

УМЕНЬШЕНИЕ СЛОЖНОСТИ ДЕКОДИРОВАНИЯ ПАКЕТОВ ОШИБОК БЛОЧНО-ПЕРЕСТАНОВОЧНЫМИ КОДАМИ НА ОСНОВЕ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ПАКЕТА

DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-10-12-19

Manuscript received 12 September 2024;
Accepted 18 October 2024

Вересова Алина Максимовна,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения,
г. Санкт-Петербург, Россия, a.veresova@guap.ru

Ключевые слова: коды с малой плотностью проверок
на чётность, пакеты ошибок, декодирование пакета,
поиск пакета, каналы с памятью

В статье рассматривается передача по каналам с памятью, в которых влияние канала на передаваемую информацию описывается в терминах пакета ошибок. При предположении о том, что количество пакетов, приходящихся на передаваемое слово, не превышает одного, такие ошибки могут быть исправлены, используя декодирование со скользящим окном. При отсутствии информации о местоположении пакета ожидаемое количество попыток декодирования при разных положениях окна равно половине от общего количества возможных положений, вне зависимости от порядка просмотра окон. Целью данной работы является уменьшение сложности декодирования одиночных пакетов. Это может быть достигнуто за счёт сокращения ожидаемого количества просмотренных окон при наличии информации о предполагаемом расположении пакета. В статье рассматривается методика получения такой информации при использовании блочно-перестановочной конструкции кодов с малой плотностью проверок на чётность. Введена функция, позволяющая ранжировать возможные позиции расположения пакета при использовании оконных методов декодирования. Оценка эффективности использования метода, проведённая при помощи имитационного моделирования, показывает снижение среднего числа попыток декодирования при нахождении пакета вплоть до нескольких порядков по сравнению со случайным угадыванием. На основе метода определения положения пакета предложен алгоритм декодирования кодов Гилберта, гарантирующий исправление пакетов ошибок в рамках корректирующей способности кода. Кроме того, предложен алгоритм декодирования пакетов для расширенных кодов Гилберта, включающий в себя декодер кода Гилберта в качестве декодера в надкоде. Алгоритм также позволяет исправлять все пакеты ошибок в пределах корректирующей способности кода. Результаты работы могут быть использованы для построения вычислительно эффективных процедур кодирования и декодирования для повышения достоверности передачи информации по каналам с памятью.

Информация об авторе:

Вересова Алина Максимовна, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Кафедра инфокоммуникационных технологий и систем связи, аспирант, г. Санкт-Петербург, Россия. ORCID 0000-0002-3792-9249

Для цитирования:

Вересова А.М. Уменьшение сложности декодирования пакетов ошибок блочно-перестановочными кодами на основе методики определения местоположения пакета // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №10. С. 12-19.

For citation:

Veresova A.M. (2024) Reducing the complexity of error bursts decoding using block-permutation codes based on the method of determining the location of the burst. *T-Comm*, vol. 18, no.10, pp. 12-19. (in Russian)

Введение

Методы исправления ошибок, не использующие повторную передачу в канале, являются важнейшим инструментом обеспечения надёжной передачи данных. Особенности как физической среды передачи, так и процедур обработки информации на приёмнике приводят к тому, что вероятность искажения отдельного передаваемого символа зависит не только от передаваемого символа и шума в канале, но также от состояния системы передачи (включающей передатчик, канал и приёмник), которое может меняться достаточно медленно. В этом случае говорят о наличии памяти в канале.

В классической теории кодирования, как правило, рассматриваются каналы с независимыми ошибками, а для нейтрализации эффекта памяти используется перемежение. С точки зрения теории информации учёт памяти канала позволяет повысить достижимые скорости передачи, поэтому актуальной задачей является рассмотрение методов кодирования, учитывающих наличие памяти в канале. Такой учёт происходит на основе моделей каналов с памятью. В таких моделях ошибки обычно описываются с помощью пакетов, и во многих случаях местоположение пакетов известно, то есть задача состоит в исправлении пакетов стираний [1, 2]. Более трудная задача декодирования возникает, когда положение пакета неизвестно, и пакет содержит ошибки, а не стирания. Информация о расположении пакета является важной для алгоритмов декодирования, использующих скользящее окно [3].

Важным современным классом помехоустойчивых кодов являются коды с малой плотностью проверок на чётность [4-6]. Эти коды также могут быть использованы для исправления пакетов ошибок [7-10]. В [11] рассматривается итеративная схема низкоплотностных кодов и кодов Рида-Соломона для записи на магнитной ленте. В статье [12] рассматривается задача определения местоположения пакета для канала с двумя состояниями, где каждое состояние описывается гауссовским каналом с разным уровнем шума. В таком случае декодеру доступен мягкий выход канала, который можно использовать для определения положения пакета.

В данной статье рассматривается дискретный канал, в котором недоступна дополнительная информация о надёжности принятых символов.

Описание модели канала

Классической моделью для описания дискретного канала с памятью является модель Гилберта-Эллиотта, которая описывается марковской цепью с двумя состояниями: плохим (B), в котором высокая вероятность ошибки, и хорошим (G), в котором ошибки возникают редко. Для задания модели необходимо зафиксировать вероятности ошибок η_B и η_G , а также вероятности переходов b и g между состояниями. Также зачастую используются частные случаи такой модели: модель Гилберта, в которой $\eta_G = 0$, а η_B обычно выбирается равной 0,5, и марковская модель, где $\eta_G = 0$, а $\eta_B = 1$.

При использовании моделей каналов с двумя состояниями пакетами ошибок естественно считать участки вектора ошибок, соответствующие нахождению в плохом состоянии, то есть участки с большей частотой ненулевых элементов. В теории кодирования часто используется более простое определение одиночного пакета длиной b : это такой вектор ошибок, у

которого первый ненулевой элемент отстоит от последнего на b позиций. Для кода, исправляющего ошибки, может быть введён параметр b_{max} , называемый корректирующей способностью при исправлении одиночных пакетов ошибок и означающий, что любой пакет ошибок длиной $b \leq b_{max}$ может быть корректно исправлен (ему соответствует уникальный синдром). Для линейных кодов можно определить b_{max} с полиномиальной сложностью [13]. В данной статье будем рассматривать упрощённую модель канала с памятью: вектор ошибок представляет собой одиночный пакет фиксированной длины b_{max} , в рамках пакета вероятность ошибки составляет $p = 0,5$.

