

# FTN И NOMA: МИФЫ И РЕАЛЬНОСТЬ

DOI: 10.36724/2072-8735-2026-20-3-15-27

**Бакулин Михаил Германович,**  
Московский технический университет связи и информатики,  
Москва, Россия, [m.g.bakulin@gmail.com](mailto:m.g.bakulin@gmail.com)

**Крейнделин Виталий Борисович,**  
Московский технический университет связи и информатики,  
Москва, Россия, [viktrend@gmail.com](mailto:viktrend@gmail.com)

**Резнев Андрей Алексеевич,**  
Московский технический университет связи и информатики;  
АО "НТЦ "Атлас", Москва, Россия,  
[andrey.reznev@gmail.com](mailto:andrey.reznev@gmail.com)

**Manuscript received** 28 December 2025;  
**Accepted** 05 March 2026

**Ключевые слова:** спектральная  
эффективность, FTN, MIMO, NOMA,  
пространственное мультиплексирование,  
5G, имитационное моделирование

Технологии Faster-Than-Nyquist (FTN) и Non-Orthogonal Multiple Access (NOMA) широко рассматриваются как перспективные методы повышения спектральной эффективности в системах беспроводной связи 5G и 6G. Обе основаны на преднамеренном нарушении ортогональности: FTN - за счёт уплотнения символов во времени, NOMA - за счёт совместного использования ресурсов несколькими пользователями. В литературе часто утверждается, что это "перегруженные" системы, увеличивающие пропускную способность за счёт контролируемой интерференции. Однако такой взгляд вводит в заблуждение. На основе теоретико-информационного анализа показано, что ни FTN, ни NOMA не позволяют превысить классический предел Шеннона для гауссовского канала. Их реальное преимущество проявляется исключительно при передаче дискретных сигналов (например, QAM/VPSC), которые по своей природе не достигают шенноновской емкости. Таким образом, эффективность этих технологий объясняется не "магией интерференции", а тем, что они компенсируют неоптимальность исходной модуляции, приближая распределение сигнала к гауссовому и тем самым "догружая" изначально недогруженные каналы. Это особенно заметно при использовании низкочастотных модуляций, характерных для IoT и энергоограниченных устройств. Понимание этой природы открывает новые направления для оптимизации FTN- и NOMA-систем: вместо минимизации помех следует максимизировать эффективность использования канала с учётом дискретной структуры передаваемой информации. Выводы подтверждаются имитационным моделированием и анализом взаимной информации для дискретно-непрерывных каналов.

## Информация об авторах:

**Бакулин Михаил Германович,** Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ), доцент, к.т.н., Москва, Россия  
**Крейнделин Виталий Борисович,** Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ), профессор, д.т.н., Москва, Россия  
**Резнев Андрей Алексеевич,** Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ), доцент; АО "НТЦ "Атлас", заместитель генерального директора, к.т.н., Москва, Россия

## Для цитирования:

Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Резнев А.А. FTN и NOMA: мифы и реальность // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2026. Том 20. №3. С. 15-27.

## For citation:

M.G. Bakulin, V.B. Kreyndelin, A.A. Reznev, "FTN and NOMA: Beyond the Hype - Toward Shannon-Limited Efficiency," *T-Comm*, 2026, vol. 20, no.3, pp. 15-27. (in Russian)

Введение

Повышение спектральной эффективности и энергетической эффективности – ключевые задачи современных телекоммуникационных систем (5G, 6G, IoT, спутниковая связь). Это обусловлено следующими факторами:

1. Физическими ограничениями (спектр, энергия). Свободные частотные диапазоны почти исчерпаны (особенно ниже 6 ГГц). Новые диапазоны (миллиметровые волны, терагерцовый диапазон) имеют высокие потери и сложны в реализации;

2. Ростом нагрузки (трафик, число устройств). К 2030 году ожидается ~500 млрд подключённых устройств (IoT, умные города, автономные системы). Трафик данных растёт экспоненциально (видео 8K, VR/AR, метавселенные);

3. Экологией и экономикой. На телекоммуникации приходится ~2% глобальных выбросов CO<sub>2</sub> (сопоставимо с авиацией). Энергоэффективные технологии снижают углеродный след. Операторы связи стремятся снизить OPEX и в том числе расходы на энергопотребление, внедряя ESG практики;

4. Требованиями будущих технологий (6G, IoT, метавселенные). 6G ставит цели: спектральная эффективность >100 бит/с/Гц (против ~30 в 5G), энергоэффективность 1 Терабит/Дж.

Поэтому идёт постоянный поиск новых высокоэффективных технологий. Среди таких технологий можно выделить технологию передачи со скоростью больше скорости Найквиста (Faster-Than-Nyquist – FTN) [1-36] и технологию неортогонального множественного доступа (Non-Orthogonal Multiple Access – NOMA) [37-55].

В статье на основе анализа пропускной способности систем связи с технологиями FTN и NOMA делается вывод о том, что основным фактором повышения эффективности при использовании этих технологий является не столько наличие контролируемой интерференции, сколько тот факт, что для внедрения этих технологий рассматриваются системы с невысокой спектральной эффективностью, т.е. системы с «недогруженными» каналами. Под степенью недогрузки здесь понимается разница между пропускной способностью по Шеннону и реальной пропускной способностью системы связи.

Таким образом, Технологии вроде FTN и NOMA – это не "прорыв за предел Шеннона", а инструменты для его достижения в реальных системах связи, которые сегодня работают далеко от теоретического максимума.

Технология Faster-than-Nyquist. Дискретная модель

FTN-технология представляет собой метод передачи символов со скоростью быстрее, чем скорость Найквиста, определяемой полосой пропускания канала. Основы данной технологии были предложены еще в 1970 году в небольшой работе Lucky [1]. Вскоре последовали работы авторов Salz [2] и Foschini [3], и в 1975 году Мазо [4] показал, что скорость передачи сигналов может быть увеличена до 25% выше скорости Найквиста без снижения минимального евклидова расстояния. Таким образом, была теоретически доказана потенциальная возможность FTN-технологии осуществлять передачу со скоростью выше скорости Найквиста. Однако Мазо изначально использовал идеальные модулирующие

импульсы типа  $\frac{\sin(x)}{x}$ , но в дальнейшем были получены ре-

зультаты с использованием более удобных для практического использования импульсов, таких как семейство приподнятого-косинуса (raised-cosine pulses) (Liveris и Georghiades [7]) и другие ограниченные во времени импульсы (Rusek and Anderson [8-10]).

Рассмотрим случай передачи цифровой информации по каналам с ограниченной полосой (рис. 1).

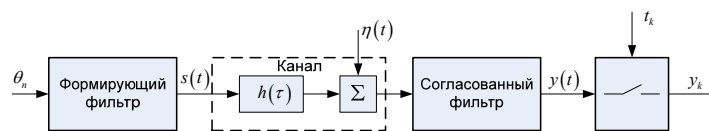


Рис. 1. Упрощённая структура системы передачи дискретной информации по каналам с ограниченной полосой

Последовательность модулированных символов  $\theta_n$  (отсчётов) проходит через формирующий фильтр с импульсной характеристикой  $g_f(\tau)$ , который ограничивает спектр излучения сигнала, в результате на входе канала имеем

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n A g_f(t - nT), \tag{1}$$

где  $A$  – амплитуда импульса, которую в дальнейшем будем полагать равной 1.

Мощность сигнала (1) равна

$$P_s = E \left\langle \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\frac{\Delta t}{2}}^{\frac{\Delta t}{2}} \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n g_f(t - nT) \right)^2 dt \right\rangle = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} g_f^2(t) dt = \frac{E_g}{T}, \tag{2}$$

где  $E_g = \int_{-\infty}^{\infty} g_f^2(t) dt$  – энергия единичного импульса с формой  $g_f(t)$ .

Далее сигнал  $s(t)$  проходит через линейный канал с импульсной характеристикой  $h(\tau)$  и суммируется с аддитивным гауссовским шумом  $\eta(t)$ . На приемной стороне смесь сигнала с шумом проходит через фильтр, согласованный с формирующим фильтром и каналом. Для простоты анализа рассмотрим случай, когда на протяжении длительности нескольких символов модель канала может быть описана линейной операцией умножения на постоянный множитель  $h$ , т.е. канал является достаточно широкополосным и не искажает огибающую символа. В этом случае для непрерывного времени технология передачи информации со скоростью Найквиста описывается следующим уравнением наблюдения:

$$y(t) = h \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n g(t - nT) + \eta(t), \tag{3}$$

где  $g(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g_f(\tau - t) g_f(t) dt$  – форма единичного импульса

на выходе согласованного фильтра (СФ). Она, как правило, должна удовлетворять условию отсутствия межсимвольных помех при передаче со скоростью Найквиста по каналам с ограниченной полосой пропускания, например, описываться функцией приподнятого косинуса:

$$g(\tau) = \frac{\sin\left(\frac{\pi\tau}{t}\right) \cos\left(\frac{\alpha\pi\tau}{T}\right)}{\left(\frac{\pi\tau}{t}\right) 1 - \left(\frac{2\alpha\pi\tau}{T}\right)^2}, \quad (4)$$

где  $\alpha \in [0; 1]$  – параметр скругления. В этом случае, импульсная характеристика формирующего фильтра, известного как «square root raised cosine filter» [50, 51], описывается выражением:

$$g_f(\tau) = \frac{(\sin((1-\alpha)\pi\tau) + 4\alpha\pi\tau \cos((1+\alpha)\pi\tau))}{\pi\tau(1-(4\alpha\pi\tau)^2)}. \quad (5)$$

На выходе СФ наблюдается смесь сигнала и шума

$$y(t) = h \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n g(t - nT) + \eta(t) \quad (6)$$

где  $\eta(t)$  – аддитивный гауссовский шум с корреляционной функцией  $R(\tau) = \frac{N_0}{2} g_N(\tau)$ ,  $N_0$  – спектральная плотность белого гауссовского шума.

