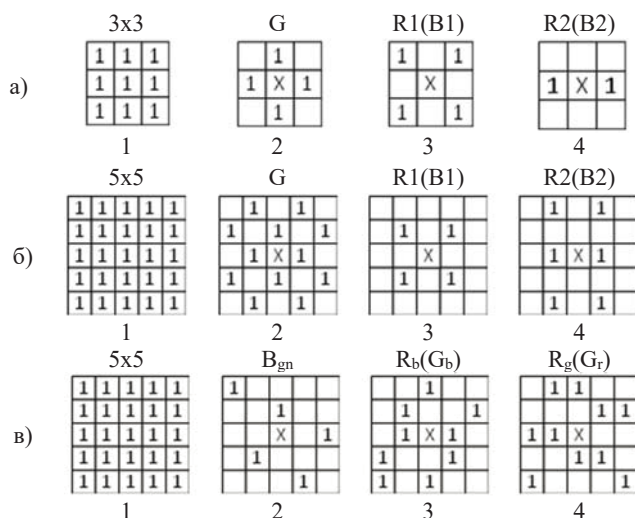


Рис. 3. Структуры дискретизации МСФ: а) RGB Байера 3 на 3; б) RGB Байера 5 на 5; в) крестообразная структура 5 на 5

Воздействия ОС, ААФ и формы пикселя являются независимыми от используемых структур дискретизации и всегда вносят одинаковые изменения, для конкретно заданной системы (разрешения и размеров считывающей матрицы и ее элементов).

По существу, различия результата воздействия преобразующего тракта на СИ, представленного уравнением (1), определяются оставшимся его членом  $K_{sdi}(w_x, w_y)$ . Характеристика структуры дискретизации зависит от базового блока МСФ и задаваемого им взаимного расположение используемых для интерполяции пикселей в пределах одной цветовой составляющей и размер обрабатываемой области (рис. 3).

### Массив Байера размерами 3x3 элемента

Самой простой в одноматричных камерах является структура Байера размером 3x3 элемента, построенная с применением RGB (REB, RYB) массивов светофильтров. Обозначим число светочувствительных элементов такого блока по горизонтали и вертикали как  $N_x=3$  и  $N_y=3$ . Полное число периодов между центрами всех элементов блока в каждом направлении будет на один меньше:  $n_x=2$ ;  $n_y=2$ .

Если представить каждый элемент как смещенную дельта-функцию и записать их распределение в пространстве, то описание структуры дискретизации можно выразить как произведение таких сумм в ортогональных по пространству направлениях:

$$d(x, y) = \sum_{p=-\frac{n_x}{2}}^{\frac{n_x}{2}} \delta(x - px_1) \sum_{l=-\frac{n_y}{2}}^{\frac{n_y}{2}} \delta(y - ly_1) \quad (4)$$

где  $x_1$  и  $y_1$  – период дискретизации в горизонтальном и вертикальном направлениях,  $\delta(x)$  – одномерная дельта-функция, а за точку начала координат берется положение центрального отсчета.

В спектральной области после преобразования Фурье уравнение (4) будет иметь вид:

$$D(w_x, w_y) = \sum_{p=-\frac{n_x}{2}}^{\frac{n_x}{2}} e^{-iw_x px_1} \sum_{l=-\frac{n_y}{2}}^{\frac{n_y}{2}} e^{-iw_y ly_1} \quad (5)$$

Упростив выражение по формуле Эйлера (синусные составляющие сокращаются вследствие четности функции), получим следующее выражение для спектра дискретизации структуры размерами 3 на 3 элемента:

$$D(w_x, w_y) = \left( 1 + \sum_{p=1}^{\frac{n_x}{2}} 2 \cos(w_x px_1) \right) \left( 1 + \sum_{l=1}^{\frac{n_y}{2}} 2 \cos(w_y ly_1) \right) \quad (6)$$

Выражение (6) представляет собой воздействие структуры дискретизации на пространственный спектр при условии использования всех 9 значений пикселей, лежащих в области 3 на 3.

Используя полученное выражение можно произвести расчет итогового воздействия всех преобразований светового потока в цифровой сигнал с помощью формулы 1. Построить график, а также произвести анализ частотных характеристик в различных направлениях.

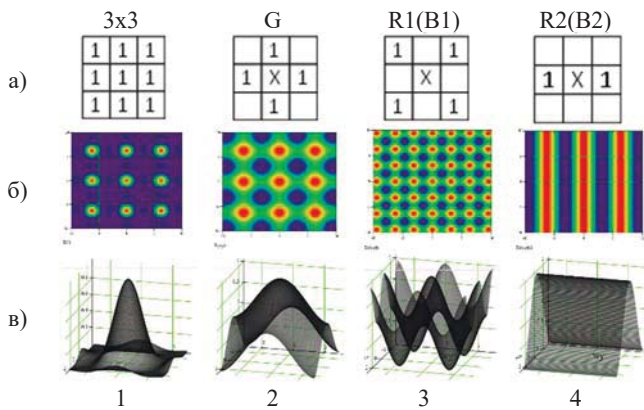
Однако анализировать саму область 3 на 3 для устройств с одноматричными преобразователями не имеет смысла (хотя возможно применение анализа такой структуры для многоматричных или ч/б систем), поскольку для каждой цветовой составляющей применяется своя структура используемых отсчетов и более важным является расчет воздействий именно этих структур.

При восстановлении G составляющей структура исходного блока видоизменяется, поскольку из 9 отсчетов блока 3 на 3 используются только 4 (рисунок 3а1). Используя методику расчета спектра блока 3 на 3, заполненного 9 отсчетами, запишем выражение для пространственной структуры дискретизации такого блока для G составляющей как сумма смещенных дельта-функций, но взятых уже с учетом расположения отсчетов именно этой цветовой составляющей.

