

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ НА ОСНОВЕ СОСТАВНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ – ВЕРОЯТНОСТНЫХ СМЕСЕЙ

DOI: 10.36724/2072-8735-2023-17-3-14-19

Тарасов Вениамин Николаевич,
Поволжский государственный университет
телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия,
veniamin_tarasov@mail.ru

Manuscript received 12 February 2022;
Accepted 12 March 2023

Бахарева Надежда Федоровна,
Поволжский государственный университет
телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия,
nadin1956_04@inbox.ru

Ключевые слова: система моделирования GPSS WORLD, системы массового обслуживания, среднее время ожидания в очереди, средняя длина очереди

В данной статье представлены полученные результаты по разработке программных генераторов псевдослучайных последовательностей для имитационного моделирования СМО в системе дискретно-событийного моделирования GPSS WORLD с гиперэрланговским (HE2) и гиперэкспоненциальным (H2) входными распределениями. Данных в этой предметной области ни в зарубежной ни в отечественной научной литературе, авторами не обнаружены. Нет таких генераторов и в библиотеке GPSS WORLD. Известно, что распределения HE2 и H2 являются наиболее общими и обеспечивают большой диапазон коэффициента вариации. Последний играют важную роль при оценке задержки требований в очереди в системах массового обслуживания, т.к. средняя задержка в очереди прямо пропорциональна их квадратам. Для распределений HE2 и H2 авторами ранее получены численно-аналитические результаты на основе метода спектрального решения интегрального уравнения Линдли. В статье представлены полученные алгоритмы и программы на GPSS WORLD для имитации функционирования СМО с указанными входными распределениями. Адекватность полученных результатов подтверждена сравнением результатов имитации с результатами численного моделирования в среде Mathcad. Авторы надеются, что представленные результаты будут востребованы специалистами в области имитационного моделирования в среде GPSS WORLD.

Информация об авторах:

Тарасов Вениамин Николаевич, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой "Управление в технических системах", Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия

Бахарева Надежда Федоровна, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой "Информатика и вычислительная техника", Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия

Для цитирования:

Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. Имитационное моделирование систем массового обслуживания на основе составных распределений – вероятностных смесей // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Том 17. №3. С. 14-19.

For citation:

Tarasov V.N., Bakhareva N.F. (2023) Simulation modeling of queuing systems based on composite distributions – probabilistic mixtures. T-Comm, vol. 17, no.3, pp. 14-19. (in Russian)

Введение

Универсальная система дискретно-событийного моделирования GPSS WORLD предназначена для моделирования как производственных систем, так и систем массового обслуживания [1-4]. Она включает множество библиотечных программ, в том числе генераторы псевдослучайных последовательностей для различных законов распределений. В тоже время в этой системе отсутствуют такие генераторы, как гиперэрланговских и гиперэкспоненциальных распределений. Этот факт препятствует моделированию систем массового обслуживания G/G/1 и G/G/m. Настоящая статья посвящена частичному устранению этого пробела.

Как известно, например, из [3], распределение HE₂ составлено из нормированных распределений Эрланга с весовыми коэффициентами p и $1-p$. К примеру, функция плотности гиперэрланговского закона второго порядка имеет вид

$$f(t) = 4p\lambda_1^2 te^{-2\lambda_1 t} + 4(1-p)\lambda_2^2 te^{-2\lambda_2 t} \quad (1)$$

и обеспечивает коэффициент вариации $c \in (1/\sqrt{2}, \infty)$.

Также известно, что обычно используется распределение Эрланга второго порядка как частный случай более общего Гамма закона распределения:

$$f(t) = \lambda^2 te^{-\lambda t}. \quad (2)$$

Библиотечный генератор гамма распределения GAMMA (Stream, Locate, Scale, Shape) позволяет получить псевдослучайную последовательность для распределения Эрланга второго порядка (2). Распределение (2) отличается от нормированного распределения $f(t) = 4\lambda^2 te^{-2\lambda t}$ начальными моментами, но имеют одинаковый коэффициент вариации.

В связи с тем, что нормированное распределение вызывает сложности генерации, сформируем из (2) гиперэрланговский закон второго порядка с функцией плотности

$$a(t) = p\lambda_1^2 te^{-\lambda_1 t} + (1-p)\lambda_2^2 te^{-\lambda_2 t} \quad (3)$$

как вероятностную смесь обычных распределений Эрланга с целью его использования в генераторе GAMMA. Заметим, что числовые характеристики распределений (1) и (3), кроме коэффициента вариации, также отличаются.