После дискретизации получим уравнение наблюдения в дискретном времени:

$$y(t_n) = h \sum_{k=-\infty}^{\infty} \theta_k g(t_n - kT) + \eta(t_n), \quad (7)$$

или

$$y_n = h \sum_{k=-\infty}^{\infty} \theta_k g((n-k)T) + \eta_n. \quad (8)$$

Пусть ставится задача передача информации с тактовой частотой  $F_s = \frac{1}{T_s} > F_N = \frac{1}{T}$ , (где  $F_N$  – частота Найквиста), по

каналу с импульсной характеристикой  $g(\tau)$ , согласованной с частотой Найквиста, т.е. для непрерывного времени имеем следующее уравнение наблюдения:

$$y(t) = h \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n g(t - nT_s) + \eta(t). \quad (9)$$

Так как частота следования символов в данном случае  $F_s > F_N$ , то такие системы называют системами передачи с частотой больше частоты Найквиста (Faster-than-Nyquist – FTN). Отношение  $(T_s / T)$  называют фактором ускорения времени [10Ошибка! Источник ссылки не найден.]. Средняя мощность излучаемого сигнала для такой системы будет определяться следующим выражением:

$$P_{s,FTN} = E \left\langle \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\frac{\Delta t}{2}}^{\frac{\Delta t}{2}} \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n g_f(t - nT_s) \right)^2 dt \right\rangle = \frac{1}{T_s} \int_{-\infty}^{\infty} g_f^2(t) dt = \frac{E_g}{T_s}. \quad (10)$$

Отсюда видно, что при увеличении частоты следования импульсов (при уменьшении тактового интервала  $T_s < T$ ) и при условии, что формы этих импульсов не меняются,

мощность сигнала увеличивается  $P_{s,FTN} = \frac{E_g}{T_s} > P_s = \frac{E_g}{T}$ , что

приводит к увеличению отношения сигнал/шум. Поэтому для корректного сравнения двух систем необходимо ввести нормировку мощности. В этом случае уравнение наблюдения для системы FTN будет следующим:

$$y(t) = h \sqrt{\frac{T}{T_s}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n g(t - nT_s) + \eta(t). \quad (11)$$

После дискретизации получим

$$y_n = h \sum_{k=-\infty}^{\infty} \theta_k g\left(\left(n - k \frac{T_s}{T}\right)T\right) + \eta_n. \quad (12)$$

Для фильтра, согласованного с частотой Найквиста, характерно

$$g(mT) = \begin{cases} 1, & \text{для } m = 0 \\ 0, & \text{для } m \neq 0, m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \end{cases}. \quad (13)$$

На рис. 2 приведена временная диаграмма сигнала на выходе согласованного фильтра в отсутствие шума (‘синяя линия’) при передаче со скоростью Найквиста ( $T_s = T$ ). Там же изображены индивидуальные сигналы для разных символов и моменты взятия отсчетов. Из этого графика видно, что в моменты взятия отсчетов  $t = nT$ , значения этих отсчетов совпадают с текущими символами, т.е.

$$s(t_n) = h \sum_{k=-\infty}^{\infty} \theta_k g(t_n - kT) = \theta_k, \quad n = k. \quad (14)$$

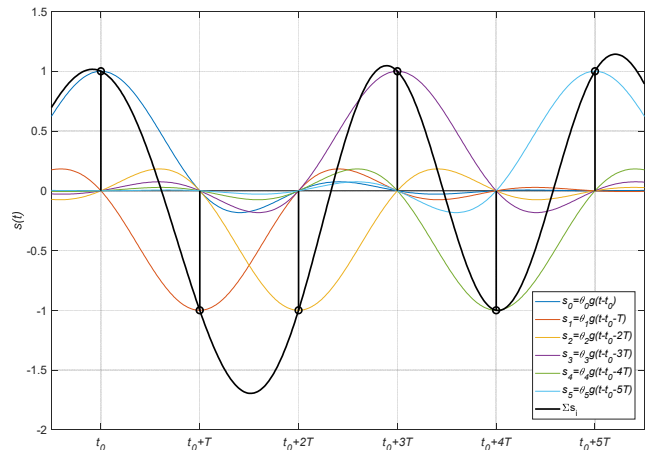


Рис. 2. Временные диаграммы сигналов при частоте следования импульсов равной частоте Найквиста

Пусть по каналу с ограниченной полосой требуется передать  $N$  символов. Согласно рассмотренному подходу при передаче со скоростью Найквиста достаточно принять  $N$  отсчетов, взятых с временным шагом  $T = \frac{1}{F_N}$ .

Если рассмотреть данную задачу в дискретном времени, то уравнение наблюдения может быть записано в векторно-матричном виде:

$$\mathbf{y} = h \mathbf{I}_N \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}, \quad (15)$$

где  $\mathbf{y} \triangleq [y_1 y_2 \dots y_N]^T$  – вектор отсчётов наблюдения,  $\boldsymbol{\theta} \triangleq [\theta_1 \theta_2 \dots \theta_N]^T$  – вектор символов,  $\mathbf{I}_N$  – единичная матрица, размером  $(N \times N)$ ,  $\boldsymbol{\eta}$  – вектор отсчётов гауссовского шума наблюдения с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей  $\mathbf{R}_\eta = \sigma_\eta^2 \mathbf{I}_N$ .

Уравнение (15) характерно для передачи информации по ортогональным каналам. В данном случае матрица ортогонального преобразования (передачи) описывается единичной матрицей.

Рассмотрим теперь случай, когда требуется передать  $N_s$  символов по тому же каналу, т.е. с той же полосой пропускания и за то же время. Причем  $N_s > N$ , т.е. длительность передаваемых символов будет  $T_s = \frac{N}{N_s} T$ , соответственно, скорость передачи  $R_s = \frac{1}{T_s} = \frac{N_s}{NT} = \frac{N_s}{N} F_N > F_N$ .

Пример такой передачи для  $N_s = 9$  и  $N = 6$  иллюстрируется на рис. 3.

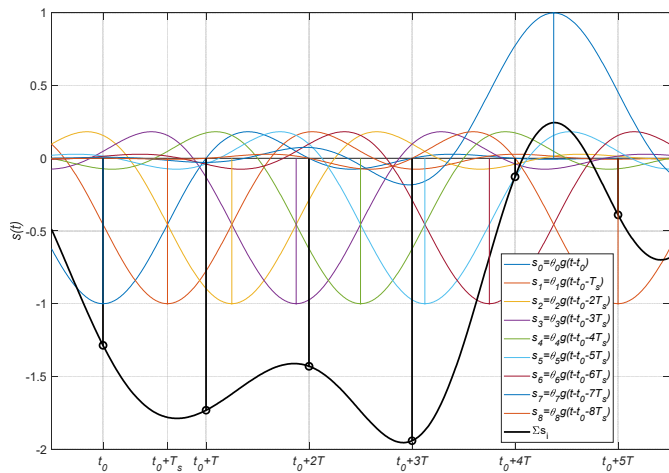


Рис. 3. Временные диаграммы сигналов при частоте следования импульсов больше частоты Найквиста

Здесь хорошо видно, что отсчёты, взятые в моменты  $t_n = nT$ , не совпадают со значениями самих символов, а, согласно, уравнению (45) содержат сумму разных символов. Этот случай также можно описать в векторно-матричном виде:

$$\mathbf{y} = h \sqrt{\frac{T}{T_s}} \mathbf{B}_{N \times N_s} \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}, \quad (16)$$

где  $\boldsymbol{\theta} \triangleq [\theta_1 \theta_2 \dots \theta_{N_s}]^T$  –  $N_s$ -мерный вектор символов,  $\mathbf{B}_{N \times N_s}$  –  $(N \times N_s)$ -мерная матрица с элементами  $b_{nk} = g(nT - kT_s) = g\left(\left(n - k \frac{N}{N_s}\right)T\right)$ , для  $n = \overline{0, N-1}$ ,  $k = \overline{0, N_s-1}$ .

Рассмотренная технология FTN и её дискретный аналог DFTN используется для повышения скорости передачи в

канале во временной области. Аналогичные подходы могут использоваться и в частотной области [18]. В этом случае, уплотнение достигается путем уменьшения частотного интервала между поднесущими OFDM сигнала при неизменной скорости передачи (при этом сужается спектр группового сигнала) или путём увеличения скорости передачи без изменения шага между поднесущими.

Таким образом, технология передачи со скоростью больше скорости Найквиста (FTN) может быть описана в дискретном времени простым векторно-матричным уравнением вида (16). Данный вариант технологии FTN известен как Discrete Time FTN (DTFTN) [30] или её можно назвать дискретная FTN во временной области (Time Domain – Discrete FTN – TD-DFTN). Причем для случая  $N_s = N$  матрица преобразования  $\mathbf{B}_{N \times N_s}$  становится ортогональной (единичной матрицей).

Аналогичный подход может быть применён и к анализу в частотной области. Рассмотрим систему с модуляцией OFDM с  $N$  поднесущими, на каждой поднесущей передаётся модулированный символ длительностью  $NT$ . Действительная составляющая комплексного спектра такого сигнала приведена на рис. 4. Как видно из этого рисунка значения спектральных составляющих на частотах поднесущих полностью совпадают со значениями символов передаваемых на этих поднесущих. В отличие от временного описания сигнала здесь мы уже имеем дискретное представление, так как сигналы поднесущих рассматриваются на дискретных значениях частот.

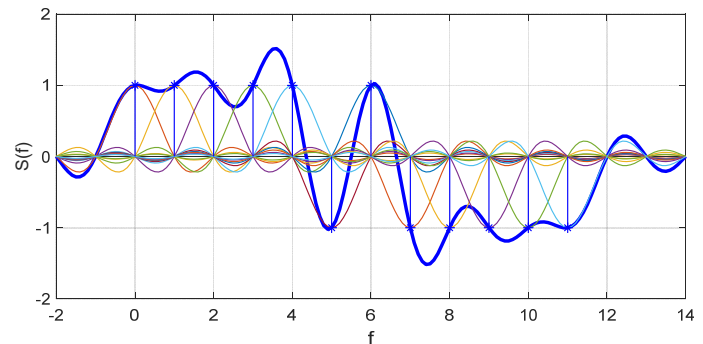


Рис. 4. Действительная составляющая спектра сигнала OFDM при передаче информации со скоростью Найквиста

По аналогии с уравнением во временной области (15) можно записать аналогичное уравнение в частотной области для сигнала OFDM

$$\mathbf{y} = h \mathbf{I}_N \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}, \quad (17)$$

только в данном случае  $\mathbf{y} \triangleq [y_1 y_2 \dots y_N]^T$  – вектор значений смеси сигнала и шума в частотной области, т.е. значения поднесущих. Для канала с частотно-селективными замираниями канальные множители для разных поднесущих могут различаться, в этом случае имеем следующую векторно-матричную модель:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{I}_N \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}, \quad (18)$$

где  $\mathbf{H}$  – диагональная матрица с коэффициентами  $h_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ , на главной диагонали.

Рассмотрим случай, когда в полосе  $N\Delta F$  (где  $\Delta F = \frac{1}{NT}$  – дискретный шаг по частоте между ортогональными поднесущими) используются  $N_s$  поднесущих с шагом  $\Delta F_s = \frac{1}{N_s T}$ .

Таким образом, в такой системе за время  $NT$  в полосе  $\Delta f = \frac{1}{T}$  передаются  $N_s > N$  модулированных символов, т.е. мы имеем вариант передачи со скоростью больше скорости Найквиста, но формирование такого сигнала происходит в частотной области. Действительная часть комплексного спектра такого сигнала изображена на рис. 5. Видно, что уменьшение шага между поднесущими приводит к возникновению межканальных помех на поднесущих. Этот вариант также может быть описан векторно-матричным уравнением

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\Delta F_s}{\Delta F}} \mathbf{H} \mathbf{B}_{N \times N_s} \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta} \quad (19)$$

где  $\mathbf{B}_{N \times N_s}$  –  $(N \times N_s)$ -мерная матрица с элементами

$$\begin{aligned} b_{nk} &= \gamma(n\Delta F - k\Delta F_s) = \gamma\left(n\frac{1}{NT} - k\frac{1}{N_s T}\right) = \\ &= \gamma\left(\left(n - k\frac{N}{N_s}\right)\frac{1}{NT}\right) = \gamma\left(\left(n - k\frac{N}{N_s}\right)\Delta F\right) \end{aligned}$$

для  $n = \overline{0, N-1}$ ,  $k = \overline{0, N_s-1}$ ,  $\gamma(f)$  – комплексная огибающая спектра единичного символа.

