

ПОВЫШЕНИЕ КОНТРАСТНОСТИ ПРИЗНАКОВ РАСПОЗНАВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ КРАТНОМАСШТАБНОЙ ОБРАБОТКИ ГИСТОГРАММ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИХ ЯРКОСТИ

DOI: 10.36724/2072-8735-2026-20-9-18-26

Дворников Сергей Викторович,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения;
Военная академия связи, Санкт-Петербург, Россия

Бестугин Александр Роальдович,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

Киришина Ирина Анатольевна,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

Васильева Дина Владимировна,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия,
dolli.dina@mail.ru

Васильев Александр Протальонович,
Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия

Manuscript received 15 June 2026;
Accepted 20 August 2026

Ключевые слова: аномалии изображений,
разливы нефтепродуктов, векторы признаков,
распознаваемые классы изображений,
гистограммы распределения яркости изображений

Особую актуальность проблема обнаружения аномалий на обрабатываемых изображениях, получаемых с аппаратуры визуального контроля, приобретает в ходе экологического мониторинга акваторий мирового океана при поиске результатов разливов нефтепродуктов. Под аномалиями в представленном исследовании определены фрагменты изображения, характеризующие последствия разливов нефтепродуктов. В качестве научного аппарата исследования определены элементы теории распознавания образов, в соответствии с которыми обрабатываемые изображения представляются в виде векторов признаков. Цель работы – рассмотреть возможные подходы к вейвлет-преобразованиям первичных векторов признаков при помощи декоррелирующей обработки для выбора вейвлета, позволяющего обеспечить наименьшие различия между векторами признаков обрабатываемых изображений, характеризующих один и тот же класс. Проанализированы известные декоррелирующие преобразования для снижения вариативности гистограмм обрабатываемых изображений. Рассмотрены их достоинства и недостатки. Обоснован выбор вейвлета Гаусса 1-го порядка, позволившего обеспечить наименьшие различия между векторами признаков обрабатываемых изображений, характеризующих один и тот же класс. Предложен подход к формированию вторичных признаков распознавания путем усреднения компонентов матриц кратномасштабного преобразования гистограмм распределения яркости изображений вдоль оси их параметра сдвига. Обоснован выбор гистограмм, характеризующих распределения битов яркости обрабатываемых изображений, в качестве первичных векторов признаков. Обоснован переход к выбору избыточного числа масштабов декомпозиции в вейвлет-преобразованиях при формировании вторичных векторов признаков. Правомомерность предложенного подхода подтверждена результатами моделирования. Обоснован выбор гистограмм, характеризующих распределения битов яркости обрабатываемых изображений, в качестве первичных векторов признаков. Рассмотрены виды вейвлет-преобразования и различные типы формирующих функций.

Информация об авторах:

Дворников Сергей Викторович, д.т.н., профессор, профессор кафедры проектирования и технологии электронных и лазерных Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, профессор кафедры радиосвязи Военной академии связи им. Маршала Советского Союза С. М. Буденного, Санкт-Петербург, Россия. <http://orcid.org/0000-0002-4889-0001>

Бестугин Александр Роальдович, директор института радиотехники и инфокоммуникационных технологий Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, д.т.н., профессор, Санкт-Петербург, Россия. <http://orcid.org/0000-0003-3847-2516>

Киришина Ирина Анатольевна, доцент кафедры проектирования и технологии электронных и лазерных средств Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, к.э.н., доцент, Санкт-Петербург, Россия. <http://orcid.org/0000-0002-3110-2363>

Васильева Дина Владимировна, инженер по специальности "Химическая технология тугоплавких неметаллических и силикатных материалов", Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), старший преподаватель кафедры радиотехнических систем Института радиотехники и инфокоммуникационных технологий Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия. <http://orcid.org/0009-0009-5343-3356>

Васильев Александр Протальонович, Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия

Для цитирования:

Дворников С.В., Бестугин А.Р., Киришина И.А., Васильева Д.В., Васильев А.П. Повышение контрастности признаков распознавания изображений на основе кратномасштабной обработки гистограмм распределения их яркости // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2026. Том 20. №9. С. 18-26.

For citation:

S.V. Dvornikov, A.R. Bestugin, I.A. Kirshina, D.V. Vasilyeva, A.P. Vasilyev, "Contrast enhancement of image recognition features based on multiscale processing of histograms of their brightness Distribution," *T-Comm*, 2026, vol. 20, no. 9, pp. 18-26. (in Russian)

Введение

Все возрастающий поток информации существенно усложняет процедуру ее обработки [1-3]. Особую актуальность данная проблема приобретает при поиске абстрактных объектов в базах данных обрабатываемых изображений [4, 5]. Примером таких объектов являются результаты разливов нефтепродуктов в акваториях морей и океанов, поскольку они не имеют четкой структуры, позволяющей осуществить их единую формализацию, для последующей обработки на основе методов машинного обучения [6, 7]. Кроме того, сложность своевременного обнаружения результатов такого рода техногенных катастроф усугубляется необходимостью мониторинга огромных площадей контролируемых акваторий [8, 9].

Именно поэтому актуальным видится поиск научных подходов, позволяющих решать задачи обработки изображений в интересах своевременного обнаружения последствий техногенных катастроф, в том числе разливов нефтепродуктов, непосредственно по мере их поступления с аппаратуры фото и видео фиксации, устанавливаемой на летно-подъемных платформах.

Вместе с тем удаленность летно-подъемных платформ от пунктов экологического контроля с телекоммуникационным оборудованием предполагает необходимость организации высокопроизводительных каналов передачи информации [10, 11]. Но это не всегда возможно в силу различных обстоятельств. Поэтому рациональным решением в такой ситуации является предварительная селекция информационных данных непосредственно на борту летно-подъемных платформ, что позволило бы существенно снизить объем передаваемого канального трафика, представляемого операторам для принятия решения о результатах обнаружения разлива нефтепродуктов в контролируемых акваториях [12]. Реализация такого подхода видится возможной только при условии наличия высокоэффективных алгоритмов обработки изображений, обеспечивающих автоматическое обнаружение последствий разливов нефтепродуктов. Однако проведенный анализ подходов к организации экологического мониторинга показал, что преимущественно, используется обработка изображений в отложенном режиме на основе методов машинного обучения.

Указанные обстоятельства определяют необходимость поиска и разработки новых методов и способов, позволяющих успешно разрешить рассмотренные проблемы.

Так, в представленной статье демонстрируются результаты исследования по разработке аналитического аппарата для метода вероятностной оценки результатов обработки изображений в процессе поиска последствий техногенных катастроф, в следствии разливов нефтепродуктов в акваториях морей и океанов. А также приводятся данные экспериментов, подтверждающие правомерность разработанного подхода. вениях.

Обоснование подхода к вероятностной оценке результатов обнаружения аномалий в обрабатываемых изображениях

Основополагающим фактором, определяющим достоверность обнаружения объектов на обрабатываемых изображениях, является форма представления исходных данных.

В частности, в [8, 13] обоснована целесообразность представления данных кадров обрабатываемых изображений в виде гистограмм распределения их яркости.

Такой выбор, прежде всего, обусловлен не только компактностью представления исходных данных, но и достаточно высокой их чувствительностью к возникновению аномалий [14, 15]. Под аномалиями, в рамках проведенного исследования, будем понимать изображение разлива нефтепродуктов в контролируемой акватории [8].