После преобразования и упрощения изначального выражения, спектр данного блока будет рассчитываться по формуле:

$$D_{grgb33}(w_x, w_y) = 2 \cos(w_x x_1) + 2 \cos(w_y y_1) \quad (7)$$

а его характеристика, в пределах области равной одной частоте дискретизации, соответствовать графику рисунка (4в1).



**Рис. 4.** Спектральные характеристики структур дискретизации различных цветových составляющих массива Байера для блока 3x3: а) структуры цветových компонент; б) спектральная область, ограниченная несколькими частотами дискретизации структуры 3x3 в обоих направлениях; в) спектральная область в пределах одной частоты дискретизации блока 3x3

Для восстановления R и B составляющих используется два вида структур (рис. 3а3,4), в зависимости от того, в какой позиции находится восстанавливаемый пиксель. Для структуры, представленной на рисунке 3а3, спектр, построенный по тому же принципу, будет описываться следующей формулой:

$$D_{rbgrb33}(w_x, w_y) = 2 \cos(w_x x_1) 2 \cos(w_y y_1) \quad (8)$$

а для структуры, представленной на рисунке 3а4 - формулами

$$D_{rghrgb33}(w_x, w_y) = 2 \cos(w_x x_1) \quad (9)$$

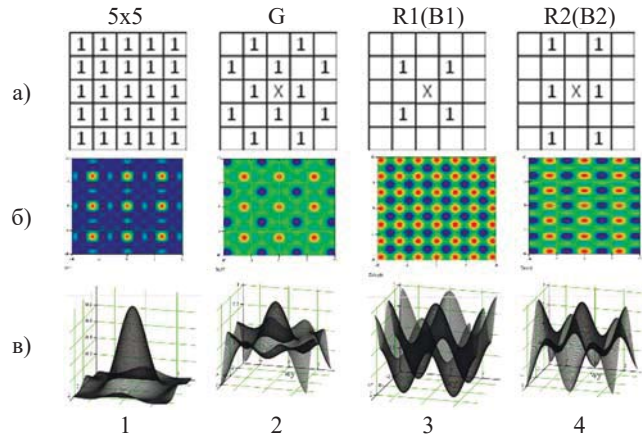
$$\text{и } D_{rgvrgb33}(w_x, w_y) = 2 \cos(w_y y_1) \quad (10)$$

соответственно для горизонтального и вертикального расположений исходных отсчетов.

На рисунке 4 представлены спектральные характеристики всех возможных структур цветových компонент для блока Байера 3x3 рассчитанных по предложенной методике [1].

### Массив Байера размерами 5x5 элементов

В блоке размерами 5 на 5 элементов для массива Байера (RGB)  $n_x=4$  и  $n_y=4$ . Спектральные свойства такого блока представлены на рисунке 5в1. При восстановлении G компоненты из блока 5 на 5 используются уже 12 из 25 отсчетов, а спектр данной составляющей для соответствующего ей распределения отсчетов будет выглядеть, как показано на рисунке 5в2.



**Рис. 5.** Спектральные характеристика структур дискретизации различных цветových составляющих массива Байера для блока 5x5: а) структуры цветových компонент; б) спектральная область, ограниченная несколькими частотами дискретизации структуры 5x5 в обоих направлениях; в) спектральная область в пределах одной частоты дискретизации блока 5x5

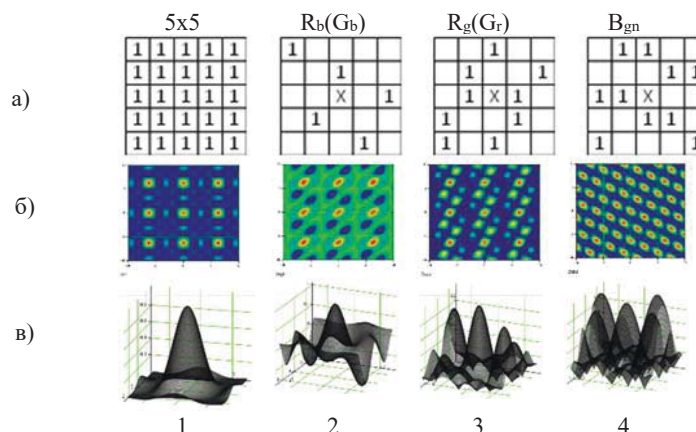
Для одного из вариантов структуры R и B составляющих в блоке 5x5 (рисунок 5в3) спектральное распределение останется таким же как было в блоке 3x3, поскольку новых отсчетов в этой структуре не добавилось, но для второго варианта (рисунок 5в4), оно изменится в том направлении, где отсчетов стало больше.

### Крестообразный массив размерами 5x5 элементов

По такой же аналогии можно исследовать спектры воздействий и любых других структур дискретизации, как для целых областей, так и для какой-то отдельной цветовой составляющей. При этом, конечно, могут возникать довольно сложные формулы, даже после всех преобразований и упрощений, как, например, для зеленой составляющей в крестообразной структуре, соответствующей рисунку 6в2:

$$D_{gbxrgb}(w_x, w_y) = 2 \cos(w_y y_1) + 2 \cos(w_x x_1 + w_y y_1) + 2 \cos(w_x x_1) + 2 \cos(w_x x_1 - w_y y_1) + 2 \cos(2w_x x_1 - 2w_y y_1) \quad (11)$$

Особенностью крестообразной структуры является одинаковое увеличенное соотношение зеленых и красных составляющих по сравнению с синей, и у этих составляющих аналогичные структуры субдискретизации (рис. 6а2,3), а количество отсчетов синей составляющей уменьшено (рис. 6а4) и для нее всегда одинаковая структура субдискретизации.