Настоящая статья посвящена моделированию СМО с входными распределениями HE₂ и H₂ в системе GPSS WORLD. Авторам не известны какие-либо результаты в этой предметной области.

Постановка задачи

В статье излагается проблема построения имитационных моделей для указанных систем, а выводы об адекватности моделей делаются на основе сопоставления полученных результатов с данными численного моделирования в Mathcad. При построении удачной модели для указанной системы, построение имитационных моделей систем, включающих распределения HE₂ и H₂ в любой позиции по шкале Кендалла, не будет вызывать затруднения.

Решение задачи для СМО с гиперэрланговским и экспоненциальными распределениями

Для построения и прогона любой имитационной модели потребуются исходные данные в виде входных параметров. Для этого мы используем значения начальных моментов распределений HE₂ и M, через которые и определим параметры этих распределений. Моментные характеристики определим через преобразование Лапласа функции (3):

$$A^*(s) = p\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + s}\right)^2 + (1-p)\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_2 + s}\right)^2.$$

Тогда два первых начальных момента будут – для интервалов поступлений

$$\bar{\tau}_\lambda = \frac{2p}{\lambda_1} + \frac{2(1-p)}{\lambda_2}, \quad \bar{\tau}_\lambda^2 = \frac{6p}{\lambda_1^2} + \frac{6(1-p)}{\lambda_2^2}, \quad (4)$$

– для времен обслуживания

$$\bar{\tau}_\mu = 1/\mu, \quad \bar{\tau}_\mu^2 = 2/\mu^2.$$

Уравнения (4) совместно с определением квадрата коэффициента вариации $c_\lambda^2 = \sigma_\lambda^2 / \bar{\tau}_\lambda^2 = (\bar{\tau}_\lambda^2 - \bar{\tau}_\lambda^2) / \bar{\tau}_\lambda^2$ позволяют найти все три параметра λ_1, λ_2, p распределения (3). Выпишем эти значения

$$\lambda_1 = 4p / \bar{\tau}_\lambda, \quad \lambda_2 = 4(1-p) / \bar{\tau}_\lambda, \\ p = 1/2 + \sqrt{1/4 - 3/[8(1+c_\lambda^2)]}. \quad (5)$$

Из условия не отрицательности выражения под квадратным корнем следует, что $c_\lambda \geq 1/\sqrt{2}$.

Для построения и отладки имитационной модели возьмем коэффициент загрузки $\rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda = 0,9$, коэффициент вариации интервалов поступлений $c_\lambda = 2$ и единичное время обслуживания $\bar{\tau}_\mu = 1$. Тогда исходные данные для имитационной модели

$$p = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2(1+c_\lambda^2)-3}{8(1+c_\lambda^2)}} = 0,918, \quad 1-p = 0,082, \\ \lambda_1 = 3,305, \quad \lambda_2 = 0,295.$$

Отсюда средние значения для первой и второй фаз гиперэрланговского распределения будут равны

$$2/\lambda_1 = 0,605, \quad 2/\lambda_2 = 6,78 \text{ единиц времени.}$$

На первый взгляд, при построении имитационной модели можно было бы обойтись логическим оператором TEST для перенаправления транзактов в модели с вероятностью p на первую фазу гиперэрланговского закона, а с вероятностью $1-p$ – на вторую фазу, как это показано в тексте имитационной модели. Здесь отмечается полная аналогия с аналитической моделью (3) гиперэрланговского закона распределения, т.к. в аналитической модели предполагается мгновенная передача заявок с заданной вероятностью p на первую фазу, а с вероятностью $1-p$ – на вторую фазу [7-9,12].

