

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАНАРНОГО ВОЛНОВОДА ИЗ ГРАДИЕНТНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕД ДЛЯ ОПТИЧЕСКИХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ С ВОЗМОЖНОСТЬЮ ЛИНЕЙНОЙ НАСТРОЙКИ ХАРАКТЕРИСТИК

DOI: 10.36724/2072-8735-2026-20-4-12-24

Савотченко Сергей Евгеньевич,

Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе;
 Московский технический университет связи и информатики;
 МИРЭА - Российский технологический университет,
 Москва, Россия, savotchenko@mgri.ru

Афанасьева Надежда Олеговна,

Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе, Москва, Россия, afanasievan@mgri.ru

Manuscript received 28 January 2026;
Accepted 30 March 2026

Ключевые слова: волноводная оптика, плоский волновод, математическая модель, оптический волновод, волноводная мода, краевая задача, точное решение

В статье представлены результаты моделирования композитной планарной волноводной структуры, предназначенной для линейной перестраиваемой оптической характеристики в телекоммуникационных приложениях. Предложенная модель системы объединяет кристаллический слой с линейно-электрооптическим эффектом Погкельса с прилегающей средой с градиентным показателем преломления, характеризующейся пространственно убывающим профилем диэлектрической проницаемости. В приближении поперечной электрической волны распределение электромагнитного поля описывается кусочно-определенным уравнением Гельмгольца, которое включает как линейную зависимость диэлектрической проницаемости электрооптического материала от поля, так и зависимость показателя преломления градиентного слоя от положения. Получено точное аналитическое решение результирующей краевой задачи, описывающей поверхностную волну, локализованную на границе раздела двух сред. Решение объединяет специальные функции Уиттакера в градиентной области со стационарным профилем солитона в нелинейном кристалле. Анализ показывает, что пространственная локализация, распределение амплитуды и модальные характеристики направленной волны могут точно контролироваться путем приложения внешнего электрического напряжения к среде Погкельса, что позволяет осуществлять линейную настройку свойств волновода.

Информация об авторах:

Савотченко Сергей Евгеньевич, Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе; Московский технический университет связи и информатики; МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Россия. ORCID 0000-0002-7158-9145
Афанасьева Надежда Олеговна, Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе, Москва, Россия. ORCID 0009-0009-0044-7930

Для цитирования:

Савотченко С.Е., Афанасьева Н.О. Моделирование планарного волновода из градиентной и нелинейной сред для оптических телекоммуникационных систем с возможностью линейной настройки характеристик // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2026. Том 20. №4. С. 12-24.

For citation:

S.E. Savotchenko, N.O. Afanasyeva, "Modeling of a planar waveguide made of gradient and nonlinear media for optical telecommunication systems with the possibility of linear tuning of characteristics," *T-Comm*, 2026, vol. 20, no.4, pp. 12-24. (in Russian)

Введение

Плоские волноводы являются неотъемлемой частью фундаментальной технологии передачи данных, компоненты современной фотоники и интегральной оптики, являясь важнейшей инфраструктурой для направления и управления светом внутри диэлектрических тонкопленочных структур [1]. Они представляют собой классические оптические волноводы, в электромагнитном излучении инфракрасного или видимого напряжения, распространяющегося в тонких слоях диэлектрического материала, выступающего в роликах сердцевины, ограниченной сверху и значительно материалами с более низкой формой преломления, образующей оболочку [2]. Их работа основана на принципе полного внутреннего отражения, достигаемом путем создания области с более высоким показателем преломления (волноведущий слой), расположенной между областями с более низким показателем преломления (подложка) [3]. Этот контраст показателей преломления, обычно создаваемый с помощью таких методов, как диффузия, ионный обмен или осаждение тонких пленок (например, химическое осаждение из паровой фазы или магнетронное распыление), определяет путь удержания света [4, 5].

Плоская геометрия, в отличие от круглых оптических волокон, облегчает точное двухмерное литографическое формирование рисунка, позволяя изготавливать сложные оптические схемы в масштабе пластины [6, 7]. Совместимость со стандартными процессами микроизготовления, аналогичными тем, которые используются в полупроводниковой электронике, является основной причиной их широкого применения в телекоммуникационных технологиях [10].

В телекоммуникациях наиболее ярким примером применения планарных волноводов являются планарные световолновые схемы [11]. Эти устройства объединяют множество пассивных оптических функций на одной подложке, обычно кремниевой или кремниевой на кремниевой подложке [4]. Важным компонентом является массив волноводных (фотонных) решеток, мультиплексор/демультиплексор на основе планарных волноводов [12]. Его работа основана на фазированной решетке канальных волноводов с линейно увеличивающейся длиной, что вносит фазовый сдвиг, зависящий от длины волны. Конструктивная интерференция на определенных выходных портах разделяет или объединяет каналы плотного мультиплексирования с разделением по длинам волн с высокой точностью и стабильностью [13]. Масштабируемость и пассивная природа с разделением по длинам волн сделали их незаменимыми для городских и магистральных оптических сетей, позволяя одновременно передавать от десятков до сотен оптических носителей.

Кроме того, планарные волноводы составляют основу интегрированных оптических модуляторов, особенно тех, которые основаны на электрооптическом эффекте в таких материалах, как ниобат лития (LiNbO_3) или фосфид индия (InP) [14, 15]. При приложении электрического поля к волноводу, изготовленному из таких материалов, показатель преломления изменяется за счет эффекта Поккельса [16], что позволяет осуществлять высокоскоростное и эффективное кодирование электрических данных на оптическом носителе [17, 18]. Современные когерентные системы связи в значительной степени полагаются на вложенные структуры интерферометра Маха-Цендера [19], изготовленные в виде планарных

волноводов, для генерации передовых форматов модуляции (например, QPSK, 16-QAM) [20]. Помимо этих устоявшихся компонентов, технология планарных волноводов имеет решающее значение для разработки фотонных интегральных схем (ФИС) для приемопередатчиков. ФИС на основе InP монолитно интегрируют активные элементы (лазеры, полупроводниковые оптические усилители, фотодетекторы) с пассивными планарными волноводными сетями (разветвители, сумматоры, фильтры) на одном кристалле [21]. Такая интеграция значительно уменьшает размеры, энергопотребление и сложность сборки по сравнению с модулями на дискретных компонентах, открывая путь к созданию высокоплотных, энергоэффективных трансиверов в центрах обработки данных и будущих сетях 5/6G для передачи данных между головными и магистральными сетями [22].

Другой важной областью является кремниевая фотоника, где волноводы изготавливаются из кремниевых пластин на диэлектрической подложке [6, 23]. Высокий контраст показателей преломления между кремнием ($n_{\text{Si}} \sim 3.48-3.5$) и его покрытием из диоксида кремния ($n_{\text{SiO}_2} \sim 1.44-1.46$), который составляет приблизительно 2.0-2.1 [24], позволяет получать сверхкомпактные радиусы изгиба (порядка микрометров) [25], что обеспечивает исключительно высокую плотность компонентов. Кремниевые фотонные платформы активно исследуются для оптических межсоединений на уровне чипов, стремясь уменьшить узкие места в пропускной способности и задержке в высокопроизводительных вычислениях и в архитектурах маршрутизаторов следующего поколения.

Внутренние ограничения планарных волноводов, такие как потери связи с оптическими волокнами из-за несоответствия модового поля, решаются с помощью специальных волноводных конусов и преобразователей мод, которые сами по себе представляют собой сложные волноводные секции. Более того, потери при распространении, важнейший показатель производительности, определяются поглощением материала (например, содержанием примесей в диоксиде кремния) и потерями на рассеяние из-за шероховатости боковых стенок. Для минимизации этих потерь постоянно применяются передовые технологические процессы, включая термическое окисление, отжиг для сглаживания и литографию с разрешением в глубоком УФ-диапазоне или при электронно-лучевой обработке, что позволяет расширить возможности более сложных интегрированных фотонных систем в телекоммуникационных инфраструктурах следующего поколения.

Таким образом, плоские волноводы представляют собой универсальную и технологичную платформу, которая тесно интегрирована в телекоммуникационную инфраструктуру.

В связи с этим возникает необходимость разработки новых моделей планарных волноводов, допускающих настройку его характеристик. В данной работе предлагается модель нового композитного планарного волновода, содержащего два основных слоя с различными оптическими свойствами. Один слой представляет собой кристаллическую структуру с нелинейным оптическим откликом, а другой – однородную оптическую среду с сильно меняющимся с расстоянием показателем преломления. Для реализации возможности линейной настройки характеристик волновода предлагается использовать кристалл с линейно-оптическим эффектом Поккельса.

1 Физические основы модели

Как отмечалось, плоские волноводы представляют собой активную среду в высокоскоростных электрооптических модуляторах, где приложенное электрическое поле изменяет показатель преломления волновода за счет электрооптических эффектов (Поккельса, Керра) в таких материалах, как ниобат лития, что обеспечивает эффективное кодирование данных. Эффект Поккельса (линейный электрооптический эффект) и эффект Керра (квадратичный электрооптический эффект) – это эффективные механизмы электрического управления показателем преломления материала, однако их практическое применение определяется различными свойствами материала и требованиями системы [26, 27].

В теории электрооптических эффектов показатель преломления n представляется зависящим от амплитуды напряженности электрического поля E :

$$n(E) = n_0 + \Delta n(E), \quad (1)$$

где n_0 – показатель преломления в отсутствии приложенного электрического поля, $\Delta n(E)$ – нелинейная добавка, определяющая нелинейный отклик оптической среды и обусловленная изменением показателя за счет приложенного электрического поля [29].

