

# ПОИСК КОМПЛЕКСНЫХ М-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДЛЯ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ СИГНАЛЬНО-КODOVЫХ КОНСТРУКЦИЙ В СИСТЕМАХ БОРТОВОГО КОНТРОЛЯ

**Чембарисова Рената Ильдаровна**

Санкт-Петербургский Государственный университет  
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия,  
[renatachembarisova@yandex.ru](mailto:renatachembarisova@yandex.ru)

**Ненашев Вадим Александрович,**

Санкт-Петербургский Государственный университет  
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия,  
[nenashev@guap.ru](mailto:nenashev@guap.ru)

**Бестугин Александр Роальдович,**

Санкт-Петербургский Государственный университет  
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

**Киршина Ирина Анатольевна,**

Санкт-Петербургский Государственный университет  
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

**Ненашев Сергей Александрович,**

Санкт-Петербургский Государственный университет  
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-5-27-37

Manuscript received 31 March 2025;

Accepted 30 April 2025

Исследование выполнено за счет гранта  
Российского научного фонда (проект № 24-79-10259)

**Ключевые слова:** М-последовательность,  
автокорреляционная функция, боковые лепестки,  
анализ последовательностей, фазовая  
модуляция, система бортового контроля,  
сигнально-кодовые конструкции

В настоящее время широко применяются модулированные М-последовательностью по фазе сигналы в системах радиолокации, радионавигации и обмена данными благодаря их уникальным корреляционным свойствам. Однако, несмотря на их преимущества, высокие уровни боковых лепестков автокорреляционной функции (АКФ) могут существенно снижать достоверность работы соответствующих систем обнаружения. Поиск новых комплексных М-последовательностей, обладающих более низкими уровнями боковых лепестков нормированной АКФ является актуальной и важной задачей для повышения помехоустойчивости и достоверности в современных системах обнаружения. Цель исследования состоит в том, чтобы разработать и обосновать метод снижения уровня боковых лепестков (БЛ) АКФ за счет поиска новых комплексных значений М-последовательностей. Это достигается путем замены традиционного алфавита  $[1; -1]$  на ассиметричный  $[1; -\exp(\varphi i)]$ , после чего вычисляются выражения, описывающие БЛ нормированной автокорреляционной функции (НАКФ), по которым определяются такие значения  $\varphi$ , при которых БЛ обладают наименьшим уровнем. В работе применяются аналитические методы для вывода выражений описывающих уровни боковых лепестков АКФ, методы численного поиска комплексных значений М-последовательностей, а также методы компьютерного моделирования и проведения экспериментов для оценки уровней боковых лепестков АКФ по найденным выражениям. В данной работе осуществлен поиск новых комплексных значений М-последовательностей и проведено исследование характеристик их АКФ. Полученные результаты включают графики и зависимости, показывающие снижение уровней боковых лепестков АКФ за счет найденных новых комплексных значений М-последовательностей с целью формирования модулированной по фазе сигнально-кодовой конструкции. Применение на практике кодовых конструкций, являющихся новыми комплексными М-последовательностями продемонстрировало и тем самым подтвердило улучшение их корреляционных характеристик. Данный подход может быть использован для повышения эффективности работы бортовых малогабаритных радиолокационных систем контроля земной поверхности, в том числе многопозиционных, а также в устройствах цифровой связи и радионавигации, требующих обеспечения высоких показателей достоверности и помехоустойчивости.

## Информация об авторах:

**Чембарисова Рената Ильдаровна**, лаборант лаборатории машинного обучения проектно-технологического офиса инженерной школы ГУАП, студентка кафедры аэрокосмических компьютерных и программных систем ГУАП, Санкт-Петербург, Россия

**Ненашев Вадим Александрович**, к.т.н., доцент, заведующий лабораторией машинного обучения проектно-технологического офиса инженерной школы ГУАП, доцент кафедры "Конструирования и технологий электронных и лазерных средств" ГУАП, Санкт-Петербург, Россия

**Бестугин Александр Роальдович**, д.т.н., проф., заведующий кафедрой "Конструирования и технологий электронных и лазерных средств" ГУАП, Санкт-Петербург, Россия

**Киршина Ирина Анатольевна**, к.э.н., доцент кафедры "Конструирования и технологий электронных и лазерных средств" ГУАП, Санкт-Петербург, Россия

**Ненашев Сергей Александрович**, заведующий лабораторией промышленной электроники проектно-технологического офиса инженерной школы ГУАП, младший научный сотрудник кафедры "Конструирования и технологий электронных и лазерных средств" ГУАП, аспирант ГУАП, Санкт-Петербург, Россия

## Для цитирования:

Чембарисова Р.И., Ненашев В.А. Бестугин А.Р., Киршина И.А., Ненашев С.А. Поиск комплексных м-последовательностей для фазовой модуляции сигнально-кодовых конструкций в системах бортового контроля // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №5. С. 27-37.

## For citation:

R.I. Chembarisova, V.A. Nenashev, A.R. Bestugin, I.A. Kirshina, S.A. Nenashev, "Search for complex m-sequences for phase modulation of signal-code structures in on-board control systems," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no.5, pp. 27-37. (in Russian)

## 1 Введение

Как известно, M-последовательности представляют собой особый класс псевдослучайных кодов, которые генерируются линейными регистровыми схемами сдвига и обладают довольно приемлемыми корреляционными свойствами [1]. Эти последовательности имеют свойства, близкие к случайным, что делает их незаменимыми в задачах, связанных с кодированием, синхронизацией и обнаружением сигналов.

M-последовательности широко применяются в радиолокации [2, 3], где они используются для генерации зондирующего сигнала в целях повышения точности определения расстояний до объектов и обеспечения достоверности их обнаружения, где требуется выделить полезный эхо-сигнал над шумовым [4]. В системах связи [5] они служат для кодирования данных в целях обеспечения надежной синхронизации между передающей и принимающей аппаратурой связи. M-последовательности также играют важную роль при проектировании многопозиционных систем бортового контроля, используемых в авиационной и космической технике дистанционного зондирования [6, 7].

**Во втором разделе** представлены методы вычисления периодической и аperiodической АКФ для M-последовательностей. Показаны механизмы получения аналитических выражений, описывающих уровни главного и боковых лепестков АКФ, а также осуществляется поиск новых комплексных значений элементов M-последовательностей для улучшения их корреляционных свойств.

**В третьем разделе** осуществляется поиск новых комплексных значений M-последовательностей в целях минимизации уровня боковых лепестков АКФ и вычисление начальных фаз элементарных импульсов для формирования сигнально-кодовой конструкции. Получены графики, описывающие зависимости уровней лепестков АКФ от значения начальной фазы и приведены рекомендации для генерации реальных сигнально-кодовых конструкций, применяемых в системах бортового контроля.

**В четвертом разделе** подведены итоги проведенного исследования и даны рекомендации по их дальнейшему развитию в различных областях гражданского применения.

## 2 Аperiodическая и периодическая автокорреляционная функция M-последовательностей

Одной из ключевых причин востребованности M-последовательностей в разных областях является их автокорреляционные характеристики. При выборе последовательностей часто отдают предпочтение тем, у которых уровень БЛ НАКФ минимальный. Для M-последовательностей максимальное значение АКФ наблюдается только при нулевом сдвиге, а при любых других сдвигах корреляция стремится к нулю. Периодическая АКФ (ПАКФ) любой M-последовательности длины  $N$  имеет постоянный уровень БЛ, равный  $-1/N$  [8].

Для вычисления АКФ любой последовательности используется следующий алгоритм: пусть нужно вычислить АКФ последовательности  $x(n)$ . АКФ обозначается как  $R(k)$  и вычисляется при помощи выражения (1) для ПАКФ последовательностей и выражения (2) для аperiodических АКФ (ААКФ) [9, 10].