**Рис. 6.** Спектральные характеристики структур дискретизации различных цветовых составляющих крестообразного массива для блока 5x5: а) структуры цветовых компонент; б) спектральная область, ограниченная несколькими частотами дискретизации структуры 5x5 в обоих направлениях; в) спектральная область в пределах одной частоты дискретизации блока 5x5

### Метод расчета параметров ААФ для коррекции спектральных характеристик в зависимости от используемых структур дискретизации МСФ

Для построения спектральной характеристики цветовой субдискретизации и последующего расчёта оптимальных ААФ предлагается выполнить следующие шаги:

- определить пределы окна области обработки сигнала (демозаикизации).
- для каждой  $i$ -ой цветовой составляющей и каждой  $j$ -ой позиции отсутствующего в ней элемента записать структуру отсчетов для исследуемого МСФ в виде смещенных дельта-функций в ортогональных по пространству направлениях в пределах окна области обработки сигнала.
- для каждой структуры перейти в спектральную область и, разложив по формуле Эйлера все компоненты, максимально упростить выражение.
- дополнить результат аналитическими описаниями воздействий ОС и ЭС.
- получившийся результат спектрального воздействия каждой  $j$ -ой структуры и будет описывать спектральное воздействие цветовой субдискретизации в пределах анализируемого окна.
- после отдельного и совместного анализа спектральных воздействий  $j$  структур, подставив их в уравнение (1) и задав ограничения на  $S_i(w_x, w_y)$ , решить уравнение относительно каждого отдельного  $K_{aaf}(w_x, w_y)$ , или одного общего  $K_{aaf}(w_x, w_y)$ .
- полученный(ые)  $K_{aaf}(w_x, w_y)$  ( $K_{aaf}(w_x, w_y)$ ) и будут корректировать пространственные характеристик изображения, приводя их к заданным  $S_i(w_x, w_y)$  характеристикам.

### Расчет оптимальных ААФ для исследуемых структур МСФ

При рассмотрении графиков частотных характеристик цветовой дискретизации на рисунке 4в 2,3, отчетливо видны различия в граничных частотах сигналов зеленой G и красной R(B) составляющих. Это связано с более частым, по сравнению с красной и синей, следованием отсчетов зеленой цветовой составляющей на поверхности матрицы.

Ввиду этого становится очевидным, что для более качественного и детального преобразования свет-сигнал, в массивах со структурой Байера необходимо проводить раздельную предфильтрацию пространственных частот с помощью ОС или ААФ для зеленой и красной(синей) цветовых составляющих.

Такие попытки уже небезуспешно предпринимались [9], однако ограничения по спектру таких фильтров ставятся в довольно приближенные рамки. Приведенный в этой статье анализ и исследование, позволяют конкретизировать частотные характеристики ААФ для каждой из цветовых составляющих.

Из графиков, представленных на рисунках 4 и 5 видно, что для одних и тех же цветовых составляющих, восстанавливаемых в пределах одного блока МСФ, получаются разные спектральные распределения, значительно отличающиеся друг от друга. В таких условиях, применяемая для выравнивания АЧХ сигнала апертурная коррекция [11] будет давать искажающие результаты, поскольку применяется она ко всем отсчетам одновременно и не взирая на специфику отдельных групп симметричных в пределах данной структуры пространства отсчетов.

Так, например, для структур (рис. 4в3) необходимо применять коррекцию с равномерной по всем направлениям характеристикой, а для структуры (рис. 5в4) необходима большая коррекция в горизонтальном направлении и меньшая в вертикальном, причем для каждой из составляющих своя.

Для структур с крестообразным формированием МСФ коррекция должна быть еще более сложной. На рисунке 6в видно, что для каждой из трех цветовых составляющих и их расположений должна быть исключительно своя апертурная коррекция, хотя для G и R они будут идентичны.

В крестообразных структурах МСФ частота следования зеленых и красных отсчетов в основном блоке в два раза больше, чем частота следования синих отсчетов, из-за чего требования к ААФ для красной составляющей в системах использующих такие массивы снижаются и должны обладать такой же характеристикой как и для зеленых. Однако такое правило действует только для восстанавливаемых красных и зеленых составляющих на месте синей (центральной для крестообразного блока) составляющей.

При восстановлении красной и зеленой составляющих в отличных от центральной позиции блока МСФ местах, появляются обусловленные несимметричностью структуры дополнительные ВЧ составляющие (рис. 6в3), которые могут проникать при дискретизации в НЧ область сигнала. Таким образом, для подавления этих ВЧ составляющих ААФ и ОС должны выбираться такими, чтобы обеспечивалось подавление всех частот выше минимальной из частот дискретизации цветных составляющих, и в приведенной крестообразной структуре это будет частота дискретизации синей составляющей.

Поскольку спектральные характеристики ОС, ЭС и каждого из ПСС в области пространственных частот в разрабатываемых устройствах принимаются постоянными, но различаются структуры МСФ, а ААФ может быть рассчитан для каждой конкретной структуры МСФ, можно провести коррекцию итогового распределения каждого из рассмотренных МСФ с учетом известных характеристик воздействия ОС и размеров ЭС.

Математическое описание воздействия ААФ зависит от физического принципа его реализации. Например, в [2] фильтрация осуществляется с помощью применения линзы, имеющей форму равнобедренного треугольника или усеченной пирамиды. Принцип действия ААФ такой же, как и у любого другого КИХ-фильтра. Отсчеты сигналов пикселей за счет призмы берутся в пределах окна с заданными весовыми коэффициентами и формируют значение результирующего пикселя.

В [2] формирование сигнала осуществляется всего из трех пикселей, при этом вклад боковых пикселей одинаков, и может варьироваться от 0 до 1. Спектральную характеристику такого фильтра можно описать выражением:

$$K_{aaf1}(w_x) = a_0 + 2a_1 \cos(w_x) \quad (12)$$

где  $a_0$  – коэффициент ослабления светового потока при прохождении через центр призмы, а  $a_1$  – коэффициент ослабления светового потока при прохождении через грань призмы.