Эффект Поккельса характеризуется линейной зависимостью изменения показателя преломления (Δn) от приложенного электрического поля (E):

$$\Delta n(E) = n_1 E, \quad (2)$$

где n_1 – коэффициент нелинейности Поккельса, а E здесь обозначает электрическое поле, возникающее как эффект второго порядка (связанный с восприимчивостью 2-ого порядка $\chi^{(2)}$) в нецентросимметричных материалах, приводя к линейной зависимости от напряженности поля, что позволяет точно контролировать ее с помощью внешних напряжений.

В нецентросимметричных материалах изменение тензора непроницаемости есть

$$\Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_i = \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j, \quad (3)$$

где r_{ij} – компонентами электрооптического тензора, определяемыми симметрией кристалла (например, $r_{33}=30.9$ пм/В в LiNbO_3) [28].

Приближение для малых изменений показателя преломления из (3) дает

$$\Delta n(E) \approx -\frac{n_0^2}{2} \Delta \left(\frac{1}{n^2} \right) = -\frac{n_0^3}{2} r E, \quad (4)$$

где r – соответствующий электрооптический коэффициент. Следовательно, коэффициент нелинейности Поккельса:

$$n_1 = -\frac{n_0^3}{2} r. \quad (5)$$

Таким образом, линейная зависимость показателя преломления от напряженности поля позволяет точно контролировать ее с помощью внешних напряжений.

В отличие от этого, для эффекта Керра нелинейная добавка Δn пропорциональна квадрату амплитуды

напряженности электрического поля:

$$\Delta n(E) = n_2 E^2, \quad (6)$$

где n_2 – коэффициент нелинейности Керра, обусловленный восприимчивостью 3-ого порядка $\chi^{(3)}$.

Он существует во всех материалах, включая центросимметричные кристаллы, стекла и жидкости [30]. Его величина, как правило, на порядки слабее, чем эффект Поккельса в стандартных материалах при практических значениях напряженности поля. Квадратичная зависимость (6) вызывает само- и кросс-фазовую модуляцию, но не обладает прямой линейной настраиваемостью.

Как отмечалось, эффект Поккельса наблюдается только в нецентросимметричных кристаллических материалах, таких как ниобат лития (LiNbO_3), арсенид галлия (GaAs) и некоторые органические полимеры. Его главное преимущество заключается в эффективности при низких напряжениях и возможности высокоскоростной линейной модуляции без точки оптического смещения. Следовательно, эффект Поккельса является предпочтительным для реализации в высокопроизводительных широкополосных телекоммуникационных системах для интегрированных оптических модуляторов [31]. Эти устройства, часто выполненные в конфигурациях модулятора Маха-Цендера или фазового модулятора, работают с низкими управляющими напряжениями, обычно в диапазоне 1-5 В для LiNbO_3 , и могут достигать полосы модуляции, превышающей 100 ГГц [32, 33]. Линейная характеристика имеет решающее значение для сложных форматов модуляции, используемых в когерентной связи, поскольку она минимизирует искажение сигнала [34].

В отличие от этого, эффект Керра существует во многих материалах, включая центросимметричные кристаллы, стекла и жидкости. Его величина, как правило, на порядки слабее, чем эффект Поккельса в стандартных материалах при практических значениях напряженности поля.

Поэтому модуляция на основе эффекта Керра обычно требует очень высоких оптических интенсивностей или электрических полей. Его использование более специализировано и предпочтительно в системах, где эффект Поккельса отсутствует или нежелателен: например, в полностью оптической обработке сигналов, где модулирующий сигнал сам по себе является оптическим (используя оптический эффект Керра), в некоторых сверхбыстрых приложениях фотонного переключения с использованием сильно нелинейных стекол или волокон, или в устройствах на основе жидких кристаллов, где можно использовать большой ориентационный эффект Керра.

В то время как эффект Поккельса обеспечивает время отклика менее пикосекунды, связанное с электронной поляризацией и высокими электрооптическими коэффициентами (например, в LiNbO_3), что позволяет осуществлять низковольтную модуляцию, присущие эффекту Керра низкие коэффициенты в диэлектриках, таких как LiNbO_3 ($n_2 \approx 1.8 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2/\text{Вт}$), требуют высоких оптических мощностей для сопоставимых фазовых сдвигов, часто ограниченных нелинейным поглощением или дисперсией [28]. Кроме того, каскадные процессы, управляемые эффектом Поккельса (например, генерация второй гармоники с последующей генерацией разностной частоты), могут имитировать эффективную нелинейность Керра с увеличенным $n^2 \approx 2.9 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2/\text{Вт}$ – более чем на

3 Математическая модель

четыре порядка сильнее, чем собственный эффект Керра – при сохранении фазового согласования за счет периодической поляризации в планарных волноводах.

В нецентросимметричных кристаллах, таких как LiNbO_3 , нелинейность Поккельса по своей природе доминирует, позволяя создавать компактные устройства с пикосекундным откликом и коэффициентами на порядки выше, чем у Керра, что идеально подходит для когерентной передачи со скоростью Тб/с через двухполяризационные IQ-модуляторы.

Эффект Керра подходит для пассивной полностью оптической обработки (например, четырехволновое смещение для преобразования длины волны), но эффект Поккельса превосходит другие методы, когда требуется активное управление, как в каскадных схемах, обеспечивающих широкополосный эффективный эффект Керра (диапазон 116,8 нм) без тепловых ограничений микрорезонаторов, или в линиях связи с ограниченной полосой пропускания, где низковольтная эффективность ограничивает рассеивание мощности.

Следовательно, для интегрированных телекоммуникационных устройств, в которых приоритет отдается линейности, скорости и энергоэффективности, эффект Поккельса, особенно в ферроэлектрических планарных волноводах, предлагает превосходные характеристики, основанные на восприимчивости $\chi^{(2)}$ и возможности настройки.

Таким образом, эффект Поккельса является эффективным средством высокоскоростного преобразования электрического сигнала в оптический в интегрированных фотонных телекоммуникационных схемах, в то время как эффект Керра находит применение в полностью оптическом управлении (all-optical switching/gates) и в материалах, где инверсионная симметрия исключает линейный электрооптический отклик.

Отметим также, что плоские волноводные структуры, использующие конструктивной частью материалы с эффектом Поккельса, тесно связаны с упомянутым выше тонкопленочным модулятором Маха-Цендера на основе ниобата лития. Он является базовым элементом электрооптических устройств, использующие эффект Поккельса в субмикронных пленках ниобата лития для высокоскоростной фотонной интеграции. Эти модуляторы имеют архитектуру интерферометра Маха-Цендера, вытравленную в слое TFLN (обычно толщиной 300-600 нм), соединенном с подложкой с низким показателем преломления, такой как SiO_2/Si , с гребенчатыми или полосковыми волноводами, ограничивающими квази-ТЕ моды посредством сухого травления (например, ICP), по бокам от которых расположены двухтактные электроды бегущей волны (например, Au или GSG, расположенные в одной плоскости), разделенные зазорами 3-6 мкм над оболочкой из SiO_2 для максимизации перекрытия r_{33} и согласования микроволново-оптической скорости [31-34]. Фазовые плечи (длиной 3-20 мм) вызывают дифференциальные фазовые сдвиги при приложении радиочастотных напряжений, обеспечивая произведение напряжения на длину волны в полуволновом диапазоне всего 1.25-3.3 В·см на длине волны 1550 нм, с полосой пропускания 3 дБ, превышающей 100 ГГц, и низкими потерями на кристалле (<2 дБ), что достигается за счет плотной локализации, повышающей электрооптическую эффективность по сравнению с объемным ниобатом лития [19-21].

В теории оптических волноводов используется уравнения Максвелла, определяющие вектора напряженностей электромагнитного поля, из которых вытекает волновое уравнение для вектора напряженности электрического поля \mathbf{E}

$$\Delta \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \quad (7)$$

где, Δ – оператор Лапласа, t – время, ε_0 – диэлектрическая константа вакуума, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, ε – диэлектрическая функция, учитывающая как нелинейные, так и неоднородные оптические свойства (немагнитных) материалов, из которых изготавливается волновод.

Если рассматривать только распространение монохроматической волны

$$\mathbf{E} = \mathbf{E} \exp(-i\omega t), \quad (8)$$

где ω – циклическая частота, то подстановка (8) в (7) приводит к уравнению Гельмгольца

$$\Delta \mathbf{E} + \varepsilon k^2 \mathbf{E} = 0, \quad (9)$$

где введено волновое число $k = \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2$.

Будем считать, что две различные немагнитные оптические среды (магнитная проницаемость всюду считается одинаковой и равно единице) контактируют вдоль плоской границы, расположенной в плоскости yOz ($x=0$). Такая граница раздела сред называется интерфейсом и обладает волноводными свойствами. Ее толщина пренебрежительно мала по сравнению с эффективными возбуждениями среды, создаваемыми полем близки нее.

Будем рассматривать только поперечные электрические волны (TE-волны) с вектором напряженности электрического поля $\mathbf{E} = (0, E_y, 0)$. Если считать, что волна распространяется вдоль интерфейса, то есть вдоль оси z , а распределение поля в плоскости интерфейса однородным, то компоненту напряженности электрического поля можно представить в виде:

$$E_y = u(x) \exp(iknz), \quad (10)$$

где $u(x)$ – скалярная функция, моделирующая поперечный профиль распределения электрического поля в направлении, перпендикулярном границе раздела сред, n – эффективный показатель преломления, связанный с константой распространения и определяемый углом падения луча, возбуждающего поверхностную волну [35]. С учетом этого, уравнение Гельмгольца (9) переходит в скалярное уравнение теории оптических волноводов [35, 36]

$$u''(x) + k^2(\varepsilon - n^2)u(x) = 0. \quad (11)$$

Поскольку моделируется волновод, состоящих из двух контактирующих сред, то диэлектрическая функция в (11) должна учитывать, что нелинейный оптический кристалл занимает полупространство $x < 0$, а неоднородная среда – $x > 0$. Поэтому диэлектрическую функцию следует представить в виде [36, 37]

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_G(x), & x > 0, \\ \varepsilon_N(u), & x < 0, \end{cases} \quad (12)$$

где диэлектрическая функция $\varepsilon_G(x)$ моделирует неоднородность среды, а $\varepsilon_N(u)$ – нелинейный отклик другой.