Кодирование с использованием LDPC-кодов для исправления пакетов ошибок

В современных стандартах связи для обеспечения надёжности передачи данных широко используются коды с малой плотностью проверок на чётность (Low-Density Parity-Check, LDPC). Такие конструкции обладают хорошей способностью к исправлению независимых ошибок при достаточно простых процедурах декодирования. Благодаря разреженной структуре низкоплотностные коды малочувствительны к группированию ошибок и могут использоваться для исправления небольших пакетов с использованием вероятностного декодирования без специальных подходов. Однако при формировании длинных пакетов качество декодирования стандартными методами резко падает.

Зачастую для построения LDPC-кода применяется блочно-перестановочная конструкция проверочной матрицы вида (1), состоящая из блоков C^{ij} , которые являются степенью матрицы циклической перестановки.

$$H = \begin{bmatrix} C^{i_1 1} & C^{i_1 2} & \dots & C^{i_1 p} \\ C^{i_2 1} & C^{i_2 2} & \dots & C^{i_2 p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C^{i_r 1} & C^{i_r 2} & \dots & C^{i_r p} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Такие коды являются квазициклическими и в литературе обозначаются как QC-LDPC. В телекоммуникационных стандартах для исправления независимых ошибок используются конструкции с большим числом блоков, при этом блоки перемежаются нулевыми блоками для увеличения минимального расстояния кода и улучшения свойств итеративного декодирования. При исправлении пакетов ошибок важной характеристикой кода является максимальная длина пакета b_{max} , который этот код может исправить. Известно, что для конструкции вида (1) длина b_{max} исправляемого пакета не превышает размер блока m , и во многих случаях $b_{max} = m - 1$.

Таким образом, в отличие от конструкций LDPC для каналов без памяти, для увеличения длины исправляемого пакета необходимо использовать конструкцию с малым числом блоков большого размера. Е. Гилберт предложил класс кодов для исправления пакетов ошибок. Эти коды могут быть описаны как QC-LDPC коды с $\gamma = 2$ и специальным выбором блоков:

$$H_\Gamma = \begin{bmatrix} I & I & I & I & \dots & I \\ I & C & C^2 & C^3 & \dots & C^{p-1} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица. Важно отметить, что в конструкции Гилберта матрица \mathbf{C} представляет собой циклический сдвиг столбцов единичной матрицы влево, в то время как в современных стандартах рассматривается сдвиг вправо. Корректирующая способность этих кодов рассматривалась в [14].

При $\rho = 3$ коды Гилберта имеют корректирующую способность $b_{max} = m - 1$, но с ростом ρ длина исправляемого пакета линейно снижается до $m/2$.

В [15] рассматривается обобщение кодов Гилберта – трёхполосные коды Гилберта, проверочная матрица которых имеет вид

$$\mathbf{H}_{3-Г} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I} & \dots & \dots & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{C} & \mathbf{C}^2 & \dots & \dots & \mathbf{C}^{\rho-1} \\ \mathbf{C}^{\rho-1} & \dots & \dots & \mathbf{C}^2 & \mathbf{C} & \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Такой код является подкодом для кода Гилберта с соответствующими параметрами m и ρ , и известно, что если размер блока m является простым числом, то обобщённый код Гилберта гарантированно может исправить пакет ошибок длиной $m - 1$.

Также можно ввести в рассмотрение ансамбль QC-LDPC кодов с $\gamma = 4$ и случайным выбором блоков. Так как корректирующая способность таких кодов не может превысить $m - 1$, увеличение количества полос даёт рост числа проверочных символов при неизменных длине кода n и длине пакета b_{max} , то есть приводит к уменьшению эффективности использования избыточности кода. Однако в этом случае появляется большая гибкость в выборе скорости кода за счёт увеличения диапазона значений (γ, ρ) . Данная тенденция будет сохраняться при увеличении γ .

Определение позиции пакета для случайного блочно-перестановочного кода

Для решения задачи исправления одиночных пакетов ошибок может быть применён декодер со скользящим окном длиной b , последовательно рассматривающий возможные расположения пакета и осуществляющий попытки декодирования. Один из таких декодеров предложен в [3]. Если считать, что позиция начала пакета длиной b является случайной и равномерной, то в среднем декодер использует $n - b + 1$ попыток декодирования. Сложность работы такого декодера может быть значительно снижена, если предварительно оценить местоположение пакета. Попробуем это сделать, используя структуру блочно-перестановочной конструкции низкоплотных кодов.

В классическом алгоритме инвертирования бит используется идея мажоритарного декодирования, когда каждая строка проверочной матрицы рассматривается как проверочное соотношение. Информация о том, выполнена ли проверка в конкретной строке, содержится в соответствующем символе синдрома \mathbf{s} принятой последовательности \mathbf{y} или соответствующего ему вектора ошибок \mathbf{e} , где $\mathbf{s} = \mathbf{y}\mathbf{H}^T \pmod{2} = \mathbf{e}\mathbf{H}^T \pmod{2}$. Тогда надёжность каждой позиции принятого слова оценивается с помощью числа невыполненных проверочных соотношений, в которых участвует данная позиция. Формально для этого используется вектор $\mathbf{f} = \mathbf{s}\mathbf{H}$. При мажоритарном декодировании символ считается

ненадёжным, если для него не выполняется более половины проверочных соотношений.