Фильтр может быть сформирован из нескольких идентичных структур. При этом сами эти структуры могут располагаться как ортогонально, так и параллельно. В первом случае, свойства фильтров наложатся друг на друга, а во втором – просто увеличится его размерность и уравнение (12) примет вид:

$$K_{aaf1}(w_x, w_y) = (a_0 + 2a_1 \cos(w_x))(a_0 + 2a_1 \cos(w_y)) \quad (13)$$

При параллельном расположении идентичных фильтров получаемую ЧКХ можно описать следующим уравнением:

$$K_{aaf2}(w_x, w_y) = (a_0^2 + a_1^2 + 4a_0a_1 \cos(w_x) + 2a_1^2 \cos(2w_x))(a_0^2 + a_1^2 + 4a_0a_1 \cos(w_y) + 2a_1^2 \cos(2w_y)) \quad (14)$$

При известных характеристиках ОС, элемента считывания, формулы, описывающей воздействие ААФ, и указанного условия, при заданных остальных параметрах системы, с помощью изменения коэффициентов пропускания  $a_0$  и  $a_1$ , можно добиться коррекции спектральных характеристик исследуемой системы, которые будут оптимальны для отдельного случая совокупности МСФ и ОС. Рассчитать параметры искомого ААФ для предложенного выше ПСС, можно решив уравнение (1), подставив в него требуемое  $S_i(w_x, w_y)$  и известные  $K_{sdif}(w_x, w_y)$ ,  $K_{oc}(w_x, w_y)$  и  $K_{el}(w_x, w_y)$ .

Характеристика ААФ не зависит от абсолютных значений коэффициента пропускания светового потока центральной и двумя боковыми гранями призмы, а лишь от их отношения, но для нормировки можно приравнять их сумму к  $a_0 + 2a_1 = 1$ . Характеристики  $K_{el}(w_x, w_y)$  и  $K_{oc}(w_x, w_y)$  нам известны заранее. Таким образом, уравнение необходимо будет решить относительно только одной переменной – либо  $a_0$ , либо  $a_1$ .

Для решения этого уравнения необходимо задать значения частоты в интересующих нас направлениях и требуемые результирующие ослабления сигнала на этих частотах. Например, для частоты 0.5 и ослабления 0.1 в обоих направлениях следования пикселей будем обозначать как  $S_i(0, 0.5) = S_i(0.5, 0) = 0.1$ .

Для систем, использующих структуры с массивами Байера, характерно увеличенное число отсчетов зеленой цветовой составляющей по сравнению с красной и синей цветовыми составляющими.

Такое распределение отсчетов по поверхности матрицы подразумевает присутствие при считывании сигналов зеленой цветовой составляющей более высоких пространственных частот (рис. 4в 1,2), чем при считывании синей и красной цветовой составляющих. Таким образом, ААФ в первую очередь должен обеспечивать заданное ослабление ВЧ-составляющих для красной и синей цветовой составляющих, чтобы ограничить их проникновение в НЧ область при дискретизации сигнала.

При этом ограничение ВЧ-составляющих для зеленой компоненты будет происходить автоматически, поскольку фильтр, подходящий для красной и синей составляющих, заведомо будет подходить для более высокочастотной зеленой составляющей. Подставив в уравнение 1 частоту 0.125, соответствующую максимальной удвоенной относительной частоте дискретизации синей и красной составляющих, и задав итоговое ослабление воздействия на выходе всей системы, например, уровнем 0.3. Рассчитаем такой фильтр:

$$K_{oc}(0.125, 0)K_{el}(0.125, 0)D_{rbrgb}(0.125, 0) \times K_{aafbrgb}(0.125, 0) = 0.3 \quad (15)$$

где  $K_{aafbrgb}$  – характеристика ААФ для отсчетов R составляющей на месте B составляющей в RGB массиве Байера.

Решив это уравнение, мы получим значение периода повторения решеток ААФ  $f_{rbrgb} = 2.45$ , при котором его характеристики будут удовлетворять заданному условию ( $D_{rezRBRGB}(0.125, 0) = 0.296$ ) для синей и красной цветовой составляющих в МСФ со структурой Байера представленных на рисунках 4 и 5. Подставив  $f_{rbrgb} = 2.45$  в уравнение 13, мы получим характеристику такого фильтра (рис. 7). У полученного фильтра существуют побочные боковые лепестки, которые выходят за уровень 0.3 и занимают довольно обширную область частот больших граничной.

Для устранения этих лепестков необходимо увеличить количество слоев фильтрующих призм в каждом из направлений таким образом, чтобы их уровень был не больше 0.1, а главный лепесток имел на заданной частоте уровень 0.3. Такой фильтр можно реализовать, используя семь слоев призм с частотой повторения решеток  $f_{rbrgb} = 2.34$  (рис 8).

Фильтр с такими характеристиками позволит избежать искажений, связанных с проникновением в каналы синей и красной цветовой составляющих паразитных частот, однако значительно сузит полезную частотную область зеленого канала. Рассчитаем отдельно параметры ААФ для зеленого канала в массивах Байера, подставив в выражение 1 частоту, соответствующую граничной частоте структуры зеленых отсчетов (согласно рисункам 4, 5 она будет в два раза больше) и получим итоговое уравнение:

$$K_{oc}(0.25, 0)K_{el}(0.25, 0)D_{rbrgb}(0.25, 0) \times K_{aafgrgb}(0.25, 0) = 0.3 \quad (16)$$

где  $K_{aafgrgb}$  – характеристика ААФ для отсчетов G составляющей на месте B(R) составляющей в RGB массиве Байера.