Для моделирования линейно оптического эффекта Поккелса диэлектрическую функцию $\varepsilon_N(u)$ представим в виде линейной функции поля:

$$\varepsilon_N(u) = \varepsilon_{N0} + \varepsilon_1 \cdot u, \quad (13)$$

где ε_{N0} – невозмущенная диэлектрическая константа нелинейного кристалла, $\varepsilon_1 = n_1^2$ – коэффициент нелинейности.

Для моделирования сильной неоднородности среды диэлектрическую функцию $\varepsilon_G(x)$ представим в виде обобщения гиперболического ($\varepsilon \sim 1/x$) и обратного квадратического профилей ($\varepsilon \sim 1/x^2$) [37]:

$$\varepsilon_G(x) = \varepsilon_{G0} + \frac{\varepsilon_{G1}}{x+h} + \frac{\varepsilon_{G2}}{(x+h)^2}, \quad (14)$$

где h, ε_{Gj} ($j=0, 1, 2$) – параметры профиля (14).

Отметим, что в [37] были представлены результаты моделирования свойств планарной волноводной структуры, неоднородная часть которой моделируется профилем (14), а нелинейная часть представляет собой среду с нелинейным эффектом Керра с квадратичным возмущением показателем преломления (6), в отличие от рассматриваемой в данной работе нелинейной среды с эффектом Поккельса.

Так как коэффициент (12) в уравнении (11) является разрывным, то искомое распределение поля представим в виде:

$$u(x) = \begin{cases} u_G(x), & x > 0 \\ u_N(x), & x < 0, \end{cases} \quad (15)$$

где искомые функции $u_G(x)$ и $u_N(x)$ описывают пространственные поперечные распределения напряженности электрического поля в градиентной и нелинейной частях волновода, соответственно.

С учетом этого, вместо уравнения (11) на всей числовой оси, можно использовать два уравнения на соответствующих полуосях:

$$u_G'' + \left(e_0 + \frac{e_1}{x+h} + \frac{e_2}{(x+h)^2} - \lambda \right) u_G = 0, \quad x > 0, \quad (16)$$

$$u_N'' + (a_0 - \lambda) u_N + a_1 u_N^2 = 0, \quad x < 0, \quad (17)$$

где $e_j = k^2 \varepsilon_{Gj}$ ($j=0, 1, 2$), $a_0 = k^2 \varepsilon_{N0}$, $a_1 = k^2 \varepsilon_1$, $\lambda = k^2 n^2$. В таких обозначениях λ представляет собой спектральный параметр.

Уравнения (16) и (17) должны быть дополнены требованиями непрерывности компонент поля на границе раздела среда, что приводит к необходимости использования граничных условий сопряжения:

$$u_G(+0) = u_N(-0), \quad (18)$$

$$u_G'(+0) = u_N'(-0). \quad (19)$$

Здесь в (18) и (19) и далее понимаются левосторонние и правосторонние пределы, соответственно: $u_{G,N}(\pm 0) = \lim_{x \rightarrow \pm 0} u_{G,N}(x)$ и $u'_{G,N}(\pm 0) = \lim_{x \rightarrow \pm 0} u'_{G,N}(x)$.

Поскольку поле должно стремиться к нулю на бесконечности, то естественным образом возникает необходимость использования условий на бесконечности:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} u_N(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} u_G(x) = 0 \quad (20)$$

Таким образом, математическая формулировка модели представляет собой краевую задачу сопряжения для нахождения гладких, непрерывных и ограниченных решений уравнений (16) и (17) на соответствующих полуосях, связанных условиями сопряжения (18) и (19) и удовлетворяющих условиям на бесконечности (20).

4 Аналитические результаты

Уравнение (17) может быть сведено заменой переменных к уравнению Уиттекера

$$y'' + \left(\frac{\mu}{z} - \frac{1}{4} + \frac{1/4 - \nu^2}{z^2} \right) y = 0, \quad (21)$$

двумя линейно независимыми решениями которого являются функции Уиттекера $W_{\mu,\nu}(x)$ и $M_{\mu,\nu}(x)$:

$$y(z) = C_1 W_{\mu,\nu}(z) + C_2 M_{\mu,\nu}(z), \quad (22)$$

где $C_{1,2}$ – произвольные постоянные. Однако только функция $W_{\mu,\nu}(x)$ является ограниченной и экспоненциально убывающей на бесконечности, так как ее асимптотика на бесконечности есть $W_{\mu,\nu}(x) \sim x^\mu e^{-x/2}$. Поэтому в (22) следует положить $C_2 = 0$ для выполнения условия на бесконечности (20). С учетом этого будем искать решение уравнения (16) в виде

$$u_G(x) = C_1 W_{\mu,\nu}(\beta x + \gamma). \quad (23)$$

Для этого сделаем замену переменных $z = \beta(x+h)$ и тогда $\gamma = \beta h$, $1/(x+h) = \beta/z$, $1/(x+h)^2 = (\beta/z)^2$, $u'_G = \beta W'_{\mu,\nu}(z)$, $u''_G = \beta^2 W''_{\mu,\nu}(z)$, и уравнение (16) примет вид:

$$W''_{\mu,\nu} + \left(\frac{e_0 - \lambda}{\beta^2} + \frac{e_1}{\beta z} + \frac{e_2}{z^2} \right) W_{\mu,\nu} = 0. \quad (24)$$

Сравнивая коэффициенты при $W_{\mu,\nu}$ уравнений (21) и (24), получим:

$$\frac{e_0 - \lambda}{\beta^2} = -\frac{1}{4}, \quad \frac{e_1}{\beta} = \mu, \quad e_2 = \frac{1}{4} - \nu^2,$$

откуда получаются параметры решения (23):

$$\beta = 2\sqrt{\lambda - e_0}, \quad \mu = \frac{e_1}{2\sqrt{\lambda - e_0}}, \quad \nu = \frac{1}{2}\sqrt{1 - 4e_2}. \quad (25)$$

С учетом этого решение уравнения (16) примет вид:

$$u_G(x) = C_1 W_{\mu,\nu}(2\sqrt{\lambda - e_0}(x+h)). \quad (26)$$

Если ввести амплитуду поля на границе раздела сред u_0 , то (26) можно переписать в виде:

$$u_G(x) = u_0 \frac{W_{\mu,\nu}(2\sqrt{\lambda - e_0}(x+h))}{W_{\mu,\nu}(2h\sqrt{\lambda - e_0})}. \quad (27)$$

Индексы решения (27) определяются формулами (25) из которых вытекают ограничения $\lambda > e_0$ и $e_2 < 1/4$, необходимые для того, чтобы существовало действительное решение (27).

Будем искать решение уравнения (17) в виде стационарного солитона

$$u_N(x) = \frac{A}{\text{ch}^2(q(x-x_0))}, \quad (28)$$

для которого выполняется условие на бесконечности (20).

Тогда, обозначив для краткости $y=q(x-x_0)$, найдем: $u'_N = -2Aq(\text{chy})^{-3}(\text{sh}y)$, $u''_N = -2Aq^2[-3(\text{chy})^{-4}\text{sh}^2y + (\text{chy})^{-3}\text{ch}^2y]$. С учетом этого уравнение (17) можно преобразовать к виду:

$$4q^2u_N - \frac{6q^2}{A}u_N^2 + (a_0 - \lambda)u_N + a_1u_N^2 = 0, \quad (29)$$

Собирая коэффициенты при u_N в (29), получим:

$$q^2 = \frac{\lambda - a_0}{4}, A = \frac{6q^2}{a_1}. \quad (30)$$

С учетом этого решение уравнения (17) примет вид:

$$u_N(x) = \frac{3(\lambda - a_0)}{2a_1\text{ch}^2(\sqrt{\lambda - a_0}(x - x_0)/2)}. \quad (31)$$

Из (31) вытекает ограничение $\lambda > a_0$, необходимое для того, чтобы решение было действительное.

Оставшиеся величины u_0 (амплитуда поля на интерфейсе) и x_0 (положение максимума солитона) определяются из граничных условий сопряжения (18) и (19), куда подставляются решения (27) и (31). В результате получается система:

$$u_0 = \frac{3(\lambda - a_0)}{2a_1\text{ch}^2(\sqrt{\lambda - a_0}x_0/2)}, \quad (32)$$

$$q_G u_0 = -\frac{3(\lambda - a_0)^{3/2} \text{th}(\sqrt{\lambda - a_0}x_0/2)}{2a_1\text{ch}^2(\sqrt{\lambda - a_0}x_0/2)}, \quad (33)$$

где обозначено

$$q_G = 2\sqrt{\lambda - e_0} \frac{W'_{\mu,\nu}(2\sqrt{\lambda - e_0}h)}{W_{\mu,\nu}(2\sqrt{\lambda - e_0}h)}. \quad (34)$$

Из системы (32)-(33) можно выразить в явном виде положение максимума солитона:

$$x_0 = \frac{2}{\sqrt{\lambda - a_0}} \text{arcth} \left(\frac{2q_G}{\sqrt{\lambda - a_0}} \right). \quad (35)$$

и амплитуду поля на дефекте:

$$u_0 = \frac{3(\lambda - a_0 - 4q_G^2)}{2a_1}. \quad (36)$$

Таким образом, комбинируя (15), (27) и (31), можно получить точное решение краевой задачи (16)-(20) в явном виде:

$$u(x) = \frac{3}{2a_1} \begin{cases} (\lambda - a_0 - 4q_G^2) \frac{W'_{\mu,\nu}(2\sqrt{\lambda - e_0}(x+h))}{W_{\mu,\nu}(2\sqrt{\lambda - e_0}h)}, & x > 0, \\ \frac{\lambda - a_0}{\text{ch}^2(\sqrt{\lambda - a_0}(x - x_0)/2)}, & x < 0. \end{cases} \quad (37)$$

Для вещественности данного решения должны выполняться условия $\lambda > \max\{a_0, e_0\}$, $e_2 < 1/4$ и $|q_G(\lambda)| < \sqrt{\lambda - e_0}$.