Если ошибки в канале образуют пакет, то можно ожидать концентрацию менее надёжных символов на ограниченном участке, и это может дать информацию о местоположении пакета. Для количественной оценки данного эффекта введём функцию $z_f(i)$ от целочисленного аргумента $i \in \{1, \dots, n - b + 1\}$ при заданном векторе $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_n)$, показывающую среднее число невыполненных проверок в пределах участка длиной b для каждой возможной позиции начала пакета:

$$z_f(i) = \frac{1}{b} \sum_{k=i}^{i+b-1} f_k, \quad i=1, \dots, n-b+1.$$

Ожидается, что функция будет принимать значения, близкие к максимальным, при значениях i , близких к позиции начала пакета. Далее, при определении местоположения пакета, такие позиции будут считаться наиболее вероятными, и порядок рассмотрения возможных расположений пакета может быть задан путём их ранжирования в соответствии со значением $z_f(i)$.

Рассмотрим случайный блочно-перестановочный код с параметрами $\gamma = 4$, $\rho = 8$ и $m = 127$. Такая проверочная матрица задаёт (1016, 511)-код с корректирующей способностью $b_{max} = 126$. На рисунке 1 представлен пример значений вектора \mathbf{f} и функции $z_f(i)$ для данного кода, цветом на рисунке выделено расположение пакета. Можно заметить, что высокие значения $z_f(i)$ могут быть вызваны не только высокими значениями \mathbf{f} , но и большой концентрацией средних значений, то есть более надёжные символы сглаживают значения $z_f(i)$.

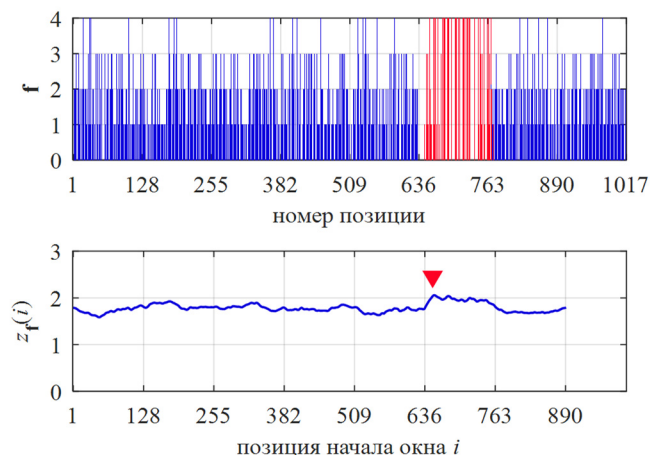


Рис. 1. Пример значений вектора \mathbf{f} и функции $z_f(i)$ для кода $4 \times 8 \times 127$ при $t = 0$

Рассмотрим функцию, в которой меньший вклад будет вноситься надёжными символами, а основной — менее надёжными, то есть введём порог отсечения t и не будем учитывать в сумме значения ниже этого порога. По аналогии с мажоритарным декодированием, будем использовать порог $t = \gamma / 2$. Результат применения такого отсечения показан на рисунке 2. Графики показывают, что значения $z_f(i)$, находящиеся близко к позиции начала пакета, остаются высокими, в то время как значения на остальных участках заметно снизились.

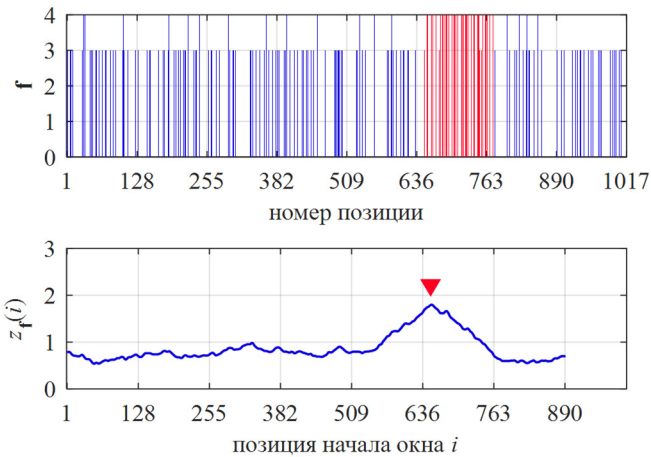


Рис. 2. Пример значений вектора \mathbf{f} и функции $z_f(i)$ для кода $4 \times 8 \times 127$ при $t = 2$

Оценим точность определения позиции начала пакета в зависимости от его местоположения при использовании описанной методики. Будем считать, что перед применением оконного декодера процедура оценивания позиции передаёт декодеру порядок просмотра местоположения окон, ранжированный по убыванию значения функции $z_f(i)$. Отметим, что без использования методики декодер в качестве порядка просмотра использует последовательность $1, 2, \dots, n - b + 1$. Если считать, что начало пакета длиной b равномерно распределено по кодовому слову, то среднее число попыток декодирования оконным декодером составляет $(n - b + 1) / 2$.

При оценке качества предложенного метода будем рассматривать число T попыток определения позиции пакета до нахождения правильной позиции. Так как T является случайной величиной, будем рассматривать минимальное, максимальное и среднее количество попыток $M[T]$. Кроме того, проведём сравнение полученного значения со средним числом попыток при случайном угадывании или последовательном рассмотрении возможных расположений пакета на позициях с 1 до $(n - b + 1)$, которое, как было указано, составляет $(n - b + 1) / 2$.

На рисунке 3 представлена зависимость числа попыток T от позиции начала пакета при использовании описанного подхода без отсеечения малых значений \mathbf{f} .