Решив данное уравнение, функция ААФ будет задаваться следующим периодом повторения призмных решеток:  $f_{grgb} = 1.1$ . При этом значение ослабления  $D_{rezGRGB} = 0.297$ , что удовлетворяет заданным требованиям. График спектра, построенный для этого фильтра (рис. 9), так же показывает,

что побочные лепестки практически отсутствуют. Такой эффект достигается за счет сильного ослабления амплитуды частот больших половины частоты дискретизации оптической системой, что не могло происходить в случае с красной и синей составляющими, поскольку побочные лепестки их фильтра лежат в пределах частот пропускания ОС.

Для расчета ААФ для структур с крестообразными массивами светофильтров, необходимо в первую очередь учесть тот факт, что из-за несимметричности расположения отсчетов одних и тех же цветовых составляющих в пространстве, распределение спектра происходит под углом к осям  $w_x$  и  $w_y$ , как это показано на рисунке 6. Таким образом, необходимо повернуть характеристику относительно начала координат так, чтобы наиболее широкая ее область была параллельна оси  $w_x$ . После этого необходимо рассчитать отдельно фильтр для горизонтального направления и отдельно для вертикального.

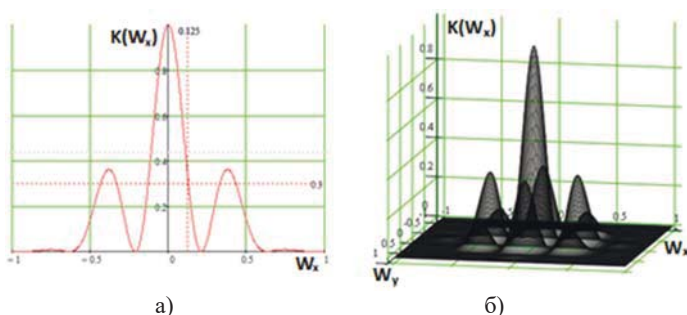


Рис. 7. Спектральная плотность ААФ для красной и синей составляющих структуры Байера при 1 слое призмы:  
а) сечение при  $w_y=0$ ; б) полная

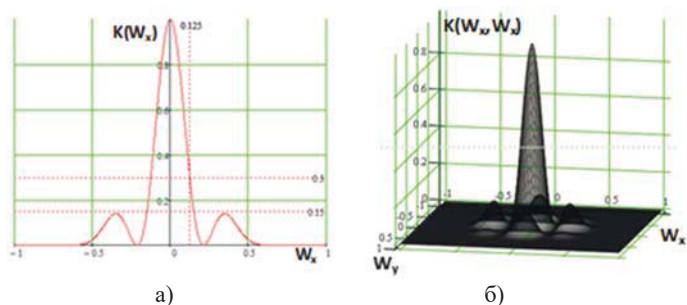


Рис. 8. Спектральная плотность ААФ для красной и синей составляющих структуры Байера при 7 слоях призмы:  
а) сечение при  $w_y=0$ ; б) полная

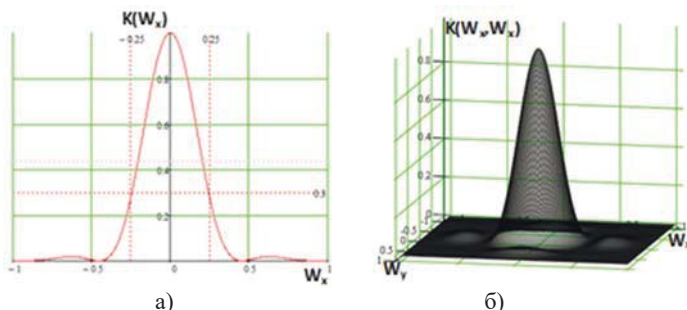


Рис. 9. Спектральная плотность ААФ для зеленой составляющей структуры Байера: а) сечение при  $w_y=0$ ; б) полная

Для поворота спектра на заданный угол заменим координаты  $w_x$  и  $w_y$  на соответственно  $w_x \cdot \cos(\alpha) + w_y \cdot \sin(\alpha)$  и  $-w_x \cdot \sin(\alpha) + w_y \cdot \cos(\alpha)$ . Где  $\alpha$  является углом поворота.

В случае с каждой из трех цветовых составляющих крестообразного массива, для отсчетов отдельной составляющей угол будет одинаков, однако различен для составляющих в целом. Поскольку в количественном соотношении и в пространственном распределении на поверхности матрицы отсчеты красной и зеленой цветовых составляющих отличаются только взаимной ортогональностью, то фильтр для этих составляющих можно использовать одинаковый и рассчитать его можно только для одной из этих составляющих.

Рассмотрим случай зеленой цветовой составляющей, для которой угол наибольшей интенсивности спектра (рис. 6в2, красные области) составляет 45 градусов и рассчитаем его параметры для двух направлений:

$$K_{oc}(0.25,0)K_{el}(0.25,0)D_{rbrgb}\left(0.25\frac{\sqrt{2}}{2},0.25\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \\ \times K_{aafbrgb}(0.25,0) = 0.3 \quad (17)$$

для вертикального и

$$K_{oc}(0.25,0)K_{el}(0.25,0)D_{rbrgb}\left(0.0625\frac{\sqrt{2}}{2},0.0625\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \\ \times K_{aafbrgb}(0.25,0) = 0.3 \quad (18)$$

для горизонтального направлений.

Решив уравнение для вертикального направления, мы получим такой же результат, как и в случае с массивом Байера для зеленой составляющей  $f_{xgbv}=1.1$ . Что является закономерным результатом, поскольку пусть даже изменилось расположение отсчетов в пространстве, но расстояние между ними, а, следовательно, и частота дискретизации, и весовой коэффициент каждого из отсчетов остались неизменными.

В горизонтальном же направлении, ввиду причин, описанных при расчете фильтра R и B составляющих для массивов со структурой Байера, необходимо не только изменить период следования призмы в фильтре, но и увеличить число самих преломляющих слоев, чтобы добиться нужного ослабления на всей интересующей нас области. Такой результат достигается только при  $f_{xgbg}=4.05$  и 10 слоях призмы.