Решение (37) описывает поверхностную волну,

распространяющуюся стационарно вдоль интерфейса. Поперечное распределение поля в такой волне локализовано в узкой области вблизи интерфейса и быстро затухает при удалении от него. Поэтому такой интерфейс может рассматриваться как планарная волноводная система.

Максимум интенсивности поверхностной волны (37) может располагаться как в нелинейном кристалле, так и в градиентной среде. Его положение определяется величиной x_0 в соответствии с (35). Если $x_0 > 0$, то максимум интенсивности располагается в градиентной среде, а при $x_0 < 0$ – в нелинейном кристалле. Из (35) следует, что максимум интенсивности располагается в нелинейном кристалле при таких значениях спектрального параметра (эффективного показателя преломления), при которых выполняется неравенство $q_G(\lambda) < 0$, а в градиентной среде, если $q_G(\lambda) > 0$.

5 Результаты моделирования

Проанализируем влияние оптических параметров планарного волновода на поперечное распределение поля, задаваемое (37), и его свойства, описывающего поверхностную волну, распространяющуюся вдоль границы раздела нелинейной среды с эффектом Поккельса и градиентной среды с профилем диэлектрической проницаемости вида (14). Основное внимание уделено влиянию параметров модели на пространственное распределение поля, положение максимума интенсивности и амплитуду на границе раздела. При анализе учитываются условия существования решения.

На Рис. 1 показано поперечное распределение напряжённости электрического поля при различных значениях эффективного показателя преломления n , связанного со спектральным параметром $\lambda = k^2 n^2$. Анализ графиков показывает, что с ростом n (и, соответственно λ) происходит увеличение амплитуды поля на границе u_0 , определяемой формулой (36), и более глубокое проникновение поля в нелинейную среду ($x < 0$), где поле описывается солитонным решением (31). Это связано с тем, что увеличение λ приводит к росту параметра q в (30), что усиливает локализацию волны в нелинейной среде. В градиентной среде ($x > 0$) поле описывается функцией Уиттекера (27), что обеспечивает экспоненциальное затухание при удалении от границы.

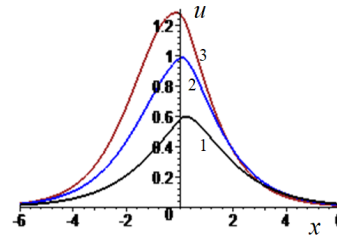


Рис. 1. Поперечное распределение поля в поверхностной волне, заданной (37), при фиксированных значениях параметров (в условных безразмерных единицах): $k=1$, $h=0.5$, $e_0=-0.1$, $e_1=1$, $e_2=0.2$, $a_0=0.05$, $a_1=1$, различных значениях эффективного показателя преломления: $n=0.75$ (1), $n=0.85$ (2), $n=0.95$ (3).

Здесь важно отметить, что максимум поля может располагаться как в нелинейном кристалле (линия 3 на рис. 1), так и в градиентной среде (линия 1 на рис. 1).

Также можно подобрать режим, при котором он будет располагаться на границе раздела (линия 2 на рис.1).

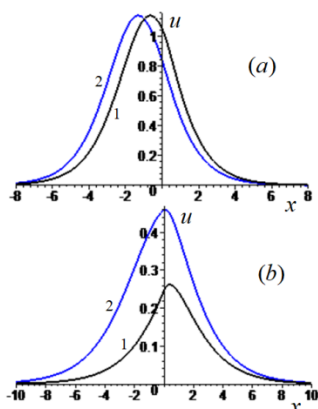


Рис. 2. Поперечное распределение поля в поверхностной волне, заданной (37), при фиксированных значениях параметров (в условных безразмерных единицах): $k=1, e_0=-0.1, e_1=1, e_2=0.2, a_0=0.05, a_1=1, h=0.7$ в двух различных режимах при $n=0.9$ (a) и $n=0.6$ (b).

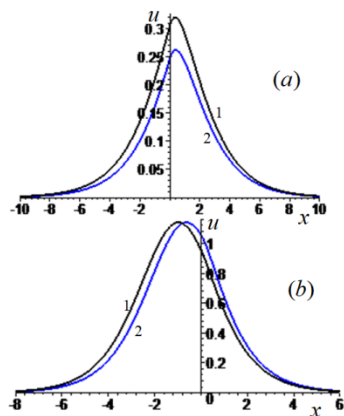


Рис. 3. Поперечное распределение поля в поверхностной волне, заданной (37), при фиксированных значениях параметров (в условных безразмерных единицах): $k=1, e_0=-0.1, e_1=1, a_0=0.05, a_1=1, h=0.7$ в двух различных режимах при $n=0.6, e_2=0.12$ (1), $e_2=0.2$ (2) (a) и $n=0.9, e_2=0.04$ (1), $e_2=0.21$ (2) (b).

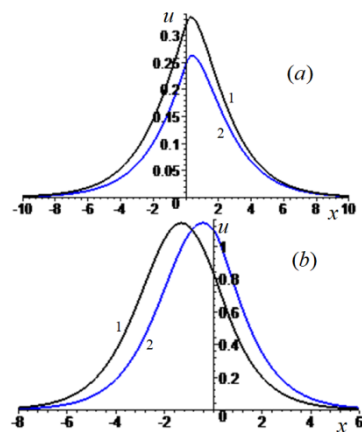


Рис. 4. Поперечное распределение поля в поверхностной волне, заданной (37), при фиксированных значениях параметров (в условных безразмерных единицах): $k=1, e_0=-0.1, e_2=0.2, a_0=0.05, a_1=1, h=0.7$ в двух различных режимах при $n=0.6, e_1=0.95$ (1), $e_1=1$ (2) (a) и $n=0.9, e_1=0.7$ (1), $e_1=1.1$ (2) (b).

На рис. 2 исследовано влияние параметра h градиентного профиля (14) на распределение поля при двух значениях n . При больших n , когда максимум поля находится в нелинейном кристалле, увеличение h приводит к увеличению параметра β (25) и смещению максимума интенсивности в сторону градиентной среды (рис. 2 a). Это объясняется изменением масштаба пространственной координаты в решении (27). При малых n , когда максимум поля находится в градиентной среде, влияние h совсем иное (рис. 2 b). В этом случае высота максимум существенно возрастает с ростом h , а его положение смещается к границе раздела.

На рис. 3 продемонстрировано влияние параметра e_2 на распределение поля. Согласно (25), параметр ν определяет индекс функции Уиттекера в решении (27). Увеличение e_2 уменьшаем ν , что изменяет форму профиля в градиентной среде. При малых n , когда максимум поля находится в градиентной среде, это приводит к снижению амплитуды на границе (рис. 3 a). При больших n , когда максимум поля находится в нелинейном кристалле, максимум поля, не меняя своей высоты, смещается к границе раздела сред (рис. 3 b).

На рис. 4 показано влияние параметра e_1 на распределение поля. В формуле (25) параметр зависит от e_1 , что влияет на поведение функции Уиттекера в (27), определяющее поле в этой зоне. Увеличение e_1 усиливает линейную составляющую профиля (14), что способствует лучшей локализации поля в градиентной среде и снижению амплитуды на границе согласно (36). Видно, что влияние e_1 на распределение поля аналогично влиянию параметра e_2 .

На рис. 5 исследовано влияние параметра e_0 на распределение поля. Уменьшение e_0 (увеличение $|e_0|$) при фиксированном n увеличивает параметр β , что усиливает при меньших значениях n . В этом случае высота максимум существенно возрастает с ростом $|e_0|$ (рис. 5 a). При больших n , когда максимум поля находится в нелинейном кристалле, увеличение $|e_0|$ приводит к смещению максимума интенсивности в сторону градиентной среды (рис. 5 b).

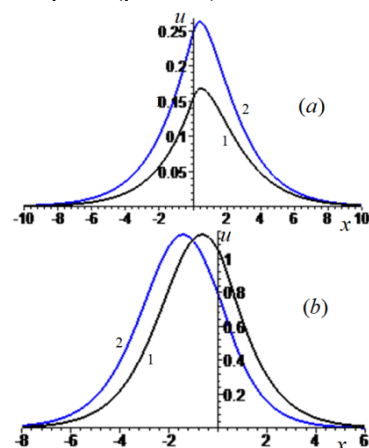


Рис. 5. Поперечное распределение поля в поверхностной волне, заданной (37), при фиксированных значениях параметров (в условных безразмерных единицах): $k=1, e_1=1, e_2=0.2, a_0=0.05, a_1=1, h=0.7$ в двух различных режимах при $n=0.6, e_0=-0.07$ (1), $e_0=-0.1$ (2) (a) и $n=0.9, e_0=-0.1$ (1), $e_0=-0.4$ (2) (b).

На рис. 6 показано влияние коэффициента нелинейности Поккельса a_1 на распределение поля. Согласно (31), параметр q в солитонном решении не зависит от a_1 , но амплитуда

солитона A обратно пропорциональна $\sqrt{a_1}$. Поэтому увеличение a_1 приводит к снижению амплитуды в нелинейной среде и на границе раздела, что согласуется с формулой (36).

На рис. 7 исследовано влияние параметра a_0 на распределение поля. Увеличение a_0 уменьшает параметр q в (31), что приводит к расширению солитона в нелинейной среде. Одновременно снижается амплитуда солитона A , что объясняет уменьшение амплитуды на границе. При этом условие $\lambda > a_0$ из (31) накладывает ограничение сверху на допустимые значения a_0 .

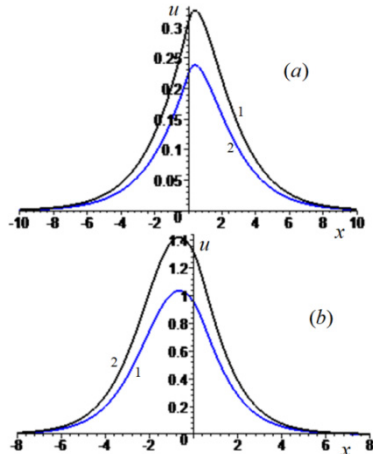


Рис. 6. Поперечное распределение поля в поверхностной волне, заданной (37), при фиксированных значениях параметров (в условных безразмерных единицах): $k=1, e_1=1, e_2=0.2, e_0=-0.1, a_0=0.05, h=0.7$ и различных $a_1=0.8$ (1), $a_1=1.1$ (2) в двух различных режимах при $n=0.6$, (a) и $n=0.9$ (b).

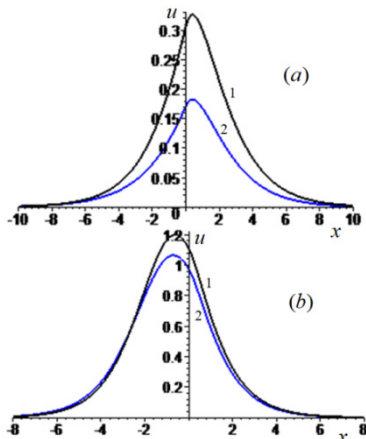


Рис. 7. Поперечное распределение поля в поверхностной волне, заданной (37), при фиксированных значениях параметров (в условных безразмерных единицах): $k=1, e_1=1, e_2=0.2, e_0=-0.1, a_1=1, h=0.7$ и различных $a_0=0.01$ (1), $a_0=0.1$ (2) в двух различных режимах при $n=0.6$, (a) и $n=0.9$ (b).

На рис. 8 представлены зависимости амплитуды поля на границе раздела u_0 от различных параметров модели согласно формуле (36). Анализ этих результатов моделирования показал, что монотонный рост u_0 с увеличением n (рис. 8a) объясняется увеличением разности $\lambda - a_0$ в числителе (36).

Немонотонный характер зависимостей u_0 от h (рис. 8b) и e_1 (рис. 8d) связан со сложной зависимостью функции q_G от этих параметров в знаменателе (36). Монотонное уменьшение u_0 с ростом e_2 (рис. 8c) обусловлено изменением индекса ν функции Уиттекера, что влияет на ее значение в знаменателе (36).

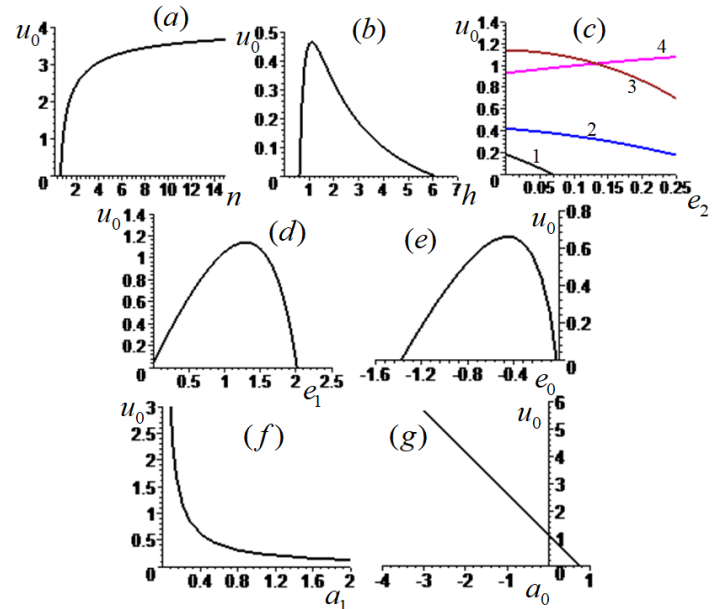


Рис. 8. Амплитуда поля на границе раздела сред, заданная (36), при значениях параметров (в условных безразмерных единицах, $k=1$):

- (a) – зависимость от n при $h=0.7, e_1=1, e_2=0.2, e_0=-0.1, a_0=0.05, a_1=1$;
- (b) – зависимость от h при $n=0.6, e_1=1, e_2=0.2, e_0=-0.1, a_0=0.05, a_1=1$;
- (c) – зависимость от e_2 при $e_1=1, e_0=-0.1, a_0=0.05, a_1=1, n=0.6, h=0.5$ (1), $n=0.6, h=0.7$ (2), $n=0.9, h=0.35$ (3), $n=0.9, h=0.7$ (4);
- (d) – зависимость от e_1 при $n=0.9, h=0.7, e_2=0.2, e_0=-0.1, a_0=0.05, a_1=1$;
- (e) – зависимость от e_0 при $n=0.5, h=0.7, e_1=1, e_2=0.2, a_0=0.05, a_1=1$;
- (f) – зависимость от a_1 при $n=0.6, h=0.7, e_1=1, e_2=0.2, e_0=-0.1, a_0=0.05$;
- (g) – зависимость от a_0 при $n=0.9, h=0.7, e_1=1, e_2=0.2, e_0=-0.1, a_1=1$.

На рис. 9 приведены зависимости положения максимума солитона x_0 от параметров модели согласно формуле (35). Анализ этих результатов моделирования показал, что изменение знака x_0 при увеличении n (рис. 9a) соответствует переходу от условия $q_G(\lambda) < 0$ (максимум в нелинейной среде) к условию $q_G(\lambda) > 0$ (максимум в градиентной среде), что следует из (35).

Влияние параметров градиентного профиля на x_0 (рис. 9b-e) определяется их воздействием на функцию $q_G(\lambda)$, входящую в аргумент гиперболического тангенса в (35). Зависимости x_0 от a_0 (рис. 9f) показывает, что увеличение a_0 при фиксированном n уменьшает параметр q в (35), что смещает максимум в сторону нелинейной среды.

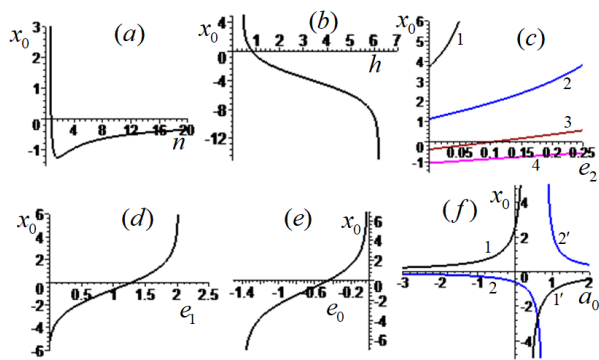


Рис. 9. Величина x_0 , заданная (35), при значениях параметров (в условных безразмерных единицах, $k=1$):

- (a) – зависимость от n при $h=0.7, e_1=1, e_2=0.2, e_0=-0.1, a_0=0.05, a_1=1$;
- (b) – зависимость от h при $n=0.7, e_1=1, e_2=0.2, e_0=-0.1, a_0=0.05, a_1=1$;
- (c) – зависимость от e_2 при $e_1=1, e_0=-0.1, a_0=0.05, a_1=1, n=0.6, h=0.5$ (1), $n=0.6, h=0.7$ (2), $n=0.9, h=0.45$ (3), $n=0.9, h=0.7$ (4);
- (d) – зависимость от e_1 при $n=0.9, h=0.7, e_2=0.2, e_0=-0.1, a_0=0.05, a_1=1$;
- (e) – зависимость от e_0 при $n=0.5, h=0.7, e_1=1, e_2=0.2, a_0=0.05, a_1=1$;
- (f) – зависимость от a_0 при $e_1=1, e_2=0.2, e_0=-0.1, a_0=0.05, h=0.7, n=0.6$ (1, 1'), $n=0.9$ (2, 2').

6 Инженерно-физическая интерпретация результатов моделирования

Эффективный показатель преломления в корне определяет степень локализации мод и распределение энергии между двумя средами. Более высокие значения увеличивают фазовое несоответствие относительно обоих составляющих материалов, тем самым усиливая локализацию поля вблизи границы раздела и повышая амплитуду на границе. Это происходит потому, что больший эффективный показатель преломления усиливает компоненту волнового вектора, перпендикулярную распространению, интенсифицируя скорость затухания эванесцентного поля в обеих средах и одновременно увеличивая амплитуду поля, необходимую для удовлетворения условий непрерывности на границе.

Параметр геометрического смещения профиля h действует как пространственный масштабный коэффициент, который переопределяет систему координат, в которой происходит изменение диэлектрической проницаемости. Увеличение этого параметра эффективно растягивает область сильного изменения показателя преломления от границы раздела, что изменяет глубину проникновения эванесцентного хвоста в градиентную среду. Когда максимум моды находится внутри нелинейного кристалла, это растяжение смещает пик интенсивности к границе раздела; наоборот, когда пик изначально находится в области градиента, то же увеличение параметра сжимает распределение поля к границе, одновременно усиливая его величину за счет уменьшения пространственного разброса.

Квадратичный коэффициент в профиле диэлектрической проницаемости e_2 напрямую контролирует асимптотическую скорость затухания показателя преломления с расстоянием от границы раздела. Большой коэффициент приводит к более крутому начальному градиенту показателя преломления с

последующим более быстрым насыщением до фонового значения. Это увеличение крутизны усиливает модовое ограничение вблизи границы раздела в области градиента, создавая более резкий оптический потенциальный барьер, но одновременно уменьшает амплитуду поля на границе, когда пик моды находится внутри этой среды. Физический механизм включает в себя компромисс между увеличением поперечных компонент волнового вектора (способствующим локализации) и изменением согласования импеданса на границе раздела (влияющим на непрерывность амплитуды).