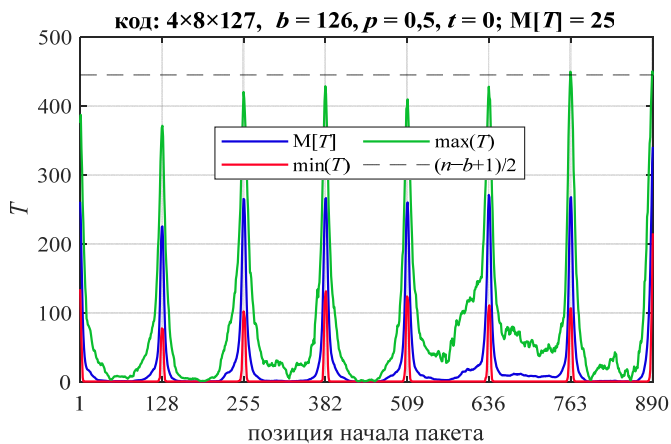


Рис. 3. Зависимость числа попыток определения местоположения пакета от позиции начала пакета без использования порога

На рисунке 4 представлена аналогичная зависимость при использовании порога отсеечения $t = \gamma / 2 = 2$. Графики представлены для пакетов с вероятностью ошибки $p = 0,5$, однако эксперименты показали, что при изменении данного параметра предложенный метод определения позиции пакета показывает аналогичный результат.

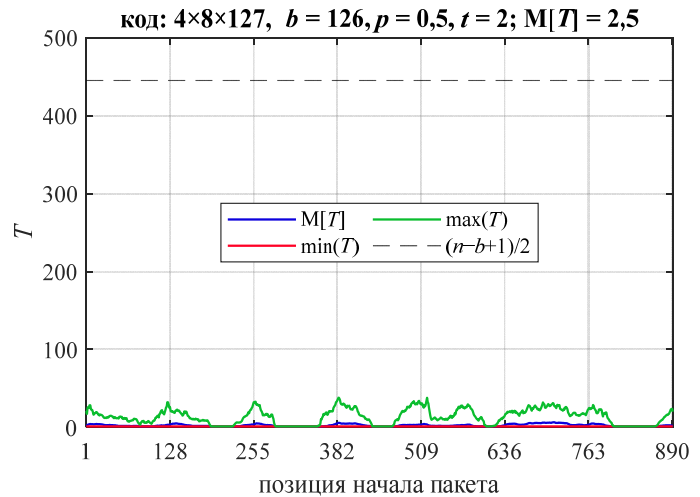


Рис. 4. Зависимость числа попыток определения местоположения пакета от позиции начала пакета при $t = 2$

Из рисунков 3 и 4 видно, что данный подход значительно уменьшает необходимое число попыток: при использовании $t = 0$ (т.е. при отсутствии отсеечения) среднее число попыток уменьшилось с $(n - b + 1) / 2 = 445,5$ до $M[T] = 25$, а при $t = 2$ — до $M[T] = 2,5$. При этом максимальное число попыток угадывания для $t = 2$ не превышает 40. Кроме того, можно заметить, что сложность нахождения правильной позиции пакета зависит от его расположения относительно границ блоков: наибольшее число попыток требуется при нахождении начала пакета близко к границе блока.

Это можно объяснить тем, что при нахождении пакета в пределах блока вес синдрома равен количеству ошибок внутри пакета, умноженному на γ , так как каждый блок содержит не более одной единицы в строке. При расположении пакета ϵ в двух блоках заметное число ненулевых элементов проверочной матрицы при вычислении синдрома $\mathbf{s} = \mathbf{e}\mathbf{H}^T$ компенсируется, вес синдрома снижается и синдром приобретает более специфическую конфигурацию, что помогает определению местоположения пакета.

Рассмотрим возможность применения данной методики для кода из стандарта IEEE 802.11 (Wi-Fi). Проверочная матрица данного кода состоит из 12×24 блоков размером $m = 54$, при этом многие блоки являются нулевыми. Такая структура обеспечивает корректирующую способность $b_{max} = 212$, которая значительно превышает размер блока, однако нерегулярность конструкции приводит к тому, что использование функции $z_f(i)$ для поиска местоположения пакета имеет слабый эффект по сравнению со случайным угадыванием, что можно видеть на рисунке 5.

На рисунке 6 приведены результаты для кода $12 \times 24 \times 53$ с таким же количеством блоков, выбранных случайным образом.

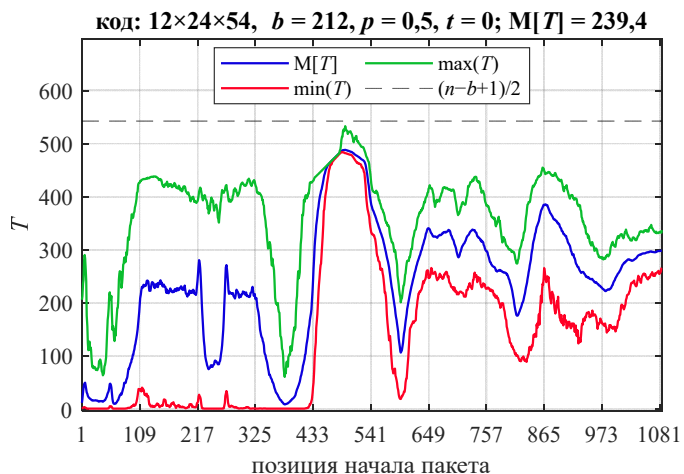


Рис. 5. Зависимость числа попыток определения местоположения пакета от позиции начала пакета для кода из стандарта 802.11

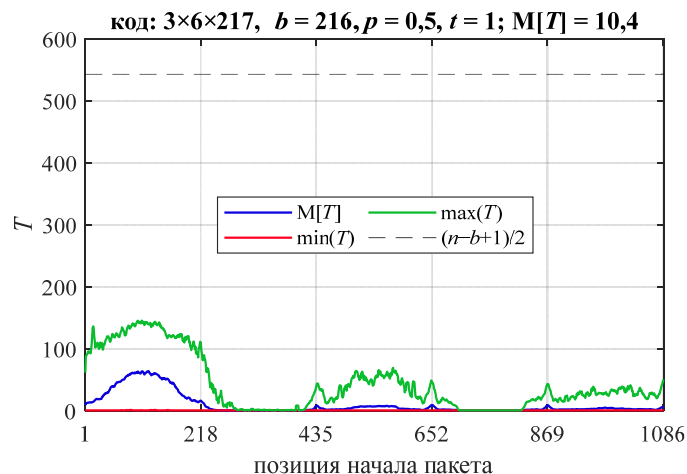


Рис. 7. Зависимость числа попыток определения местоположения пакета от позиции начала пакета для кода 3×6×217