Итоговый результат спектральной плотности пространственного ААФ получается с помощью перемножения характеристик вертикального и горизонтального фильтров и представлен на рисунке 10.

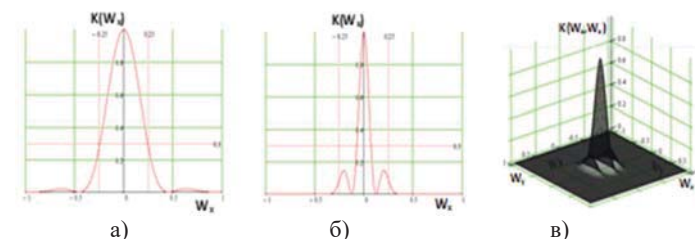
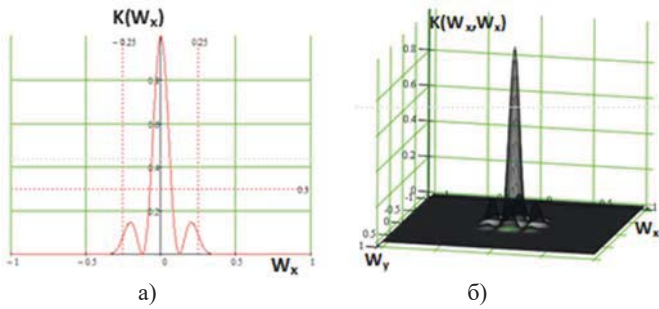


Рис. 10. Спектральная плотность ААФ для зеленой и красной составляющих крестообразной структуры:  
а) сечение при  $w_y=0$ ; б) сечение при  $w_x=0$ ; в) полная

Для синей составляющей ААФ будет изотропным в виду симметричности частот дискретизации в направлениях  $w_x$  и  $w_y$ . Как и в случае с зеленой компонентой при расчете параметров ААФ синей составляющей необходимо провести поворот спектра на 45 градусов.



**Рис. 11.** Спектральная плотность ААФ для зеленой и красной составляющих крестообразной структуры:  
а) сечение при  $w_y=0$ ; в) полная

Как видно из структуры дискретизации крестообразных массивов для синей цветовой составляющей, в обоих направлениях  $w_x$  и  $w_y$ , половина частоты дискретизации является одинаковой и составляет 0.0625 от частоты дискретизации считывающих элементов. Фильтр с такими параметрами был рассчитан для одного из направлений зеленой составляющей и имеет  $f_{xgbg}=4.05$  и 10 слоев призм. Но в отличие от зеленой составляющей в обоих направлениях ААФ для синей составляющей должен иметь одинаковые характеристики, следовательно необходимо перемножить фильтр для направления  $w_x$  и фильтр для направления  $w_y$  (рис. 11).

#### Расчет амплитудных свойств сигналов восстанавливаемых цветовых составляющих

Относительно каждой из структур, представленных на рисунках 4-6, можно вычислить два параметра, характеризующих свойства сигналов, получаемых с их помощью. Этими параметрами являются: оценка амплитуды помех, вносимых в сигнал из-за неотфильтрованных частот выше частоты дискретизации, в случае, когда применяется фильтр для максимальной из возможных для массива частот дискретизации ЦС, и оценка фильтрации полезной составляющей амплитуды сигнала, в случае, когда применяется фильтр отличный от фильтра для максимальной из возможных для массива частот дискретизации ЦС.

При расчете амплитуды помех необходимо вычислить амплитуду сигнала в целом  $E_{ci}$  и амплитуду шумовых составляющих, лежащих за пределами полезной частоты сигнала  $E_{pi}$ . При известных  $w_{dix}, w_{diy}$  – частотах дискретизации по направлению  $w_x$  и  $w_y$   $i$ -ой ЦС и  $w_{aafix}, w_{aafiy}$  – граничных частотах по направлению  $w_x$  и  $w_y$  используемого фильтра, можно вычислить амплитуду полезного сигнала:

$$E_{ci} = \int_0^{w_{dix}} \int_0^{w_{diy}} S_i(w_x, w_y) dw_x dw_y \quad (19)$$

Для вычисления амплитуды помехи  $E_{pi}$  нужно амплитуду сигнала, выходящего за частоту дискретизации  $E_{fi}$ :

$$E_{fi} = \int_0^{w_{aafix}} \int_0^{w_{aafiy}} S_i(w_x, w_y) dw_x dw_y \quad (20)$$

и вычесть из нее значение амплитуды полезного сигнала. При этом амплитуда полезного сигнала, в случае превышения частоты дискретизации над частотой фильтрации, будет вычисляться как  $E_{fi}$ , а разность  $E_{di}=E_{ci}-E_{pi}$  будет показывать потери полезной составляющей сигнала из-за фильтрации.

По полученным значениям можно для каждой ЦС всех структур МСФ вычислить коэффициент  $K_{di}=E_{fi}/E_{ci}$ , который будет показывать отношение значения амплитуды помехи(потерь) к амплитуде сигнала. Данный коэффициент позволяет оценить искажения сигнала изображения, а также составить оценку потерь в сигнале.

В результате, как и ожидалось, наилучшими спектральными характеристиками из исследуемых МСФ, обладает МСФ со структурой Байера размерами 5 на 5 элементов, с использованием фильтра для  $G$  составляющей. Этот массив выигрывает по показателям  $K_d$  для  $G$  составляющей на 11% у массива с количеством элементов 3 на 3, и больше чем в три раза у наилучшего для крестообразной структуры массива с фильтром для  $G$  составляющей.