Линейный коэффициент градиентного профиля e_1 определяет наклон изменения показателя преломления в промежуточной пространственной области. Увеличение этого коэффициента усиливает линейную восстанавливающую силу, действующую на оптическое поле, аналогично увеличению жесткости гармонического потенциала в квантовой механике. Это приводит к более плотной пространственной локализации внутри градиентной среды и уменьшению проникновения поля к границе раздела, что, следовательно, снижает амплитуду на границе за счет улучшения импедансной изоляции между средами.

Базовая диэлектрическая проницаемость градиентной среды e_0 определяет асимптотическое значение показателя преломления вдали от границы раздела. Уменьшение этого параметра (увеличение его абсолютной величины в заданной системе координат) повышает контраст показателя преломления между областью границы раздела и основным градиентным материалом. Этот повышенный контраст усиливает оптическую потенциальную яму на границе, что приводит к более сильной локализации поля и более высоким амплитудам на границе, когда пик моды находится в градиентной области. Когда пик расположен внутри нелинейного кристалла, такое же уменьшение диэлектрической проницаемости сдвигает максимум интенсивности в сторону градиента, эффективно углубляя потенциальную яму на этой стороне границы раздела.

Линейный электрооптический коэффициент Поккельса a_1 определяет силу модуляции диэлектрической проницаемости, индуцированной полем. Увеличение этого коэффициента усиливает чувствительность материала к самому оптическому полю в рассматриваемом нелинейном режиме, что парадоксальным образом уменьшает требуемую амплитуду поля для поддержания баланса солитона между дифракцией и самофокусировкой. Это проявляется как обратная зависимость между электрооптическим коэффициентом и амплитудой солитона — более сильная нелинейность позволяет стабильно локализовать материал при более низких интенсивностях поля. Важно отметить, что этот параметр обеспечивает путь для внешнего электрического управления: приложенное постоянное напряжение изменяет эффективную линейную восприимчивость, тем самым настраивая коэффициент и обеспечивая непрерывную регулировку амплитуды моды и пространственной протяженности без изменения физической геометрии волновода.

Базовая диэлектрическая проницаемость нелинейного кристалла a_0 задает линейный фон показателя преломления, на котором работает нелинейность Поккельса. Повышение этого параметра уменьшает относительный вклад нелинейного члена в общую диэлектрическую проницаемость, ослабляя эффект самофокусировки, противодействующий

дифракции. В результате профиль солитона расширяется в пространстве для поддержания равновесия, а его пиковая амплитуда уменьшается, чтобы удовлетворить закону сохранения энергии при измененной силе нелинейности. Этот параметр контролирует внутренний пространственный масштаб локализации моды в электрооптической среде, что имеет прямое значение для интеграла перекрытия между оптическим и приложенным электрическим полями в практических реализациях модуляторов.

Модель волновода представляет собой основу для разработки реконфигурируемых интегрированных фотонных компонентов с линейными характеристиками электрического управления. Практическая реализация должна отдавать приоритет платформам из тонкопленочного ниобата лития, где активный слой Поккельса может быть монолитно интегрирован с разработанными градиентными оболочками. Градиентная среда может быть реализована с помощью ионообменных стеклянных слоев с контролируемыми профилями диффузии или наноструктурированных пленок оксинитрида кремния, демонстрирующих стехиометрию, зависящую от положения, тем самым аппроксимируя требуемое затухание диэлектрической проницаемости, описываемое математическим профилем.

Для высокоскоростных приложений модуляции композитная структура должна быть сконфигурирована таким образом, чтобы максимум оптической моды преимущественно находился в среде Поккельса в условиях нулевого смещения. Такая компоновка максимизирует перекрытие между оптическим полем и приложенным поперечным электрическим полем от планарных электродов, обеспечивая произведение напряжения на длину волны менее $2 \text{ В} \cdot \text{см}$ на длине волны 1550 нм .

Градиентный слой выполняет двойную функцию: он обеспечивает асимметричное ограничение моды для уменьшения потерь на утечку из подложки и создает регулируемый потенциальный барьер, который смещает пик интенсивности моды в сторону области электрода при подаче напряжения смещения, эффективно усиливая электрооптическое взаимодействие без увеличения управляющего напряжения. В компонентах с селективным выбором длины волны, таких как массивы волноводных решеток для систем плотного мультиплексирования с разделением по длинам волн, секция с градиентным показателем преломления должна располагаться в областях свободного распространения, прилегающих к массиву волноводов.

Точный контроль параметра геометрического смещения h посредством литографического определения профиля градиента позволяет осуществлять обрезку длин волн канала путем приложения локализованных постоянных напряжений смещения к сегментированным электродам над областями градиента. Такой подход исключает необходимость использования тепловых нагревателей в традиционных конструкциях массивов волноводных решеток, снижая статическое энергопотребление на порядки при сохранении стабильности длины волны на уровне субмикронном.

Для когерентных передатчиков, требующих синфазной и квадратурной модуляции, волноводная структура должна быть реализована в двухпараллельной конфигурации Маха-Цендера, где каждое плечо включает в себя композитную конструкцию волновода.

Критически важным для производительности является поддержание идентичных градиентных профилей на всех

плечах в процессе изготовления с синфазным режимом, что обеспечивает согласованные характеристики дрейфа смещения. Линейная настройка, обеспечиваемая эффектом Поккельса, позволяет непрерывно регулировать точку квадратуры без внесения гармонических искажений, что является значительным преимуществом по сравнению с альтернативами на основе эффекта Керра, которые демонстрируют приращенную нелинейность в передаточной функции.

Производственные соображения требуют нанесения градиентного слоя показателя преломления до соединения кристаллов Поккельса, чтобы избежать термического повреждения нелинейного материала. Ионно-лучевое распыление с мониторингом *in situ* обеспечивает достаточный контроль над квадратичными и линейными коэффициентами профиля диэлектрической проницаемости для достижения требуемого условия $e_2 < 0.25$ для стабильных модальных решений. Размещение электродов должно учитывать согласование скорости микроволнового и оптического излучения. Эффективный показатель преломления градиентного слоя позволяет точно настраивать групповую скорость оптического сигнала для лучшего соответствия распространению электрического сигнала в золотых линиях передачи, потенциально расширяя полосу пропускания модуляции за пределы 110 ГГц без сложных структур электродов замедления волн. Управление тепловыми процессами требует внимания из-за температурной зависимости как коэффициента Поккельса, так и параметров градиентного профиля. Интеграция микронагревателей под подложкой с обратной связью на основе мониторинга пилотного тона может стабилизировать рабочую точку по отношению к колебаниям окружающей среды.

Важно отметить, что непосредственный, линейный характер механизма настройки гарантирует, что корректировки тепловой компенсации не вносят нелинейных характеристик передачи, сохраняя точность сигнала в современных форматах модуляции, таких как 64-QAM. Эффективность связи волновода с чипом может быть повышена за счет распространения концепции градиентного показателя преломления на область краевого соединителя, где специально разработанное сужение диэлектрической проницаемости постепенно преобразует модовый профиль от гауссова распределения волновода к асимметричной моде. Этот подход может снизить потери в до уровня ниже 1 дБ на грань без необходимости использования обратных конусов или решетчатых соединителей, занимающих значительную площадь кристалла. Ограничения возникают в основном из-за допусков при изготовлении параметров градиентного профиля, так как отклонения, превышающие 15% в квадратичном коэффициенте e_2 , могут смещать рабочий диапазон устройства.

7 Выводы

В работе полученное точное решение, адекватно описывающее поверхностные волны в рамках предложенной модели композитного волновода, сочетающего нелинейную среду с эффектом Поккельса и градиентную среду со специальным убывающим профилем. Помимо вывода точного аналитического решения для распространения поверхностных волн в композитной структуре, в данной работе устанавливается всесторонняя параметрическая связь между физическими характеристиками составляющих волновода и

результатирующими модальными свойствами. Варьирование параметров модели позволяет управлять как амплитудными, так и пространственными характеристиками поверхностной волны, что подтверждает возможность линейной настройки свойств волновода за счёт эффекта Поккельса.

Наличие точного аналитического решения позволяет проводить быстрый параметрический анализ и оптимизацию волноводных структур без трудоёмких численных расчётов. Кроме того, исследование количественно оценивает чувствительность модового ограничения к каждому структурному параметру, выявляя различные механизмы локализации поля, связанные с геометрией градиентного профиля и электрооптической нелинейностью. Разработанная модель устраняет необходимость в итеративных численных решателях собственных мод на этапе проектирования перестраиваемых интегрированных фотонных компонентов, предлагая прямой аналитический путь для оптимизации компромиссов между силой ограничения, длиной распространения и эффективностью электрического управления

Таким образом, предложенная модель и полученное решение расширяют класс точно решаемых задач волноводной оптики и могут быть использованы при проектировании управляемых планарных волноводных устройств для интегральной фотоники и телекоммуникационных систем.