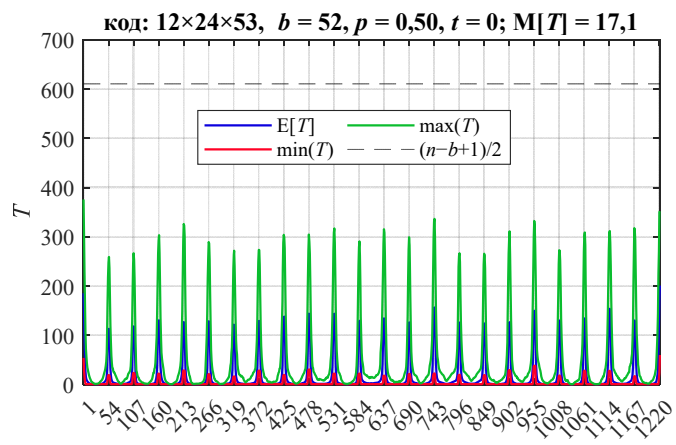


Рис. 6. Зависимость числа попыток определения местоположения пакета от позиции начала пакета для кода 12×24×53

Как можно видеть, среднее количество попыток угадывания для случайного кода даже без использования порога отсечения существенно меньше, чем для кода из стандарта Wi-Fi. Это объясняется тем, что в случайном коде веса столбцов не уменьшаются нулевыми блоками.

Рассмотрим случайный блочно-перестановочный код без маскирования нулевыми блоками, обладающий похожими параметрами: код 3×6×217 с $b_{max} = 216$ (рис. 6). Можно заметить, что процедура поиска позиции пакета показывает заметное снижение количества попыток угадывания, при этом длина, скорость и корректирующая способность кода близки к коду из стандарта. Таким образом, при исправлении однократных пакетов ошибок могут быть использованы случайные блочно-перестановочные коды.

Корректирующая способность конструкции блочно-перестановочного кода ограничена размером блока. Избыточность, вносимая кодированием, будет использоваться более эффективно при исправлении пакетов, если уменьшать число блоков в конструкции и увеличивать их размер, хотя это противоречит подходу, наиболее часто используемому для построения блочно-перестановочных кодов при исправлении независимых ошибок.

Средние значения числа попыток $M[T]$, а также выигрыш от предложенного метода

$$\delta = \frac{n - b + 1}{2M[T]}$$

для блочно-перестановочных кодов со скоростью R и различными параметрами γ , ρ и m приведены в таблице 1. Во всех расчётах принималось $b = b_{max}$ и $t = \lfloor \gamma / 2 \rfloor$.

Таблица 1

Уменьшение сложности оконного декодирования

R	γ	ρ	m	n	b_{max}	$M[T]$	δ
0,5	3	6	217	1302	216	10,4	52,3
	4	8	127	1016	126	2,5	178,2
	6	12	101	1212	100	2,8	198,8
	12	24	53	1272	52	1,8	339,2
0,75	3	12	101	1212	100	5,3	105
	4	16	73	1168	72	3,3	166,2
	6	24	53	1272	52	1,9	321,3

Поиск и декодирование пакета ошибок для кодов Гилберта

Код Гилберта

Рассмотрим коды Гилберта. Методика определения местоположения пакета ошибок, описанная в предыдущем разделе, может быть применена к коду Гилберта (2). Эксперименты при этом показывают, что при использовании порога отсечения $t = 1$ местоположение пакета определяется с вероятностью 1. Проанализируем структуру проверочной матрицы кода Гилберта, чтобы объяснить закономерность, выявленную в ходе экспериментов.

Рассмотрим подматрицу \mathbf{H}_b матрицы (2), состоящую из столбцов \mathbf{H}_Γ , соответствующих расположению пакета ошибок. Через \mathbf{f}_b обозначим аналогичный подвектор вектора $\mathbf{f} = \mathbf{sH}$. Поскольку длина исправляемого пакета не превышает $m - 1$, то, исходя из структуры кода, в любой строке матрицы \mathbf{H}_b не может оказаться более одной единицы. Это означает, что в синдроме $\mathbf{s} = \mathbf{yH}^T \pmod{2}$ каждый ненулевой элемент образован из одной невыполненной проверки, а нулевой элемент указывает на отсутствие таковых.

Кроме того, в каждом столбце проверочной матрицы содержится ровно две единицы, поэтому у каждой невыполненной проверки в синдроме есть пара — невыполненная проверка в другой строке. На рисунке 7 приведён пример кода Гилберта с $\rho = 2$, $m = 7$, $b_{max} = 6$ и выделены участки проверочной матрицы, соответствующие пакетам, начинающимся в позициях 1 и 8.

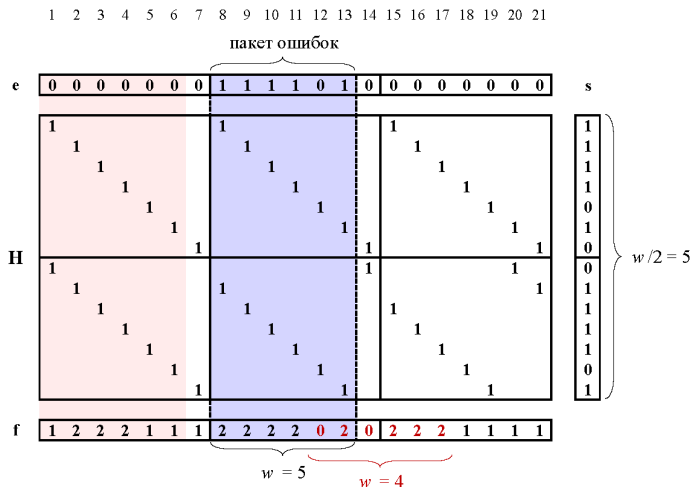


Рис. 8. Пример расположения пакета для кода Гилберта

Для кода Гилберта элементы вектора \mathbf{f} могут принимать значения 0, 1 и 2, однако с учётом описанных выше особенностей конструкции проверочной матрицы на позициях \mathbf{f}_b , соответствующих верному расположению пакета ошибок, могут находиться только числа 0 и 2.