В качестве примера на рис. 1 представлены изображения формата *.jpeg с разрешением 640 × 480 фрагмента акватории Черного моря, без разливов нефтепродуктов (рис. 1а) и с последствиями техногенной катастрофы (рис. 1б).



Рис. 1а. Тестовое изображение ТИ-1

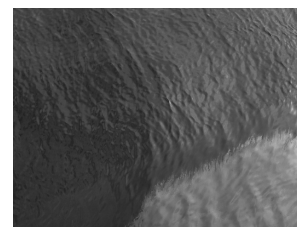


Рис. 1б. Тестовое изображение ТИ-2

На рис. 2 отображены, соответственно, матрицы амплитудных значений тестовых изображений, представленных на рис. 1. Такой формат изображения достаточно неудобный и громоздкий для его обработки и требует существенных вычислительных ресурсов при формировании векторов признаков, имеющих 307 200 элементов. Переход к векторному представлению, за счет усреднения амплитудных значений матриц вдоль одной из осей ведет к снижению информативности такого представления [16, 17].

Вместе с тем в [18] обосновано представление изображений для их последующей обработки в виде векторов распределения яркости.

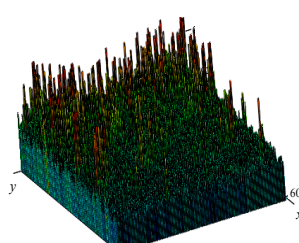


Рис. 2а. Матрица амплитудных значений ТИ-1

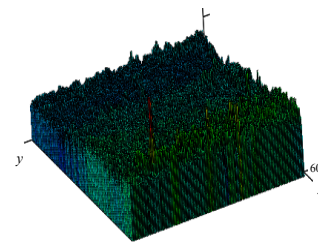


Рис. 2б. Матрица амплитудных значений ТИ-2

Учитывая, что при 8-битовом кодировании яркость представляется всего лишь 256 значениями, то соответственно, и вектор будет иметь такую же размерность.

На рис. 3 представлены гистограммы распределения яркости для тестовых изображений ТИ-1 и ТИ-2 (далее по тексту – гистограммы) в одинаковом масштабе.

Согласно результатам исследования, представленным в [6, 8, 17], векторы признаков, сформированные на основе гистограмм, обеспечивают наилучшую контрастность по отношению к другим форматам представления амплитудных значений матрицы обрабатываемых изображений.

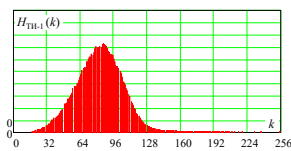


Рис. 3а. Гистограмма тестового изображения ТИ-1

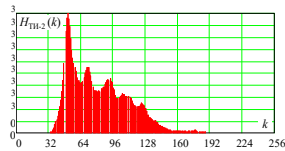


Рис. 3б. Гистограмма тестового изображения ТИ-2

Однако высокая вариативность водной поверхности даже в условиях отсутствия разливов нефтепродуктов приводит к тому, что характеризующие их изображения векторы признаков на основе гистограмм распределения яркости имеют весьма высокую дисперсию, существенно усложняющую получения высоких результатов достоверности выявления аномалий [6]. В частности, для эталонного изображения ТИ-1, рис. 1а, с водной поверхностью не загрязненной разливами нефтепродуктов, были подготовлены кадры с различной освещенностью, при незначительном изменении характера волнения, см. изображения ТИ-11, ТИ-12, ТИ-13 и ТИ-14 на рис. 4. И соответствующие им векторы признаков H_{TI-11} , H_{TI-12} , H_{TI-13} , H_{TI-14} , (рис. 5).



Рис. 4а. Тестовое изображение ТИ-11



Рис. 4б. Тестовое изображение ТИ-12

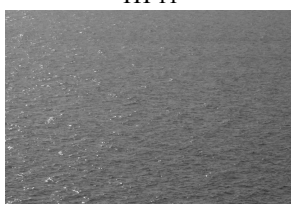


Рис. 4в. Тестовое изображение ТИ-13

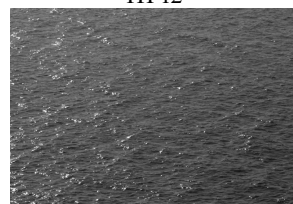


Рис. 4г. Тестовое изображение ТИ-14

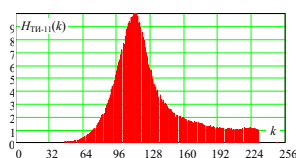


Рис. 5а. Гистограмма тестового изображения ТИ-11

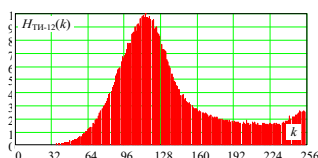


Рис. 5б. Гистограмма тестового изображения ТИ-12

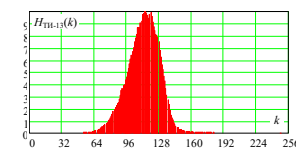


Рис. 5а. Гистограмма тестового изображения ТИ-13

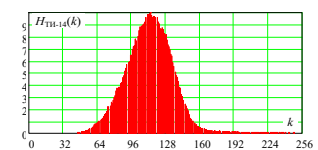


Рис. 5б. Гистограмма тестового изображения ТИ-14

Сопоставительный анализ изображений и соответствующих им гистограмм позволяет сделать следующее заключение. Формирование устойчивых векторов признаков, характеризующих один и тот же класс распознаваемых объектов

(водную акваторию без разливов нефтепродуктов), из-за значительной дисперсии амплитудных значений гистограмм, будет происходить с определенными сложностями.

Для оценки вариативности гистограмм H_{TI-11} , H_{TI-12} , H_{TI-13} , H_{TI-14} , фактически характеризующих тестовое изображение ТИ-1 в других условиях, построим функцию различий в соответствии с выражением:

$$\Delta r_{0,N}(k) = |H_{TI-1}(k) - H_{TI-N}(k)| \quad (1)$$

где N – текущий номер гистограммы обрабатываемого изображения, сравниваемый с гистограммой изображения ТИ-1.

На рис. 6 представлены графики функций различий $\Delta r_{0,N}(k)$ гистограмм тестовых изображений ТИ-11, ТИ-12, ТИ-13 и ТИ-14.

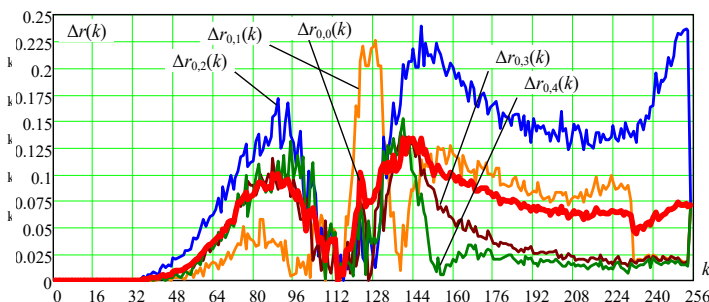


Рис. 6. Графики функций различий гистограмм ТИ-11, ТИ-12, ТИ-13 и ТИ-14 по отношению к эталонному описанию ТИ-1: $\Delta r_{0,1}(k)$ – функция различий между изображением ТИ-1 и ТИ-11; $\Delta r_{0,2}(k)$ – функция различий между изображением ТИ-1 и ТИ-12; $\Delta r_{0,3}(k)$ – функция различий между изображением ТИ-1 и ТИ-13; $\Delta r_{0,4}(k)$ – функция различий между изображением ТИ-1 и ТИ-14; $\Delta r_{0,0}(k)$ – усредненная функция различий.