Текст программы	Комментарии
10 ERL1 FVARIABLE (GAMMA(1,0,0.605,2))	; Переменная для первой фазы гиперэрланга
20 ERL2 FVARIABLE (GAMMA(1,0,6.78,2))	; Переменная для второй фазы гиперэрланга
30 TEST L (RN1),082,MET_1	; Если значение случайной величины
40 GENERATE V\$ERL2	; меньше p_1 , то генерировать первую фазу и
50 TRANSFER ,MET_2	; встать в очередь к устройству "CHAN",
60 MET_1 GENERATE V\$ERL1	; если нет, то переход по метке 1 для
	; генерирования второй фазы
70 MET_2 QUEUE QCHAN	; Встать в очередь к устройству "CHAN"
80 SEIZE CHAN	; Занять устройство "CHAN"
90 DEPART QCHAN	; Покинуть очередь к устройству "CHAN"
100 ADVANCE (Exponential (1,0,1.0))	; Задержать транзакт на единичное время
110 RELEASE CHAN	; Освободить устройство "CHAN"
120 TERMINATE 1	; Удалять по одному транзакту
130 START 1000000	; Прогон 1 млн. транзактов

Анализ результатов прогона модели (рис. 1) показывает, что в этом случае на первую фазу направляется примерно 82 тыс. транзактов, а на вторую фазу 918 тыс. транзактов, что полностью соответствует заданным вероятностям 0,082 и 0,918. Коэффициент загрузки равен 0,9 и среднее время обслуживания – единица, т.е. исходные данные и промежуточные результаты моделирования совпадают. Средняя задержка в очереди 6,553 не соответствует аналитической модели [5,6], которая дает 22,59 единиц времени.

Выше мы убедились, что в имитационном моделировании копирование аналитического представления гиперэрланговского распределения не дает нужного эффекта. Дискретно-событийное моделирование работает по строго определенному алгоритму продвижения модельного времени от события к событию, где в качестве событий фигурируют моменты поступления и ухода требований из системы.

LABEL	LOC	BLOCK	TYPE	ENTRY	COUNT	CURRENT	COUNT	RETRY
	1	TEST		0	0	0		
	2	GENERATE		81886	0	0		
	3	TRANSFER		81886	0	0		
MET_1	4	GENERATE		918139	0	0		
MET_2	5	QUEUE		1000025	24	0		
	6	SEIZE		1000001	1	0		
	7	DEPART		1000000	0	0		
	8	ADVANCE		1000000	0	0		
	9	RELEASE		1000000	0	0		
	10	TERMINATE		1000000	0	0		

FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE.TIME	AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
CHAN	1000001	0.901	1.001	1	1000001	0	0	0	24

QUEUE	MAX	CONT.	ENTRY	ENTRY(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
QCHAN	58	25	1000025	128109	5.898	6.553	7.515	0

Рис. 1. Результаты прогона имитационной модели

Теперь внимательно смотрим на двухфазное формирование гиперэрланговского распределения для имитационного моделирования (рис. 2). На рисунке 2 показано, что с вероятностью p сформированный транзакт отправляется на первую фазу гиперэрланговского закона со средним интервалом $2/\lambda_1$, а с вероятностью $1-p$ – на вторую фазу со средним интервалом $2/\lambda_2$. В схему включены логические переключатели с двумя состояниями: включен, выключен.

Эти два состояния управляются с помощью логического оператора LOGIC X A. Здесь A – идентификатор переключателя, а X задает тип операции: S – включить, R – выключить.

Таким образом, в схеме в зависимости от значения вероятности p должны будут попеременно работать два переключателя, которые в тексте программы обозначены Kluch1 и Kluch2. Введение в схему логических переключателей еще не решает проблему создания имитационной модели, т.к. в соответствующие фазы нужно впустить сгенерированный прежде транзакт при включенном переключателе.

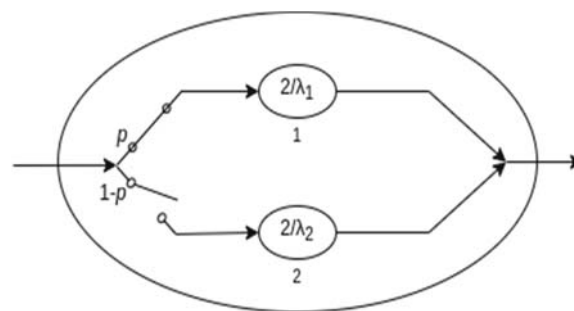


Рис. 2. Формирование двухфазного гиперэрланговского распределения

Это достигается следующим логическим оператором GATE (впустить), имеющий формат: GATE X A, [B]. В нашем случае объектом A является переключатель Kluch1 или Kluch2, а положение объекта LS – логический ключ включен.