Для вычисления периодической АКФ:

$$R_p(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot x(n+k), \quad (1)$$

где  $x(n+k)$  – это элемент последовательности, сдвинутый на  $k$  позиций. Если  $n+k$  выходит за пределы длины последовательности, то используется периодическое продолжение последовательности.

Для вычисления аperiodической АКФ:

$$R_a(k) = \sum_{n=0}^{N-k-1} x(n) \cdot x(n+k), \quad (2)$$

где  $k$  варьируется от 0 до  $N-1$ . В этом случае суммирование происходит только по тем индексам  $n$ , для которых  $n+k$  остаётся в пределах длины последовательности  $N$ .

В процессе исследования M-последовательностей возникает необходимость минимизации уровня БЛ НАКФ путем поиска новых значений в ее кодовой конструкции. Одним из подходов к решению этой задачи является замена элементов в структуре M-последовательности существующего симметричного традиционного алфавита  $[1; -1]$  на несимметричный алфавит, состоящий из действительных и комплексных значений. В комплексном виде используется экспоненциальная форма представления элементов кода в виде  $\exp(\phi i)$ , где  $\phi$  представляет собой угол направления единичного вектора на комплексной плоскости (рис. 1) и далее может использоваться для фазовой модуляции (ФМ) элементарных импульсов при формировании сигнально-кодовой конструкции.

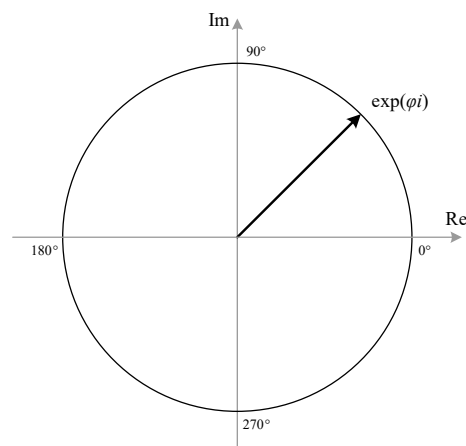


Рис. 1. Единичный вектор на комплексной плоскости

На рисунке 2 представлен пример амплитудной и фазовой модуляции сигнала [11-13] традиционной M-последовательностью длиной  $N = 15$ .

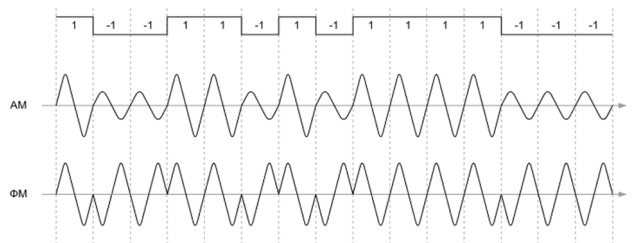


Рис. 2. Амплитудная и фазовая модуляции сигнала

На рисунке 3 представлены два варианта замены алфавита [1; -1] элементов традиционной М-последовательности в его же структуре на действительный несимметричный алфавит [1; -a] (рис. 3а) и комплексный несимметричный алфавит со значениями [1; -exp(phi)] (рис. 3б).

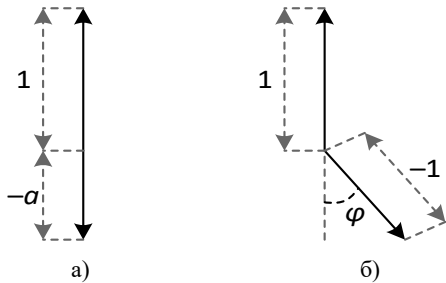


Рис. 3. Несимметричные бинарные алфавиты

Цель замены отрицательных элементов с «-1» на «-a», в случае действительных чисел, и с «-1» на «-exp(phi)», в случае замены на комплексное значение, в алфавите кодовой последовательности заключается в изменении ее структуры таким образом, чтобы уровень БЛ НАКФ был наименьшим из возможных.

Далее рассматриваются четыре М-последовательности длиной 15 и 31. В таблице 1 приведены порождающие их полиномы [14-17] и сгенерированные по ним последовательности.

Таблица 1

М-последовательности и генерирующие их полиномы

№	Длина	Порождающий полином	Последовательность
1	15	$x^4 + x + 1$	[1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1]
2	15	$x^4 + x^3 + 1$	[1 1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1 1]
3	31	$x^5 + x^2 + 1$	[-1 1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1]
4	31	$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$	[-1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 1 -1 1 -1 1 1 1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1]

В таблицах 2-9 представлены аналитические выражения главного и боковых лепестков ААКФ для каждой рассматриваемой М-последовательности из таблицы 1. Главный лепесток обозначается как «ГЛ» и нумеруется как «1», а боковые лепестки нумеруются последовательно начиная с 2.

Таблица 2

ААКФ М-последовательности №1

M15 = [1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1]		
Апериодическая АКФ		
	Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a»	Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(phi)»
ГЛ	$7a^2 + 8$	$7 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) + 8$
2	$3a^2 - 7a + 4$	$4 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 3 \exp(\phi i)$
3	$2a^2 - 7a + 4$	$4 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(\phi i)$
4	$a^2 - 7a + 4$	$3 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 3 \exp(\phi i)$

5	$a^2 - 7a + 3$	$3 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(\phi i)$
6	$2a^2 - 5a + 3$	$4 - 3 \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - \exp(\phi i)$
7	$2a^2 - 4a + 3$	$3 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - \exp(\phi i)$
8	$2a^2 - 4a + 2$	$3 + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 3 \exp(-\bar{\phi} i)$
9	$a^2 - 4a + 2$	$1 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - \exp(\phi i)$
10	$a^2 - 4a + 1$	$1 + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 3 \exp(-\bar{\phi} i)$
11	$a^2 - 3a + 1$	$-\exp(\phi i) - 3 \exp(-\bar{\phi} i) + \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i)$
12	$2a^2 - a + 1$	$1 + \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(-\bar{\phi} i)$
13	$2a^2 - a$	$1 + \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - \exp(-\bar{\phi} i)$
14	$a^2 - a$	$-2 \exp(-\bar{\phi} i)$
15	$-a$	$-\exp(-\bar{\phi} i)$

Таблица 3

ПАКФ М-последовательности №1

M15 = [1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1]		
Периодическая АКФ		
	Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a»	Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(phi)»
ГЛ	$7a^2 + 8$	$7 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) + 8$
БЛ	$3a^2 - 8a + 4$	$4 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 4 \exp(\phi i)$

Таблица 4

ААКФ М-последовательности №2

M15 = [1 1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1 1]		
Апериодическая АКФ		
	Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a»	Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(phi)»
ГЛ	$7a^2 + 8$	$7 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) + 8$
2	$3a^2 - 8a + 3$	$3 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 4 \exp(\phi i)$
3	$3a^2 - 8a + 2$	$2 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 4 \exp(\phi i)$
4	$3a^2 - 6a + 3$	$3 - 3 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 3 \exp(\phi i)$
5	$3a^2 - 5a + 3$	$3 - 3 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(\phi i)$
6	$2a^2 - 5a + 3$	$3 - 3 \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(\phi i)$
7	$2a^2 - 5a + 2$	$2 - 3 \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(\phi i)$
8	$a^2 - 6a + 1$	$1 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(\phi i)$
9	$2a^2 - 2a + 3$	$3 + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(-\bar{\phi} i)$
10	$a^2 - 3a + 2$	$2 - 2 \exp(-\bar{\phi} i) + \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - \exp(\phi i)$
11	$a^2 - 3a + 1$	$1 - 2 \exp(-\bar{\phi} i) + \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - \exp(\phi i)$
12	$1 - 3a$	$1 + 2 \exp(-\bar{\phi} i) - \exp(\phi i)$
13	$1 - 2a$	$1 - \exp(-\bar{\phi} i) - \exp(\phi i)$
14	2	2
15	1	1

Таблица 5

ПАКФ М-последовательности №2

<b>M15 = [1 1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1]</b>		
Периодическая АКФ		
Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a»	Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(φi)»	
ГЛ	$7a^2 + 8$	$7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) + 8$
БЛ	$3a^2 - 8a + 4$	$4 - 4 \exp(-\bar{\varphi} i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 4 \exp(\varphi i)$

Таблица 6

ААКФ М-последовательности №3

<b>M31 = [-1 1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1 1 1 1 -1 1 1 1 -1 -1 1 1 -1 1]</b>		
Апериодическая АКФ		
Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a»	Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(φi)»	
ГЛ	$15a^2 + 16$	$15 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) + 16$
2	$7a^2 - 15a + 8$	$8 - 7 \exp(-\bar{\varphi} i) + 7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 8 \exp(\varphi i)$
3	$6a^2 - 16a + 7$	$7 - 8 \exp(-\bar{\varphi} i) + 6 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 8 \exp(\varphi i)$
4	$7a^2 - 14a + 7$	$7 - 7 \exp(-\bar{\varphi} i) + 7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 7 \exp(\varphi i)$
5	$6a^2 - 14a + 7$	$7 - 7 \exp(-\bar{\varphi} i) + 6 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 7 \exp(\varphi i)$
6	$5a^2 - 15a + 6$	$6 - 8 \exp(-\bar{\varphi} i) + 5 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 7 \exp(\varphi i)$
7	$6a^2 - 11a + 8$	$8 - 6 \exp(-\bar{\varphi} i) + 6 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 5 \exp(\varphi i)$
8	$5a^2 - 12a + 7$	$7 - 6 \exp(-\bar{\varphi} i) + 5 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
9	$5a^2 - 11a + 7$	$7 - 5 \exp(-\bar{\varphi} i) + 5 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
10	$4a^2 - 12a + 6$	$6 - 5 \exp(-\bar{\varphi} i) + 4 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 7 \exp(\varphi i)$
11	$3a^2 - 13a + 5$	$5 - 6 \exp(-\bar{\varphi} i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 7 \exp(\varphi i)$
12	$4a^2 - 11a + 5$	$5 - 5 \exp(-\bar{\varphi} i) + 4 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
13	$4a^2 - 10a + 5$	$5 - 4 \exp(-\bar{\varphi} i) + 4 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
14	$3a^2 - 11a + 4$	$4 - 4 \exp(-\bar{\varphi} i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 7 \exp(\varphi i)$
15	$5a^2 - 7a + 5$	$5 - 2 \exp(-\bar{\varphi} i) + 5 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 5 \exp(\varphi i)$
16	$5a^2 - 6a + 5$	$5 - \exp(-\bar{\varphi} i) + 5 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 5 \exp(\varphi i)$
17	$2a^2 - 10a + 3$	$3 - 3 \exp(-\bar{\varphi} i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 7 \exp(\varphi i)$
18	$2a^2 - 9a + 3$	$3 - 3 \exp(-\bar{\varphi} i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
19	$4a^2 - 5a + 4$	$4 - \exp(-\bar{\varphi} i) + 4 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 4 \exp(\varphi i)$
20	$3a^2 - 6a + 3$	$3 - 2 \exp(-\bar{\varphi} i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 4 \exp(\varphi i)$
21	$3a^2 - 5a + 3$	$3 - 2 \exp(-\bar{\varphi} i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 3 \exp(\varphi i)$
22	$4a^2 - 3a + 3$	$3 - \exp(-\bar{\varphi} i) + 4 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 2 \exp(\varphi i)$
23	$3a^2 - 4a + 2$	$2 - \exp(-\bar{\varphi} i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 3 \exp(\varphi i)$
24	$2a^2 - 5a + 1$	$1 - 2 \exp(-\bar{\varphi} i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 3 \exp(\varphi i)$
25	$2a^2 - 4a + 1$	$1 - 2 \exp(-\bar{\varphi} i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 2 \exp(\varphi i)$

26	$a^2 - 5a$	$-3 \exp(-\bar{\varphi} i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 2 \exp(\varphi i)$
27	$2a^2 - a + 2$	$2 - \exp(-\bar{\varphi} i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i)$
28	$a^2 - 2a + 1$	$1 - \exp(-\bar{\varphi} i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - \exp(\varphi i)$
29	$1 - 2a$	$1 - \exp(-\bar{\varphi} i) - \exp(\varphi i)$
30	$a^2 + 1$	$1 + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i)$
31	$-a$	$-\exp(\varphi i)$

Таблица 7

ПАКФ М-последовательности №3

<b>M31 = [-1 1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1 1 1 1 -1 1 1 1 -1 -1 1 1 -1 1]</b>		
Периодическая АКФ		
Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a»	Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(φi)»	
ГЛ	$15a^2 + 16$	$15 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) + 16$
БЛ	$7a^2 - 16a + 8$	$8 - 8 \exp(-\bar{\varphi} i) + 7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 8 \exp(\varphi i)$

Таблица 8

ААКФ М-последовательности №4

<b>M31 = [-1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 -1 -1 1 1 1 1 1 -1 -1 1 1 1 1]</b>		
Апериодическая АКФ		
Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a»	Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(φi)»	
ГЛ	$15a^2 + 16$	$15 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) + 16$
2	$6a^2 - 16a + 8$	$8 - 8 \exp(-\bar{\varphi} i) + 6 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 8 \exp(\varphi i)$
3	$6a^2 - 15a + 8$	$8 - 8 \exp(-\bar{\varphi} i) + 6 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 7 \exp(\varphi i)$
4	$7a^2 - 13a + 8$	$8 - 7 \exp(-\bar{\varphi} i) + 7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
5	$6a^2 - 14a + 7$	$7 - 7 \exp(-\bar{\varphi} i) + 6 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 7 \exp(\varphi i)$
6	$6a^2 - 14a + 6$	$6 - 7 \exp(-\bar{\varphi} i) + 6 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 7 \exp(\varphi i)$
7	$7a^2 - 12a + 6$	$6 - 6 \exp(-\bar{\varphi} i) + 7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
8	$7a^2 - 12a + 5$	$5 - 6 \exp(-\bar{\varphi} i) + 7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
9	$5a^2 - 14a + 4$	$4 - 7 \exp(-\bar{\varphi} i) + 5 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 7 \exp(\varphi i)$
10	$5a^2 - 13a + 4$	$4 - 7 \exp(-\bar{\varphi} i) + 5 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
11	$6a^2 - 10a + 5$	$5 - 5 \exp(-\bar{\varphi} i) + 6 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 5 \exp(\varphi i)$
12	$5a^2 - 12a + 3$	$3 - 6 \exp(-\bar{\varphi} i) + 5 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
13	$4a^2 - 12a + 3$	$3 - 6 \exp(-\bar{\varphi} i) + 4 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
14	$5a^2 - 9a + 4$	$4 - 4 \exp(-\bar{\varphi} i) + 5 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 5 \exp(\varphi i)$
15	$4a^2 - 9a + 4$	$4 - 4 \exp(-\bar{\varphi} i) + 4 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 5 \exp(\varphi i)$
16	$2a^2 - 11a + 3$	$3 - 5 \exp(-\bar{\varphi} i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 6 \exp(\varphi i)$
17	$5a^2 - 5a + 5$	$5 - 2 \exp(-\bar{\varphi} i) + 5 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 3 \exp(\varphi i)$
18	$3a^2 - 7a + 4$	$4 - 3 \exp(-\bar{\varphi} i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 4 \exp(\varphi i)$
19	$2a^2 - 7a + 4$	$4 - 3 \exp(-\bar{\varphi} i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 4 \exp(\varphi i)$
20	$3a^2 - 4a + 5$	$5 - 2 \exp(-\bar{\varphi} i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi} i) - 2 \exp(\varphi i)$

21	$2a^2 - 4a + 5$	$5 - 2 \exp(-\bar{\varphi}i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$
22	$a^2 - 6a + 3$	$3 - 3 \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 3 \exp(\varphi i)$
23	$2a^2 - 3a + 4$	$4 - 2 \exp(-\bar{\varphi}i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$
24	$2a^2 - 2a + 4$	$4 - \exp(-\bar{\varphi}i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$
25	$3 - 4a$	$3 - 2 \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$
26	$2 - 4a$	$2 - 2 \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$
27	$a^2 - 2a + 2$	$2 - \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$
28	$a^2 - 2a + 1$	$1 - \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$
29	$-3a$	$-\exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$
30	$a^2 - a$	$-\exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i)$
31	$a^2$	$\exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i)$

Таблица 9

ПАКФ М-последовательности №4

<b>M31 = [-1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 1 1 1 1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1]</b>		
Периодическая АКФ		
	Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a»	Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(φi)»
ГЛ	$15a^2 + 16$	$15 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) + 16$
БЛ	$7a^2 - 16a + 8$	$8 - 8 \exp(-\bar{\varphi}i) + 7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 8 \exp(\varphi i)$

Стоит заметить, что аналитические выражения ПАКФ М-последовательностей одной длины совпадают.

**3 Поиск новых комплексных значений М-последовательностей и оценка уровней лепестков аperiodической и периодической автокорреляционной функции**

В работе [14] уже были определены оптимальные действительные значения «a» для отрицательных элементов М-последовательностей длины N = 15, 31, 63, 127, 255, 511. Поэтому далее следует провести исследования для случая замены отрицательных элементов у традиционной М-последовательности с «-1» на комплексное значение «-exp(φi)» с целью оценки уровней БЛ как для ПАКФ, так и для ААКФ. В работе [18] также представлен пример модификации М-последовательностей новыми действительными значениями, которые обеспечивают улучшение корреляционных характеристик.

На рисунке 4 представлено графическое отображение всех значений БЛ периодической НАКФ М-последовательности №1 в зависимости от фазы φ, где φ = 0...360°.

На графике видно два значения (φ<sub>1</sub> = 28.955° и φ<sub>2</sub> = 311.045°), в которых значение БЛ НАКФ наименьшее., что соответствует следующим комплексным знаменаниям в структуре М-последовательности: [1 0.7740+0.6332i 0.7740+0.6332i 1 1 0.7740+0.6332i 1 0.7740+0.6332i 1 1 1 0.7740+0.6332i 0.7740+0.6332i 0.7740+0.6332i 0.7740+0.6332i].

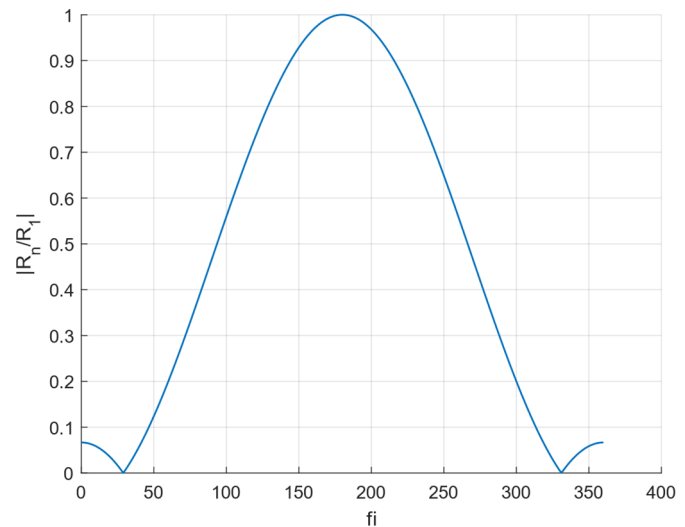


Рис. 4. Значение БЛ периодической НАКФ М-последовательности №1

На рисунке 5 показано сравнение периодической НАКФ классической М-последовательности и новой, с алфавитом [1; -exp(φi)]. Как видно из графиков, новая М-последовательность показывает меньший уровень БЛ периодической НАКФ, чем классическая.

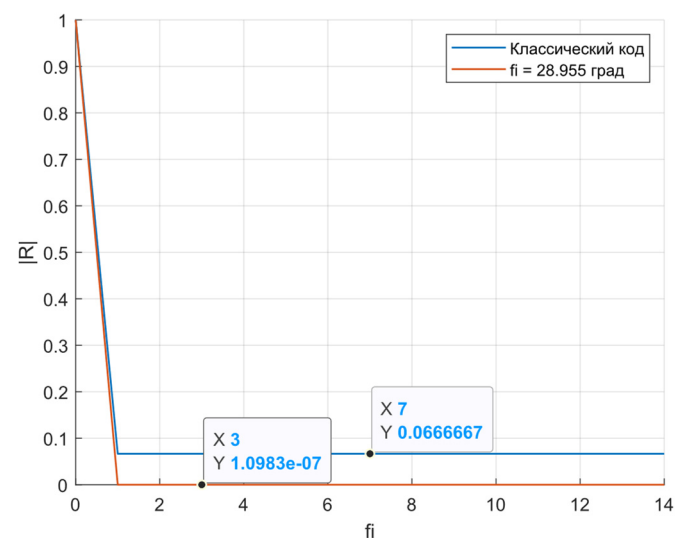


Рис. 5. Сравнение периодической НАКФ М-последовательности №1

На рисунках 6-7 аналогично проводится сравнение аperiodической НАКФ для данной М-последовательности. Как следует из графиков, при значении φ<sub>1</sub> = 28.955° и φ<sub>2</sub> = 311.045° все БЛ нормированной ААКФ достигают минимального уровня.

Поскольку аналитические выражения ПАКФ данной последовательности совпадают со значениями последовательности, рассмотренной ранее, достаточно ограничиться анализом ААКФ.

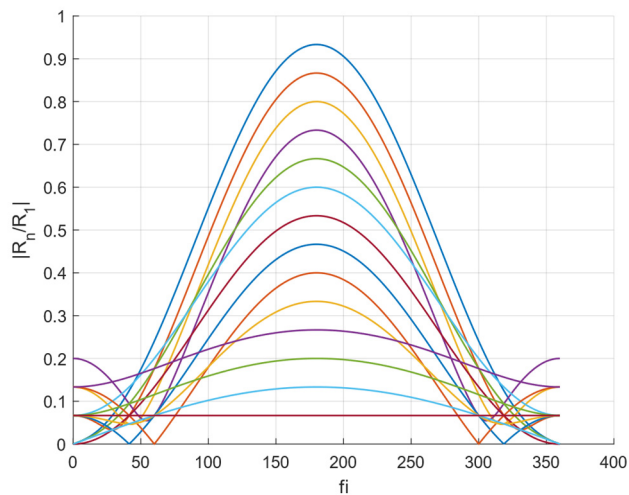


Рис. 6. Значение БЛ аperiodической НАКФ М-последовательности №1

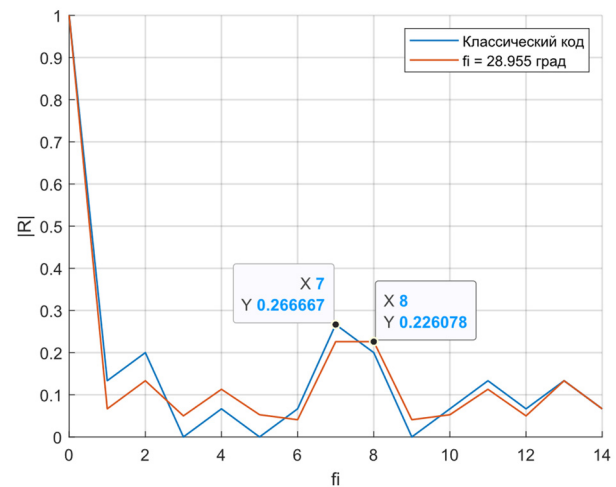


Рис. 9. Сравнение аperiodической НАКФ М-последовательности №2

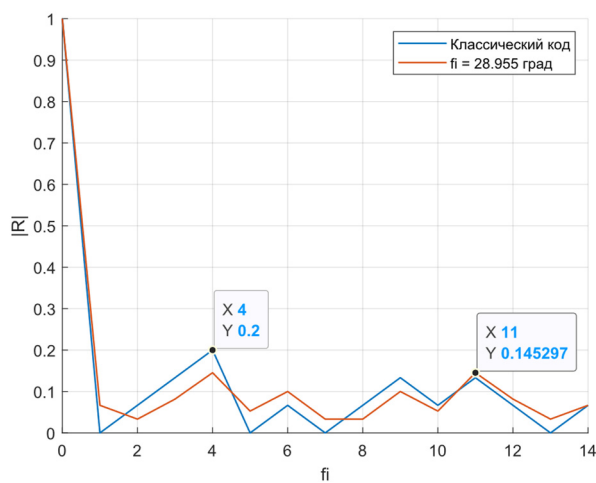


Рис. 7. Сравнение аperiodической НАКФ М-последовательности №1

На рисунках 8-9 показано сравнение аperiodической НАКФ классической М-последовательности и новой, с заменой «-1» на «-exp(phi)».

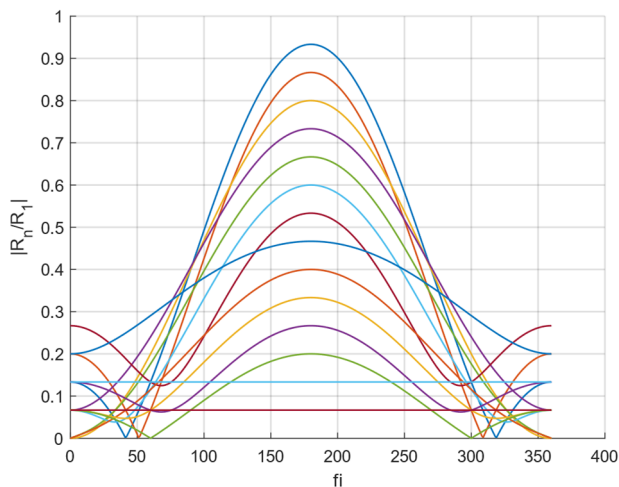


Рис. 8. Значение БЛ аperiodической НАКФ М-последовательности №2

Сравнивая все значения, полученные для М-последовательностей длиной  $N = 15$ , можно сделать вывод, что наименьшие значения уровней БЛ НАКФ достигаются при  $\varphi_1 = 28.955^\circ$  и  $\varphi_2 = 311.045^\circ$ .

Аналогично рассмотренным выше М-последовательностям длиной  $N = 15$ , нужно рассмотреть М-последовательности длиной  $N = 31$ . На рисунке 10 представлено графическое отображение всех значений БЛ периодической НАКФ М-последовательности №3 в зависимости от фазы  $\varphi$ , где  $\varphi = 0 \dots 360^\circ$ .

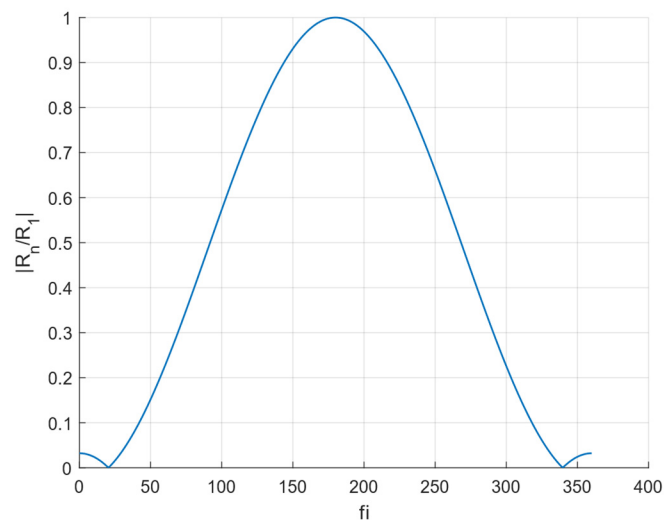


Рис. 10. Значение БЛ периодической НАКФ М-последовательности №3

На рисунке 10 представлены два значения фазы  $\varphi$ , равные  $20.36^\circ$  и  $339.64^\circ$ , при которых значения БЛ НАКФ минимальны. На рисунке 11 показано сравнение периодической НАКФ классической и новой М-последовательностей, где видно, что новая последовательность обеспечивает более низкие уровни БЛ НАКФ.

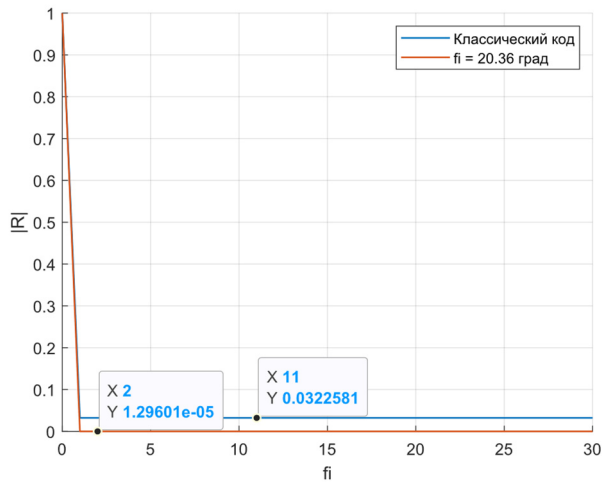


Рис. 11. Сравнение периодической НАКФ М-последовательности №3

На рисунках 12-13 проводится сравнение значений аперидической НАКФ для новой и классической М-последовательностей. Графики показывают, что при  $\varphi_1 = 20.36^\circ$  и  $\varphi_2 = 339.64^\circ$ , аналогично периодической НАКФ, все БЛ достигают более низкого уровня.

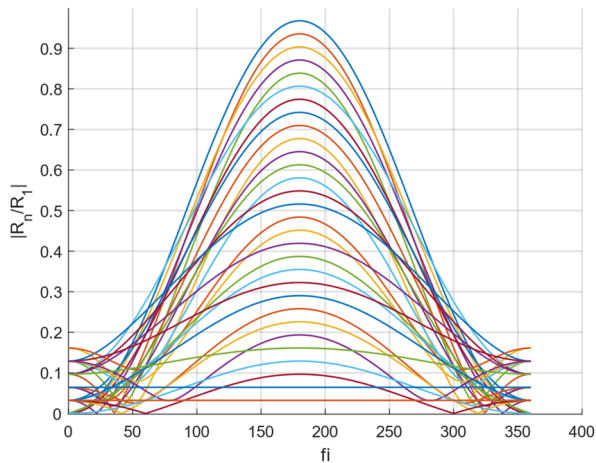


Рис. 12. Значение БЛ аперидической НАКФ М-последовательности №3

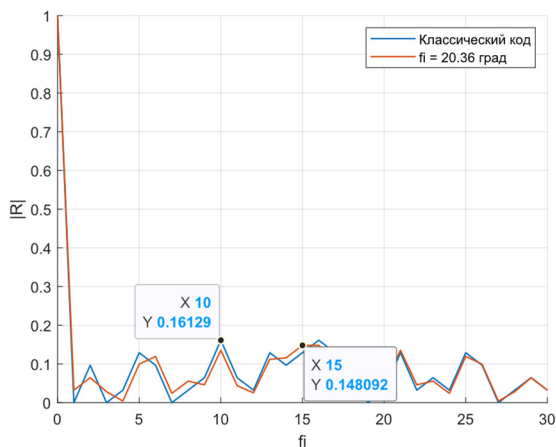


Рис. 13. Сравнение аперидической НАКФ М-последовательности №3

Аналитические выражения ПАКФ всех М-последовательностей одинаковой длины совпадают, поэтому рассматривать их снова не нужно. На рисунках 14-15 показано сравнение аперидической НАКФ классической М-последовательности и новой, полученной путем замены «-1» на « $-\exp(\varphi i)$ ».

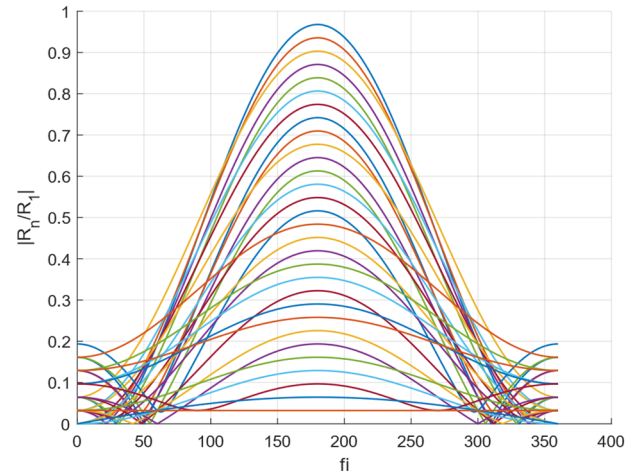


Рис. 14. Значение БЛ аперидической НАКФ М-последовательности №4

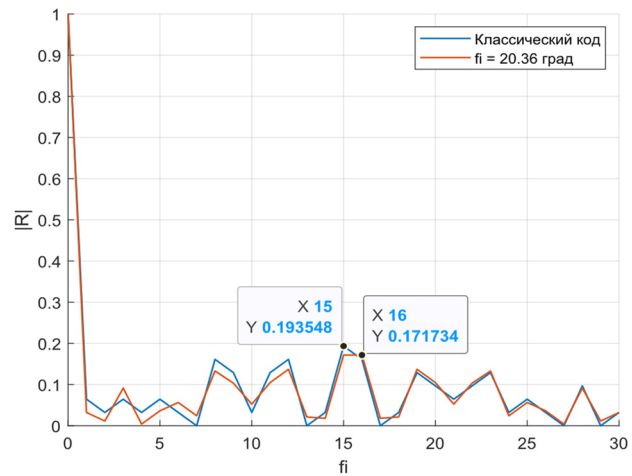


Рис. 15. Сравнение аперидической НАКФ М-последовательности №4

Сравнивая все значения, полученные для М-последовательностей длиной  $N = 31$ , можно сделать вывод, что наименьшие значения уровней БЛ как для периодической, так и для аперидической НАКФ достигаются при  $\varphi_1 = 20.36^\circ$  и  $\varphi_2 = 339.64^\circ$ .

Так как  $\exp(\varphi_1 i) = \exp((360^\circ - \varphi_1) i)$ , то  $\varphi_2$  можно представить как  $-\varphi_1$ . Полученные значения  $\varphi$  для рассмотренных М-последовательностей представлены в таблице 10.

Таблица 10

Значения фаз  $\varphi$  для М-последовательностей длиной  $N = 15$  и  $N = 31$

Длина М-последовательности	Полученные значения $\varphi$	
	$\varphi_1$	$\varphi_2$
15	$28.955^\circ$	$-28.955^\circ$
31	$20.36^\circ$	$-20.36^\circ$



Таблица 13

Уровень БЛ ААКФ М-последовательностей

N	Уровень БЛ нормированной ААКФ классической М-последовательности	Уровень БЛ нормированной ААКФ модифицированной М-последовательности	Разница между уровнями
7	0.2857	0.2020	0.0837
15	0.2000	0.1452	0.0548
	0.2667	0.2261	0.0406
31	0.1612	0.1481	0.0131
	0.1935	0.1717	0.0218
63	0.1746	0.1613	0.0133
127	0.1102	0.0973	0.0129
255	0.0667	0.0644	0.0023
511	0.0450	0.0439	0.0011
1023	0.0450	0.0445	0.0005
2047	0.0225	0.0222	0.0003

Таблица 14

Уровень БЛ ПАКФ М-последовательностей

N	Уровень БЛ нормированной ПАКФ классической М-последовательности	Уровень БЛ нормированной ПАКФ модифицированной М-последовательности	Разница между уровнями
7	0.1429	0.0000025	0.1428
15	0.0667	0.0000001	0.0666
31	0.0323	0.0000130	0.0322
63	0.0159	0.0000165	0.0158
127	0.0079	0.0000090	0.0078
255	0.0039	0.0000073	0.0038
511	0.0020	0.0000031	0.0019
1023	0.0020	0.0009793	0.0019
2047	0.0005	0.0000009	0.0004

Из анализа численных результатов таблиц 13 и 14 следует, что при применении нового метода поиска комплексных значений для М-последовательностей, описанного в разделе 2, была осуществлена замена отрицательного элемента «-1» на найденное комплексное значение для модификации традиционной М-последовательности, в результате чего удалось понизить уровень БЛ ААКФ и ПАКФ по сравнению с аналогичным уровнем, полученным на основе классических представлений данного кода.

Поэтому, например, наибольшее уменьшение максимального бокового лепестка для нормированной ААКФ составило 0.0837, в то время как для нормированной ПАКФ – 0.1428 для полинома 3-й степени  $x^3 + x + 1$ , генерирующего М-последовательность длины  $N = 7$  с начальной фазой сигнала  $\varphi = 41.41^\circ$ . С увеличением длины М-последовательности уровень БЛ АКФ уменьшается до значений близких к нулю, что позволит повысить возможность обнаружения сигнала на фоне внутренних шумов [19].

Исходя из этого, следует сделать вывод о целесообразности использования метода поиска новых комплексных значений отрицательных элементов для модификации М-последовательностей. Данный метод можно использовать при измерении толщины льда на основе применения сверхширокополосных сигнально-кодовых конструкций [20].

#### 4 Заключение

В результате проведенного исследования была выполнена оценка свойств автокорреляционных функций М-последовательностей, включающая анализ их периодической и аperiodической составляющих. Разработанный подход, основанный на замене традиционного алфавита последовательностей на ассиметричный, что позволило значительно снизить уровень боковых лепестков автокорреляционной функции.

Значимость полученных результатов для практической сферы заключается в их применении для улучшения качества систем радиолокации и связи, где минимизация уровня боковых лепестков АКФ является одним из ключевых требований. Модифицированные М-последовательности продемонстрировали высокую эффективность при проведении компьютерных экспериментов в лабораторных условиях, что в дальнейшем позволит генерировать реальные сигнально-кодовые конструкции, применяемых в технических системах бортового контроля за земной поверхностью.

Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на поиск новых М-последовательностей с заменой ее классических элементов как отрицательных, так и положительных на их представление в комплексном виде.

#### Литература

1. Опалихина О.В. Формирование м-последовательности над полем вычетов Галуа // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2023. № 2. С. 77-90. – DOI 10.17308/sait/1995-5499/2023/2/77-90. EDN ZWXTCG
2. Панкратов Д.Ю., Горовенко А.В. Использование пространственно-временного мультиплексирования с целью повышения защищенности информации в мобильных сетях радиосвязи // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2023. Т. 14, № 1. С. 49-54. EDN WEIADA.
3. Sergeev A.M., Nenashev V.A., Vostrikov A.A. et al. Discovering and analyzing binary codes based on monocyclic quasi-orthogonal matrices // Smart Innovation, Systems and Technologies. 2019. Vol. 143, pp. 113-123. DOI 10.1007/978-981-13-8303-8\_10
4. Бестугин А.Р., Рыжиков М.Б., Новикова Ю.А., Киришина И.А. Оценка эффективности применения антенн с несимметричной диаграммой направленности для снижения влияния помех от земной поверхности на обнаружение со средней частотой повторения в бортовых импульсных радиолокационных станциях // Радиотехника. 2023. Т. 87, № 6. С. 32-40.
5. Kirshina I.A., Yakimov A.N., Bestugin A.R. Generalized Mathematical Model of Ground Radio Line of Communication // 2019 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF 2019), Санкт-Петербург, 03-07 июня 2019 года. Vol. [2]. Санкт-Петербург: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2019. P. 8840127. DOI 10.1109/WECONF.2019.8840127. EDN GEQEQQ.
6. Тимофеев А.Л., Султанов А.Х., Мешков И.К., Гизатулин А.Р. Радиолокация с голографическим кодированием зондирующего сигнала // Журнал радиоэлектроники. 2024. № 3. DOI 10.30898/1684-1719.2024.3.11. EDN HKOUND
7. Ипанов Р.Н., Комаров А.А. Применение зондирующих ФКМ-сигналов с нулевой зоной автокорреляции для улучшения качества измерений в РСА // Журнал радиоэлектроники. 2024. № 1. DOI 10.30898/1684-1719.2024.1.11. EDN YHDAYR.
8. Урамбеков Э.Б. Разработка модели функции фазоманипулированного сигнала для улучшения разрешающей способности БРЛС (бортовая радиолокационная станция) // Международный журнал

информационных технологий и энергоэффективности. 2024. Т. 9. № 4(42). С. 156-162.

9. *Changjie Wang, Hao Zhang, Wei Ren, Quanhua Liu.* Design of polyphase sequence sets with good correlation properties under spectral distortion via majorization-minimization framework. *Digital Signal Processing*, Volume 145, 2024, Article 104284. ISSN 1051-2004. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2023.104284>

10. *Кочетова И.В., Левенец А.В.* Способ оценки автокорреляционной функции последовательности цифровых данных // *Вестник Тихоокеанского государственного университета*. 2023. № 4(71). С. 7-12. EDN ZZGCGV.

11. *Бурень Г.А., Полевода Ю.А.* Принципы амплитудно-фазовой модуляции // *Фундаментальные, поисковые, прикладные исследования и инновационные проекты: Сборник трудов Национальной научно-практической конференции*, Москва, 07-08 декабря 2023 г. М.: Ассоциация выпускников и сотрудников ВВИА им. профессора Н.Е. Жуковского содействия сохранению исторического и научного наследия ВВИА им. профессора Н.Е. Жуковского, 2023. С. 347-351. EDN KIGIQT.

12. *Вахтин В.Е., Лебедев Е.С., Бобров Д.А.* Модуляция сигналов и ее виды, сравнение // *Молодой ученый*. 2023. № 33 (480). С. 66-68.

13. *Левин Д.В., Макаренков В.В., Париуткин А.В.* Исследование возможностей реализации многопозиционной радиолокации на основе комплексной обработки сигналов от разнодиапазонных радиолокационных станций // *Радиолокационное исследование природных сред: Материалы XXXIII Всероссийского симпозиума, посвященного 100-летию со дня рождения доктора технических наук, профессора Клюева Николая Фомича*, Санкт-Петербург, 19-20 апреля 2023 г. Санкт-Петербург: Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, 2024. С. 348-354.

14. *Nenashev V.A., Nenashev S.A.* Search and Study of Marked Code Structures for a Spatially Distributed System of Small-Sized Airborne Radars. *Sensors* 2023, 23, 6835. <https://doi.org/10.3390/s23156835>

15. *Межетов М.А., Васин А.Д.* Особенности применения широкополосных сигналов в системах связи и навигации // *Актуальные проблемы и перспективы развития гражданской авиации: материалы XIII Международной научно-практической конференции*, Иркутск, 10-11 октября 2024 г. Иркутск: Московский государственный технический университет гражданской авиации, 2024. С. 169-176.

16. *Яковлев В.Ф.* Выбор характеристического полинома двоичной M-последовательности для идентификации нелинейного динамического объекта // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 4-1. Т.13, 2011. С. 133-135.

17. *Гарифуллина З.Р., Иванов М.А., Рябков В.Е., Чузунков И.В.* Способ формирования нелинейных M-последовательностей // *Безопасность информационных технологий*. Т. 18, №2, 2001. С. 31-36.

18. *Bhatt T.D.* Construction of Perfect Periodic Binary Sequences for Radar Applications. *International Journal on Emerging Technologies*, 2020. No. 11(2), pp. 662-667.

19. *Чембарисова Р.И., Ненашев В.А.* Контроль аномалий в структуре кодов на основе анализа выражений лепестков автокорреляционной функции // *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*. 2024. Том 18. №12. С. 4-11.

20. *Ненашев С.А., Бестугин А.Р., Чембарисова Р.И., Киришина И.А., Ненашев В.А.* Контроль толщины льда на основе применения сверхширокополосных сигнально-кодовых конструкций // *Информационно-измерительные и управляющие системы*. 2024. Т. 22. № 6. С. 13-22. DOI: <https://doi.org/10.18127/j20700814-202406-02>

## SEARCH FOR COMPLEX M-SEQUENCES FOR PHASE MODULATION OF SIGNAL-CODE STRUCTURES IN ON-BOARD CONTROL SYSTEMS

**Renata I. Chembarisova**, SUAI, Saint Petersburg, Russia, [renatachembarisova@yandex.ru](mailto:renatachembarisova@yandex.ru)  
**Vadim A. Nenashev**, SUAI, Saint Petersburg, Russia, [nenashev.va@yandex.ru](mailto:nenashev.va@yandex.ru), [nenashev@guap.ru](mailto:nenashev@guap.ru)  
**Alexander R. Bestugin**, SUAI, Saint Petersburg, Russia  
**Irina A. Kirshina**, SUAI, Saint Petersburg, Russia  
**Sergey A. Nenashev**, SUAI, Saint Petersburg, Russia

*The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation (project No. 24-79-10259)*

### Abstract

Currently, M-sequence phase-modulated signals are widely used in radar, radio navigation and data exchange systems due to their unique correlation properties. However, despite their advantages, high levels of side lobes of the autocorrelation function (ACF) can significantly reduce the reliability of the corresponding detection systems. The search for new complex M-sequences with lower levels of side lobes of the normalized ACF is an urgent and important task for increasing noise immunity and reliability in modern detection systems.

**Objective.** The purpose of the study is to develop and justify a method for reducing the level of side lobes (SL) of the ACF by searching for new complex values of M-sequences. This is achieved by replacing the traditional alphabet  $[1; ?1]$  with an asymmetric  $[1; ?\exp(?i)]$ , after which the expressions describing the SL of the normalized autocorrelation function (NACF) are calculated, according to which such values of  $?$  are determined at which the SL have the lowest level. The paper uses analytical methods for deriving expressions describing the levels of the ACF sidelobes, algorithms for numerical search for complex values of M-sequences, as well as methods of computer modeling and experiments to estimate the levels of the ACF sidelobes based on the expressions found. In this paper, a search for new complex values of M-sequences was carried out and a study of the characteristics of their ACF was conducted. The obtained results include graphs and dependencies showing a decrease in the levels of the ACF sidelobes due to the found new complex values of M-sequences in order to form a phase-modulated signal-code structure. The practical application of code structures, which are new complex M-sequences, demonstrated and thereby confirmed the improvement of their correlation characteristics. This approach can be used to improve the efficiency of onboard small-sized radar systems for monitoring the earth's surface, including multi-position ones, as well as in digital communication and radio navigation devices that require high reliability and noise immunity.

**Keywords:** M-sequence, autocorrelation function, side lobes, sequence analysis, phase modulation, on-board monitoring system, signal-code structures

## References

- [1] O. V. Opalikhina, "Formation of an m-sequence over a Galois residue field," *Bulletin of the Voronezh State University. Series: Systems Analysis and Information Technologies*. 023. No. 2., pp. 77-90. DOI 10.17308/sait/1995-5499/2023/2/77-90.
- [2] D. Yu. Pankratov, A. V. Gorovenko, "Using space-time multiplexing to improve information security in mobile radio networks," *Systems for synchronization, generation and processing of signals*. 2023. Vol. 14, No. 1, pp. 49-54.
- [3] A. Sergeev, V. Nenashev, A. Vostrikov et al., "Discovering and analyzing binary codes based on monocyclic quasi-orthogonal matrices." *Smart Innovation, Systems and Technologies*. 2019. Vol. 143, pp. 113-123. DOI 10.1007/978-981-13-8303-8\_10.M. B.
- [4] A. R. Bestugin, M. B. Ryzhikov, Yu. A. Novikova, I. A. Kirshina, "Evaluation of the efficiency of the application of antennas with asymmetric radiation pattern to reduce the influence of interference from the ground surface on the detection with the average repetition rate in the onboard pulse radar stations," *Radiotekhnika*. 2023. Vol. 87, no. 6. pp. 32-40.
- [5] I. A. Kirshina, A. N. Yakimov, A. R. Bestugin, "Generalized Mathematical Model of Ground Radio Line of Communication," *2019 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF 2019)*, Saint Petersburg: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2019. P. 8840127. DOI 10.1109/WECONF.2019.8840127
- [6] A. L. Timofeev, A. Kh. Sultanov, I. K. Meshkov, A. R. Gizatulin, "Radar with holographic coding of the probing signal," *Journal of Radio Electronics*. 2024. No. 3. DOI 10.30898/1684-1719.2024.3.11
- [7] R. N. Ipanov, A. A. Komarov, "Application of probing PCM signals with zero autocorrelation zone to improve the quality of measurements in SAR," *Journal of Radio Electronics*. 2024. No. 1. DOI 10.30898/1684-1719.2024.1.11
- [8] E. B. Urambekov, "Development of a phase-shift keyed signal function model to improve the resolution of an airborne radar station," *International Journal of Information Technology and Energy Efficiency*. 2024. Vol. 9. No. 4(42), pp. 156-162.
- [9] Changjie Wang, Hao Zhang, Wei Ren, Quanhua Liu, "Design of polyphase sequence sets with good correlation properties under spectral distortion via majorization-minimization framework," *Digital Signal Processing*. Vol. 145, 2024, Article 104284. ISSN 1051-2004. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2023.104284>
- [10] I. V. Kochetova, A. V. Levenets, "Method for Estimating the Autocorrelation Function of a Digital Data Sequence," *Bulletin of the Pacific State University*. 2023. No. 4 (71), pp. 7-12.
- [11] G. A. Buren, Yu. A. Polevoda, "Principles of amplitude-phase modulation. Fundamental, exploratory, applied research and innovative projects," *Collection of works of the National scientific and practical conference, Moscow, December 7-8, 2023. Moscow: Association of graduates and employees of VVIA named after professor N.E. Zhukovsky for the preservation of the historical and scientific heritage of VVIA, 2023, pp. 347-351.*
- [12] V. E. Vakhtin, E. S. Lebedev, D. A. Bobrov, "Signal modulation and its types, comparison," *Young scientist*. 2023. No. 33 (480), pp. 66-68.
- [13] D. V. Levin, V. V. Makarenkov, A. V. Parshutkin, "Study of the possibilities of implementing multi-position radar based on complex processing of signals from multi-range radar stations," *Radar study of natural environments: Proceedings of the XXXIII All-Russian symposium dedicated to the 100th anniversary of the birth of Doctor of Technical Sciences, Professor Nikolai Fomich Klyuev, St. Petersburg, April 19-20, 2023. St. Petersburg: A.F. Mozhaisky Military Space Academy, 2024, pp. 348-354.*
- [14] V. A. Nenashev, S. A. Nenashev, "Search and Study of Marked Code Structures for a Spatially Distributed System of Small-Sized Airborne Radars," *Sensors*, 2023, 23, 6835.
- [15] M.A. Mezhetov, A.D. Vasin, "Features of the application of broadband signals in communication and navigation systems," *Actual problems and prospects for the development of civil aviation: materials of the XIII International scientific and practical conference, Irkutsk, October 10-11, 2024. Irkutsk: Moscow State Technical University of Civil Aviation, 2024, pp. 169-176.*
- [16] V. F. Yakovlev, "Selection of the characteristic polynomial of a binary M-sequence for identification of a nonlinear dynamic object," *Bulletin of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*. 4-1 v.13, 2011, pp. 133-135.
- [17] Z. R. Garifullina, M. A. Ivanov, V. E. Ryabkov, I. V. Chugunkov, "Method for forming nonlinear M-sequences," *Information Technology Security*. Vol 18, No.2, 2001, pp. 31-36
- [18] T. D. Bhatt, "Construction of Perfect Periodic Binary Sequences for Radar Applications," *International Journal on Emerging Technologies*, 2020, no. 11(2), pp. 662-667.
- [19] R. I. hembarisova, V. A. Nenashev, "Monitoring anomalies in the code structure based on the analysis of expressions of the autocorrelation function petals," *T-Comm*. 2024. Vol. 18. No. 12, pp. 4-11.
- [20] S. A. Nenashev, A. R. Bestugin, R. I. Chembarisova, I. A. Kirshina, V. A. Nenashev, "Monitoring ice thickness based on the use of ultra-wideband signal-code structures," *Information, measuring and control systems*. 2024. Vol. 22. No. 6, pp. 13-22. DOI: <https://doi.org/10.18127/j20700814-202406-02>

## Information about authors:

**Renata I. Chembarisova**, laboratory assistant of the machine learning laboratory of the design and technology office of the engineering school of SUAI, student of the Department of Aerospace Computer and Software Systems of SUAI, Saint Petersburg, Russia

**Vadim A. Nenashev**, Ph.D. (Tech.), Head of the machine learning laboratory of the SUAI engineering school, associate professor of the department of "Design and technology of electronic and laser devices" of SUAI, Saint Petersburg, Russia

**Alexander R. Bestugin**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of "Design and Technologies of Electronic and Laser Equipment" of SUAI, Saint Petersburg, Russia

**Irina A. Kirshina**, Ph.D. (Econ.), Associate Professor of the Department of Design and Technologies of Electronic and Laser Equipment, SUAI, Saint Petersburg, Russia

**Sergey A. Nenashev**, Head of the Industrial Electronics Laboratory of the Design and Technology Office of the Engineering School of SUAI, Junior Researcher at the Department of Design and Technology of Electronic and Laser Equipment at SUAI, Postgraduate Student at SUAI, Saint Petersburg, Russia