Все рассчитанные функции различий равны нулю в тех местах, где элементы гистограмм, как эталонного описания, так и текущего равны нулю, а также в позиции их максимальных значений.

На рис. 6 представлена и усредненная функция различий $\Delta r_{0,0}(k)$, ее положение как раз и позволяет оценить параметры вариативности.

Для оценки размаха дисперсии усредненной функции различий, дополнительно были рассчитаны функции, характеризующие ее границы сверху и снизу (рис. 7).

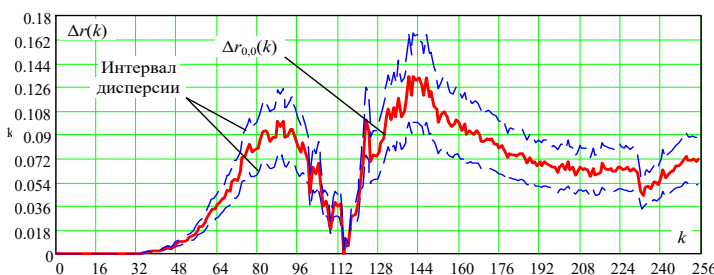


Рис. 7. График усредненной функции различий, с нанесенными границами ее дисперсии

В таблице 1 приведены результаты оценки различий гистограмм тестовых изображения, полученных на основе выражений

$$\Delta r = |H_{\text{ТИ-1}} - H_{\text{ТИ-N}}| \quad (2)$$

и

$$\Delta r [\%] = |H_{\text{ТИ-1}} - H_{\text{ТИ-N}}| \times \left(\sum_{k=0}^{255} H_{\text{ТИ-1k}} \right)^{-1} \times 100\% \quad (3)$$

Таблица 1

Оценка различий гистограмм тестовых изображений

	$H_{\text{ТИ-1}} - H_{\text{ТИ-11}}$	$H_{\text{ТИ-1}} - H_{\text{ТИ-12}}$	$H_{\text{ТИ-1}} - H_{\text{ТИ-13}}$	$H_{\text{ТИ-1}} - H_{\text{ТИ-14}}$
Δr	1,187	2,031	0,815	0,782
$\Delta r, \%$	2,5	4,3	1,7	1,6

Разница $H_{\text{ТИ-1}} - H_{\text{ТИ-2}}$, характеризующая различия между эталонным изображением ТИ-1 и изображением с разливами нефтепродуктов ТИ-2, рассчитанная в соответствии с выражением (3) составляет 7,6%.

Отметим, что наибольший интервал текущей величины дисперсии у функции различий средних значений согласно табл. 1 для обрабатываемых гистограмм тестовых изображений достигает порядка 4% по отношению к эталонному описанию. Очевидно, что в этом случае, согласно [6], даже потенциальная вероятность правильного обнаружения не превысит значения 0,96. Вместе с тем для усредненной функции различий гистограмм среднее значение Δr равно 1,204. А общая величина дисперсии достигает значения 0,338.

Тогда, если для классификации результата обнаружения разливов нефтепродуктов использовать ранговый алгоритм вида

$$\text{sign}(d_{01} - d_{02}) = \begin{cases} 0 > A_0 \in A_2; \\ 0 \leq A_0 \in A_1, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$d_{01(02)} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M |H_{\text{ТИ-1k}} - H_{\text{ТИ-Nk}}|. \quad (5)$$

Здесь d_{01} – абсолютная разность между вектором эталонного описания $H_{\text{ТИ-1}}$ класса A_1 , соответствующего изображению с отсутствием разливов нефтепродуктов и одного из обрабатываемых изображений $H_{\text{ТИ-N}}$ этого же класса; d_{02} – разность между вектором эталонного описания $H_{\text{ТИ-1}}$ класса A_1 и одного из обрабатываемых изображений $H_{\text{ТИ-N}}$ класса A_2 , соответствующего изображению с разливами нефтепродуктов. Поскольку в алгоритме принятия решения (4) искомой величиной выступает алгебраическая разность между векторами признаков, то можно заключить, что непосредственное использование гистограмм распределения яркости в качестве конечных векторов признаков распознавания не позволит получить высокую достоверность результатов. Поэтому необходим поиск к снижению дисперсии первичных векторов признаков изображений, характеризующих один и тот же класс распознаваемых изображений.

Выбор декоррелирующего преобразования для снижения вариативности гистограмм обрабатываемых изображений

Одной из причин высокой вариативности гистограмм является изначальная избыточность тестовых изображений, обусловленная достаточно сильной пространственной корреляцией их элементов [15, 19].

Поэтому была выдвинута гипотеза, что применение декоррелирующих преобразований к гистограммам распределения яркости, соответствующим различным изображениям одного и того же класса, позволит снизить их вариативность.

Согласно [20], основной задачей декоррелирующих преобразований является снижение объема представляемых для обработки данных при сохранении их информационного наполнения.

Среди декоррелирующих преобразований широкое распространение получили следующие:

сингулярное преобразование [21];

дискретное преобразование Карунена-Лоэва (ДПКЛ) [22];

дискретное косинусное преобразование (ДКП) [23];

и дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) [24].

Сингулярные преобразования (англ. *Singular Value Decomposition* – SVD) относятся к способам факторизации комплексных матриц, с последующим их масштабированием и поворотом. Аналитически операцию факторизации комплексных матриц $\mathbf{M}$ по сингулярным значениям $m \times n$ можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{M} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^{*T}. \quad (6)$$

где $\mathbf{U}$ – комплексная унитарная матрица размерностью $m \times m$; $\mathbf{\Sigma}$ – диагональная прямоугольная матрица (масштабирующая матрица) размером $m \times n$, у которой диагональные значения неотрицательны; $\mathbf{V}^{*T}$ – комплексно сопряженная транспонированная матрица комплексной унитарной матрицы $\mathbf{V}$, размерность которой $n \times n$.

Особенность сингулярного разложения состоит в том, что диагональные элементы $\sigma_i = \Sigma_{ii}$ матрицы $\mathbf{\Sigma}$ представляют собой сингулярные значения матрицы $\mathbf{M}$. Применительно к обработке изображений в качестве матрицы $\mathbf{M}$ выступают битовые значения, определяющие интенсивность яркости. Заметим, что точное разложение по сингулярным значениям применимо лишь к квадратным диагонализуемым матрицам. Это связано с тем, что алгоритмов расчета для других структур матриц не существует. На практике для расчета собственных значений матриц наиболее широкое применение получил итерационный алгоритм Якоби [15]. Вместе с тем существенным ограничением практического применения сингулярного преобразования является значительное количество ненулевых сингулярных значений, что делает их вычисления непрактичными [25]. Поэтому применение сингулярных преобразований для обработки гистограмм изображений нецелесообразно.

Дискретное преобразование Карунена-Лоэва относится к оптимальным преобразованиям набора данных, представленным вектором x_n в базисе ортогональных функций, определяемых ковариационной функцией процесса. То есть преобразование Карунена-Лоэва X_i как бы адаптируется к характеру изменения вектора обрабатываемых данных x_n .

$$X_i = \sum_{k=1}^{N-1} x_k e_k(t). \quad (7)$$

где $e_k(t)$ – вещественные непрерывные функции на интервале $[a, b]$, которые являются попарно ортогональными, т.е. $L^2([a, b])$.