Обратим внимание, что каждая невыполненная проверка в пределах \mathbf{H}_b участвует в образовании как синдрома \mathbf{s} , так и вектора \mathbf{f}_b , поэтому суммы элементов \mathbf{s} и \mathbf{f}_b должны быть равны между собой; это равенство также можно выразить через вес (количество ненулевых элементов) векторов: $w(\mathbf{f}_b) = w(\mathbf{s})/2$. На рисунке 7 приведён пример для пакета, начинающегося в позиции 8. Можно видеть, что синдром содержит $w(\mathbf{s}) = 10$ ненулевых элементов. Неправильному расположению пакета, начинающемуся с позиции 1, соответствует \mathbf{f}_b , состоящий из 0, 1 и 2. В то же время, неправильному расположению на позиции 12 соответствуют только значения \mathbf{f}_b , равные 0 и 2, однако на этом участке $w(\mathbf{f}_b) < w(\mathbf{s})/2$.

Для любого пакета ошибок в пределах корректирующей способности кода описанные условия:

$$\begin{cases} \mathbf{f}_b \in \{0, 2\}^b, \\ w(\mathbf{f}_b) = w(\mathbf{s}) / 2 \end{cases} \quad (4)$$

одновременно выполняются только на одном участке проверочной матрицы, соответствующем правильному расположению пакета. В противном случае, это означало бы, что один и тот же синдром может быть образован двумя различными пакетами, и код не может исправить пакет ошибок данной длины.

Таким образом, методика поиска расположения пакета вместе с анализом структуры кода Гилберта приводят к алгоритму декодирования кодов Гилберта, гарантирующему исправление любых одиночных пакетов в пределах корректирующей способности.

Алгоритм может быть описан следующим образом: определить подвектор \mathbf{f}_b , состоящий только из 0 и 2, для которого $w(\mathbf{f}_b) = w(\mathbf{s})/2$, и проинвертировать в принятом слове позиции, соответствующие позициям 2 в \mathbf{f}_b .

Трёхполосный код Гилберта

Рассмотрим обобщение (3) кодов Гилберта и применим полученные результаты, используя как идеи, лежащие в основе методики определения позиции пакета, так и анализ, проведённый для кодов Гилберта.

В конструкции вида (3) появляется третья полоса блоков, для которой возможно нахождение двух ненулевых элементов в строке матрицы \mathbf{H}_b , если пакет расположен на пересечении блоков. Это означает, что вектор \mathbf{f} на позициях, соответствующих пакету, может принимать все возможные значения (0, 1, 2 и 3), см. рисунок 8.

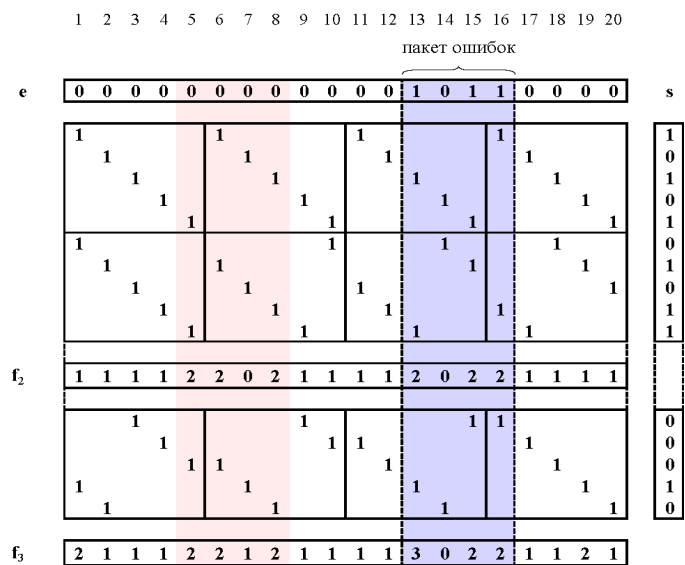


Рис. 9. Пример расположения пакета для обобщённого кода Гилберта

Как было сказано ранее, рассматриваемый код является подкодом кода Гилберта, то есть множество его кодовых слов является подмножеством соответствующего кода Гилберта. Корректирующая способность надкода меньше, следовательно, при декодировании в надкоде возможен случай, когда условиям (4) удовлетворяют несколько возможных расположений пакета. Заметим, что хотя при декодировании кода Гилберта эти условия означали нахождение правильного кодового слова, в общем случае (при длине пакета, превышающей корректирующую способность кода Гилберта) их выполнение позволяет получить некоторое кодовое слово надкода.

На рисунке 8 изображён синдром для пакета, начинающегося в позиции 17, и неправильный пакет с позиции 5. Оба пакета дают нулевой синдром и, следовательно, два кодовых слова в надкоде. Для выбора правильного кодового слова можно использовать третью полосу проверочной матрицы. Тогда процедура декодирования может быть осуществлена в два этапа:

1) Декодирование в надкоде.

На этом этапе для декодирования используются только две верхние полосы проверочной матрицы, а декодирование происходит аналогично процедуре для кода Гилберта, но для

длины пакета, соответствующей корректирующей способности расширенного кода, то есть $b_{max} = m - 1$. Если для нескольких \mathbf{f}_b выполняются условия (4), сформируем список векторов ошибки надкода для каждого возможного расположения пакета, затем выполним шаг 2.

2) Разрешение неопределённости.

Для каждого найденного вектора ошибки надкода вычисляется синдром \mathbf{s} в подкоде (по полной проверочной матрице), и решение принимается в пользу вектора ошибки, дающего нулевой синдром.