В имитационной модели с применением логических ключей необходимо указать еще продолжительность их работы, в тексте программы – это время для первого ключа равно $T_1\#3.1$, а для второго – $T_2\#3.1$. Здесь T_1 и T_2 – средние интервалы для фаз, # операция арифметического умножения. Константа 3.1 должна подбираться экспериментально так, чтобы показатели работы СМО не отклонялись от реальных значений. В этом состоит недостаток имитационной модели с использованием составных распределений и логических переключателей.

Ниже приведен текст программы с комментариями.

Текст программы	Комментарии
10 P_1 EQU 0.082	; Значение вероятности p_1 1-й эрланговской фазы
20 P_2 EQU (1-P_1)	; Значение вероятности p_2 2-й эрланговской фазы
30 T_1 EQU 3.39	; Значение среднего интервала 1-й фазы
40 T_2 EQU 0.302	; Значение среднего интервала 2-й фазы
50 GENERATE ...1	; Генерация одного транзакта управления
60 Switch TRANSFER P_1,MET_2,MET_1	; ключами выбора фазы
	; Включение 1-го ключа с вероятностью p_1 ,
	; а 2-го - с вероятностью p_2
70 MET_1 TRANSFER ,K1_1	; Отправить транзакт на 1-й ключ "K1_1"
80 MET_2 TRANSFER ,K1_2	; Отправить транзакт на 2-й ключ "K1_2"
90 K1_1 LOGIC S Kluch1	; Включить ключ 1-й эрланговской фазы
100 ADVANCE (T_1#3.1)	; Время работы ключа
110 LOGIC R Kluch1	; Выключить ключ 1-й эрланговской фазы
120 TRANSFER ,Switch	; Отправить транзакт на выбор рабочего ключа
	; "Switch"
130 K1_2 LOGIC S Kluch2	; Включить ключ 2-й эрланговской фазы
140 ADVANCE (T_2#3.1)	; Время работы ключа
150 LOGIC R Kluch2	; Выключить ключ 2-й эрланговской фазы
160 TRANSFER ,Switch	; Отправить транзакт на выбор рабочего ключа
	; "Switch"
170 GENERATE (GAMMA(11,0,T_1,2))	; Генерация 1-й эрланговской фазы
180 GATE LS Kluch1,MET_10	; Определения состояния 1-го ключа (если
	; "включен"–переход к следующей строке
	; программы, если "выключен" – переход на
	; MET10)
190 TRANSFER ,MET_20	; Переход по метке
200 GENERATE (GAMMA(21,0,T_2,2))	; Генерация 2-й эрланговской фазы
210 GATE LS Kluch2,MET_10	; Определения состояния 2-го ключа
220 MET_20 QUEUE QCHAN	; Встать в очередь к устройству "CHAN"
230 SEIZE CHAN	; Занять устройство "CHAN"
240 DEPART QCHAN	; Освободить одно место в очереди
250 ADVANCE (Exponential(31,0,1.0))	; Задержать на обслуживании на единичное
	; время
260 RELEASE CHAN	; Освободить устройство "CHAN"
270 TERMINATE 1	; Удалять по одному транзакту
280 MET_10 TERMINATE	; Удалять транзакты из модели
290 START 1000000	; Прогон 1 млн. транзактов

Из результатов имитации на рисунке 3 следует, что коэффициент загрузки составляет 0,9, а среднее время обслуживания – единицу времени, т.е. исходные данные для примера и результаты моделирования совпадают.

Результаты имитации: средняя задержка в очереди 22,623 единицы времени практически совпадает с результатом численного моделирования 22,59, а средняя длина очереди в модели 20,30 также практически совпадает с результатом численного моделирования 20,33.

LABEL	LOC	BLOCK	TYPE	ENTRY	COUNT	CURRENT	COUNT	RETRY
	1	GENERATE		1	0	0	0	
SWITCH	2	TRANSFER		645960	0	0	0	
MET_1	3	TRANSFER		53243	0	0	0	
MET_2	4	TRANSFER		592717	0	0	0	
KL_1	5	LOGIC		53243	0	0	0	
	6	ADVANCE		53243	1	0	0	
	7	LOGIC		53242	0	0	0	
	8	TRANSFER		53242	0	0	0	
KL_2	9	LOGIC		592717	0	0	0	
	10	ADVANCE		592717	0	0	0	
	11	LOGIC		592717	0	0	0	
	12	TRANSFER		592717	0	0	0	
	13	GENERATE		163979	0	0	0	
	14	GATE		163979	0	0	0	
	15	TRANSFER		82361	0	0	0	
	16	GENERATE		1844133	0	0	0	
	17	GATE		1844133	0	0	0	
MET_20	18	QUEUE		1000002	1	0	0	
	19	SEIZE		1000001	1	0	0	
	20	DEPART		1000000	0	0	0	
	21	ADVANCE		1000000	0	0	0	
	22	RELEASE		1000000	0	0	0	
	23	TERMINATE		1000000	0	0	0	
MET_10	24	TERMINATE		1008110	0	0	0	

FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE.TIME	AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
CHAN	1000001	0.898	1.000	1	2008099	0	0	0	1

QUEUE	MAX	CONT.	ENTRY	ENTRY(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
QCHAN	175	2	1000002	52010	20.300	22.623	23.864	0

Рис. 3. Результаты прогона окончательной имитационной модели

Решение задачи для СМО с гиперэкспоненциальным и экспоненциальным распределениями

По аналогии с предыдущим разделом, проиллюстрируем разработку имитационной модели на примере системы, сформированной функциями плотности

$$a(t) = p\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + (1-p)\lambda_2 e^{-\lambda_2 t} \quad (8)$$

как вероятностной смеси экспоненциальных распределений и экспоненциального распределения

$$b(t) = \mu e^{-\mu t}. \quad (9)$$

При построении любой имитационной модели необходимо задавать исходные данные. В нашем случае это будут значения моментных характеристик распределений H_2 и M , а через определим неизвестные параметры распределений (8) и (9). Моментные характеристики определим через преобразование Лапласа функции (8):

$$A^*(s) = p\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + s}\right) + (1-p)\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_2 + s}\right).$$

Тогда два первых начальных момента будут равны:
– для интервалов поступлений

$$\bar{\tau}_\lambda = \frac{p}{\lambda_1} + \frac{(1-p)}{\lambda_2}, \quad \overline{\tau_\lambda^2} = \frac{2p}{\lambda_1^2} + \frac{2(1-p)}{\lambda_2^2}, \quad (10)$$

– для времен обслуживания

$$\bar{\tau}_\mu = 1/\mu, \quad \overline{\tau_\mu^2} = 2/\mu^2.$$

Уравнения (10) по аналогии с предыдущим разделом совместно с определением квадрата коэффициента вариации $c_\lambda^2 = \sigma_\lambda^2 / \bar{\tau}_\lambda^2 = (\overline{\tau_\lambda^2} - \bar{\tau}_\lambda^2) / \bar{\tau}_\lambda^2$ также позволяют найти все три параметра λ_1, λ_2, p распределения (8). Выпишем эти значения

$$\lambda_1 = 2p / \bar{\tau}_\lambda, \quad \lambda_2 = 2(1-p) / \bar{\tau}_\lambda, \\ p = [1 + (c_\lambda^2 - 1) / (\bar{\tau}_\lambda^2 + 1)] / 2. \quad (12)$$

Для построения и отладки имитационной модели для системы $H_2/M/1$ снова возьмем коэффициент загрузки $\rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda = 0,9$, коэффициент вариации интервалов поступлений $c_\lambda = 2$ и единичное время обслуживания $\bar{\tau}_\mu = 1$. Тогда исходные данные для имитационной модели имеют вид:

$$p = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{c_\lambda^2 - 1}{c_\lambda^2 + 1}} \right) = 0,887, \quad 1-p = 0,113, \\ \lambda_1 = 1,597, \quad \lambda_2 = 0,203.$$

Отсюда средние значения для первой и второй фаз гиперэкспоненциального распределения $2/\lambda_1 = 1,252$, $2/\lambda_2 = 9,86$ единиц времени.

После определения исходных данных с помощью аналитического моделирования перейдем к формированию имитационной модели для этой системы.

На рисунке 4 показано, что с вероятностью p сформированный транзакт отправляется на первую фазу гиперэкспоненциального закона со средним интервалом $1/\lambda_1$, а с вероятностью $1-p$ – на вторую фазу со средним интервалом $1/\lambda_2$. В схему опять включаем логические переключатели с двумя состояниями: включен, выключен.