Особенность ДПКЛ состоит в том, что используемые в нем базисные функции ортонормированные. При этом ДПКЛ минимизирует общую среднеквадратичную ошибку преобразования по отношению к любым другим преобразованиям [26].

А дисперсия формируемого результата X_i является суммой дисперсий его составляющих. Кроме того, разложение Карунена-Лоэва обладает свойством минимальной энтропии. Но основные сложности практической реализации ДПКЛ связаны с вычислением собственных векторов линейного оператора, о чем указано в [27].

Дискретное косинусное преобразование (англ. *Discrete Cosine Transform*, DCT) – линейное ортогональное преобразование, являющееся гомоморфизмом векторного пространства преобразования Фурье. В настоящее время известно четыре вида ДКП [28], среди которых наибольшее практическое приложение получило ДКП, обеспечивающее преобразование набора данных $x_0, \dots, x_{N-1}$, в набор:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos[k(n+0,5)\pi/n], \quad (8)$$

для $k = 0, \dots, N-1$.

Реализация ДКП предполагает, что x_n четно для $n = -0,5$ и $n = N-0,5$; а X_k четно для $k = 0$ и нечетно для $k = N$.

Анализ результатов исследования [29] показал, что для изображений с высокой динамикой изменения фона, ДКП проигрывают ДВП по многим показателям. При этом согласно результатам исследований представленных в [30], ДВП является наиболее эффективным декоррелирующим преобразованием, обеспечивающим наилучшую контрастность между векторами признаков, характеризующих альтернативные классы при минимизации их размерности. Данный аргумент определил выбор ДВП в качестве инструмента для последующей обработки гистограмм распределения яркости тестируемых изображений.

В общем случае дискретное вейвлет-преобразование представляет собой результат декомпозиции обрабатываемого процесса в базисах вейвлет-функций (англ. *wavelet*) [31]. Свойство масштабируемости вейвлет-функций открывает возможность локализовать различные по характеру изменения исследуемого процесса в различных проекциях масштаба, что позволяет рассматривать их при одинаковом разрешении, независимо от реальных размеров.

В общем случае, реализация ДВП $W(k, n)$ представляет собой свертку входной реализации обрабатываемого процесса $x(t)$ и формирующего материнского вейвлета $\psi(t)$ [32]

$$W(k, n) = \frac{1}{\sqrt{2^k}} \int_0^{N-1} x(t) \psi\left(\frac{t-2^k n}{2^k}\right) dt. \quad (9)$$

где n – переменная сдвига; k – переменная масштаба.

Таким образом, в соответствии с (9), ДВП представляет собой результат декомпозиции входного процесса путем его последовательной ВЧ и НЧ-фильтрации с временным сдвигом n и кратномасштабным изменением амплитудно-частотной характеристики НЧ-фильтра $g[2n-t]$ и ВЧ-фильтра $h[2n-t]$.

При этом результат ВЧ-фильтрации $h(2n-k)$ позволяет получить детализирующие значения, определяемые как вейвлет-коэффициенты $y_{вч}(n)$, а НЧ-фильтрация $g[2n-t]$ ведет к формированию аппроксимирующих коэффициентов $y_{нч}[n]$:

$$y_{нч}(n) = \sum_{t=0}^{N-1} x(t)g(2n-t), \quad y_{вч}(n) = \sum_{t=0}^{N-1} x(t)h(2n-t) \quad (10)$$

Фильтры, описываемые посредством выражений (10), получили название квадратурных зеркальных фильтров [33]. Последовательная реализация процедур, в соответствии с выражениями (10), ведет к формированию двумерной матрицы вейвлет-коэффициентов, которая как раз и представляет собой дискретное вейвлет-преобразование [34].

С представленных позиций ДВП можно рассматривать как распределение энергии (в рассматриваемом случае амплитудных значений гистограмм) в пространстве их масштабных преобразований и временных сдвигов, реализуемых на основе формирующих (порождающих) материнских вейвлетов.

Вместе с тем, анализ выражения (9) показывает, что ДВП обеспечивает кратномасштабный сдвиг, пропорциональный множителю 2^k , в пределах которого как раз и происходит усреднение обрабатываемых значений вдоль оси n . Для исключения потери информативности первичных векторов признаков в результате их усреднения на каждом последующем сдвиге 2^k , без потери общности воспользуемся непрерывной формой кратномасштабного вейвлет-преобразования, определяемого следующим выражением [31]

$$W(k, n) = \frac{1}{\sqrt{k}} \int_0^{N-1} x(t) \psi\left(\frac{t-n}{k}\right) dt. \quad (11)$$

Кратномасштабное преобразование, описываемое выражением (11), также позволяет формировать двумерные матрицы вейвлет-коэффициентов, структура которых будет определяться типом формирующей вейвлет-функции $\psi(*)$.

Обоснование формирующей вейвлет-функции для кратномасштабного преобразования над гистограммами обрабатываемых изображений

Свойства вейвлет-преобразований во многом определяются выбором исходной порождающей функции.

Простейшей формирующей функцией (далее по тексту – материнский вейвлет), используемой для кратномасштабного преобразования, является вейвлет Хаара, описываемый следующим выражением [35]:

$$\psi_x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 0,5; \\ -1, & 0,5 \leq t < 1; \\ 0, & t \notin [0, 1). \end{cases} \quad (12)$$

А масштабирующая функция для вейвлета Хаара (далее по тексту – отцовский вейвлет) определяется формулой:

$$\phi_x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 1; \\ 0, & t \notin [0, 1). \end{cases} \quad (13)$$

Здесь и далее нижний индекс $\psi_{(*)}(t)$ определяет первую букву названия функции вейвлета.

В соответствии с аналитической формой представления формирующей функции вейвлета Хаара $\psi_x(t)$ (12), элементы входной реализации группируются по два. А затем для каждой группы вычисляется их сумма и разность. Указанная последовательность процедур реализуется рекурсивно, с образованием нового уровня масштабного преобразования в пространстве временных сдвигов [32]. В результате выполнения указанных процедур получают 2^{k-1} уровней декомпозиций и одну общую сумму в виде ошибки (остатка) аппроксимации. На рисунке 8 показано временное представление отцовского

$\varphi_X(n)$ и материнского $\psi_X(n)$ вейвлетов Хаара. На рисунке 9 показано временное представление вейвлета Добеши.

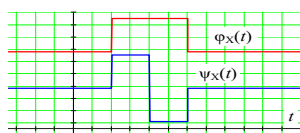


Рис. 8. Временное представление формирующей и масштабирующей функций вейвлета Хаара

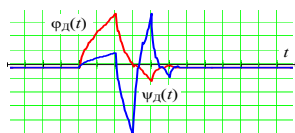


Рис. 9. Временное представление формирующей и масштабирующей функций вейвлета Добеши

В ДВП активное применение находят вейвлеты Добеши. Это семейство ортогональных функций, не имеющих аналитического описания, коэффициенты которых рассчитывают на основе итерационных алгоритмов. Представляют их следующим образом [36]:

$$\psi_D(n) = \sqrt{2} \sum_{t=0}^{N-1} g_t \varphi(2n-t), \quad (14)$$

$$\varphi_D(n) = \sqrt{2} \sum_{t=0}^{N-1} h_t \varphi(2n-t) \quad (15)$$

Расчет отцовского вейвлета $\varphi(n)$ происходит при использовании вычисленных значений ортогональных нормированных коэффициентов, получивших название коэффициенты Добеши низких порядков [36]. В частности, на рис. 9 представлены формирующий и масштабирующий вейвлеты Добеши $\psi_D(n)$ и $\varphi_D(n)$ 4-го порядка.