Литература

1. Wang X., Yin C., Cao Z. Progress in Planar Optical Waveguides. Berlin: Springer, 2016. 241 p. DOI:10.1007/978-3-662-48984-0.
2. Fundamentals of Optical Waveguides. Cambridge: Elsevier Inc., Academic Press, 2022. DOI: 10.1016/C2017-0-02432-1.
3. Agrawal G.P. Physics and Engineering of Graded-Index Media. New York: Cambridge University Press, 2023. 348 p. DOI: 10.1017/9781009282086.
4. Wu, S., Mu, X., Cheng, L., Mao, S., Fu, H. Y. State-of-the-Art and Perspectives on Silicon Waveguide Crossings: A Review. Micromachines. 2020. Vol. 11(3). P. 326. <https://doi.org/10.3390/mi11030326>.
5. Zimmermann C.A., Amouzou K.N., Ung B. Recent Advances in PDMS Optical Waveguides: Properties, Fabrication, and Applications. Adv. Optical Mater. 2024. Vol. 13. P. 2401975. DOI: 10.1002/adom.202401975.
6. Kryzhanovskaya N.V., Ivanov K.A., Fominykh N.A. et al. III–V microdisk lasers coupled to planar waveguides. J. Appl. Phys. 2023. Vol. 134(10). P. 103101. DOI: 10.1063/5.0165279.
7. Ковалев М.С., Подлесных И.М., Певчих К.Э., Кудряшов С.И. Планарная фотоника ближнего инфракрасного диапазона на основе сверхлегированного кремния: перспективы. Фотоника. 2024. Т. 18. № 2. С.136-151. DOI: 10.22184/1993-7296.FRos.2024.18.2.136.151.
8. Зеленовский П.С. Основы интегральной и волоконной оптики. Екатеринбург: Изд-во Урал. Ун-та, 2019. 132 с.
9. Кочмарев Л.Ю., Шилов И.П. Осаждение планарных волноводных структур со фторсиликатной оболочкой на кремниевые и кварцевые подложки в локальном СВЧ-разряде пониженного давления. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2021. №4. DOI: 10.30898/1684-1719.2021.4.1.
10. Koos C. Nanophotonic Devices for Linear and Nonlinear Optical Signal Processing. Karlsruhe: Karlsruhe Institut Fur Technologie, 2014. 226 p.
11. Wang J., Xing Z., Chen X., Cheng Z., Li X., Liu T. Recent Progress in Waveguide-Integrated Graphene Photonic Devices for Sensing and Communication Applications. Front. Phys. 2020. Vol. 8. P. 37. DOI:10.3389/fphy.2020.00037.
12. Weninger D., Serna S., Ranno L., Kimerling L., Agarwal A. Advances in waveguide to waveguide couplers for 3D integrated photonic packaging. Light: Sci. Appl. 2026. Vol. 15. P. 17. DOI: 10.1038/s41377-025-02048-w.
13. Butt M.A., Janaszek B., Piramidowicz R. Lighting the way forward: The bright future of photonic integrated circuits. Sensors International. 2025. V.6. P. 100326, 10.1016/j.sintl.2025.100326.
14. Серебрякова В.С. Оптимизация параметров изготовления интегрально-оптических элементов для волоконно-оптических гироскопов. Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2008. №49. С. 42-53.
15. Парфенов М.В., Агзузов П.М., Ильичев И.В., Усикова А.А., Шамрай А.В. Преобразование мод в гибридных волноводных структурах на основе ниобата лития для согласования со стандартным одномодовым оптическим волокном. Журнал технической физики. 2022. Т. 92. № 1. С. 113-117. DOI: 10.21883/jtf.2022.01.51860.220-21.
16. Алексеев С.А., Белов Н.П., Матвеев Н.В. и др. Методы управления параметрами световой волны. Конспект лекций. СПб: Университет ИТМО, 2016. 63 с.
17. Желтиков В.А., Пасечникова Д.В., Хыдырова Селби. Обзор электрооптических модуляторов в квантовых оптических интегральных схемах. Политехнический молодежный журнал. 2022. № 05. С. 1-15. DOI: 10.18698/2541-8009-2022-5-798.
18. Петров В.М., Шамрай А.В. СВЧ интегрально-оптические модуляторы. теория и практика. СПб: Университет ИТМО, 2021 225 с.
19. Каменев О.Т., Кульчин Ю.Н., Петров Ю.С., Хижняк Р.В. Применение волоконно-оптического интерферометра Маха–Цендера для создания длиннобазовых деформометров. Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40. № 3. С. 49-56. DOI: 10.1134/S1063785014020096.
20. Афанасьев В.М. Электрооптический модулятор по схеме интерферометра Маха-Цендера. Прикладная фотоника. 2016. Т. 3. № 4. С. 341-369.
21. Башкатов А.С., Корнилов С.В., Морозова О.Н., Певчих К.Э., Светиков В.В. Состояние и потенциал развития фотонных интегральных схем на фосфиде индия, ниобате лития и кремнии. Радиоэлектронная отрасль: проблемы и их решения. 2023. № 11. С. 2-10.
22. Martin N.J., Mehrabad M.J., Chen X., et al. Topological and conventional nanophotonic waveguides for directional integrated quantum optics. Physical Review Research. 2024. Vol. 6. P. L022065. DOI: 10.1103/PhysRevResearch.6.L022065.
23. Григорьев Л.В. Кремниевая фотоника. Учебно-методическое пособие по практическим работам. СПб: Университет ИТМО, 2015. 69 с.
24. Dong Po, Hu Ting-Chen, Liow Tsung-Yang et al. Novel integration technique for silicon/III-V hybrid laser. Optics Express. 2014. Vol. 22, pp. 26854-26861. DOI: 10.1364/OE.22.026854.
25. Боброва Ю.С., Андроник М., Самадов Б.Б., Даниленко Д.А. Особенности нанесения жидких фотополимеров при формировании планарных оптических волноводов. Фотоника. 2017. Т. 62. № 2. С. 34-41. DOI: 10.22184/1993-7296.2017.62.2.34.41.
26. Розанов Н.Н., Нелинейная оптика. Ч. 1. Уравнения распространения излучения и нелинейный отклик среды. СПб.: Изд-во СПбГУИТМО, 2008. 95 с.
27. Беспрозванных В.Г., Первадчук В.П. Нелинейная оптика. Пермь: Изд-воПерм. гос. техн. ун-та, 2011. 200 с.
28. Boyd R.W. Nonlinear Optics, Fourth Edition. London: Academic Press. 2020. 609 p.
29. Okamoto K. Chapter 5 – Nonlinear Optical Effects in Optical Fibers. In: Fundamentals of Optical Waveguides. Academic Press. 2022. P. 219-269. DOI: 10.1016/B978-0-12-815601-8.50005-7.
30. Surajit D., Fumito A., Lee M. et al. Kerr constant and third-order nonlinear optic susceptibility measurements in a liquid crystal composed of bent-shaped molecules. Physical review E. 2008. Vol. 78. P. 050701. DOI: 10.1103/PhysRevE.78.050701.
31. Li Y., Sun M., Miao T., Chen. J. Towards High-Performance Pockels Effect-Based Modulators: Review and Projections. Micromachines. 2024. Vol. 15(7). P. 865. DOI: 10.3390/mi15070865.

32. Valdez F., Mere V., Wang X. et al. 110 GHz, 110 mW hybrid silicon-lithium niobate Mach-Zehnder modulator. *Sci. Rep.* 2022. Vol. 12. P. 18611. DOI: 10.1038/s41598-022-23403-6.

33. Li Y., Lan T., Yang D. et al. High-Performance Mach-Zehnder Modulator Based on Thin-Film Lithium Niobate with Low Voltage-Length Product. *ACS Omega.* 2023. Vol. 8(10). P. 9644-9651. DOI: 10.1021/acsomega.3c00310.

34. Arab Juneghani F., Vazimali M., Zhao J. et al. Thin-Film Lithium Niobate Optical Modulators with an Extrapolated Bandwidth of 170 GHz. *Advanced Photonics Research.* 2022. Vol. 4. P. 2200216. DOI: 10.1002/adpr.202200216.

35. Chen C.-L. *Foundations for guided-wave optics.* New York: John Wiley & Sons, 2005. 462 p. DOI: 10.1002/0470042222.

36. Савотченко С.Е. Модели волноводов, сочетающих градиентные и нелинейно-оптические слои. *Russian Technological Journal.* 2023. Т. 11. № 4. С. 84-93. DOI: 10.32362/2500-316X-2023-11-4-84-93.

37. Савотченко С.Е. Моделирование поверхностных волн в фотонных кристаллических структурах с профилем показателя преломления, убывающим с расстоянием от поверхности. *Russian Technological Journal.* 2026. Т. 14. № 1. С. 91-102. DOI: 10.32362/2500-316X-2026-14-1-91-102.

MODELING OF A PLANAR WAVEGUIDE MADE OF GRADIENT AND NONLINEAR MEDIA FOR OPTICAL TELECOMMUNICATION SYSTEMS WITH THE POSSIBILITY OF LINEAR TUNING OF CHARACTERISTICS

Sergey E. Savotchenko, *Sergo Ordzhonikidze Russian State Geological Prospecting University; Moscow Technical University of Communications and Informatics;*

MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russia, savotchenko@mirea.ru

Nadezhda O. Afanasyeva, *Sergo Ordzhonikidze Russian State Geological Prospecting University, Moscow, Russia, afanasievan@mgri.ru*

Abstract

This presents the results of modeling a composite planar waveguide structure designed for linear tunable optical performance in telecommunications applications. The proposed system model combines a crystalline layer with a linear electro-optical Pockels effect and an adjacent medium with a graded refractive index, characterized by a spatially decreasing permittivity profile. In the transverse electric wave approximation, the electromagnetic field distribution is described by a piecewise-definite Helmholtz equation, which includes both the linear dependence of the permittivity of the electro-optical material on the field and the dependence of the refractive index of the gradient layer on position. An exact analytical solution is obtained for the resulting boundary-value problem describing a surface wave localized at the interface between the two media. The solution combines special Whittaker functions in the gradient domain with a stationary soliton profile in a nonlinear crystal. The analysis shows that the spatial localization, amplitude distribution and modal characteristics of the guided wave can be precisely controlled by applying an external electrical voltage to the Pockels medium, which enables linear tuning of the waveguide properties.