Заметим, что при декодировании расширенного кода Гилберта любому синдрому соответствует единственный пакет ошибок длиной $b \leq b_{max}$, и инвертирование символов принятого слова в соответствии с этим пакетом даст как кодовое слово исходного кода, так и кодовое слово надкода. Для кодового слова надкода должны выполняться условия (4), а следовательно, соответствующий вектор ошибки обязан попасть в список векторов на шаге 1. Таким образом, описанная процедура гарантирует декодирование расширенных кодов Гилберта в пределах корректирующей способности.

Заключение

В данной статье проведена оценка уменьшения сложности декодирования квазициклических блочно-перестановочных кодов на основе информации о местоположении пакета ошибок. Рассмотрена методика ранжирования позиций по вероятности начала пакета ошибок, даны обоснованные рекомендации по выбору параметров методики. Проведена экспериментальная оценка среднего числа шагов декодирования по сравнению со случайным равномерным ранжированием, а также для ряда кодов из семейства блочно-перестановочных конструкций проведена оценка уменьшения сложности декодирования. На величину выигрыша влияет наличие нулевых блоков в блочно-перестановочной матрице.

Рассмотренный подход даёт наилучший результат для регулярных блочно-перестановочных кодов с весом столбца проверочной матрицы, большим двух. Для матриц с весом столбцов, равным двум, рассмотрен частный случай — коды Гилберта, для которых на основе методов, описанных в статье, построен алгоритм декодирования, гарантирующий исправление пакетов ошибок в рамках корректирующей способности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-2023-0003, «Фундаментальные основы построения помехозащищённых систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга».

Литература

1. Xiao X., Vasic B., Lin S., Li J., Abdel-Ghaffar K. Quasi-cyclic LDPC codes with parity-check matrices of column weight two or more for correcting phased bursts of erasures // IEEE Trans. Commun., vol. 69, no. 5, pp. 2812-2823, May 2021, doi: 10.1109/TCOMM.2021.3059001.
2. Yang M., Pan Z., Djordjevic I.B. FPGA-based burst-error performance analysis and optimization of regular and irregular SD-LDPC codes for 50G-PON and beyond // Opt. Express, vol. 31, no. 6, pp. 10936-10946, Mar. 2023, doi: 10.1364/OE.477546.
3. Ovchinnikov A., Veresova A., Fominykh A. Decoding of linear codes for single error bursts correction based on the determination of certain events // Information and Control Systems, no. 6, pp. 41-52, Dec. 2022, doi: 10.31799/1684-8853-2022-6-41-52.
4. Ke X. Coding theory in optical wireless communication systems: Volume II. in Optical Wireless Communication Theory and Technology. Singapore: Springer Nature Singapore, 2024. doi: 10.1007/978-981-97-2382-9.
5. Li J., Gong Y., Xiao X., Lin S., Abdel-Ghaffar K. Cyclic partial geometries and their associated LDPC and constant-weight codes // IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 69, no. 9, pp. 5570-5596, Sep. 2023, doi: 10.1109/TIT.2023.3277860.
6. Tao X., Chen X., Wang B. On the construction of QC-LDPC codes based on integer sequence with low error floor // IEEE Commun. Lett., vol. 26, no. 10, pp. 2267-2271, Oct. 2022, doi: 10.1109/LCOMM.2022.3187435.
7. Song L., Huang Q., Wang Z. Construction of multiple-burst-correction codes in transform domain and its relation to LDPC codes // IEEE Trans. Commun., vol. 68, no. 1, pp. 40-54, Jan. 2020, doi: 10.1109/TCOMM.2019.2948341.
8. Vafi S. Cyclic low density parity check codes with the optimum burst error correcting capability // IEEE Access, vol. 8, pp. 192065-192072, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3032837.
9. Исаева М.Н., Овчинников А.А. Исправление одиночных пакетов ошибок за пределами корректирующей способности кода с использованием информационных совокупностей // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики, т. 24, № 1. С. 70-80, 2024, doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-1-70-80.
10. Исаева М.Н. Поиск информационных совокупностей при исправлении пакетов ошибок квазициклическими кодами // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт, т. 17, № 7. С. 4-12, 2023, doi: 10.36724/2072-8735-2023-17-7-4-12.
11. Nakamura Y., Akamatsu T., Nishikawa M., Okamoto Y. Performance evaluation of burst error correction by ldpc coding and iterative decoding system in magnetic tape drive using a BaFe magnetic tape // 2022 IEEE 33rd Magnetic Recording Conference (TMRC), Milpitas, CA, USA: IEEE, Aug. 2022, pp. 1-2. doi: 10.1109/TMRC56419.2022.9918619.
12. Li L., Lv J., Li Y., Dai X., Wang X. Burst Error Identification Method for LDPC Coded Systems // IEEE Commun. Lett., pp. 1-5, 2024, doi: 10.1109/LCOMM.2024.3391826.
13. Veresova A.M., Isaeva M.N., Ovchinnikov A.A. Estimation of independent errors and bursts correction capability of linear codes // 2024 Conference of Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElCon), Saint Petersburg, Russian Federation: IEEE, Jan. 2024, pp. 23-27. doi: 10.1109/ElCon61730.2024.10468456.
14. Крук Е.А., Овчинников А.А. Точная корректирующая способность кодов Гилберта при исправлении пакетов ошибок // Информационно-управляющие системы, № 1. С. 80-87, 2016, doi: 10.15217/issn1684-8853.2016.1.80.
15. Kabatiansky G., Krouk E., Semenov S. Error Correcting Coding and Security for Data Networks: Analysis of the Superchannel Concept. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2005.