в дальнейшем будем рассматривать лишь формирующие материнские функции основных видов вейвлетов.

Для дискретных данных достаточно часто используют, так называемые, дуальные (двойные) вейвлеты, синтезируемые на основе передаточных характеристик низкочастотных и высокочастотных фильтров, или R -функций, связанных следующим условием [37]:

$$\psi_{Дв}(n) = \varphi_{Дв}(n) + z\varphi_{Дв}(2n) \quad (16)$$

где z – некоторое комплексное число.

Формирующая (порождающая) функция для двойного вейвлета демонстрируется на рис. 10. На рис. 11 показана масштабирования функция биортогонального вейвлета, коэффициенты которой аппроксимированы посредством В-сплайна.

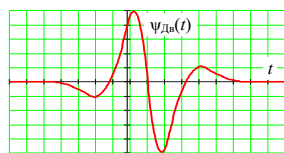


Рис. 10. Временное представление формирующей функции двойного вейвлета

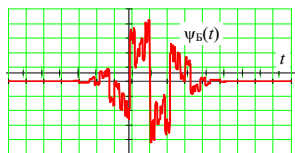


Рис. 11. Временное представление формирующей функции биортогонального вейвлета В-spline

В обработке изображений широкое применение находят биортогональные вейвлеты (B -сплайновые (англ. *B-spline*) вейвлеты) [38]. Главная особенность биортогональных вейвлетов заключается в том, что формируемый на их основе кратномасштабный базис не является ортогональным [37].

Однако применение биортогональных вейвлетов допускает больше возможных степеней свободы для построения симметричных вейвлет-функций. В преобразованиях на основе биортогональных вейвлетов применяют две формирующие ψ_B, ψ'_B и две масштабирующие φ_B, φ'_B функции.

Аналитически это можно представить следующим образом:

$$\varphi_B(n) = \sum_{t=0}^{N-1} p_t \varphi(2n-t) \quad \varphi'_B(n) = \sum_{t=0}^{N-1} p'_t \varphi'(2n-t) \quad (17)$$

$$\psi_B(n) = \sum_{t=0}^{N-1} (-1)^{t+1} p_{-t+1} \varphi(2n-t) \quad (18)$$

$$\psi'_B(n) = \sum_{t=0}^{N-1} (-1)^{t+1} p'_{-t+1} \varphi'(2n-t)$$

В (17) и (18) коэффициенты p_t и p'_t являются расчетными, значения которых представлены в [39].

Вместе с тем наиболее широкое применение в кратномасштабном анализе получили вейвлеты Гаусса различных порядков [26, 28, 30, 31, 40]. В аналитическом виде вейвлет Гаусса n -го порядка можно представить на основе следующего выражения:

$$\psi_{Гn}(t) = (-1)^n \frac{d^n}{dt^n} \exp(-t^2/2) \quad (19)$$

где n – порядок дифференцирования.

Согласно выражению (19), повышение порядка дифференцирования ведет к увеличению количества осцилляций функции на длительности ее элемента. Поэтому учитывая, что гистограммы представляют собой векторы дискретных значений, применение вейвлет-функций выше 2-го порядка не целесообразно.

С учетом такого ограничения, аналитические выражения, описывающие вейвлеты Гаусса 1-го и 2-го порядка, будут иметь вид:

$$\psi_{Г1}(t) = -t \exp(-t^2/2) \quad (20)$$

$$\psi_{Г2}(t) = (1-t^2) \exp(-t^2/2) \quad (21)$$

Временное представление вейвлетов Гаусса 1-го и 2-го порядков демонстрируется, соответственно, на рис. 12 и 13.

Заключение

Полученные результаты позволяют сделать вывод о достижении целевой установки, направленной на разработку аналитического аппарата, позволяющего получить вероятностную оценку результатов обработки изображений.

Несмотря на то, что объектом исследования являлись результаты разливов нефтепродуктов в акваториях морей и океанов, разработанный аналитический аппарат может быть применен и в других областях науки и техники, связанных с обработкой кадров фото и видеоизображений.

В работе обосновано понятие аномалий, под которыми, в широком аспекте, авторы понимают элементы фона (фрагменты) графического изображения, возникающие в

результате внешних факторов. В частности, последствий разливов нефтепродуктов.

В категориях теории распознавания образов предложен подход к формированию первичных и вторичных векторов признаков обрабатываемых изображений на основе гистограмм распределения яркости, с последующей их кратномасштабной обработкой.

Доказана целесообразность выбор вейвлета Гаусса 1-го порядка в декоррелирующей обработке векторов признаков.

Практическую направленность полученных результатов исследований авторы связывают с их применением для поиска заданных фрагментов изображений в больших базах данных.

Литература

1. Козловский А. В. Распараллеливание обработки информации при формировании составных изображений // Известия ЮФУ. Технические науки. 2025. № 1(243). С. 92-103. DOI 10.18522/2311-3103-2025-1-92-103. EDN XEQNBN.
2. Ушенкин В. А. Метод высокоточной обработки топографических интерферометрических изображений с привлечением низкодетальной стереофотограмметрической информации от оптико-электронных систем ДЗЗ // Цифровая обработка сигналов. 2025. № 1. С. 59-66. EDN YWPXNC.
3. Хомяков О. О., Панищев В. С., Титов В. С., Ватутин Э. И. Математическая модель и параллельный алгоритм обработки изображений, содержащих символическую информацию // Труды МАИ. 2024. № 137. EDN YCKKNY.
4. Конейкин Р. Е., Перов А. Ю., Соловьев М. А. Алгоритмы поляризационной селекции для обработки информации в изображениях, полученных с помощью радара с синтезированной апертурой // Научно-технический вестник Поволжья. 2023. № 12. С. 304-308. EDN BMDKLN.
5. Хомколов И. В., Медиевский А. В., Зотин А. Г. и др. Информационное обеспечение обработки и анализа изображений медицинского эксперимента // Информатизация и связь. 2023. № 3. С. 35-42. DOI 10.34219/2078-8320-2023-14-3-35-42. EDN YDRKUW.
6. Дворников С. В., Васильева Д. В. Повышение достоверности выявления аномалий на изображениях при формировании их векторов признаков в базах вейвлетов // Информатика и автоматизация. 2024. Т. 23, № 6. С. 1698-1729. DOI 10.15622/ia.23.6.5. EDN JDDWJS.
7. Abbasov I. B. Image Recognition in Agriculture and Landscape Protection // International Journal of Science and Research. 2020. Vol. 9, No. 12. P. 757-763. DOI 10.21275/SR201212144831
8. Васильева Д. В., Дворников С. В. Структуризация первичных признаков изображений систем мониторинга окружающей среды // Радиотехника. 2024. Т. 88, № 8. С. 5-17. DOI 10.18127/j00338486-202408-01. EDN CXJBDK.
9. Пахлян И. А., Омелянюк М. В. Разработка технических и технологических решений для очистки акваторий от разлива нефтепродуктов // Нефтяное хозяйство. 2025. № 8. С. 94-97. DOI 10.24887/0028-2448-2025-8-94-97. EDN WXLKXU.
10. Маценко С. В., Блиновская Я. Ю. Показатели эффективности мероприятий по ликвидации разливов нефти и нефтепродуктов на морских акваториях: организационные и технологические аспекты // Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе. 2023. № 2(311). С. 5-11. DOI 10.33285/2411-7013-2023-2(311)-5-11. EDN FKLXYZ.
11. Vasilieva D. V., Dvornikov S. V., Yakushenko S. A., Dvornikov S. S. Automation of detection procedures based on the results of processing images from video surveillance systems. Collection of abstracts of reports of the III International Forum "Mathematical methods and models in high-tech production". 08.11.2023 Ch. 1. GUAP. 2023.
12. Петрова Е. Г. Чрезвычайные ситуации с аварийным выбросом опасных химических веществ // Экологические системы и приборы. 2023. № 5. С. 47-53. DOI 10.25791/esip.5.2023.1372. EDN PSFNPU.