Keywords: *waveguide optics, planar waveguide, mathematical model, optical waveguide, waveguide mode, boundary value problem, exact solution*

References

- [1] X. Wang, C. Yin, and Z. Cao, "Progress in Planar Optical Waveguides," Berlin, Germany: Springer, 2016. doi: 10.1007/978-3-662-48984-0.
- [2] *Fundamentals of Optical Waveguides.* Cambridge, MA, USA: Academic Press, 2022. doi: 10.1016/C2017-0-02432-1.
- [3] G. P. Agrawal, "Physics and Engineering of Graded-Index Media," New York, NY, USA: Cambridge Univ. Press, 2023. doi: 10.1017/9781009282086.
- [4] S. Wu, X. Mu, L. Cheng, S. Mao, and H. Y. Fu, "State-of-the-art and perspectives on silicon waveguide crossings: A review," *Micromachines*, vol. 11, no. 3, p. 326, 2020, doi: 10.3390/mi11030326.
- [5] C. A. Zimmermann, K. N. Amouzou, and B. Ung, "Recent advances in PDMS optical waveguides: Properties, fabrication, and applications," *Adv. Optical Mater.*, vol. 13, p. 2401975, 2024, doi: 10.1002/adom.202401975.
- [6] N. V. Kryzhanovskaya, K. A. Ivanov, N. A. Fominykh, et al., "III-V microdisk lasers coupled to planar waveguides," *J. Appl. Phys.*, vol. 134, no. 10, p. 103101, 2023, doi: 10.1063/5.0165279.
- [7] M. S. Kovalev, I. M. Podlesnykh, K. E. Pevchikh, and S. I. Kudryashov, "Planarnaya fotonika blizhnego infrakrasnogo diapazona na osnove sverkhlegirovannogo kremniya: perspektivy," [Planar photonics of the near-infrared range based on supersaturated silicon: prospects], *Photonika*, vol. 18, no. 2, pp. 136-151, 2024, doi: 10.22184/1993-7296.FRos.2024.18.2.136.151.
- [8] P. S. Zelenovskiy, *Osnovy integral'noi i volokonnoi optiki* [Fundamentals of integrated and fiber optics]. Yekaterinburg, Russia: Ural Univ. Press, 2019.
- [9] L. Yu. Kochmarev and I. P. Shilov, "Deposition of planar waveguiding structures with a fluorosilicate cladding on silicon and quartz substrates in a local low-pressure microwave discharge," *J. Radio Electron.*, no. 4, 2021. [Online]. Available: <http://jre.cplire.ru/jre/apr21/1/text.pdf> doi: 10.30898/1684-1719.2021.4.1.
- [10] C. Koos, *Nanophotonic Devices for Linear and Nonlinear Optical Signal Processing.* Karlsruhe, Germany: KIT Scientific Publishing, 2014.
- [11] J. Wang, Z. Xing, X. Chen, Z. Cheng, X. Li, and T. Liu, "Recent progress in waveguide-integrated graphene photonic devices for sensing and communication applications," *Front. Phys.*, vol. 8, p. 37, 2020, doi: 10.3389/fphy.2020.00037.

- [12] D. Weninger, S. Serna, L. Ranno, L. Kimerling, and A. Agarwal, "Advances in waveguide to waveguide couplers for 3D integrated photonic packaging," *Light, Sci. Appl.*, vol. 15, p. 17, 2026, doi: 10.1038/s41377-025-02048-w.
- [13] M. A. Butt, B. Janaszek, and R. Piramidowicz, "Lighting the way forward: The bright future of photonic integrated circuits," *Sensors Int.*, vol. 6, p. 100326, 2025, doi: 10.1016/j.sintl.2025.100326.
- [14] V. S. Serebryakova, "Optimization of manufacturing parameters for integrated optical elements for fiber optic gyroscopes," *Nauchno-Tekh. Vestn. Inf. Tekhnol., Mekh. Opt.*, no. 49, pp. 42-53, 2008.
- [15] M. V. Parfenov, P. M. Agruzov, I. V. Ilyichev, A. A. Usikova, and A. V. Shamray, "Mode conversion in hybrid waveguide structures based on lithium niobate for matching with a standard single-mode optical fiber," *Zh. Tekh. Fiz.*, vol. 92, no. 1, pp. 113-117, 2022, doi: 10.21883/jtf.2022.01.51860.220-21.
- [16] S. A. Alekseev, N. P. Belov, N. V. Matveev, et al., "Methods for controlling light wave parameters. Lecture notes," St. Petersburg, Russia: ITMO Univ., 2016.
- [17] V. A. Zheltikov, D. V. Pasechnikova, and S. Hydyrova, "Review of electro-optic modulators in quantum optical integrated circuits," *Politekh. Molodezh. Zh.*, no. 05, pp. 1-15, 2022, doi: 10.18698/2541-8009-2022-5-798.
- [18] V. M. Petrov and A. V. Shamray, "Microwave integrated optical modulators. Theory and practice," St. Petersburg, Russia: ITMO Univ., 2021.
- [19] O. T. Kamenev, Yu. N. Kulchin, Yu. S. Petrov, and R. V. Khizhnyak, "Application of a fiber-optic Mach-Zehnder interferometer for creating long-base deformometers," *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.*, vol. 40, no. 3, pp. 49-56, 2014, doi: 10.1134/S1063785014020096.
- [20] V. M. Afanasyev, "Elektro-opticheskiy modulyator po skheme interferometra Makha-Tsendera," [Electro-optic Mach-Zehnder interferometer modulator], *Prikl. Foton.*, vol. 3, no. 4, pp. 341-369, 2016.
- [21] A. S. Bashkatov, S. V. Kornilov, O. N. Morozova, K. E. Pevchikh, and V. V. Svetikov, "State and development potential of photonic integrated circuits based on indium phosphide, lithium niobate, and silicon," *Radio-Elektron. Otraz: Probl. Reshen.*, no. 11, pp. 2-10, 2023.
- [22] N. J. Martin, M. J. Mehrabad, X. Chen, et al., "Topological and conventional nanophotonic waveguides for directional integrated quantum optics," *Phys. Rev. Res.*, vol. 6, p. L022065, 2024, doi: 10.1103/PhysRevResearch.6.L022065.
- [23] L. V. Grigor'ev, "Silicon Photonics. Educational and methodological manual for practical work," St. Petersburg, Russia: ITMO Univ., 2015.
- [24] P. Dong, T.-C. Hu, T.-Y. Liow, et al., "Novel integration technique for silicon/III-V hybrid laser," *Opt. Express*, vol. 22, no. 22, pp. 26854-26861, 2014, doi: 10.1364/OE.22.026854.
- [25] Yu. S. Bobrova, M. Andronik, B. B. Samadov, and D. A. Danilenko, "Features of applying liquid photopolymers in the formation of planar optical waveguides," *Photonika*, vol. 62, no. 2, pp. 34-41, 2017, doi: 10.22184/1993-7296.2017.62.2.34.41.
- [26] N. N. Rozanov, "Nonlinear optics. Pt. 1. Equations of radiation propagation and nonlinear response of the medium," St. Petersburg, Russia: SPbGUITMO, 2008.
- [27] V. G. Besprozvannykh and V. P. Pervadchuk, "Nonlinear optics," Perm, Russia: Perm. Gos. Tekh. Univ., 2011.
- [28] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, 4th ed. London, U.K.: Academic Press, 2020.
- [29] K. Okamoto, "Chapter 5 - Nonlinear optical effects in optical fibers," in *Fundamentals of Optical Waveguides*, Academic Press, 2022, pp. 219-269. doi: 10.1016/B978-0-12-815601-8.50005-7.
- [30] S. D. (Surajit D.), F. A. (Fumito A.), M. Lee, et al., "Kerr constant and third-order nonlinear optic susceptibility measurements in a liquid crystal composed of bent-shaped molecules," *Phys. Rev. E*, vol. 78, p. 050701, 2008, doi: 10.1103/PhysRevE.78.050701.
- [31] Y. Li, M. Sun, T. Miao, and J. Chen, "Towards high-performance Pockels effect-based modulators: Review and projections," *Micromachines*, vol. 15, no. 7, p. 865, 2024, doi: 10.3390/mi15070865.
- [32] F. Valdez, V. Mere, X. Wang, et al., "110 GHz, 110 mW hybrid silicon-lithium niobate Mach-Zehnder modulator," *Sci. Rep.*, vol. 12, p. 18611, 2022, doi: 10.1038/s41598-022-23403-6.
- [33] Y. Li, T. Lan, D. Yang, et al., "High-performance Mach-Zehnder modulator based on thin-film lithium niobate with low voltage-length product," *ACS Omega*, vol. 8, no. 10, pp. 9644-9651, 2023, doi: 10.1021/acsomega.3c00310.
- [34] F. Arab Juneghani, M. Vazimali, J. Zhao, et al., "Thin-film lithium niobate optical modulators with an extrapolated bandwidth of 170 GHz," *Adv. Photonics Res.*, vol. 4, p. 2200216, 2022, doi: 10.1002/adpr.202200216.
- [35] C.-L. Chen, *Foundations for Guided-Wave Optics*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2005. doi: 10.1002/0470042222.
- [36] S. E. Savotchenko, "Waveguide models combining gradient and nonlinear optical layers," *Russ. Technol. J.*, vol. 11, no. 4, pp. 84-93, 2023, doi: 10.32362/2500-316X-2023-11-4-84-93.
- [37] S. E. Savotchenko, "Modeling of surface waves in photonic crystal structures with a refractive index profile decreasing with distance from the surface," *Russ. Technol. J.*, vol. 14, no. 1, pp. 91-102, 2026, doi: 10.32362/2500-316X-2026-14-1-91-102.

Information about authors:

Sergey E. Savotchenko, Russian State Geological Prospecting University named after Sergo Ordzhonikidze; Moscow Technical University of Communications and Informatics; MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russia. ORCID 0000-0002-7158-9145

Nadezhda O. Afanasyeva, Russian State Geological Prospecting University named after Sergo Ordzhonikidze, Moscow, Russia. ORCID 0009-0009-0044-7930