REDUCING THE COMPLEXITY OF ERROR BURSTS DECODING USING BLOCK-PERMUTATION CODES BASED ON THE METHOD OF DETERMINING THE LOCATION OF THE BURST

Alina M. Veresova, Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia, a.veresova@guap.ru

Abstract

The article discusses data transmission over channels with memory, in which the influence of the channel on the transmitted information is described in terms of an error bursts. Assuming that the number of bursts per transmitted word does not exceed one, such errors can be corrected using sliding window decoding. In the absence of information about the location of the packet, the expected number of decoding attempts at different window positions is equal to half of the total number of possible positions, regardless of the windows viewing order. The purpose of this work is to reduce the complexity of single burst decoding. This can be achieved by reducing the expected number of windows viewed if information about the intended location of an error packet is available. The article discusses a technique for obtaining this information using block-permutation constructions of low-density parity-check codes. A function has been introduced to rank possible burst start positions when using windowed methods. Evaluation of the effectiveness of this method, carried out through simulation modeling, showed a decrease in average number of attempts to decode packets up to several orders of magnitude compared to random guessing. Based on the method of determining the position of a burst, an algorithm is proposed for decoding Gilbert codes, which guarantees correction of error packets within the correction capability of the code. In addition, an algorithm has been proposed for decoding single bursts for extended Gilbert codes, including Gilbert code decoder as a decoder in the supercode. The algorithm also allows you to correct all error packets within the correcting capability of the code. The results of the work can be used to build computationally efficient encoding and decoding procedures to improve the reliability of information transmission through channels with memory.

Keywords: low-density parity-check codes, error bursts, burst decoding, burst location, channels with memory.

References

- [1] X. Xiao, B. Vasic, S. Lin, J. Li, and K. Abdel-Ghaffar, "Quasi-Cyclic LDPC Codes With Parity-Check Matrices of Column Weight Two or More for Correcting Phased Bursts of Erasures", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 69, no. 5, pp. 2812-2823, May 2021, doi: 10.1109/TCOMM.2021.3059001.
- [2] M. Yang, Z. Pan, and I. B. Djordjevic, "FPGA-based burst-error performance analysis and optimization of regular and irregular SD-LDPC codes for 50G-PON and beyond" *Opt. Express*, vol. 31, no. 6, p. 10936, Mar. 2023, doi: 10.1364/OE.477546.
- [3] A. Ovchinnikov, A. Veresova, and A. Fominykh, "Decoding of linear codes for single error bursts correction based on the determination of certain events", *Information and Control Systems*, no. 6, pp. 41-52, Dec. 2022, doi: 10.31799/1684-8853-2022-6-41-52.
- [4] X. Ke, "Coding Theory in Optical Wireless Communication Systems: Volume II. in Optical Wireless Communication Theory and Technology," Singapore: Springer Nature Singapore, 2024. doi: 10.1007/978-981-97-2382-9.
- [5] J. Li, Y. Gong, X. Xiao, S. Lin, and K. Abdel-Ghaffar, "Cyclic Partial Geometries and Their Associated LDPC and Constant-Weight Codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 69, no. 9, pp. 5570-5596, Sep. 2023, doi: 10.1109/TIT.2023.3277860.
- [6] X. Tao, X. Chen, and B. Wang, "On the Construction of QC-LDPC Codes Based on Integer Sequence With Low Error Floor", *IEEE Commun. Lett.*, vol. 26, no. 10, pp. 2267-2271, Oct. 2022, doi: 10.1109/LCOMM.2022.3187435.
- [7] L. Song, Q. Huang, and Z. Wang, "Construction of Multiple-Burst-Correction Codes in Transform Domain and Its Relation to LDPC Codes", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 68, no. 1, pp. 40-54, Jan. 2020, doi: 10.1109/TCOMM.2019.2948341.
- [8] S. Vafi, "Cyclic Low Density Parity Check Codes With the Optimum Burst Error Correcting Capability", *IEEE Access*, vol. 8, pp. 192065-192072, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3032837.
- [9] M.N. Isaeva and A.A. Ovchinnikov, "Correction of single error bursts beyond the code correction capability using information sets", *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, vol. 24, no. 1, pp. 70-80, Feb. 2024, doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-1-70-80. (in Russian)
- [10] M.N. Isaeva, "Finding Information Sets When Correcting Error Bursts with Quasi-Cyclic Codes", *T-Comm*, vol. 17, no. 7, pp. 4-12, 2023, doi: 10.36724/2072-8735-2023-17-7-4-12. (in Russian)
- [11] Y. Nakamura, T. Akamatsu, M. Nishikawa, and Y. Okamoto, "Performance Evaluation of Burst Error Correction by LDPC Coding and Iterative Decoding System in Magnetic Tape Drive Using a BaFe Magnetic Tape", *2022 IEEE 33rd Magnetic Recording Conference (TMRC)*, Milpitas, CA, USA: IEEE, Aug. 2022, pp. 1-2. doi: 10.1109/TMRC56419.2022.9918619.
- [12] L. Li, J. Lv, Y. Li, X. Dai, and X. Wang, "Burst Error Identification Method for LDPC Coded Systems", *IEEE Commun. Lett.*, pp. 1-5, 2024, doi: 10.1109/LCOMM.2024.3391826.
- [13] A.M. Veresova, M.N. Isaeva, and A.A. Ovchinnikov, "Estimation of Independent Errors and Bursts Correction Capability of Linear Codes", *2024 Conference of Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElCon)*, Saint Petersburg, Russian Federation: IEEE, Jan. 2024, pp. 23-27. doi: 10.1109/ElCon61730.2024.10468456.
- [14] E.A. Krouk and A.A. Ovchinnikov, "Exact Burst-Correction Capability of Gilbert Codes", *Informatsionno-upravliayushchie sistemy (Information and Control Systems)*, no. 1, pp. 80-87, Jan. 2016, doi: 10.15217/issn1684-8853.2016.1.80. (in Russian)
- [15] G. Kabatiansky, E. Krouk, and S. Semenov, "Error Correcting Coding and Security for Data Networks: Analysis of the Superchannel Concept. Chichester," UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2005.

Information about authors:

Alina M. Veresova, Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, postgraduate student of the Department of Infocommunication Technologies and Communication Systems (Department 25), St. Petersburg. ORCID 0000-0002-3792-9249