13. Подрезов Р. В., Райфельд М. А. Непараметрический метод определения числа классов в задаче сегментации изображений // Автоматизация. 2020. Т. 56, № 3. С. 81-90. DOI 10.15372/AUT20200309. EDN KEDMMS.

14. Андриянов Н. А., Гаврилина Ю. Н. Исследование алгоритма обнаружения детерминированных аномалий на сложных изображениях с помощью дважды стохастической модели // Ural Radio Engineering Journal. 2020. Т. 4, № 1. С. 18-32. DOI 10.15826/urej.2020.4.1.002. EDN HAHNGA.

15. Li J., Li X., Li H. et al. Fabrication of the Cu/AgCuTi/Nb composite for superconducting radio-frequency material under extreme service conditions based on electroplating additive manufacturing // Materials & Design. 2024. Vol. 244. P. 113220. DOI 10.1016/j.matdes.2024.113220. EDN UNVEUS.

16. Белов А. М., Денисова А. Ю. Классификация изображений ДЗЗ с использованием алгоритма комплексирования данных различных сенсоров // Компьютерная оптика. 2020. Т. 44, № 4. С. 627-635. DOI 10.18287/2412-6179-CO-735. EDN LJANDA.

17. Vasilieva D. V., Dvornikov S. V., Yakushenko S. A., Dvornikov S. S. Automation of forest fire detection procedures based on the results of video processing // Scientific and analytical journal "Bulletin of the St. Petersburg University of the State Fire Fighting Service of the Ministry of Emergency Situations of Russia". 2023. № 4. С. 47-58. DOI 10.61260/2218-130X-2024-2023-4-47-58. EDN TQYCOI.

18. Суринов В. А. Об обработке зашумленных контрастных изображений // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. 2021. Т. 13, № 1. С. 14-21. DOI 10.14529/mmph210102. EDN WHOFRQ.

19. Велигоша А. В., Малышко Н. Н., Струков Р. И. Применение искусственных нейронных сетей для снижения избыточности дискретного вейвлет-преобразования изображений // Теория и техника радиосвязи. 2020. № 2. С. 5-12. EDN QVMKEW.

20. Чебачев В. О. Обработка сигналов в системах радиочастотной идентификации с помощью декоррелирующих преобразований // Вопросы радиоэлектроники. 2016. № 9. С. 35-40. EDN WJTJXR.

21. Булатов Ю. Н. Теорема о норме сингулярных J-псевдодифференциальных операторов Киприянова-Катрахова // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. 2025. № 2. С. 38-48. EDN MMOKYK.

22. Осанов В. А. Сравнительный анализ методов декорреляции сетевого трафика // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2025. № 92. С. 25-38. DOI 10.21667/1995-4565-2025-92-25-38. EDN APDMUC.

23. Семенов В. И. Сравнение алгоритма кратномасштабного анализа изображений в частотной области с алгоритмом Малла // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 59. С. 73-82. DOI 10.17223/19988605/59/8. EDN VMBXDU.

24. Sheikh H. R., Bovik A. C. Image information and visual quality // IEEE Transactions on Image Processing. 2006. Vol. 15, iss. 2. P. 430-444. doi: 10.1109/tip.2005.859378

25. Bisgard James. Analysis and Linear Algebra: The Singular Value Decomposition and Applications. Student Mathematical Library (1st ed.). AMS. 2021. ISBN 978-1-4704-6332-8.

26. Dvornikov S. V., Dvornikov S. S., Konoplev M. A. Algorithm of radio communication signals recognition on the basis of symmetric matrices // Information technologies. 2010. № 9. С. 75-77.

27. Karhunen-Loeve transform (KLT) Archived 2016-11-28 at the Wayback Machine, Computer Image Processing and Analysis (E161) lectures, Harvey Mudd College. URL: <https://pages.hmc.edu/ruye/MachineLearning/lectures/ch8/node4.html> (дата обращения 02.10.2025)

28. Ahmed Nasir, Natarajan T. Raj, Rao K.R. Discrete Cosine Transform // IEEE Transactions on Computers. C-23 (1). IEEE Computer Society. January 1974, pp. 90-93. doi:10.1109/T-C.1974.223784.

29. Loeffler C., Ligtenberg A. and Moschytz G. Practical Fast 1-D DCT Algorithms with 11 Multiplications // Proc. Int'l. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing 1989 (ICASSP '89), pp. 988-991.

30. Dvornikov S. V., Stepynin D. V., Dvornikov A. S., Bukareva A. P. Formation of signal feature vectors from wavelet coefficients of their frame transformations // *Information Technologies*. 2013. № 5. С. 46-49. EDN QAQWUF.

31. Flores Soriano M. Solar radio bursts impact on the International GNSS Service Network during Solar Cycle 24 // *Journal of Space Weather and Space Climate*. 2024. DOI 10.1051/swsc/2024034. EDN TWLMJI.

32. Васильева Д.В. Исследование чувствительности векторов признаков, сформированных на основе кратномасштабных преобразований обрабатываемых изображений. Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2024. Т. 27. № 3. С. 20-29. doi.org/10.32603/1993-8985-2024-27-3-20-29.

33. Singh U., Dua A., Kumar N., Guizani M. QoS Aware Uplink Scheduling for M2M Communication in LTE/LTE-A Network: A Game Theoretic Approach // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. 2022. Vol. 71, No. 4, pp. 4156-4170. – DOI 10.1109/TVT.2021.3132535. EDN CCFNBN.

34. Сай С. В., Зинкевич А. В., Фомина Е. С. Сравнение дискретного косинус и вейвлет-преобразований в системах сжатия RAW-изображений // *Компьютерная оптика*. 2022. Т. 46, № 6. С. 929-938. DOI 10.18287/2412-6179-CO-1094.

35. Велигоша А. В., Малышко Н. Н., Струков Р. И. Применение искусственных нейронных сетей для снижения избыточности

дискретного вейвлет-преобразования изображений // *Теория и техника радиосвязи*. 2020. № 2. С. 5-12.

36. Гришенцев А. Ю., Коровкин Н. В., Островский Д. П. Вейвлеты Эрмита-Гаусса: синтез дискретных форм и исследование свойств // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2025. Т. 25, № 4. С. 789-796. DOI 10.17586/2226-1494-2025-25-4-789-796. EDN SDEFFM.