Амплитуда сигнала для этого массива является почти максимальной из рассматриваемых, за исключением случая массива Байера для 3 на 3 элемента, однако разница составляет всего 1,6%. При использовании для этого массива фильтра  $R(B)$  составляющей  $K_d$  равен 4,1. Такой показатель говорит о том, что в области полезных частот, сигнал  $G$  составляющей при таком фильтре теряет 80% своей энергии, что делает такую систему неприемлемой для использования с точки зрения КПД и помехозащищенности. Также, фильтр для  $R(B)$ , помимо урезания полезной составляющей  $G$  компоненты, пропускает значительное количество паразитных частот  $R$  и  $B$  компонент, для которых значения  $K_{помехи(потерь)}$  равны 1.1.

При наилучшем значении  $K_{помехи(потерь)}$  для  $G$  составляющей, значения  $K_{помехи(потерь)}$  для  $R$  и  $B$  составляющих равны 2,79, что приводит к значительному искажению считываемого сигнала при наличии паразитных частот и возникновению искажений муарового типа в этих каналах, с которыми будет невозможно бороться после детектирования сигнала.

#### Заключение

Предложенный метод расчета параметров ААФ, использующий результаты анализ структур дискретизации МСФ, позволяет оптимизировать по заданным критериям совокупное воздействие элементов ОТ и цветовой субдискретизации на итоговые спектральные характеристик изображений, точнее определить форму спектра областей для каждой из структур дискретизации, учитывая их специфику при обработке изображений и их коррекции. Рассчитав спектральные характеристики с помощью предложенного метода, можно добиться полной, или частичной требуемой коррекции характеристик изображений еще до этапа детектирования сигнала, и, таким образом, свести к минимуму потребность в последующей обработке.

Как можно увидеть из приведенных на рисунках 4-6 графиков спектральных характеристик сигналов восстанавливаемых ЦС, в каждом из них до фильтрации присутствует довольно большая НЧ составляющая, и разница каждого из них от другого заключается в основном в области ВЧ. После же фильтрации формы и распределения каждой ЦС становятся почти сходными, и отличаются лишь незначительными отклонениями в ВЧ области, причем спектры основной (в случае ее присутствия) составляющей немногим шире дополнительных.

Такая особенность спектрального распределения говорит о том, что во многом характеристики используемых МСФ, при незначительном различии частот дискретизации ЦС

(в два раза и менее по какому-либо из направлений), зависят именно от оптической системы и ААФ, и во вторую очередь от уже самой структуры. При этом, учитывая, что в ЗСЧ преимущественно наибольшее значение отдается яркостной составляющей сигнала изображения, и спектрально-значимой является G составляющая, можно дать несколько рекомендаций, позволяющих наиболее оптимальным образом синтезировать МСФ:

– В массиве должна присутствовать хотя бы одна основная ЦС, при этом, спектральная чувствительность светофильтра, реализовывающего ее на поверхности матрицы, должна максимально близко соответствовать средневолновому пикменту ЗСЧ, а частота дискретизации такой ЦС должна быть максимально приближена к частоте дискретизации считывающего устройства.

– Распределение светофильтров основной ЦС на поверхности матрицы должно осуществляться таким образом, чтобы максимальные частота их следования располагались соответственно максимумам характеристике ЗСЧ в области пространственных частот, то есть в горизонтальном и вертикальном направлениях.

– Дополнительные ЦС должны формировать своей структурой псевдослучайные массивы, с чередованием равномерной и неравномерной дискретизаций по тем же направлениям, что и основная ЦС, для возможности применения комбинированного экстраполяционно-интерполяционного метода восстановления значений недостающих пикселей [13]. Однако случайное распределение светофильтров должно быть регулярным для возможности использования общих алгоритмов восстановления недостающих значений.

– При применении ААФ в устройстве, он должен рассчитываться для основной ЦС. В случае технической возможности, так же должны вводиться дополнительные ААФ, с характеристиками, удовлетворяющими оставшимся ЦС.

Соблюдение предложенных рекомендаций при создании МСФ позволит максимально эффективно использовать полезную полосу их спектральных характеристик, при этом нейтрализуя негативное влияние шумовых составляющих и максимально качественно использовать полезные составляющие сигналов, а особенности расположения светофильтров дополнительных ЦС на поверхности матрицы дадут возможность более детального восстановления недостающих значений отсчетов.

## Литература

1. Романов С.Г., Потапников А.М. Анализ структур дискретизации массивов светофильтров в современных одноматричных преобразователях свет-сигнал // Перспективные технологии в средствах передачи информации: Материалы 11-ой международной научно-технической конференции. Владимир: ВлГУ. 2015. С. 133-136. ISBN 978-5-905527-10-4.
2. Романов С.Г., Потапников А.М. Анализ воздействия оптического тракта системы на характеристики сигналов изображений, формируемых с помощью одноматричных преобразователей свет-сигнал // T-Comm: Телекоммуникации и Транспорт. 2016. № 12. С. 37-42. ISSN 2072-8735
3. Bryce E. Bayer. US patent 3,971,0655 "Color imaging array", Appl №: 555,477, July 20, 1976.
4. Charles Michael Hains, Manu Parmar. U.S. Pat. № 7,701,496 "Color Filter Pattern for Color Filter Arrays Including a Demosaicking Algorithm" Appl. № 11/664,377 Apr. 20, 2010.
5. Munib A. Wober, Richard Sioni. U.S. Pat № 5,475,769 "Method and apparatus for recovering image data through the use of a color test pattern" Appl. № 297,327 Dec. 12, 1995
6. Noriyuki Okisu. U.S. Pat. № 6,091,862 "Pixel interpolation device and pixel interpolation method" Appl. № 08/972,807 Jul. 18, 2000.
7. Gen Sasaki, Takashi Matsutani. U.S. Pat. № 7,206,021 B2 "Hybrid pixel interpolating apparatus and hybrid pixel interpolating method" Appl. № 10/364,381 Apr. 17, 2007.
8. Слюсарев Г.Г. Методы расчета оптических систем. Изд. 2-ое, доп. и перераб. М.: Машиностроение, 1969. 672 с.
9. Hiroaki Okayama, Hirakata; Syusuke Ono, Takatsuki. U.S. Pat. № 5,373,322 "Wavelength selective phase grating optical low-pass filter" Appl. № 690,696 Apr. 24, 1991.
10. Власюк И.В., Балобанов А.В., Басекеев А.А. Анализ пространственно-частотных характеристик распределения светочувствительных элементов в пределах раstra матрицы ПЗС // Метрология и измерительная техника в связи. 2006. № 3. С. 36-40.
11. Быков Р.Е. Основы телевидения и видеотехники. М.: Горячая линия – Телеком, 2006. 402 с.
12. Джад Д., Вишецки Г. Цвет в науке и технике. М.: Издательство «МИР». 1978. 592 с.
13. Пат. 2557261 Российская Федерация. МПК H04N 11/01, H04N 06/01. Способ и устройство формирования сигналов изображений в системах цифрового телевидения стандартной и высокой четкости. В. Н. Безруков, И. В. Власюк, С. Г. Романов; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО МТУСИ. № 2013138922/07 ; заявл. 20.08.13 ; опубл. 27.02.15, Бюл. № 20.