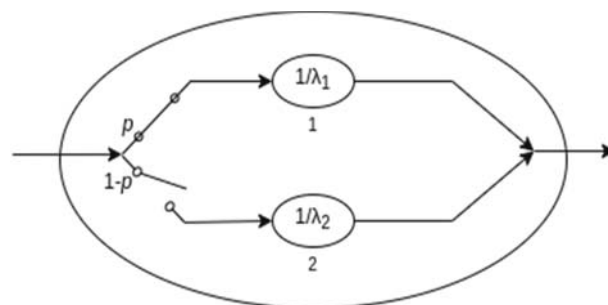


Рис. 4. Формирование двухфазного гиперэкспоненциального распределения

В схеме попеременно в зависимости от значения вероятности p должны будут работать два переключателя, которые в тексте программы обозначены Kluch1 и Kluch2. В имитационной модели с применением логических ключей необходимо указать еще продолжительность их работы, в тексте программы — это время для первого ключа равно $T_{\#1}1.93$, а для второго — $T_{\#2}1.93$. Здесь T_1 и T_2 – средние интервалы для фаз, # операция арифметического умножения. Константа 1.93 должна подбираться экспериментально так, чтобы показатели работы СМО не отклонялись от реальных значений. В этом и состоит недостаток имитационной модели с использованием составных распределений и логических переключателей. Поэтому таких генераторов нет в библиотеках систем

имитационного моделирования. Ниже приведен текст программы с комментариями, а на рисунке 5 – результаты прогона имитационной модели для системы с гиперэкспоненциальным и экспоненциальным распределениями.

Таким образом, в ходе разработки имитационных моделей для обеих систем был использован сложный механизм логических переключателей фаз закона распределения, который позволил получить адекватные результаты имитационного моделирования.

Текст программы		Комментарии	
10 P_1 EQU 0.113		; Значение вероятности p_1 1-й фазы	
20 P_2 EQU (1-P_1)		; гиперэкспоненциального распределения	
30 T_1 EQU 4.926		; Значение вероятности p_2 2-й фазы	
40 T_2 EQU 0.626		; гиперэкспоненциального распределения	
50 GENERATE ...,1		; Значение среднего интервала 1-й фазы	
		; Значение среднего интервала 2-й фазы	
60 Switch TRANSFER P_1, Met_2, Met_1		; Генерация одного транзакта управления	
		; ключами выбора фазы	
70 Met_1 TRANSFER ,K1_1		; Включение 1-го ключа с вероятностью p_1 ,	
80 Met_2 TRANSFER ,K1_2		; а 2-го - с вероятностью p_2	
90 K1_1 LOGIC S Kluch1		; Отправить транзакт на 1-й ключ "K1_1"	
100 ADVANCE (T_1,1.93)		; Отправить транзакт на 2-й ключ "K1_2"	
110 LOGIC R Kluch1		; Включить ключ 1-й фазы	
120 TRANSFER ,Switch		; Время работы ключа	
		; Включить ключ 1-й фазы	
130 K1_2 LOGIC S Kluch2		; Отправить транзакт на выбор рабочего ключа	
140 ADVANCE (T_2,1.93)		; "Switch"	
150 LOGIC R Kluch2		; Включить ключ 2-й фазы	
160 TRANSFER ,Switch		; Время работы ключа	
		; Включить ключ 2-й фазы	
170 GENERATE (Exponential(11,0,T_1))		; Отправить транзакт на выбор рабочего ключа	
180 GATE LS Kluch1, Met_10		; "Switch"	
		; Генерация 1-й эрланговской фазы	
190 TRANSFER ,Met_20		; Определение состояния 1-го ключа (если	
200 GENERATE (Exponential(21,0,T_2))		; "включен" – переход к следующей строке программы,	
210 GATE LS Kluch2, Met_10		; если "выключен" – переход на Met10)	
220 Met_20 QUEUE QCHAN		; Переход по метке	
230 SEIZE CHAN		; Генерация 2-й фазы	
240 DEPART QCHAN		; Определение состояния 2-го ключа	
250 ADVANCE (Exponential(31,0,1.0))		; Встать в очередь к устройству "CHAN"	
260 RELEASE CHAN		; Занять устройство "CHAN"	
270 TERMINATE 1		; Освободить одно место в очереди	
280 Met_10 TERMINATE		; Задержать на обслуживании на единичное время	
290 START 1000000		; Освободить устройство "CHAN"	
		; Удалить по одному транзакту	
		; Удалить транзакты из модели	
		; Прогон 1 млн. транзактов	

LABEL	LOC	BLOCK	TYPE	ENTRY	COUNT	CURRENT	COUNT	RETRY
SWITCH	1	GENERATE		1	0	0	0	
	2	TRANSFER		517670	0	0	0	
MET_1	3	TRANSFER		58772	0	0	0	
MET_2	4	TRANSFER		458898	0	0	0	
KL_1	5	LOGIC		58772	0	0	0	
	6	ADVANCE		58772	1	0	0	
	7	LOGIC		58771	0	0	0	
	8	TRANSFER		58771	0	0	0	
KL_2	9	LOGIC		458898	0	0	0	
	10	ADVANCE		458898	0	0	0	
	11	LOGIC		458898	0	0	0	
	12	TRANSFER		458898	0	0	0	
	13	GENERATE		226691	0	0	0	
	14	GATE		226691	0	0	0	
	15	TRANSFER		113740	0	0	0	
	16	GENERATE		1778237	0	0	0	
	17	GATE		1778237	0	0	0	
MET_20	18	QUEUE		1000028	27	0	0	
	19	SEIZE		1000001	1	0	0	
	20	DEPART		1000000	0	0	0	
	21	ADVANCE		1000000	0	0	0	
	22	RELEASE		1000000	0	0	0	
	23	TERMINATE		1000000	0	0	0	
MET_10	24	TERMINATE		1004900	0	0	0	

FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE.TIME	AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
CHAN	1000001	0.899	1.000	1	2004894	0	0	0	27

QUEUE	MAX CONT.	ENTRY	ENTRY(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
QCHAN	222 28	1000028	51979	20.159	22.440	23.670	0

Рис. 5. Результаты прогона имитационной модели для второй системы

Выводы

В работе представлены разработанные алгоритмы и имитационные модели для имитации функционирования СМО с составными распределениями второго порядка, образованными из эрланговского и экспоненциального распределений с весами. Выше было отмечено, что эти законы распределения обеспечивают большой диапазон коэффициентов вариаций.

В ходе разработки имитационных моделей был использован сложный механизм логических переключателей фаз закона распределения, что позволил построить адекватные имитационные модели продвижения транзактов внутри модели. Полученные результаты публикуются впервые.

Литература

1. Боев В.Д. Моделирование систем. Инструментальные средства GPSS World: Учеб. пособие. СПб: БХВ-Петербург, 2004. 368 с.
2. Кудрявцев Е.М. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем. М.: ДМК Пресс, 2004. 320 с.
3. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. 363 с.
4. Шрайбер Т. Дж. Моделирование на GPSS. М.: Машиностроение, 1980. 592 с.
5. Тарасов В. Н. Анализ и сравнение двух систем массового обслуживания с гиперэрланговскими входными распределениями // Радиоэлектроника, информатика, управление. 2018. №4 (47). С. 61-70.
6. Тарасов В. Н., Бахарева Н. Ф., Када О. Математическая модель телетрафика на основе системы HE2/M/1 // Информационные технологии – 2019. - № 4. - С. 205-210.
7. Тарасов В. Н., Липилина Л. В., Бахарева Н. Ф. Автоматизация расчета характеристик систем массового обслуживания для широкого диапазона изменения их параметров // Информационные технологии. 2016. № 12. С. 952-957.
8. Тарасов В. Н., Бахарева Н. Ф. Компьютерное моделирование вычислительных систем. Теория, Алгоритмы, Программы. Оренбург, 2005. 183 с.
9. Бахарева Н. Ф. Уравнения равновесия потоков в сетевых моделях на основе математических операций мультиплексирования и демуплексирования // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2009. № 4 (12). С. 12-25.
10. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals // Teletraffic and datatrafic in a Period of Change, ITC-13. Elsevier Science Publishers. 1991, pp. 683-688.
11. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods // Operation Research. 1982. Vol. 30. N. 1, pp. 125-147.
12. Алиев Т.И. Аппроксимация вероятностных распределений в моделях массового обслуживания // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 2(84). С. 88-93.
13. Gromoll H.C., Terwilliger B. & Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times // Queueing Systems. 2018. Vol. 89. No. 3, pp. 213-241.
14. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates // Queueing Systems. 2018. Vol. 89. No. 3, pp. 269-301.

SIMULATION MODELING OF QUEUING SYSTEMS BASED ON COMPOSITE DISTRIBUTIONS – PROBABILISTIC MIXTURES

Veniamin N. Tarasov, Povolzhskiy state university of telecommunications and informatics, Samara Russia,

veniamin_tarasov@mail.ru

Nadezhda F. Bakhareva, Povolzhskiy state university of telecommunications and informatics, Samara Russia,

nadin1956_04@inbox.ru

Abstract

This article presents the results obtained on the development of software pseudo-random sequence generators for QS simulation in the GPSS WORLD discrete-event simulation system with hyper-Erlang (HE2) and hyper-exponential (H2) input distributions. Data in this subject area, neither in foreign nor in domestic scientific literature, were found by the authors. There are no such generators in the GPSS WORLD library either. It is known that the distributions of HE2 and H2 are the most general and provide a large range of the coefficient of variation. The latter play an important role in estimating the delay of requests in the queue in queuing systems, since the average queue delay is directly proportional to their squares. For the distributions of HE2 and H2, the authors previously obtained numerical-analytical results based on the method of spectral solution of the Lindley integral equation. The article presents the obtained algorithms and programs on GPSS WORLD to simulate the functioning of the QS with the specified input distributions. The adequacy of the obtained results was confirmed by comparing the simulation results with the results of numerical simulation in the Mathcad environment. The authors hope that the presented results will be in demand by specialists in the field of simulation modeling in the GPSS WORLD environment.

Keywords: GPSS WORLD simulation system, queuing systems, average waiting time, average queue length

References

1. Boev V.D. Modelirovanie sistem. Instrumental'nye sredstva GPSS World: Ucheb. posobie. SPb: BHV-Peterburg, 2004. 368 p.
2. Kudryavcev E.M. GPSS World. Osnovy imitacionnogo modelirovaniya razlichnyh sistem. Moscow: DMK Press, 2004. 320 p.
3. Aliev T.I. Osnovy modelirovaniya diskretnykh sistem. SPb: SPbGU ITMO, 2009. 363 p.
4. SHrajber T.Dzh. Modelirovanie na GPSS. Moscow: Mashinostroenie, 1980. 592 p.
5. Tarasov V. N. Analysis and Comparison of two Queueing Systems with hypererlangian input Distributions. *Radio Electronics Computer Science Control*, 2018, Vol. 47, no.4, pp. 61-70.
6. Tarasov V.N., Bakhareva N.F., Kada Othmane. The mathematical model of teletraffik based on the HE2/M/I system. *Informacionnye technologii*, 2019, vol. 25, no. 4, pp. 205-210.
7. Tarasov V.N., Lipilina L.V., Bakhareva N.F. Automation for Calculating Characteristics Queueing System for a wide Range Changing their Parameters. *Informacionnye technologii*, 2016, vol. 22, no.12, pp. 952-957.
8. Tarasov V.N., Bahareva N.F. Komp'yuternoe modelirovanie vychislitel'nyh sistem. Teoriya, Algoritmy, Programmy. Orenburg, 2005. 183 p.
9. Bahareva N.F. Equilibrium Equations of Flows in Network Models Based on Mathematical Operations of Multiplexing and Demultiplexing. *Izvestiya vysshih uchebnykh zavedenij. Povolzhskij region. Tekhnicheskie nauki*, 2009, no. 4 (12), pp. 12-25.
10. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals. *Teletraffic and datatraffic in a Period of Change*, ITC-13. Elsevier Science Publishers, 1991, pp. 683-688.
11. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods. *Operation Research*, 1982, vol. 30, no. 1, pp. 125-147.
12. Aliev T.I. Approximation of probability distributions in queueing models. *Nauchno-tekhnicheskij vestnik informacionnyh tekhnologii, mekhaniki i optiki*, 2013, no. 2(84), pp. 88-93.
13. Gromoll H.C., Terwilliger B. & Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times. *Queueing Systems*. 2018, vol. 89, no. 3, pp. 213-241.
14. Legros B. M/G/I queue with event-dependent arrival rates. *Queueing Systems*. 2018, vol. 89, no. 3, pp. 269-301.

Information about authors:

Veniamin N. Tarasov, Head of the Department of Control in Technical Systems, Povolzhskiy state university of telecommunications and informatics, Samara Russia

Nadezhda F. Bakhareva, Head of the Department of Informatics and Computing, Povolzhskiy state university of telecommunications and informatics, Samara Russia