37. Charles K., Chui An. Introduction to Wavelets (Wavelet Analysis & Its Applications), 1992, Academic Press, San Diego, ISBN 0-12-174584-8.

38. Семенов В. И., Чумаров С. Г. От конструирования вейвлетов на основе производных функции Гаусса к синтезу фильтров с конечной импульсной характеристикой // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2024. Т. 24, № 2. С. 306-313. DOI 10.17586/2226-1494-2024-24-2-306-313. EDN KLQTXM.

39. Беляев А. А., Кононов Д. П., Кудрин А. М. Исследование выбора материнской вейвлет-функции при вибродиагностике тепловозных двигателей // *Известия Петербургского университета путей сообщения*. 2025. Т. 22, № 2. С. 290-299. DOI 10.20295/1815-588X-2025-2-290-299. EDN FDGUUM.

40. Vasilieva D. V., Dvornikov S. S., Tolstukha Y. E. et al. Formation of feature vectors for video surveillance systems // *Voprosy radioelektroniki. Series: Television Technics*. 2023. № 4. С. 62-68.

INCREASING THE CONTRAST OF IMAGE RECOGNITION FEATURES BASED ON MULTISCALE PROCESSING OF HISTOGRAMS OF THEIR BRIGHTNESS

Sergey V. Dvornikov, Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation;
Military Telecommunications Academy, St Petersburg, Russia

Alexander R. Bestugin, Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St Petersburg, Russia

Irina A. Kirshina, Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St Petersburg, Russia

Dina V. Vasilieva, Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St Petersburg, Russia, dolli.dina@mail.ru

Alexander P. Vasiliev, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia

Abstract

The problem of detecting anomalies in processed images obtained from visual monitoring equipment becomes particularly relevant during environmental monitoring of the world's oceans when searching for the results of oil product spills. Under the anomalies in the presented study, fragments of the image characterizing the consequences of oil product spills are identified. As a scientific research tool, the elements of the pattern recognition theory are defined, according to which the processed images are represented as feature vectors. The purpose of the work – to consider possible approaches to wavelet transformations of primary feature vectors using decorrelating processing to select a wavelet that allows for the smallest differences between feature vectors of processed images characterizing the same class. An approach to the formation of secondary recognition features is proposed by averaging the components of multiscale transformation matrices of histograms of the brightness distribution of images along the axis of their shift parameter. The choice of histograms characterizing the distribution of brightness bits of processed images as primary feature vectors is justified. The transition to the choice of an excessive number of decomposition scales in wavelet transformations during the formation of secondary feature vectors is justified. To consider possible approaches to wavelet transformations of primary feature vectors using decorrelating processing to select a wavelet that allows for the smallest differences between feature vectors of processed images characterizing the same class. The validity of the proposed approach is confirmed by the simulation results. The choice of histograms characterizing the distribution of brightness bits of processed images as primary feature vectors is justified. The types of wavelet transformations and various types of generating functions are considered.

Keywords: image anomalies, oil product spills, feature vectors, recognizable image classes, histograms of image brightness distribution

References

- [1] A. V. Kozlovsky, "Parallelization of Information Processing in the Generation of Composite Images," *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*. 2025. No. 1(243), pp. 92-103. DOI 10.18522/2311-3103-2025-1-92-103.
- [2] V. A. Ushenkin, "Method for high-precision processing of topographic interferometric images incorporating low-detail stereophotogrammetric information from optoelectronic Earth remote sensing systems," *Digital Signal Processing*. 2025. No. 1, pp. 59-66.
- [3] O. O. Khomyakov, V. S. Panishchev, V. S. Titov, E. I. Vatutin, "Mathematical model and parallel algorithm for processing images containing symbolic information," *Proceedings of MAI*. 2024. No. 137.
- [4] R. E. Kopeikin, A. Yu. Perov, M. A. Solov'yev, "Polarization selection algorithms for information processing in synthetic aperture radar images," *Scientific and Technical Bulletin of the Volga Region*. 2023. No. 12, pp. 304-308.
- [5] I. V. Khomkolov, A. V. Medievsky, A. G. Zotin et al., "Algorithmic support for processing and analyzing medical experiment images," *Informatization and Communication*. 2023. No. 3, pp. 35-42. DOI 10.34219/2078-8320-2023-14-3-35-42.