## METHOD OF CALCULATION OF PARAMETERS OF ANTI-ALIASING FILTERS FOR CORRECTION OF SPECTRAL CHARACTERISTICS DEPENDING ON THE SAMPLING STRUCTURES USED IN COLOR FILTER ARRAYS

Sergey G. Romanov, MTUCI, Moscow, Russia, [safit87@inbox.ru](mailto:safit87@inbox.ru)

Igor V. Vlasuyk, MTUCI, Moscow, Russia, [safit87@inbox.ru](mailto:safit87@inbox.ru)

### Abstract

When developing algorithms and methods for generating and processing image signals (IS) used in devices based on single-matrix light-to-signal converters (LSC), the effects of not only the elements of the system included in the optical pathway (OP) located directly between the exposed image and device sensor, but also the specifics of the structure of color filter arrays (CFA) used in such cameras, applied to the surface of the matrix. In this article analyzed the most popular SSF subsampling structures and their impact on the spatial characteristics of the generated images. Based on the model for constructing these characteristics, a method is given for calculating the optimal parameters of anti-aliasing filters that match the properties of the OP and the sensor for a given characteristic of the optical system. Specific examples of calculating and optimizing such filters and evaluating their impact on the amplitude characteristics of signals are given. Based on the results of applying the developed method, formulated recommendations for the design of the CFA.

**Keywords:** spatial characteristics of images, color filter arrays structures, camera sensor, optical system, anti-aliasing filter.

### References

1. Romanov S.G., Potashnikov A.M. (2015). Analysis of discretization structures of arrays of light filters in modern single-matrix light-signal converters. Promising technologies in information transmission media: *Proceedings of the 11th international scientific and technical conference*. Vladimir: VISU. ISBN 978-5-905527-10-4. pp. 133-136. (in Russian)
2. Romanov S.G., Potashnikov A.M. (2016). Analysis of the influence of the optical path of the system on the characteristics of image signals formed using single-matrix light-to-signal converters. *T-Comm*. No. 12 pp. 37-42. ISSN 2072-8735. (in Russian)
3. Bayer B. E., US patent 3,971,0655 "Color imaging array", Appl №: 555,477, July 20, 1976.
4. Hains C. M., Parmar M. (2010), U.S. Pat. № 7,701,496 "Color Filter Pattern For Color Filter Arrays Including a Demosaicking Algorithm" Appl. № 11/664,377 Apr. 20, 2010.
5. Wober M. A., Sioni R., (1995) U.S. Pat № 5,475,769 "Method and apparatus for recovering image data through the use of a color test pattern" Appl. № 297,327 Dec. 12, 1995.
6. Okisu N., (2000). U.S. Pat. № 6,091,862 "Pixel interpolation device and pixel interpolation method" Appl. № 08/972,807 Jul. 18,2000.
7. Sasaki G., Matsutani T., (2007). U.S. Pat. № 7,206,021 B2 "Hybrid pixel interpolating apparatus and hybrid pixel interpolating method" Appl. № 10/364,381 Apr. 17, 2007.
8. Slyusarev G.G., (1969) Methods for calculating optical systems. 2-nd ed., add. and reworked. Publishing House "Engineering", 1969, 672 pages. (in Russian)
9. Okayama H., Ono S., (1991). U.S. Pat. № 5,373,322 Wavelength selective phase grating optical low-pass filter. Appl. № 690,696 Apr. 24, 1991.
10. Vlasuyk I.V., Balobanov A.V., Basekeev A.A. (2006). Analysis of the spatial-frequency characteristics of the distribution of light-sensitive elements within the raster of the CCD matrix. *Metrology and measuring technique in communication*. 2006. No. 3, pp. 36-40. (in Russian)
11. Bykov R. E., (2006). Fundamentals of television and video technology. Moscow: Hotline – Telecom, 2006. 402 p. (in Russian)
12. Judd, D. and G. Wysecki, (1975). Colour in Business, Science and Industry, John Wiley & Sons, Limited: New York, 553 p.
13. Bezrukov V. N., Vlasuyk I. V., Romanov S. G. (2015). Pat. 2557261 Russian Federation. IPC H04N 11/01, H04N 06/01. Method and device for generating image signals in digital television systems of standard and high definition; applicant and patent holder FGOBU VPO MTUCI. No. 2013138922/07; dec. 08/20/13; publ. 27.02.15, Bull. No. 20. (in Russian)

### Information about authors:

**Sergey G. Romanov**, MTUCI, scientist, Moscow, Russia

**Igor V. Vlasuyk**, MTUCI, associate professor, Moscow, Russia