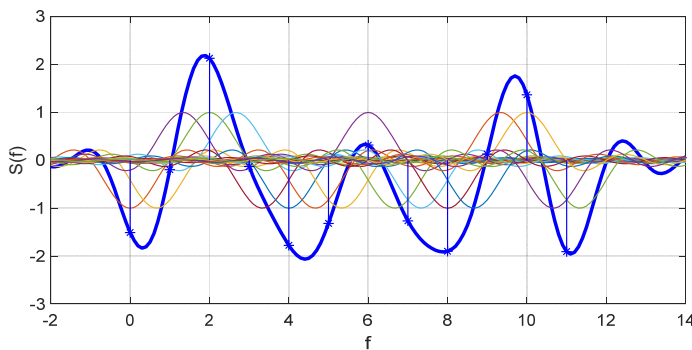


Рис. 5. Действительная составляющая спектра сигнала OFDM при передаче информации со скоростью больше скорости Найквиста на каждой поднесущей

Такой вариант разновидности FTN можно назвать дискретная FTN в частотной области (Frequency Domain Discrete FTN – FD-DFTN).

Анализируя обе разновидности дискретной FTN можно отметить, что для них является общим наличие линейного преобразования  $N_s$ -мерного вектора символов в  $N$ -мерный вектор отсчетов. Причем и в первом, и во втором случае вектор отсчетов можно рассматривать как результат ортогонального преобразования для сигнала, согласованного с частотно-временными характеристиками канала (с частотой Найквиста), т.е. другими словами говоря, это есть ортогональные

ресурсы, которые позволяют передать согласованный сигнал без потерь. Поэтому дискретные разновидности FTN (DFTN) можно обобщить и рассматривать как передачу  $N_s$  модулированных символов по  $N$  ортогональным ресурсам. Такая передача может в общем случае описываться векторно-матричным уравнением наблюдения

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}, \quad (20)$$

где  $\mathbf{W} \triangleq \mathbf{H} \cdot \bar{\mathbf{B}}_{N \times N_s}$  – эквивалентная матрица канала, объединяющая нормированную матрицу преобразования  $\bar{\mathbf{B}}_{N \times N_s}$  и матрицу канала  $\mathbf{H}$ , нормированная матрица преобразования  $\bar{\mathbf{B}}_{N \times N_s} = \beta(N, N_s) \mathbf{B}_{N \times N_s}$  обладает свойством независимости мощности сигнала от соотношения между  $N$  и  $N_s$ .

### Технология NOMA

Принцип неортогонального разделения сигналов абонентов стал развитием и следствием использования алгоритмов обработки квазиортогональных сигналов, который получил название многопользовательский прием (MultiUser Detection – MUD) [42]. Квазиортогональность сигналов была следствием неидеальности каналов, устройств формирования сигналов или использования квазиортогональных последовательностей в системах с кодовым разделением, т.е. последовательностей с невысоким ненулевым уровнем корреляции. Многопользовательский приемник рассматривает все сигналы, приходящие от разных абонентов, как полезные сигналы и демодулирует всю совокупность информационных символов. При этом оказалось возможным достичь характеристик однопользовательской системы даже в условиях межканальных помех.

В системах связи с неортогональным множественным доступом (NOMA – Non-Orthogonal Multiple Access) [37, 38, 40, 48, 53] неортогональность сигналов вводится сознательно для повышения эффективности использования канальных ресурсов.

Технология NOMA имеет множество разновидностей, которые можно разделить на две основные группы [38, 41]: NOMA с разделением по мощности (Power Domain NOMA – PD-NOMA), NOMA с разделением по структуре сигнала. Под разделением по структуре сигнала подразумевается любое различие сигналов пользователей в параметрах сигнала, структуре или параметрах отдельных блоков, используемых при формировании сигнала и т.п. В данной статье не будем останавливаться на описании различных разновидностей NOMA, а ограничимся лишь исследованием NOMA с кодовым разделением (Code Domain NOMA – CD-NOMA). Этот класс NOMA является достаточно широким и к нему относятся такие разновидности, как разделение по шаблону (Pattern Domain Multiple Access – PDMA) [40], разделение с использованием низкоплотных кодовых последовательностей (LDS – Low Density Signatures) [55], разделение с использованием последовательностей Welch (Welch Sequences Multiple Access – WSMA) и многих других [42].

Все разновидности CD-NOMA объединяются одним общим признаком: использование неортогональных сигналов переносчиков для объединения индивидуальных сигналов пользователей. В этом случае, число объединяемых

пользователей больше числа выделенных ортогональных ресурсов.

Модель наблюдения для системы с CD-NOMA зависит от типа линии (восходящая или нисходящая). Для нисходящей линии в общем случае наблюдение, принимаемое  $k$ -м пользователем описывается следующим векторно-матричным уравнением:

$$\mathbf{y}^{(k)} = \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{B}_{N \times K} \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}^{(k)}, \quad k = \overline{1, K}, \quad (21)$$

где  $\mathbf{y}^{(k)}$  –  $N$ -мерный вектор наблюдений для  $k$ -го пользователя,  $N$  – число ортогональных ресурсов,  $K$  – число пользователей,  $\boldsymbol{\theta}$  –  $N_s$ -мерный вектор модулированных QAM-символов всех пользователей,  $\boldsymbol{\eta}^{(k)}$  – вектор комплексных отсчетов гауссовского шума с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей  $\mathbf{R}_\eta$ ,  $\mathbf{H}^{(k)}$  –  $(N \times N)$ -мерная диагональная матрица канала нисходящей линии для  $k$ -го пользователя,  $\mathbf{B}_{N \times K}$  –  $(N \times K)$ -мерная кодовая матрица, которая в данном случае является формирующей матрицей, определяемая видом описываемой разновидности NOMA. Для обеспечения постоянства мощности излучаемого сигнала при изменении числа пользователей эта матрица должна удовлетворять следующим условиям

$$P_s = \frac{1}{N} \text{trace}(\mathbf{B}_{N \times K} \mathbf{B}'_{N \times K}). \quad (22)$$

Следует отметить, что выражение (21) описывает разные варианты системы передачи информации. Например, если  $K = N$  и  $\mathbf{B}_{N \times N}$  – орт огональная или единичная матрица, то мы имеем обычную систему передачи информации по ортогональным каналам. Если  $K > N$ , то имеем «перегруженную» систему, а при  $K < N$  имеем «недогруженную» систему. Предельным случаем «недогруженной» системы является случай, когда  $K = 1$ , т.е. один символ распределяется по  $N$  ортогональным ресурсам. Это эквивалентно использованию широкополосной модуляции с прямым расширением спектра (DSSS).

Для восходящей линии модель будет другой. Отличия в основном определяются тем, что множители канала для сигналов разных пользователей будут различаться. В общем случае она может быть описана следующим уравнением:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_\Sigma \odot \mathbf{B}_{N \times K} \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}, \quad (23)$$

где:  $\mathbf{H}_\Sigma \triangleq [\mathbf{h}_1 \dots \mathbf{h}_k \dots \mathbf{h}_K]$  – матрица группового канала,  $k$ -й столбец которой содержит канальные множители ресурсов  $k$ -го пользователя  $\mathbf{h}_k$ , оператор  $\odot$  обозначает поэлементное умножение матриц.

Между моделями нисходящей и восходящей линий имеется ещё одно отличие. Так, например, для нисходящей линии мощность суммарного излучаемого сигнала, определяемая матрицей  $\mathbf{B}_{N \times K}$ , фиксирована и не зависит от числа пользователей. Для восходящей модели, физически, нет такого условия. В ней с появлением каждого нового пользователя суммарная мощность принимаемого сигнала увеличивается. Однако, в данной статье для последующего адекватного сравнения систем NOMA с разной степенью загрузки, а также для

сравнения с системами с ортогональным доступом, будем использовать условие постоянства средней мощности суммарного принимаемого сигнала при любом числе пользователей. Другими словами говоря, и в нисходящей линии, и в восходящей будем считать, что условие (22) выполняется.

Таким образом, для системы NOMA, также как и для системы DFTN, модель описывается следующим уравнением:

$$\mathbf{y} = \mathbf{W} \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}, \quad (24)$$

где  $\mathbf{W}$  –  $(N \times K)$ -мерная эквивалентная матрица преобразования,  $\mathbf{W} \triangleq \mathbf{H} \odot \mathbf{B}_{N \times K}$  – для восходящей системы, и  $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(k)} \triangleq \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{B}_{N \times K}$  – для нисходящей системы.

В качестве примера рассмотрим модели для нескольких разновидностей NOMA.

Для системы с разновидностью PDMA используется матрица-шаблон, определяющая правило распределения символов пользователей по ресурсам [41]. Так, для конфигурации 6 пользователей на 4 ресурса ( $4 \times 6$ ) имеем:

$$\mathbf{B}_{4 \times 6} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Здесь единичный элемент определяет номер ресурса (положение в столбце) и номер пользователя в этом ресурсе (положение в строке). Сами по себе символы передаются напрямую в соответствующий ресурс без какого-либо преобразования.

Для системы NOMA разновидности LDS кодовая матрица строится аналогично матрице-шаблону в PDMA, но только вместо единичных элементов используются комплексные множители кодовых последовательностей с низкой плотностью.

Для WSMA кодовая матрица является заполненной матрицей, где в качестве столбцов используются кодовые последовательности, обладающие особыми свойствами (с границей Welch), например, [41, 42]:

$$\mathbf{B}_{4 \times 6} = \begin{bmatrix} -0.2221 + 0.322i & 0.1709 - 0.3679i & 0.4335 - 0.4253i & -0.2877 + 0.4804i \\ -0.4866 + 0.309i & -0.4148 - 0.2589i & 0.5181 + 0.0067i & -0.3439 - 0.2048i \\ 0.0525 - 0.6492i & 0.2786 + 0.2173i & 0.4058 - 0.3688i & -0.0586 - 0.3831i \\ 0.1887 - 0.5138i & -0.5603 + 0.0403i & 0.3714 - 0.066i & 0.3124 + 0.3807i \\ -0.4067 - 0.0166i & 0.5821 - 0.2559i & 0.1316 - 0.231i & 0.5222 - 0.2944i \\ 0.316 + 0.0753i & -0.7029 - 0.1267i & 0.354 - 0.2274i & -0.349 - 0.2925i \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Следует отметить, что модель системы связи с разновидностью NOMA вида PD-NOMA, также может быть описана общей моделью (24). Так, например, для системы с двумя пользователями в одном ресурсе для модели с 4-мя ресурсами можно записать эквивалентную матрицу:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \gamma_1 h_{11} & \gamma_2 h_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 h_{23} & \gamma_4 h_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_5 h_{35} & \gamma_6 h_{36} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_7 h_{47} & \gamma_8 h_{48} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

где  $\gamma_k$  – весовой множитель  $k$ -го пользователя, вводимый для организации разделения по мощности,  $h_{ik}$  – комплексный множитель канала для сигнала  $k$ -го пользователя в  $i$ -м ортогональном ресурсе. Здесь, для наглядности, рассмотрены 4 ресурса и 8 пользователей ( $4 \times 8$ ), но при этом в каждом ресурсе наблюдаются только сигналы двух пользователей, и каждый пользователь использует только один ресурс.

### Теоретико-информационный аспект технологий дискретного FTN и NOMA

Технология FTN, а также технология NOMA, в какой-то степени являются сенсационными, так как нарушают некоторые привычные основы. FTN позволяет передавать информацию со скоростью больше скорости Найквиста, а NOMA позволяет объединить сигналы абонентов, число которых больше числа ортогональных каналов. Существует устойчивое мнение на счёт обоснования эффективности технологии FTN, основанное на наличии контролируемой межсимвольной интерференции [14, 32]. Аналогично, эффективность NOMA объясняется неортогональностью используемых сигналов, что приводит также к контролируемым межканальным помехам. Рассмотрим, так ли это на самом деле. Достаточно ли введения контролируемых помех для повышения эффективности с точки зрения теории связи. Или необходимы какие-то дополнительные условия.

Рассмотрим пропускную способность системы передачи информации со скоростью Найквиста и пропускную способность системы с FTN в классическом (Шенноновском) понимании. Для этого воспользуемся векторно-матричной моделью (20) и рассчитаем пропускную способность векторного канала [67]. Для исключения влияния канала на результаты ограничимся рассмотрением канала АБГШ с постоянными одинаковыми канальными множителями для всех отсчётов. Для этой модели пропускная способность векторного канала будет определяться выражением:

$$C_N = \log_2 \det \left( \mathbf{I}_{N_s} + \frac{N}{N_s} \mathbf{B}'_{N \times N_s} \mathbf{R}_\eta^{-1} \mathbf{B}_{N \times N_s} \right) = \log_2 \det \left( \mathbf{I}_{N_s} + \frac{N}{N_s} \rho \mathbf{B}'_{N \times N_s} \mathbf{B}_{N \times N_s} \right) \quad (28)$$

где  $C_N$  – пропускная способность (бит/вектор)  $N$ -мерного векторного канала, в котором элементами являются временные отсчёты наблюдения,  $\rho$  – отношение сигнал/шум на выходе СФ в одном временном отсчёте. В выражении (28) учитывается, что отсчёты наблюдения берутся после согласованной фильтрации с периодом  $T = 1 / F_N$ , поэтому отсчёты шума будут некоррелированными. Чтобы исключить влияние выбора размерности вектора на пропускную способность рассмотрим нормированную пропускную способность на один отсчёт

$$C = \frac{1}{N} \log_2 \det \left( \mathbf{I}_{N_s} + \frac{N}{N_s} \rho \mathbf{B}'_{N \times N_s} \mathbf{B}_{N \times N_s} \right), \quad (29)$$

Нетрудно показать, что для системы Найквиста ( $N = N_s$ ,  $\mathbf{B}_{N \times N_s} = \mathbf{I}_N$ ) имеем:

$$C = \frac{1}{N} \log_2 \det (\mathbf{I}_N + \rho \mathbf{I}_N) = \log_2 (1 + \rho). \quad (30)$$

Это полностью согласуется с теорией Шеннона о пропускной способности гауссовского канала.

Рассмотрим зависимости пропускной способности векторного канала (29) при разных значениях периода следования импульсов при фиксированной полосе. На рис. 6 приведены зависимости пропускной способности одного на один отсчёт от ОСШ при разных значениях периода следования импульсов. Число отсчётов, взятых с частотой Найквиста  $N = 24$ , параметр скругления фильтра с приподнятым косинусом  $\alpha = 0.3$ .

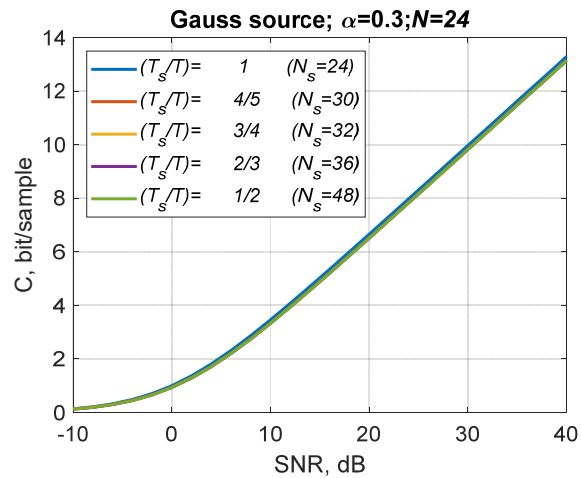


Рис. 6. Зависимости пропускной способности от ОСШ при разных значениях периода следования импульсов

Как следует из этого рисунка, для систем передачи информации с гауссовскими источниками увеличение частоты следования отсчётов не приводит к увеличению пропускной способности по Шеннону.

Рассмотрим теперь пропускную способность при передаче цифровой информации по непрерывному каналу связи, т.е. в качестве сигналов, передаваемых по каналу связи рассмотрим символы с цифровой модуляцией QAM. В данном случае  $\theta_n \in \mathbb{C}^M$  – это комплексный символ, принимающий одно из  $M = 2^m$  значений, где  $m$  – число бит, передаваемых в одном отсчёте сигнала,  $n = \overline{1, N_s}$ . Этот случай соответствует пропускной способности дискретно-непрерывного канала [61-64, 68, 69, 71]. Здесь под дискретностью понимается дискретный характер значений сигнала. Для этого случая взаимная информация между цифровым источником  $J$  с числом состояний  $2^{mN_s}$ , характеризующая пропускную способность, будет определяться следующим выражением [69]:

$$I_{J,Y} = -N - \mathfrak{I}_{J,Y} \quad (31)$$

где введено следующее обозначение

$$\mathfrak{I}_{J;Y} \triangleq \frac{1}{2^{mN_s}} \sum_{J=0}^{2^{mN_s}-1} \left( \int_y \frac{1}{(2\pi\sigma_\eta^2)^N} \exp\left(-\frac{\|y - W\theta^{(J)}\|^2}{2\sigma_\eta^2}\right) \times \right. \\ \left. \times \log\left(\frac{1}{2^{mN_s}} \sum_{I=0}^{2^{mN_s}-1} \exp\left(-\frac{\|y - W\theta^{(I)}\|^2}{2\sigma_\eta^2}\right)\right) dy \right), \quad (32)$$

где  $\theta^{(J)}$  –  $J$ -ая комбинация  $N_s$ -мерного вектора  $\theta = [\theta_1 \dots \theta_{N_s}]$ .

Для практического использования выражений (31)-(32) можно использовать метод Монте-Карло. для этого его можно преобразовать и записать в следующем виде:

$$\bar{I}_{J;Y} \approx -N - \frac{1}{N_{MC}} \sum_{n=1}^{N_{MC}} \log\left(\frac{1}{2^{mN_s}} \sum_{J=0}^{2^{mN_s}-1} \exp\left(-\frac{\|z_n - W\Delta\theta^{(J,n)}\|^2}{2\sigma_\eta^2}\right)\right) \quad (33)$$

где  $N_{MC}$  – объём статистики метода Монте-Карло,  $I_n$  – значение дискретной случайной величины  $I \in \{0, 1, 2, \dots, 2^{mN_s} - 1\}$  на  $n$ -й реализации вычислений методом Монте-Карло.

Рассмотрим зависимости пропускной способности дискретно-непрерывного канала, приведённой к одному информационному отсчёту  $C = \frac{1}{N} \bar{I}_{J;Y}$ , от отношения сигнал/шум

при разных соотношениях  $(T_s / T)$  при использовании огибающей сигнала в виде приподнятого косинуса (4) с параметром  $\alpha = 0.3$ . Эти зависимости приведены на рис. 7. Здесь хорошо видно, что в отличие от непрерывного гауссовского источника, при передаче цифровой информации увеличение частоты следования символов (уменьшение соотношения  $(T_s / T)$ ) приводит к увеличению пропускной способности, а точнее к реальной скорости передачи информации. На рис. 8 приведены зависимости пропускной способности системы FTN для гауссовского источника и цифрового источника от соотношения  $(F_{FTN} / F_N) = 1 / (T_s / T)$  при отношении сигнал/шум 10 дБ. Эти зависимости показывают, что для гауссовского источника увеличение частоты следования информационных отсчётов не увеличивает пропускную способность канала, в то время как для цифрового источника наблюдается рост пропускной способности. Однако, значение пропускной способности при цифровой передаче не превышает пропускную способность гауссовского источника, оно лишь асимптотически стремится к ней.

Эти результаты показывают, что эффект от превышения частоты Найквиста наблюдается только в системах, которые на самом деле неэффективно используют пропускную способность канала. Причём, чем хуже используется канал, тем больше повышается эффективность от использования системы FTN. Таким образом, введение контролируемой межсимвольной интерференции в системах связи с технологией FTN является лишь инструментом для повышения эффективности изначально неэффективных систем.

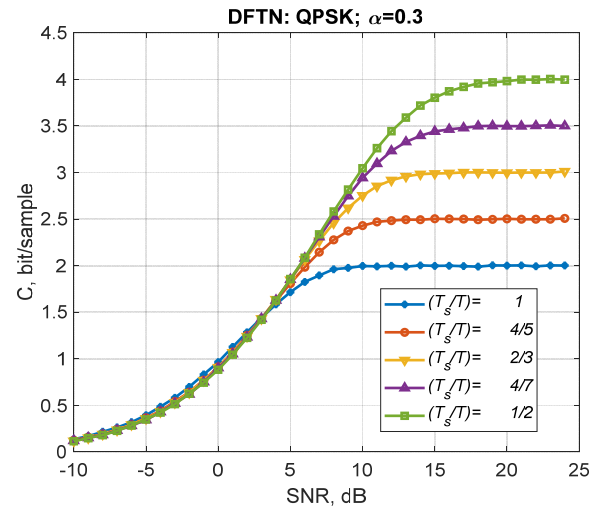


Рис. 7. Зависимости пропускной способности FTN системы при передаче цифровой информации от отношения сигнал/шум при разных соотношениях  $(T_s / T)$ .

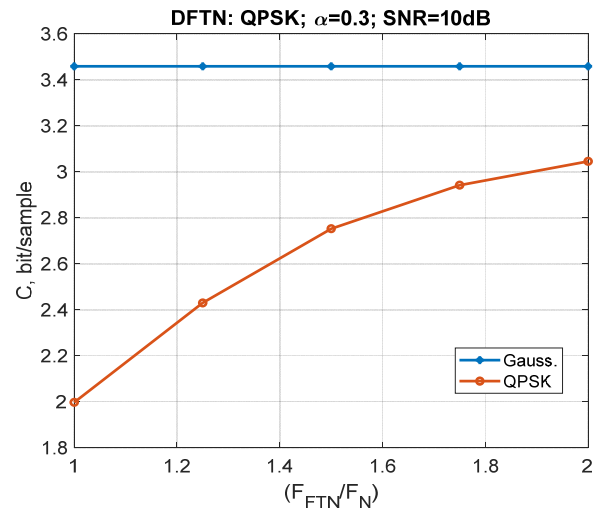


Рис. 8. Зависимости пропускной способности системы FTN для гауссовского источника и цифрового источника от соотношения  $(F_{FTN} / F_N)$  при отношении сигнал/шум 10 дБ

Поведём теперь аналогичное исследование пропускной способности системы связи с технологией NOMA. В качестве разновидности NOMA рассмотрим WSMA с числом ресурсов 4 и разным числом пользователей [43]. Поскольку, как было показано в разделе 2, для системы NOMA может использоваться такая же модель, как и для дискретной FTN, то для анализа пропускной способности с гауссовским источником и цифровым в системе NOMA используем те же выражения (28) и (33), соответственно.

На рис. 9 приведены зависимости пропускной способности для гауссовского канала и цифрового канала с модуляцией QPSK для системы связи с NOMA от отношения сигнал/шум при разном числе пользователей. В отличие от аналогичных зависимостей для системы с FTN здесь пропускная способность вычисляется для векторного канала, состоящего из  $N_{res} = 4$ , т.е. суммарная пропускная способность векторного канала, а не для одного отсчёта.

На рис. 10 приведены зависимости пропускной способности системы NOMA для гауссовского источника и цифрового источника от, так называемого, параметра перегрузки  $Overload\ factor = N_{us} / N_{res} \cdot 100\%$  при отношении сигнал/шум 10 дБ, где  $N_{us}$  – число пользователей.

Как видно из приведённых рисунков, для гауссовского источника пропускная способность не увеличивается при использовании неортогональных методов множественного доступа (при условии, что суммарная мощность сигнала остается постоянной). В то время, как для систем передачи цифровой информации, использующих модуляцию QPSK, применение неортогональных методов увеличивает суммарную пропускную способность, которая в данном случае выражается в числе пользователей. Однако, при этом суммарная пропускная способность цифровой системы связи с NOMA остается меньше пропускной способности по Шеннону.

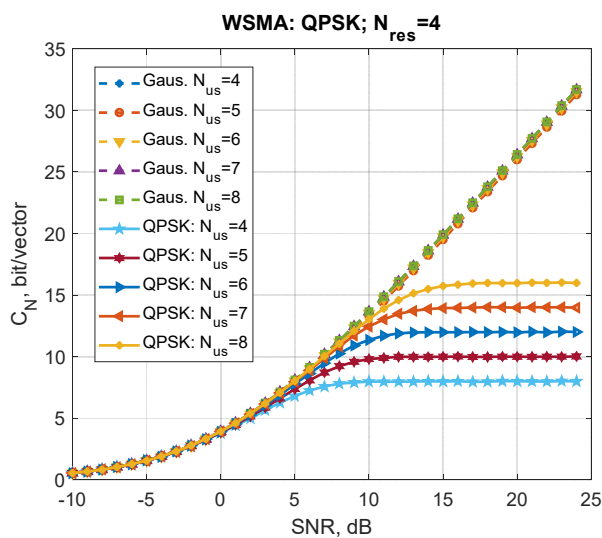


Рис. 9. Зависимости пропускной способности для гауссовского канала и цифрового канала с модуляцией QPSK для системы связи с NOMA от отношения сигнал/шум при разном числе пользователей

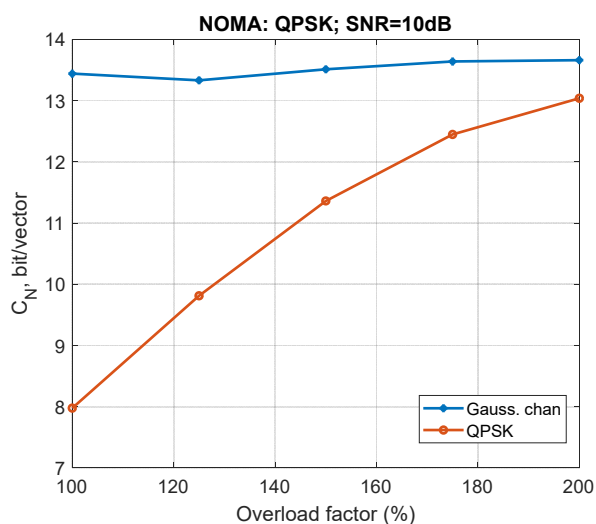


Рис. 10. Зависимости пропускной способности системы NOMA для гауссовского источника и цифрового источника от параметра перегрузки при отношении сигнал/шум 10 дБ

Эти результаты показывают, что использование контролируемой помехи в системах FTN и NOMA позволяет повысить спектральную эффективность и пропускную способность, но только в том случае, когда в системе связи, изначально, свойства канала используются не очень эффективно. Этим, в основном, объясняется, что эти технологии чаще всего используются при модуляциях невысокого порядка и с небольшим числом пользователей.

Следует также обратить внимание на то, что дискретные сигналы в системах с FTN и NOMA имеют больше значений (точек по уровню) чем исходные QAM-сигналы, что приближает их к непрерывным сигналам, и к тому же они становятся практически независимыми. Другими словами говоря, преобразованные сигналы в FTN и NOMA системах приближаются к гауссовским, что приводит к приближению к Шенноновской пропускной способности.

Данные выводы не противоречат и не подвергают сомнению, анализ эффективности систем связи с FTN и NOMA, опубликованные в разных источниках [9, 22, 35, 36, 49, 50], а лишь смещают акцент на истинную природу повышения эффективности и дают направления в поиске критериев для оптимизации, например, использование критериев, учитывающих дискретный характер цифровых сигналов [71-73].

### Заключение

Таким образом, проведённый анализ пропускной способности системы связи с новыми технологиями FTN и NOMA показал, что эти технологии, эксплуатирующие введение контролируемых помех путем нарушения ортогональности, не являются «волшебными» технологиями, делающие лучшее лучшим. Они лишь демонстрируют тот факт, что современные системы недостаточно эффективно используют каналы связи, и дают инструмент для улучшения систем связи. Другими словами говоря, они позволяют «догрузить» «недогруженные» системы связи. «Недогруженность» каналов связи возникает из-за использования цифровых методов модуляции низкого порядка, поэтому наибольший эффект от использования FTN и NOMA возникает, именно, в системах с модуляцией типа BPSK и QPSK.

Эффект от использования этих технологий основан на том же, что и применение модуляций высокого порядка, а также многомерных созвездий. Поэтому для оптимизации сигналов систем связи с FTN и NOMA необходимо использовать критерии, учитывающие дискретность значений.

### Литература

1. Lucky R. W. Decision feedback and faster-than-Nyquist transmission // Proc. Int. Symp. Inf. Theory (ISIT), Noordwijk, Netherlands, Jun. 1970, p. 7.6.
2. Salz J. Optimum mean-square decision feedback equalization // Bell Syst. Tech. J., vol. 52, pp. 1341-1373, Oct. 1973.
3. Foschini G. J. Contrasting performance of faster binary signaling with QAM // AT&T Bell Lab. Tech. J., vol. 63, pp. 1419-1445, Oct. 1984.
4. Mazo J. E. Faster-than-Nyquist signalling // Bell Syst. Tech. J., vol. 54, pp. 1451-1462, Oct. 1975.
5. Gallager R. A perspective on multiaccess channels // IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 31, no. 2, pp. 124-142, Mar. 1985.
6. Gallager R. G. An inequality on the capacity region of multiaccess multipath channels // Communications and Cryptography, R. E. Blahut et

al., Eds. Boston, MA, USA: Springer, 1994, pp. 143-153.

7. *Liveris A. D., Georghiades C. N.* Exploiting faster-than-Nyquist signaling // *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, pp. 1502-1511, Sept. 2003.

8. *Rusek F., Anderson J. B.* Non binary and precoded faster than Nyquist signaling // *IEEE Trans. Commun.*, vol. 56, pp. 808-817, May 2008.

9. *Rusek F., Anderson J. B.* Constrained capacities for faster-than-Nyquist signaling // *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 55, no. 2, pp. 764-775, Feb. 2009.

10. *Anderson J. B., Rusek F., Öwall V.* Faster-than-Nyquist signaling // *Proc. IEEE*, vol. 101, no. 8, pp. 1817-1830, Aug. 2013.

11. *Fan J., Guo S., Zhou X., Ren Y., Li G. Y., Chen X.* Faster-than-Nyquist signaling: An overview // *IEEE Access*, vol. 5, pp. 1925-1940, 2017.

12. *Hajela D.* On faster than Nyquist signaling: Further estimations on the minimum distance // *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 52, no. 3, pp. 900-907, 1992.

13. *Wang Y., Li Q., Li Y., Li L., X. Li.* Linear precoding for faster-than-Nyquist signaling with imperfect channel state information // *Proc. 16th Int. Conf. Wireless Commun. Signal Process. (WCSP)*, Hefei, China, 2024, pp. 962-967.

14. *Belkova S., Cu N. D., Lavrenyuk I.* Joint application of signals with controlled ISI and iterative decision-feedback detection algorithm in DVB-S2 // *Proc. Int. Conf. Electr. Eng. Photonics (EEXPolytech)*, St. Petersburg, Russia, 2024, pp. 134-137.

15. *Matsuyama T., Suzuki T., Saito S., Suganuma H., Maehara F.* Throughput improvement through FTN-based MIMO signaling in fixed wireless access // *Proc. 11th Int. Japan-Africa Conf. Electron., Commun. Comput. (JAC-ECC)*, Alexandria, Egypt, 2023, pp. 79-82.

16. *Fraisse J.-B., Chevalier P., Gautier R., Delaveau F., Traverso S.* Power and second order cyclic covertness of chip-wise direct sequence spread spectrum faster-than-Nyquist signaling // *MILCOM 2023*, Boston, MA, USA, 2023, pp. 522-527.

17. *Hamdar F., Nadal J., Nour C. A., Baghdadi A.* Novel transmission technique based on intentional overlapping for spectral efficiency enhancement in multicarrier systems // *Proc. IEEE PIMRC*, Toronto, ON, Canada, 2023, pp. 1-6.

18. *Hama Y., Ochiai H.* On the achievable spectral efficiency of non-orthogonal frequency division multiplexing // *IEEE Trans. Commun.*, vol. 71, no. 11, pp. 6246-6257, Nov. 2023.

19. *Chiu H.-T. et al.*, Performance comparisons of faster-than-Nyquist signaling considering fixed utilized bandwidth // *Proc. 10th Int. Japan-Africa Conf. Electron., Commun. Comput. (JAC-ECC)*, Alexandria, Egypt, 2022, pp. 109-112.

20. *Zavjalov S., Prokhorov V., Chudnov A.* Comparison of spectral efficiency of FTN signaling with coherent and noncoherent detection // *Proc. Int. Conf. Electr. Eng. Photonics (EEXPolytech)*, St. Petersburg, Russia, 2022, pp. 166-169.

21. *Gunturu A., Sahoo A. K., Chavva A. K. R.* Faster than Nyquist waveform for beyond 5G systems – Evaluation and implementation aspects // *ICC 2022*, Seoul, Korea, 2022, pp. 1859-1864.

22. *Han G., Shamai S.* On sampling continuous-time AWGN channels // *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 68, no. 2, pp. 782-794, Feb. 2022.

23. *Peleg M., Michaeli T., Shamai S. (Shitz).* On information rates over a binary-input filtered Gaussian channel // *Proc. IEEE COMCAS*, Tel Aviv, Israel, 2021, pp. 330-333.

24. *Baek C.-U., Jung J.-W.* Faster-than-Nyquist signal processing based on unequal error probability for high-throughput wireless communications // *Appl. Sci.*, vol. 9, no. 12, p. 2413, 2019.

25. *Ochiai H.* Peak power properties of band-limited signals: With pulse shaping or windowing // *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 73, no. 10, pp. 15200-15213, Oct. 2024.

26. *El Hefnawy M., Taoka H.* Overview of faster-than-Nyquist for future mobile communication systems // *Proc. IEEE VTC Spring*, Dresden, Germany, 2013, pp. 1-5.

27. *Cerci E., Cicek A., Cavus E., Bedeer E., Yanikomeroglu H.* Coded faster-than-Nyquist signaling for short packet communications // *Proc.*

*IEEE PIMRC*, Helsinki, Finland, 2021, pp. 428-433.

28. *Bedeer E., Yanikomeroglu H.* A novel low complexity faster-than-Nyquist (FTN) signaling detector for ultra high-order QAM // *IEEE Open J. Commun. Soc.*, vol. 2, pp. 2566-2580, 2021.

29. *Che D., Chen X.* Higher-order modulation vs faster-than-Nyquist PAM-4 for datacenter IM-DD optics: An AIR comparison under practical bandwidth limits // *J. Lightw. Technol.*, vol. 40, no. 10, pp. 3347-3357, May 2022.

30. *McGuire M., Sima M.* Discrete time faster-than-Nyquist signaling // *Proc. IEEE GLOBECOM*, Miami, FL, USA, 2010.

31. *Si C., Li S., Liu M., Bai B., Wang J.* An iterative receiver for coded faster-than-Nyquist signaling over Rayleigh fading channels // *Proc. IEEE/CIC ICC Workshops*, Foshan, China, 2022, pp. 472-477.

32. *Jaffal Y., Alvarado A.* Pulses with minimum residual intersymbol interference for faster than Nyquist signaling // *IEEE Commun. Lett.*, vol. 26, no. 11, pp. 2670-2674, Nov. 2022.

33. *Zhang Z., Yuksel M., Yanikomeroglu H.* Faster-than-Nyquist signaling for MIMO communications // *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 22, no. 4, pp. 2379-2392, Apr. 2023.

34. *Tong M., Huang X., Zhang J. A.* Faster-than-Nyquist transmission with frame-by-frame decision-directed successive interference cancellation // *IEEE Trans. Commun.*, vol. 71, no. 8, pp. 4851-4861, Aug. 2023.

35. *Yoo Y. G., Cho J. H.* Asymptotic optimality of binary faster-than-Nyquist signaling // *IEEE Commun. Lett.*, vol. 14, no. 9, pp. 788-790, Sep. 2010.

36. *Ganji M., Zou X., Jafarkhani H.* On the capacity of faster than Nyquist signaling // *IEEE Commun. Lett.*, vol. 24, no. 6, pp. 1197-1201, Jun. 2020.

37. *Yuan Y., Yuan Z., Tian L.* 5G non-orthogonal multiple access study in 3GPP // *IEEE Commun. Mag.*, vol. 58, no. 7, pp. 90-96, Jul. 2020.

38. *Al-Dulaimi A. M. K., Al-Dulaimi O. M. K., Al-Dulaimi M. K. H.* Implementing 3GPP code division for non-orthogonal multiple access in 5G // *Proc. ISMSIT*, Ankara, Turkey, 2022, pp. 998-1006.

39. *Бакулин М. Г., Бен Режеб Т. Б. К., Крейнделин В. Б., Панкратов Д. Ю., Смирнов А. Э.* Технология NOMA с кодовым разделением в 3GPP: 5G или 6G? // *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*. 2022. Т. 16, № 1. С. 4-14.

40. *Nikopour H., Baligh H.* Sparse code multiple access // *Proc. IEEE PIMRC*, 2013, pp. 332-336.

41. *Chen S., Ren B., Gao Q., Kang S., Sun S., Niu K.* Pattern division multiple access – A novel nonorthogonal multiple access for fifth-generation radio networks // *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 66, no. 4, pp. 3185-3196, 2017.

42. *Li X., Chen H.-H., Qian Y., Rong B., Soleymani M. R.* Welch bound analysis on generic code division multiple access codes with interference free windows // *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, no. 4, pp. 1603-1607, Apr. 2009.

43. "Signature design for NOMA," 3GPP TSG RAN WG1 Meeting #92, Athens, Greece, Feb. 2018, Doc. R1-1802767.

44. *Бакулин М. Г., Бен Режеб Т. Б. К., Крейнделин В. Б., Панкратов Д. Ю., Смирнов А. Э.* Неортогональный множественный доступ (NOMA) как основа систем связи 5G и 6G. М.: Горячая линия – Телеком, 2024. 264 с.

45. *Luo F.-L. et al.*, *Signal Processing for 5G: Algorithms and Implementations*. Hoboken, NJ, USA: Wiley-IEEE Press, 2016.

46. *Verdú S.* Optimum multiuser asymptotic efficiency // *IEEE Trans. Commun.*, vol. 34, no. 9, pp. 890-897, Sep. 1986.

47. *Бакулин М. Г., Крейнделин В. Б., Шумов А. П.* Вопросы повышения спектральной эффективности систем связи: неортогональная передача // *Цифровая обработка сигналов*. 2013. № 4. С. 55-64.

48. *Lee H., Kim S., Lim J.* Multiuser superposition transmission (MUST) for LTE-A systems // *Proc. IEEE ICC*, 2016, pp. 1-6.

49. *Islam S. M. R., Zeng M., Dobre O. A.* NOMA in 5G systems: Exciting possibilities for enhancing spectral efficiency // *IEEE 5G Tech Focus*, vol. 1, no. 2, Jun. 2017.

50. Wang Y., Ren B., Sun S., Kang S., Yue X. Analysis of non-orthogonal multiple access for 5G // *China Commun.*, vol. 13, no. 2, pp. 52-66, 2016.
51. Shin W., Vaezi M., Lee B., Love D. J., Lee J., Poor H. V. Non-orthogonal multiple access in multi-cell networks: Theory, performance, and practical challenges // *IEEE Commun. Mag.*, vol. 55, no. 10, pp. 176-183, Oct. 2017.
52. Benjebbour A., Saito K., Li A., Kishiyama Y., Nakamura T. Non-orthogonal multiple access (NOMA): Concept, performance evaluation and experimental trials // *Proc. WINCOM*, 2015.
53. Hoshyar R., Wathan F. P., Tafazolli R. Novel low-density signature for synchronous CDMA systems over AWGN channel // *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 4, pp. 1616-1626, 2008.
54. Chennakeshu S., Saulnier G. J. Differential detection of  $\pi/4$ -shifted-DQPSK for digital cellular radio // *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 42, no. 1, pp. 46-57, Feb. 1993.
55. Yan C., Harada A., Benjebbour A., Lan Y., Li A., Jiang H. Receiver design for downlink non-orthogonal multiple access (NOMA) // *Proc. IEEE VTC Spring, Glasgow, UK*, 2015, pp. 1-6.
56. Islam S. M. R., Avazov N., Dobre O. A., Kwak K. Power-domain non-orthogonal multiple access (NOMA) in 5G systems: Potentials and challenges // *IEEE Commun. Surveys Tuts.*, vol. 19, no. 2, pp. 721-742, Second Quart. 2017.
57. Шеннон К. Математическая теория связи // *Bell System Technical Journal*. 1948. С. 379-423, 623-656.
58. Blahut R. E. Principles and Practice of Information Theory. Reading, MA, USA: Addison-Wesley, 1987.
59. Ungerboeck G. Channel coding with multilevel/phase signals // *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 28, no. 1, pp. 55-67, Jan. 1982.
60. Ng S. X., Hanzo L. On the MIMO channel capacity of multidimensional signal sets // *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 55, no. 2, pp. 528-536, 2006.
61. McIllree P. E. Channel capacity calculations for M-ary N-dimensional signal sets // M.S. thesis, School of Electr. Eng., Univ. South Australia, Adelaide, Australia, 1995.
62. Cover T. M., Thomas J. A. Elements of Information Theory, 2nd ed. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2006.
63. Fishman G. S. Monte Carlo: Concepts, Algorithms, and Applications. New York, NY, USA: Springer, 1995.
64. Telatar E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels // *Eur. Trans. Telecommun.*, vol. 10, pp. 585-595, 1999.
65. Прокус Дж. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000.
66. Bakulin M. G., Ben Rejeb T., Kreyndelin V., Pankratov D., Smirnov A. New approach to NOMA optimization based on individual discrete input continuous output memoryless channel capacity // *Alexandria Eng. J.*, vol. 107, pp. 215-224, 2024.
67. Bakulin M. G., Ben Rejeb T. B., Kreyndelin V. B. et al. Individual channel capacity in a communication system with nonorthogonal multiple access // *J. Commun. Technol. Electron.*, vol. 68, Suppl. 2, pp. S198-S211, 2023.
68. Barrueco J., Montalban J., Iradier E., Angueira P. Constellation design for future communication systems: A comprehensive survey // *IEEE Access*, vol. 9, pp. 89778-89797, 2021.
69. Бакулин М. Г., Крейнделин В. Б., Резнёв А. А. Оптимизация матрицы DFTN для повышения помехоустойчивости // *Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии*. 2025. Т. 17, № 4. С. 419-430.
70. Guillén i Fàbregas A., Martínez A., Caire G. Bit-wise mutual information and error exponent for binary-input channels // *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 54, no. 11, pp. 5140-5154, Nov. 2008.
71. Madhow U. Fundamentals of Digital Communication. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2008.
72. Martínez A., Guillén i Fàbregas A. Spectral efficiency of optical intensity channels with bandwidth constraints // *IEEE Trans. Commun.*, vol. 60, no. 10, pp. 2991-3001, Oct. 2012.
73. Ling C., Yeung R. W. On capacity loss due to symbol quantization in discrete-input AWGN channels // *IEEE Commun. Lett.*, vol. 27, no. 5, pp. 1231-1235, May 2023.

## FTN AND NOMA: BEYOND THE HYPE – TOWARD SHANNON-LIMITED EFFICIENCY

**Mikhail G. Bakulin**, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, [m.g.bakulin@gmail.com](mailto:m.g.bakulin@gmail.com)

**Vitaly B. Kreyndelin**, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, [vitkrend@gmail.com](mailto:vitkrend@gmail.com)

**Andrey A. Reznev**, Moscow Technical University of Communications and Informatics;

JSC NTC Atlas, Moscow, Russia, [andrey.reznev@gmail.com](mailto:andrey.reznev@gmail.com)

### Abstract

Faster-Than-Nyquist (FTN) and Non-Orthogonal Multiple Access (NOMA) are widely regarded as promising techniques for enhancing spectral efficiency in 5G and 6G wireless systems. Both approaches deliberately violate signal orthogonality-FTN by time-domain symbol packing and NOMA by enabling multiple users to share the same resources. The literature often describes them as "overloaded" systems that boost capacity through controlled interference. However, this view is misleading. Based on information-theoretic analysis, we demonstrate that neither FTN nor NOMA can exceed the classical Shannon capacity limit of the Gaussian channel. Their actual gain arises exclusively when transmitting discrete signals (e.g., BPSK, QAM), which inherently operate far below Shannon's bound due to their non-Gaussian nature. Consequently, the performance improvement offered by FTN and NOMA does not stem from "interference exploitation" but from compensating for the inefficiency of low-order modulation schemes-essentially "loading" initially underloaded channels. This effect is most pronounced in systems using low-order constellations, such as IoT or energy-constrained devices. Recognizing this mechanism shifts the optimization paradigm: rather than merely mitigating interference, system design should focus on maximizing channel utilization by leveraging the discrete structure of digital signals. The conclusions are supported by mutual information analysis of discrete-input continuous-output channels and corroborated through Monte Carlo-based simulations. Ultimately, FTN and NOMA are not "magic" breakthroughs beyond fundamental limits-they are practical tools to approach Shannon efficiency in real-world digital communication systems.

**Keywords:** spectral efficiency, FTN, MIMO, NOMA, spatial multiplexing, 5G, simulation modeling

## References

- [1] R. W. Lucky, "Decision feedback and faster-than-Nyquist transmission," in *Proc. Int. Symp. Inf. Theory (ISIT)*, Noordwijk, Netherlands, Jun. 1970, p. 7.6.
- [2] J. Salz, "Optimum mean-square decision feedback equalization," *Bell System Technical Journal*, vol. 52, pp. 1341-1373, Oct. 1973.
- [3] G. J. Foschini, "Contrasting performance of faster binary signaling with QAM," *AT&T Bell Laboratories Technical Journal*, vol. 63, pp. 1419-1445, Oct. 1984.
- [4] J. E. Mazo, "Faster-than-Nyquist signalling," *Bell System Technical Journal*, vol. 54, pp. 1451-1462, Oct. 1975.
- [5] R. Gallager, "A perspective on multiaccess channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 31, no. 2, pp. 124-142, Mar. 1985, doi: 10.1109/TIT.1985.1057022.
- [6] R. G. Gallager, "An inequality on the capacity region of multiaccess multipath channels," in *Communications and Cryptography*, R. E. Blahut, D. J. Costello, U. Maurer, and T. Mittelholzer, Eds. Boston, MA, USA: Springer, 1994, pp. 143-153, doi: 10.1007/978-1-4615-2694-0\_14.
- [7] A. D. Liveris and C. N. Georghiades, "Exploiting faster-than-Nyquist signaling," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, no. 9, pp. 1502-1511, Sep. 2003, doi: 10.1109/TCOMM.2003.816963.
- [8] F. Rusek and J. B. Anderson, "Non binary and precoded faster than Nyquist signaling," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 56, no. 5, pp. 808-817, May 2008, doi: 10.1109/TCOMM.2008.060457.
- [9] F. Rusek and J. B. Anderson, "Constrained capacities for faster-than-Nyquist signaling," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 55, no. 2, pp. 764-775, Feb. 2009, doi: 10.1109/TIT.2008.2009832.
- [10] J. B. Anderson, F. Rusek, and V. wall, "Faster-than-Nyquist signaling," *Proceedings of the IEEE*, vol. 101, no. 8, pp. 1817-1830, Aug. 2013, doi: 10.1109/JPROC.2012.2233451.
- [11] J. Fan, S. Guo, X. Zhou, Y. Ren, G. Y. Li, and X. Chen, "Faster-than-Nyquist signaling: An overview," *IEEE Access*, vol. 5, pp. 1925-1940, 2017, doi: 10.1109/ACCESS.2017.2657599.
- [12] D. Hajela, "On faster than Nyquist signaling: Further estimations on the minimum distance," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 52, no. 3, pp. 900-907, 1992, doi: 10.1137/0152052.
- [13] Y. Wang, Q. Li, Y. Li, L. Li, and X. Li, "Linear precoding for faster-than-Nyquist signaling with imperfect channel state information," in *Proc. 16th Int. Conf. Wireless Commun. Signal Process. (WCSP)*, Hefei, China, 2024, pp. 962-967, doi: 10.1109/WCSP62071.2024.10827586.
- [14] S. Belkova, N. D. Cu, and I. Lavrenyuk, "Joint application of signals with controlled ISI and iterative decision-feedback detection algorithm in DVB-S2," in *Proc. Int. Conf. Electr. Eng. Photonics (EExPolytech)*, St. Petersburg, Russia, 2024, pp. 134-137, doi: 10.1109/EEXPOLYTECH62224.2024.10755922.
- [15] T. Matsuyama, T. Suzuki, S. Saito, H. Suganuma, and F. Maehara, "Throughput improvement through FTN-based MIMO signaling in fixed wireless access," in *Proc. 11th Int. Japan-Africa Conf. Electron., Commun. Comput. (JAC-ECC)*, Alexandria, Egypt, 2023, pp. 79-82, doi: 10.1109/JAC-ECC61002.2023.10479615.
- [16] J.-B. Fraisse, P. Chevalier, R. Gautier, F. Delaveau, and S. Traverso, "Power and second order cyclic coherency of chip-wise direct sequence spread spectrum faster-than-Nyquist signaling," in *MILCOM 2023 - IEEE Military Communications Conference*, Boston, MA, USA, 2023, pp. 522-527, doi: 10.1109/MILCOM58377.2023.10356248.
- [17] F. Hamdar, J. Nadal, C. A. Nour, and A. Baghdadi, "Novel transmission technique based on intentional overlapping for spectral efficiency enhancement in multicarrier systems," in *Proc. IEEE 34th Annu. Int. Symp. Pers., Indoor Mobile Radio Commun. (PIMRC)*, Toronto, ON, Canada, 2023, pp. 1-6, doi: 10.1109/PIMRC56721.2023.10293842.
- [18] Y. Hama and H. Ochiai, "On the achievable spectral efficiency of non-orthogonal frequency division multiplexing," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 71, no. 11, pp. 6246-6257, Nov. 2023, doi: 10.1109/TCOMM.2023.3300328.
- [19] H.-T. Chiu et al., "Performance comparisons of faster-than-Nyquist signaling considering fixed utilized bandwidth," in *Proc. 10th Int. Japan-Africa Conf. Electron., Commun. Comput. (JAC-ECC)*, Alexandria, Egypt, 2022, pp. 109-112, doi: 10.1109/JAC-ECC56395.2022.10043920.
- [20] S. Zavjalov, V. Prokhorov, and A. Chudnov, "Comparison of spectral efficiency of FTN signaling with coherent and noncoherent detection," in *Proc. Int. Conf. Electr. Eng. Photonics (EExPolytech)*, St. Petersburg, Russia, 2022, pp. 166-169, doi: 10.1109/EEXPOLYTECH56308.2022.9950789.
- [21] A. Gunturu, A. K. Sahoo, and A. K. R. Chavva, "Faster than Nyquist waveform for beyond 5G systems-Evaluation and implementation aspects," in *ICC 2022 - IEEE International Conference on Communications*, Seoul, Korea, 2022, pp. 1859-1864, doi: 10.1109/ICC45855.2022.9838624.
- [22] G. Han and S. Shamai, "On sampling continuous-time AWGN channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 68, no. 2, pp. 782-794, Feb. 2022, doi: 10.1109/TIT.2021.3125067.
- [23] M. Peleg, T. Michaeli, and S. Shamai (Shitz), "On information rates over a binary-input filtered Gaussian channel," in *Proc. IEEE Int. Conf. Microwaves, Antennas, Commun. Electron. Syst. (COMCAS)*, Tel Aviv, Israel, 2021, pp. 330-333, doi: 10.1109/COMCAS52219.2021.9629067.
- [24] C.-U. Baek and J.-W. Jung, "Faster-than-Nyquist signal processing based on unequal error probability for high-throughput wireless communications," *Applied Sciences*, vol. 9, no. 12, p. 2413, 2019, doi: 10.3390/APP9122413.
- [25] H. Ochiai, "Peak power properties of band-limited signals: With pulse shaping or windowing," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 73, no. 10, pp. 15200-15213, Oct. 2024, doi: 10.1109/TVT.2024.3410398.
- [26] M. El Hefnawy and H. Taoka, "Overview of faster-than-Nyquist for future mobile communication systems," in *Proc. IEEE 77th Veh. Technol. Conf. (VTC Spring)*, Dresden, Germany, 2013, pp. 1-5, doi: 10.1109/VTCSRING.2013.6692689.
- [27] E. Cerci, A. Cicek, E. Cavus, E. Bedeer, and H. Yanikomeroglu, "Coded faster-than-Nyquist signaling for short packet communications," in *Proc. IEEE 32nd Annu. Int. Symp. Pers., Indoor Mobile Radio Commun. (PIMRC)*, Helsinki, Finland, 2021, pp. 428-433, doi: 10.1109/PIMRC50174.2021.9569719.
- [28] E. Bedeer and H. Yanikomeroglu, "A novel low complexity faster-than-Nyquist (FTN) signaling detector for ultra high-order QAM," *IEEE Open Journal of the Communications Society*, vol. 2, pp. 2566-2580, 2021, doi: 10.1109/OJCOMS.2021.3126805.
- [29] D. Che and X. Chen, "Higher-order modulation vs faster-than-Nyquist PAM-4 for datacenter IM-DD optics: An AIR comparison under practical bandwidth limits," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 40, no. 10, pp. 3347-3357, May 2022, doi: 10.1109/JLT.2022.3172247.
- [30] M. McGuire and M. Sima, "Discrete time faster-than-Nyquist signalling," in *Proc. IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, Miami, FL, USA, 2010.
- [31] C. Si, S. Li, M. Liu, B. Bai, and J. Wang, "An iterative receiver for coded faster-than-Nyquist signaling over Rayleigh fading channels," in *Proc. IEEE/CIC Int. Conf. Commun. China (ICCC Workshops)*, Foshan, China, 2022, pp. 472-477, doi: 10.1109/ICCCWORKSHOPS55477.2022.9896640.
- [32] Y. Jaffal and A. Alvarado, "Pulses with minimum residual intersymbol interference for faster than Nyquist signaling," *IEEE Communications Letters*, vol. 26, no. 11, pp. 2670-2674, Nov. 2022, doi: 10.1109/LCOMM.2022.3201989.
- [33] Z. Zhang, M. Yuksel, and H. Yanikomeroglu, "Faster-than-Nyquist signaling for MIMO communications," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 22, no. 4, pp. 2379-2392, Apr. 2023, doi: 10.1109/TWC.2022.3211327.
- [34] M. Tong, X. Huang, and J. A. Zhang, "Faster-than-Nyquist transmission with frame-by-frame decision-directed successive interference cancellation," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 71, no. 8, pp. 4851-4861, Aug. 2023, doi: 10.1109/TCOMM.2023.3279404.
- [35] Y. G. Yoo and J. H. Cho, "Asymptotic optimality of binary faster-than-Nyquist signaling," *IEEE Communications Letters*, vol. 14, no. 9, pp. 788-790, Sep. 2010, doi: 10.1109/LCOMM.2010.072910.100499.
- [36] M. Ganji, X. Zou, and H. Jafarkhani, "On the capacity of faster than Nyquist signaling," *IEEE Communications Letters*, vol. 24, no. 6, pp. 1197-1201, Jun. 2020, doi: 10.1109/LCOMM.2020.2980263.
- [37] Y. Yuan, Z. Yuan, and L. Tian, "5G non-orthogonal multiple access study in 3GPP," *IEEE Communications Magazine*, vol. 58, no. 7, pp. 90-96, Jul. 2020, doi: 10.1109/MCOM.001.1900450.

- [38] A. M. K. Al-Dulaimi, O. M. K. Al-Dulaimi, and M. K. H. Al-Dulaimi, "Implementing 3GPP code division for non-orthogonal multiple access in 5G," in *Proc. Int. Symp. Multidiscip. Stud. Innov. Technol. (ISMSIT)*, Ankara, Turkey, 2022, pp. 998-1006, doi: 10.1109/ISMSIT56059.2022.9932803.
- [39] M. G. Bakulin, T. B. K. Ben Rejeb, V. B. Kreyndelin, D. Y. Pankratov, and A. E. Smirnov, "Code-domain NOMA in 3GPP: 5G or 6G?" *T-Comm*, vol. 16, no. 1, pp. 4-14, 2022.
- [40] H. Nikopour and H. Baligh, "Sparse code multiple access," in *Proc. IEEE 24th Annu. Int. Symp. Pers., Indoor, Mobile Radio Commun. (PIMRC)*, 2013, pp. 332-336, doi: 10.1109/PIMRC.2013.6666156.
- [41] S. Chen, B. Ren, Q. Gao, S. Kang, S. Sun, and K. Niu, "Pattern division multiple access-A novel nonorthogonal multiple access for fifth-generation radio networks," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 66, no. 4, pp. 3185-3196, 2017, doi: 10.1109/TVT.2016.2596438.
- [42] X. Li, H.-H. Chen, Y. Qian, B. Rong, and M. R. Soleymani, "Welch bound analysis on generic code division multiple access codes with interference free windows," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, no. 4, pp. 1603-1607, Apr. 2009, doi: 10.1109/TWC.2009.080307.
- [43] "Signature design for NOMA," 3GPP TSG RAN WG1 Meeting #92, Athens, Greece, Feb. 2018, Doc. R1-1802767.
- [44] M. G. Bakulin, T. B. K. Ben Rejeb, V. B. Kreyndelin, D. Y. Pankratov, and A. E. Smirnov, *Non-Orthogonal Multiple Access (NOMA) as a Foundation for 5G and 6G Communication Systems*. Moscow, Russia: Hot Line-Telecom, 2024.
- [45] F.-L. Luo, T. Luo, and Y. Zhang, *Signal Processing for 5G: Algorithms and Implementations*. Hoboken, NJ, USA: Wiley-IEEE Press, 2016.
- [46] S. Verdú, "Optimum multiuser asymptotic efficiency," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 34, no. 9, pp. 890-897, Sep. 1986, doi: 10.1109/TCOM.1986.1096627.
- [47] M. G. Bakulin, V. B. Kreyndelin, and A. P. Shumov, "Issues of spectral efficiency enhancement in communication systems: Non-orthogonal transmission," *Digital Signal Processing*, no. 4, pp. 55-64, 2013.
- [48] H. Lee, S. Kim, and J. Lim, "Multiuser superposition transmission (MUST) for LTE-A systems," in *Proc. IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 2016, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICC.2016.7510909.
- [49] S. M. R. Islam, M. Zeng, and O. A. Dobre, "NOMA in 5G systems: Exciting possibilities for enhancing spectral efficiency," *IEEE 5G Technology Focus*, vol. 1, no. 2, Jun. 2017.
- [50] Y. Wang, B. Ren, S. Sun, S. Kang, and X. Yue, "Analysis of non-orthogonal multiple access for 5G," *China Communications*, vol. 13, no. 2, pp. 52-66, 2016, doi: 10.1109/CC.2016.7405722.
- [51] W. Shin, M. Vaezi, B. Lee, D. J. Love, J. Lee, and H. V. Poor, "Non-orthogonal multiple access in multi-cell networks: Theory, performance, and practical challenges," *IEEE Communications Magazine*, vol. 55, no. 10, pp. 176-183, Oct. 2017, doi: 10.1109/MCOM.2017.1601065.
- [52] A. Benjebbour, K. Saito, A. Li, Y. Kishiyama, and T. Nakamura, "Non-orthogonal multiple access (NOMA): Concept, performance evaluation and experimental trials," in *Proc. Int. Conf. Wireless Netw. Mobile Commun. (WINCOM)*, 2015, doi: 10.1109/WINCOM.2015.7381343.
- [53] R. Hoshyar, F. P. Wathan, and R. Tafazolli, "Novel low-density signature for synchronous CDMA systems over AWGN channel," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 4, pp. 1616-1626, 2008, doi: 10.1109/TSP.2007.909320.
- [54] S. Chennakeshu and G. J. Saulnier, "Differential detection of  $\pi/4$ -shifted-DQPSK for digital cellular radio," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 42, no. 1, pp. 46-57, Feb. 1993, doi: 10.1109/25.192386.
- [55] C. Yan, A. Harada, A. Benjebbour, Y. Lan, A. Li, and H. Jiang, "Receiver design for downlink non-orthogonal multiple access (NOMA)," in *Proc. IEEE 81st Veh. Technol. Conf. (VTC Spring)*, Glasgow, U.K., 2015, pp. 1-6, doi: 10.1109/VTCSpring.2015.7146043.
- [56] S. M. R. Islam, N. Avazov, O. A. Dobre, and K. Kwak, "Power-domain non-orthogonal multiple access (NOMA) in 5G systems: Potentials and challenges," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 19, no. 2, pp. 721-742, Second Quart. 2017, doi: 10.1109/COMST.2016.2621116.
- [57] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell System Technical Journal*, pp. 379-423, 623-656, 1948.
- [58] R. E. Blahut, *Principles and Practice of Information Theory*. Reading, MA, USA: Addison-Wesley, 1987.
- [59] G. Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/phase signals," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 28, no. 1, pp. 55-67, Jan. 1982, doi: 10.1109/TIT.1982.1056454.
- [60] S. X. Ng and L. Hanzo, "On the MIMO channel capacity of multidimensional signal sets," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 55, no. 2, pp. 528-536, 2006, doi: 10.1109/TVT.2005.8633357.
- [61] P. E. McIlree, "Channel capacity calculations for M-ary N-dimensional signal sets," M.S. thesis, School of Electrical Engineering, University of South Australia, Adelaide, Australia, 1995.
- [62] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*, 2nd ed. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2006.
- [63] G. S. Fishman, *Monte Carlo: Concepts, Algorithms, and Applications*. New York, NY, USA: Springer, 1995.
- [64] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *European Transactions on Telecommunications*, vol. 10, no. 6, pp. 585-595, 1999, doi: 10.1002/ETT.4460100606.
- [65] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 4th ed. Moscow, Russia: Radio i Svyaz, 2000.
- [66] M. G. Bakulin, T. Ben Rejeb, V. Kreyndelin, D. Pankratov, and A. Smirnov, "New approach to NOMA optimization based on individual discrete input continuous output memoryless channel capacity," *Alexandria Engineering Journal*, vol. 107, pp. 215-224, 2024, doi: 10.1016/J.AEJ.2024.06.073.
- [67] M. G. Bakulin, T. B. Ben Rejeb, V. B. Kreyndelin et al., "Individual channel capacity in a communication system with nonorthogonal multiple access," *Journal of Communications Technology and Electronics*, vol. 68, Suppl. 2, pp. S198-S211, 2023, doi: 10.1134/S1064226923140036.
- [68] J. Barrueco, J. Montalban, E. Iradier, and P. Angueira, "Constellation design for future communication systems: A comprehensive survey," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 89778-89797, 2021, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3090774.
- [69] M. G. Bakulin, V. B. Kreyndelin, and A. A. Reznov, "DFTN matrix optimization for enhancing the algorithm noise immunity," *Radioelectronics. Nanosystems. Information Technology*, vol. 17, no. 4, pp. 419-430, 2025, doi: 10.17725/J.RENSIT.2025.17.419.
- [70] A. Guillin i Fibregas, A. Martinez, and G. Caire, "Bit-wise mutual information and error exponent for binary-input channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 54, no. 11, pp. 5140-5154, Nov. 2008, doi: 10.1109/TIT.2008.929981.
- [71] U. Madhow, *Fundamentals of Digital Communication*. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 2008.
- [72] A. Martinez and A. Guillin i Fibregas, "Spectral efficiency of optical intensity channels with bandwidth constraints," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 60, no. 10, pp. 2991-3001, Oct. 2012, doi: 10.1109/TCOMM.2012.081012.110208.
- [73] C. Ling and R. W. Yeung, "On capacity loss due to symbol quantization in discrete-input AWGN channels," *IEEE Communications Letters*, vol. 27, no. 5, pp. 1231-1235, May 2023, doi: 10.1109/LCOMM.2023.3255702.

#### Information about authors:

**Mokhail G. Bakulin**, Moscow Technical University of Communications and Informatics, associate professor, Ph.D., Moscow, Russia

**Vitaly B. Kreyndelin**, Moscow Technical University of Communications and Informatics, professor, Dr.Sci.(Tech.), Moscow, Russia

**Andrey A. Reznov**, Moscow Technical University of Communications and Informatics, associate professor; JSC NTC Atlas, deputy director, Ph.D., Moscow, Russia