- [6] S. V. Dvornikov, D. V. Vasilyeva, "Improving the reliability of anomaly detection in images through feature vector generation in wavelet bases," *Informatics and Automation*. 2024. Vol. 23, No. 6, pp. 1698-1729. DOI 10.15622/ia.23.6.5.
- [7] I. B. Abbasov, "Image Recognition in Agriculture and Landscape Protection," *International Journal of Science and Research*. 2020. Vol. 9, No. 12, pp. 757-763. DOI 10.21275/SR201212144831
- [8] D. V. Vasilyeva, S. V. Dvornikov, "Structuring of primary image features for environmental monitoring systems," *Radiotekhnika*. 2024. Vol. 88, No. 8, pp. 5-17. DOI 10.18127/j00338486-202408-01.
- [9] I. A. Pakhlyan, M. V. Omelyanyuk, "Development of technical and technological solutions for cleaning water areas following petroleum product spills," *Neftyanoe Khozyaystvo (Oil Industry)*. 2025. No. 8, pp. 94-97. DOI 10.24887/0028-2448-2025-8-94-97.
- [10] S. V. Matsenko, Ya. Yu. Blinovskaya, "Performance indicators for oil and petroleum product spill response operations in marine waters: organizational and technological aspects," *Environmental Protection in the Oil and Gas Complex*. 2023. No. 2(311), pp. 5-11. DOI 10.33285/2411-7013-2023-2(311)-5-11.
- [11] D. V. Vasilyeva, S. V. Dvornikov, S. A. Yakushenko, S. S. Dvornikov, "Automation of detection procedures based on the results of processing images from video surveillance systems," *Collection of abstracts of reports of the III International Forum "Mathematical methods and models in high-tech production"*. 08.11.2023 Ch. I. SUAI. 2023.
- [12] E. G. Petrova, "Emergency situations involving the accidental release of hazardous chemical substances," *Ecological Systems and Devices*. 2023. No. 5, pp. 47-53. DOI 10.25791/esip.5.2023.1372.
- [13] R. V. Podrezov, M. A. Raifeld, "Non-parametric method for determining the number of classes in image segmentation," *Avtometriya*. 2020. Vol. 56, No. 3, pp. 81-90. DOI 10.15372/AUT20200309.
- [14] N. A. Andriyanov, Yu. N. Gavrilina, "Investigation of an algorithm for detecting deterministic anomalies in complex images using a doubly stochastic model," *Ural Radio Engineering Journal*. 2020. Vol. 4, No. 1, pp. 18-32. DOI 10.15826/urej.2020.4.1.002.
- [15] J. Li, X. Li, H. Li et al., "Fabrication of the Cu/AgCuTi/Nb composite for superconducting radio-frequency material under extreme service conditions based on electroplating additive manufacturing," *Materials & Design*. 2024. Vol. 244, P. 113220. DOI 10.1016/j.matdes.2024.113220.
- [16] A. M. Belov, A. Yu. Denisova, "Classification of Earth remote sensing images using a multi-sensor data fusion algorithm," *Computer Optics*. 2020. Vol. 44, No. 4, pp. 627-635. DOI 10.18287/2412-6179-CO-735.
- [17] D. V. Vasilieva, S. V. Dvornikov, S. A. Yakushenko, S. S. Dvornikov, "Automation of forest fire detection procedures based on the results of video processing," *Bulletin of the St. Petersburg University of the State Fire Fighting Service of the Ministry of Emergency Situations of Russia*. 2023. No. 4, pp. 47-58. DOI 10.61260/2218-130X-2024-2023-4-47-58.
- [18] V. A. Surin, "On the processing of noisy high-contrast images," *Bulletin of South Ural State University. Series: Mathematics. Mechanics. Physics*. 2021. Vol. 13, No. 1, pp. 14-21. DOI 10.14529/mmp210102.EDN WHOFQR.
- [19] A. V. Veligosh, N. N. Malyshko, R. I. Strukov, "Application of artificial neural networks to reduce the redundancy of the discrete wavelet transform of images," *Theory and Technique of Radio Communication*. 2020. No. 2, pp. 5-12.
- [20] V. O. Chebachev, "Signal processing in radio-frequency identification systems using decorrelating transforms," *Issues of Radio Electronics*. 2016. No. 9, pp. 35-40.
- [21] Yu. N. Bulatov, "Theorem on the norm of singular Kipriyanov-Katrakhov J-pseudodifferential operators," *Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*. 2025. No. 2, pp. 38-48.
- [22] V. A. Osanov, "Comparative analysis of network traffic decorrelation methods," *Bulletin of Ryazan State Radio Engineering University*. 2025. No. 92, pp. 25-38. DOI 10.21667/1995-4565-2025-92-25-38.
- [23] V. I. Semenov, "Comparison of a frequency-domain multiscale image analysis algorithm with Mallat's algorithm," *Tomsk State University Journal of Control, Computer Science and Informatics*. 2022. No. 59, pp. 73-82. DOI 10.17223/19988605/59/8.
- [24] H. R. Sheikh, A. C. Bovik, "Image information and visual quality," *IEEE Transactions on Image Processing*. 2006. Vol. 15, iss. 2, pp. 430-444. doi: 10.1109/tip.2005.859378
- [25] Bisgard James, "Analysis and Linear Algebra: The Singular Value Decomposition and Applications," *Student Mathematical Library* (1st ed.). AMS. 2021. ISBN 978-1-4704-6332-8.
- [26] S. V. Dvornikov, S. S. Dvornikov, M. A. Konoplev, "Algorithm of radio communication signals recognition on the basis of symmetric matrices," *Information technologies*. 2010. No. 9, pp. 75-77.
- [27] Karhunen-Loeve transform (KLT) Archived 2016-11-28 at the Wayback Machine, Computer Image Processing and Analysis (EI61) lectures, Harvey Mudd College.URL: <https://pages.hmc.edu/ruey/MachineLearning/lectures/ch8/node4.html> (date of access 02.10.2025).
- [28] Ahmed Nasir, Natarajan T. Raj, Rao K.R., "Discrete Cosine Transform," *IEEE Transactions on Computers*. C-23 (1). IEEE Computer Society, 1974, pp. 90-93. doi:10.1109/T-C.1974.223784.
- [29] C. Loeffler, A. Ligtenberg, and G. Moschytz, "Practical Fast I-D DCT Algorithms with 11 Multiplications," *Proc. Int'l. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing 1989 (ICASSP '89)*, pp. 988-991.
- [30] S. V. Dvornikov, D. V. Stepynin, A. S. Dvornikov, A. P. Bukareva, "Formation of signal feature vectors from wavelet coefficients of their frame transformations," *Information Technologies*. 2013. No. 5, pp. 46-49.
- [31] Soriano M. Flores, "Solar radio bursts impact on the International GNSS Service Network during Solar Cycle 24," *Journal of Space Weather and Space Climate*. 2024. DOI 10.1051/swsc/2024034.
- [32] D. V. Vasilyeva, "Investigation of the sensitivity of feature vectors generated based on multiscale transforms of processed images," *Journal of the Russian Universities. Radioelectronics*. 2024, no. 27(3), pp. 20-29. doi.org/10.32603/1993-8985-2024-27-3-20-29.
- [33] U. Singh, A. Dua, N. Kumar, M. Guizani, "QoS Aware Uplink Scheduling for M2M Communication in LTE/LTE-A Network: A Game Theoretic Approach," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. 2022. Vol. 71, No. 4, pp. 4156-4170. DOI 10.1109/TVT.2021.3132535.
- [34] S. V. Sai, A. V. Zinkevich, E. S. Fomina, "Comparison of discrete cosine and wavelet transforms in RAW image compression systems," *Computer Optics*. 2022. Vol. 46, No. 6, pp. 929-938. DOI 10.18287/2412-6179-CO-1094.
- [35] A. V. Veligosh, N. N. Malyshko, R. I. Strukov, "Application of artificial neural networks to reduce the redundancy of the discrete wavelet transform of images," *Theory and Technique of Radio Communication*. 2020. No. 2, pp. 5-12.
- [36] A. Yu. Grishentsev, N. V. Korovkin, D. P. Ostrovsky, "Hermite-Gaussian wavelets: synthesis of discrete forms and investigation of properties," *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2025. Vol. 25, No. 4, pp. 789-796. DOI 10.17586/2226-1494-2025-25-4-789-796.
- [37] K. Charles, An. Chui, "Introduction to Wavelets (Wavelet Analysis & Its Applications)," 1992, Academic Press, San Diego, ISBN 0-12-174584-8.
- [38] V. I. Semenov, S. G. Chumarov, "From Wavelet Design Based on Gaussian Function Derivatives to FIR Filter Synthesis," *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2024. Vol. 24, No. 2, pp. 306-313. DOI 10.17586/2226-1494-2024-24-2-306-313.
- [39] A. A. Belyaev, D. P. Kononov, A. M. Kudrin, "Investigation of mother wavelet function selection for vibration-based diagnostics of diesel locomotive engines," *Proceedings of Petersburg State Transport University*. 2025. Vol. 22, No. 2, pp. 290-299. DOI 10.20295/1815-588X-2025-2-290-299.
- [40] D. V. Vasilieva, S. S. Dvornikov, Y. E. Tolstukha et al., "Formation of feature vectors for video surveillance systems," *Voprosy radioelektroniki. Series: Television Technics*. 2023. No. 4, pp. 62-68.

Information about authors:

Sergey V. Dvornikov, Dr Sci. (Eng.), Professor of the Radio Communication Department of the Military Telecommunications Academy, Professor of the Department of Radioengineering and Fiberoptic Complexes of the Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia. <https://orcid.org/0000-0002-4889-0001>

Aleksandr R. Bestugin, Director of the Institute of Radio Engineering and Information Communication Technologies at the St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Doctor of Technical Sciences, Professor, St. Petersburg, Russia. <http://orcid.org/0000-0003-3847-2516>

Irina A. Kirshina, associate professor of the Department of Design and Technology of Electronic and Laser Devices at St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Candidate of Economic Sciences, associate professor, St. Petersburg, Russia. <http://orcid.org/0000-0002-3110-2363>

Dina V. Vasilieva, St. Petersburg State Technical University (TI), chemical technology of refractory non-metallic and silicate materials, senior lecturer at the Department of Radio Engineering Institute of Radio Engineering and Infocommunication Technologies, St. Petersburg, Russia. <http://orcid.org/0009-0009-5343-3356>

Aleksandr P. Vasiliev, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia