

ГРУППОВЫЕ СИГНАЛЫ НА ОСНОВЕ СИММЕТРИЧНЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ МАТРИЦ И ОБРАБОТКА МНОГОЛУЧЕВЫХ СИГНАЛОВ

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-10-21-34

Горгадзе Светлана Феликсовна,
Московский технический университет связи и информатики
Москва, Россия, s.f.gorgadze@mtuci.ru

Manuscript received 25 July 2025;
Accepted 27 September 2025

Ермакова Анастасия Всеволодовна,
Московский технический университет связи и информатики
Москва, Россия, msikisyliya@gmail.com

Ключевые слова: симметричные ортогональные матрицы, дискретные экспоненциальные функции, матрицы-циркулянты, многопозиционные линейные рекуррентные последовательности, обобщенное быстрое преобразование Фурье, синхросигнал, многолучевой канал связи, нисходящий канал, восходящий канал

Кудряшова Анастасия Юрьевна,
Московский технический университет связи и информатики
Москва, Россия

Для построения групповых сигналов систем радиодоступа рассматривается использование симметричных ортогональных матриц как традиционного типа, например, матрица дискретных экспоненциальных функций, являющаяся основой для построения OFDM сигналов, так и ранее не применявшихся на практике их вариантов – таких как матрицы-циркулянты многопозиционных линейных рекуррентных последовательностей. Показано, что преимуществом последнего варианта симметричных ортогональных матриц является возможность применения обобщенного быстрого преобразования Фурье при обработке соответствующих групповых сигналов, позволяющего обеспечить выигрыш в числе элементарных арифметических операций приблизительно в три раза, по сравнению с традиционным быстрым преобразованием Фурье, на основе которого производится формирование и обработка OFDM сигнала. Данное обстоятельство позволяет формировать групповые сигналы на основе матриц больших размерностей, по сравнению с OFDM сигналами, при одной и той же вычислительной сложности алгоритмов их формирования и обработки. Кроме того, при использовании матриц-циркулянтов линейных рекуррентных последовательностей, в отличие от дискретных экспоненциальных функций, отсутствуют ограничения на значение шага сетки частот поднесущих формируемого группового сигнала, поскольку последние являются шумоподобными сигналами, занимающими всю выделенную полосу частот. В результате в одной и той же полосе частот теоретически можно одновременно передавать сколько угодно много поднесущих, пропорционально увеличивая длительность времени их передачи. Данные обстоятельства позволяют использовать для формирования группового сигнала матрицы разных размерностей в течение кадра, позво-

ляя гибко распределять каналные ресурсы, а также повышать эффективность многолучевых каналов связи, а в случае использования циклических префиксов в течение длительности времени кадра – сократить приблизительно в три раза их суммарную длительность, по сравнению со случаем формированием группового сигнала на основе матриц одной и той же размерности. Другим важным преимуществом использования симметричных ортогональных матриц на основе матриц-циркулянтов линейных рекуррентных последовательностей является возможность присоединения к ним синхросигнала, обнаружение которого может производиться с использованием обобщенного быстрого преобразования Фурье того же типа, что обработка группового сигнала канала связи. В данной работе рассматриваются варианты присоединения синхросигнала к базовой системе дискретных ортогональных функций, используемой для построения как восходящего, так и нисходящего канала связи. Результатом синхронизации по частоте и задержке по времени по синхросигналам в многолучевом канале связи является гауссовский характер помех на входе решающего устройства при обработке группового информационного сигнала, и отсутствие релейских замираний в канале связи, а также нечувствительность системы связи к доплеровскому сдвигу частоты. Благодаря тому, что матрица-циркулянт линейной рекуррентной последовательности сохраняет свойства симметричности и ортогональности при циклических перестановках как ее столбцов, так и строк, удается использовать обобщенное быстрое преобразование Фурье при обработке сигналов многолучевых каналов и обеспечить отсутствие помех от поднесущих сигналов соседних лучей, что имеет место в случае применения OFDM сигналов.

Для цитирования:

Горгадзе С.Ф., Ермакова А.В., Кудряшова А.Ю. Групповые сигналы на основе симметричных ортогональных матриц и обработка многолучевых сигналов // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №10. С. 21-34.

For citation:

S.F. Gorgadze, A.V. Ermakova, A.Yu. Kudryashova, "Group signals based on symmetric orthogonal matrices and multipath signal processing", T-Comm, 2025, vol. 19, no.10, pp. 21-34. (in Russian)

Введение

Симметричные ортогональные матрицы (СОМ) на основе дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ) в настоящее время широко применяются для формирования групповых сигналов в системах мобильной связи, при передаче радио- и телевизионных сигналов, в различных наземных и спутниковых радиосистемах, поскольку на их основе формируются OFDM (orthogonal frequency-division multiplexing) сигналы [1]. Отметим, что представление OFDM сигналов в виде непрерывных гармонических функций используется в основном для разъяснения концепции организации радиодоступа на физическом уровне, соответствующей им. В действительности, мультиплексируемые так называемые поднесущие, образующие OFDM сигнал, существуют в дискретном виде. Их модуляция информационными символами производится на основе обратного дискретного преобразования Фурье (ДПФ), после чего сформированный групповой дискретный сигнал подвергается аналого-цифровому преобразованию (АЦП). Цифро-аналоговое преобразование (ЦАП) группового OFDM сигнала производится в приемнике, после чего полученный дискретный сигнал, состоящий из дискретных модулированных поднесущих, представляющих собой ДЭФ, демодулируется с помощью прямого ДПФ [2, 33, 34].

Другой вид СОМ на основе двоичных функций Уолша-Адамара использовался в системах мобильной связи 3-его поколения (Qualcomm) [3]. К этой системе дискретных функций оказалось возможным добавление скремблирующей двоичной псевдослучайной последовательности (ПСП), обеспечивающей не только расширение спектра каждой дискретной поднесущей из их полного набора при суммировании по модулю два каждой поднесущей со скремблирующей ПСП, но и присоединение синхросигнала, поскольку одна из функций Уолша-Адамара состоит лишь из единиц (нулей при их представлении в алфавите 0,1). Этот синхросигнал присоединяется вышеописанным способом к последовательности следующих друг за другом систем функций Уолша-Адамара и фактически является сверхдлинным измерительным сигналом, позволяющим с высокой точностью измерить частоты, задержки по времени, мощности сигналов лучей как при однолучевом, так и при многолучевом характере распространения сигнала, включая ситуацию с его излучением разными источниками или ретрансляторами [4-6].

Вместе с тем, присоединение синхросигнала в системе ДЭФ на основе двоичной или какой-либо многопозиционной ПСП указанным выше способом невозможно, так как ее строки не состоят из конечного набора символов, и при увеличении размерности матрицы этих функций увеличивается и число дискретных значений ее символов. Конечно, возможно добавление синхросигнала на основе двоичной ПСП вместо поднесущей OFDM сигнала, состоящей лишь из единиц, но этот синхросигнал неизбежно займет всю выделенную полосу частот, создаст помехи при передаче информационных символов на остальных поднесущих. Кроме того, обработка такого синхросигнала должна производиться на основе совершенно других принципов, по сравнению с OFDM сигналом.

Применение вышеперечисленных видов СОМ в системах передачи информации обусловлено возможностью использования быстрых спектральных преобразований при формировании и обработке групповых сигналов. В частности, в случае

ДЭФ используется быстрое преобразование Фурье (БПФ), а в случае применения системы Уолша-Адамара – быстрое преобразование Адамара (БПА). Оба эти преобразования являются частными случаями обобщенного БПФ в базисе функций Виленкина-Крестенсона (ВК). Как известно, вычислительная сложность обобщенного БПФ в базисе ВК на практике приблизительно в три раза меньше, по сравнению с обычным БПФ, которое можно назвать БПФ в базисе ДЭФ [7]. Поэтому представляет интерес рассмотрение использования СОМ ВК как основы для формирования канальных информационных сигналов. Кроме того, в работах [8] доказано, что матрицы, составленные из циклических сдвигов двоичных и многопозиционных линейных рекуррентных последовательностей (ЛРП) (матрицы-циркулянты), путем перестановки столбцов и строк приводятся к системам Адамара и ВК соответственно, и они так же являются СОМ. То есть для демодуляции сигналов на основе матриц-циркулянтов ЛРП так же можно использоваться обобщенное БПФ.

Целью данной работы рассмотрение алгоритмов обработки как однолучевых, так и многолучевых групповых сигналов, формируемых на основе симметричных ортогональных матриц, представляющих собой матрицы-циркулянты многопозиционных линейных рекуррентных последовательностей с присоединенными синхросигналами, а также разработка вариантов построения кадров как восходящего, так и нисходящего каналов связи, построенных на основе таких матриц.

1. Структура группового дискретного сигнала на основе СОМ

СОМ – это квадратная матрица, элементы которой симметричны относительно ее главной диагонали, причем ее строки и столбцы с одинаковыми номерами совпадают, в результате чего эта матрица совпадает с результатом ее транспонирования. То есть при ее перемножении с транспонированной комплексно-сопряженной матрицей получим единичную матрицу. Примерами СОМ являются, например, система функций ВК, упорядоченная по Кронекеру (ВК-К), система ДЭФ, так называемые упорядоченные матрицы-циркулянты двоичных и многопозиционных ЛРП с присоединенными самой верхней строкой и левым столбцом, состоящими из единиц и т.д. [2, 8-10]. Наиболее простой вариант СОМ, представляющий собой матрицу Адамара, а также другие способы упорядочения функций Уолша и ВК, позволяющие сформировать СОМ, рассматривать в этой статье не будем. В качестве примера приведем СОМ девятого порядка, хотя на практике используются матрицы, порядок которых может достигать нескольких тысяч [2]. Так, матрица ВК-К имеет вид [4]:

$$S_{9,ВК-К} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W & W^0 & W^0 & W & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^0 & W & W^2 & W^0 & W & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^0 & W & W^1 & W^0 & W & W^1 \\ W^0 & W^0 & W^0 & W^1 & W^1 & W^1 & W^2 & W^2 & W \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^0 & W^1 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W & W & W^1 & W^0 \\ W^0 & W^0 & W^0 & W & W^2 & W^2 & W^1 & W^1 & W^1 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^1 & W & W^2 & W^0 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^0 & W \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $W = e^{j\frac{2\pi}{p}}$, p – целое положительное число. В данном случае $p = 3$ и $m = 3$, а порядок матрицы равняется p^m , то есть в данном случае 9. Заметим, что последовательности степеней W , находящиеся в строках и столбцах матрицы (1), являются троичными. Очевидно, выбирая m , можно построить матрицу любой размерности 3^m , состоящую только из троичных последовательностей.

Приведем матрицу ДЭФ девятого порядка, хотя на практике для формирования OFDM сигналов используются матрицы, значения порядков которых равняются степеням двойки [2, 4]:

$$S_{9, ДЭФ} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W & W & W & W \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 & W^4 & W^5 & W^6 & W^7 & W^8 \\ W^0 & W^2 & W^4 & W^6 & W^8 & W^{10} & W^{12} & W^{14} & W^{16} \\ W^0 & W^3 & W^6 & W^9 & W^{12} & W^{15} & W^{18} & W^{21} & W^{24} \\ W^0 & W^4 & W^8 & W^{12} & W^{16} & W^{20} & W^{24} & W^{28} & W^{32} \\ W^0 & W^5 & W^{10} & W^{15} & W^{20} & W^{25} & W^{30} & W^{35} & W^{40} \\ W^0 & W^6 & W^{12} & W^{18} & W^{24} & W^{30} & W^{36} & W^{42} & W^{48} \\ W^0 & W^7 & W^{14} & W^{21} & W^{28} & W^{35} & W^{42} & W^{49} & W^{56} \\ W^0 & W^8 & W^{16} & W^{24} & W^{32} & W^{40} & W^{48} & W^{56} & W^{64} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W & W & W & W & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 & W & W^5 & W^6 & W^7 & W^8 \\ W^0 & W^2 & W^4 & W^6 & W^8 & W^0 & W & W^1 & W^7 \\ W^0 & W^3 & W & W & W^3 & W^6 & W^0 & W^3 & W^6 \\ W^0 & W^4 & W^8 & W^3 & W^7 & W^1 & W^6 & W & W^5 \\ W^0 & W^5 & W^0 & W^6 & W^1 & W^7 & W & W^8 & W^4 \\ W^0 & W^6 & W^3 & W^0 & W^6 & W^3 & W^0 & W^6 & W^3 \\ W^0 & W^7 & W^1 & W^3 & W^0 & W^8 & W^6 & W^4 & W \\ W^0 & W^8 & W^7 & W^6 & W^5 & W^4 & W^3 & W^2 & W^1 \end{bmatrix} . \quad (2)$$

В (2) $W = e^{j2\pi/p^m}$, и только в этой формуле используется такое значение W ; во всех формулах данной статьи $W = e^{j\frac{2\pi}{p}}$. Заметим, что число разных символов последовательности, образующих степени W строк и столбцов этих матриц, увеличивается с ростом их размерности.

Приведем так же две СОМ девятого порядка, построенные на основе упорядоченных матриц-циркулянтов p -ичных ЛРП, сформированных на основе неприводимых примитивных полиномов $f_2(x) = 2x^2 + x + 1$ и $f_2'(x) = 2x^2 + x^2 + 1$ соответственно [2]:

$$S_{9, ЛРП}^1 = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W & W & W & W & W & W \\ W^0 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 \\ W^0 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 \\ W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 \\ W^0 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 \end{bmatrix} ,$$

$$S_{9, ЛРП}^2 = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W & W^0 & W^0 & W & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W & W^0 & W^2 & W^1 \\ W^0 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W & W^2 & W^2 & W \\ W^0 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W \\ W^0 & W^2 & W & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 \\ W^0 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 \end{bmatrix} . \quad (3)$$

Способ построения матриц, подобных (3), в общем случае размерности p^m подробно описан в работе [2]. Таких матриц можно построить столько, сколько существует неприводимых примитивных полиномов m -го порядка, коэффициенты которых принадлежат множеству $\{0, \dots, p-1\}$ [2]. В данном случае мы рассматриваем так называемые упорядоченные матрицы-циркулянты ЛРП, являющиеся СОМ после присоединения к ним верхней строки и крайнего левого столбца, состоящих лишь из элементов $W^0 = 1$. Такие матрицы можно построить на основе сопровождающей матрицы любого неприводимого полинома вида H_2 (см. [2]) при выборе первообразного элемента мультипликативной группы расширенного поля Галуа по модулю данного полинома. При выборе следующего первообразного элемента мультипликативной группы получим упорядоченную матрицу-циркулянт с циклически переставленными столбцами и строками, когда последний столбец становится нулевым (строки и столбцы любой матрицы в дальнейшем будем нумеровать от нуля с помощью символов $i, k = (0, \dots, p^m - 2)$ соответственно). При этом любая упорядоченная матрица-циркулянт ЛРП имеет размерность $(p^m - 1)$, является симметричной и квазиортогональной (СКМ), то есть коэффициент корреляции двух ее разных строк (и разных столбцов), или любых двух разных по структуре строки и столбца равен не 0, как у СОМ, а -1 [2]. После присоединения к упорядоченной матрице-циркулянту любой ЛРП верхней строки и крайнего левого столбца, состоящих лишь из единиц, получим СОМ размерности p^m .

Обратим внимание на уникальное свойство СКМ, построенных на основе ЛРП (как двоичных, так и многопозиционных): при циклической перестановке столбцов матрицы-циркулянта ЛРП, составляющей ее основу, вновь получаем СКМ. После присоединения строки и столбца с номером ноль, состоящих из единиц, получим СОМ. Данным свойством очевидно не обладают СОМ, построенные на основе ВК, ДЭФ, матрицы Уолша-Адамара. При этом любая СОМ, построенная на основе p -ичной ЛРП, приводится к матрице ВК-К при перестановке столбцов и строк по правилам, описанным в [2], при известном первообразном элементе мультипликативной группы, на основе которого она построена при последующем присоединении строки и столбца с номером ноль. То есть все СОМ, построенные на основе разных упорядоченных матриц-циркулянтов ЛРП с использованием как одного и того же неприводимого примитивного полинома, так и всех существующих таких полиномов любого выбранного порядка, приводятся к одной и той же матрице ВК-К того же порядка.

Другое важное и уникальное свойство СОМ, построенных на основе ЛРП: каждый радиосигнал, образованный путем модуляции высокочастотного гармонического сигнала любой

поднесущей такой СОМ, является шумоподобным сигналом и занимает всю выделенную полосу частот. Поэтому при увеличении размерности данных СОМ увеличивается только длительность группового сигнала, передаваемого в выделенной полосе частот, а расширения его спектра не происходит при той же тактовой частоте сигнала. Все поднесущие независимо от их числа передаются в одной и той же полосе частот. Отметим, что в случае использования OFDM сигналов, формируемых всегда на основе ДЭФ, при увеличении размерности матрицы уменьшается расстояние по частоте между поднесущими, что приводит к повышению чувствительности системы к доплеровскому сдвигу частоты. Для повышения эффективности системы связи в этом случае применяют технологию OFDM, основанную на частотном мультиплексировании поднесущих при их фильтрации с использованием гребенки (банка) фильтров (FBMC – Filter-Banc Multi-Carrier Modulation), что приводит к существенному усложнению алгоритма формирования и обработки сигналов при больших размерностях матрицы ДЭФ [1].

Как видно, строки и столбцы любого из выше рассмотренных вариантов СОМ с одинаковыми номерами совпадают, в результате чего $S_{p^m, \text{ВК-К}} = S_{p^m, \text{ВК-К}}^T$, $S_{p^m, \text{ДЭФ}} = S_{p^m, \text{ДЭФ}}^T$, $S_{p^m, \text{ЛРП}} = S_{p^m, \text{ЛРП}}^T$, где T – обозначение операции транспонирования матрицы. Кроме того, как строки, так и столбцы любой из матриц попарно ортогональны. Отметим также, что эти матрицы можно представить в виде степеней W . В этом случае строки и столбцы СОМ, построенной на основе p -ичной ЛРП без строки и столбца с номером ноль, являются циклическими сдвигами этой ЛРП, представленной в виде символов, принадлежащих множеству $\{0, \dots, p-1\}$.

2. Присоединение синхросигнала к СОМ, построенной на основе упорядоченной матрицы-циркулянта p -ичной ЛРП

Каждую строку СОМ размерности p^m , состоящую из символов, принадлежащих множеству $\left\{ e^{j\frac{2\pi 0}{p}}, e^{j\frac{2\pi 1}{p}}, \dots, e^{j\frac{2\pi(p-1)}{p}} \right\}$,

будем рассматривать как дискретное представление ортогональной поднесущей, использующейся для передачи одного комплексного информационного символа. То есть при передаче информации все ортогональные строки СОМ модулируются информационными символами, подвергаются ЦАП и передаются в радиоканал совместно с присоединенным синхросигналом. В его качестве будем использовать p -ичную ЛРП, значения элементов которой d_v принадлежат множеству $\{0, \dots, p-1\}$, где $v = 0, \dots, (p^{m_c} - 2)$ – номер элементарного символа ЛРП, а m_c – глубина ее памяти. Вместе с тем, элементы этой ЛРП, как и элементы любой p -ичной ЛРП, можно представить как $W = e^{j\frac{2\pi}{p}d_v}$.

Возможны нижеследующие варианты присоединения синхросигнала к СОМ.

Первый вариант

В целом совпадает со способом присоединения синхросигнала к СОМ Уолша-Адамара в мобильных CDMA

системах 3-его поколения за исключением способа согласования периода повторения синхросигнала с последовательностью следующих друг за другом СОМ.

Выберем $m_c \gg m$, в результате чего на длительности периода повторения синхросигнала $p^{m_c} - 1$ с одним добавленным символом будет помешаться целое число $\frac{p^{m_c}}{p^m} = N_k$ пе-

риодов СОМ, как это имеет место в CDMA системах 3-его поколения. Но в настоящее время можно использовать быстрые алгоритмы синхронизации с преобразованием отсчетов синхросигнала к функции ВК с последующим использованием обобщенного БПФ [11]. При быстрой синхронизации присоединение дополнительного символа к каждому периоду синхросигнала может затруднить данное преобразование. Поэтому считаем, что период повторения синхросигнала $p^{m_c} - 1$ равным длительности кадра информационного канала, как это показано на рисунке 1.

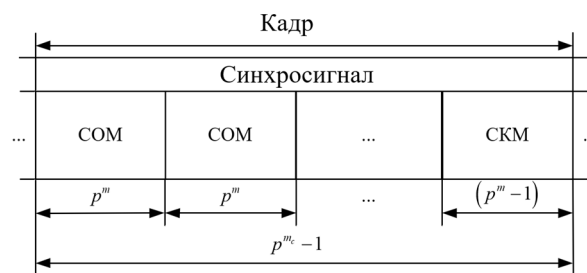


Рис. 1. Структура кадра с присоединенным синхросигналом с периодом $(p^{m_c} - 1)$ к СОМ порядка p^m

Данный вариант присоединения синхросигнала к СОМ предполагает суммирование по модулю p степеней W синхросигнала и элементарных символов СОМ, либо перемножение элементарных символов этих последовательностей, в результате чего все строки любой СОМ оказываются скремблированными одним и тем же отрезком синхросигнала, а строки следующей СОМ в кадре будут скремблированы следующим отрезком синхросигнала и т.д. При этом поднесущая с номером ноль состоит лишь из элементарных символов $W^0 = 1$ и не используется для передачи информации, в результате чего синхросигнал излучается в канале связи параллельно с поднесущими, на которых передаются информационные символы. Для согласования его периода, равного $p^{m_c} - 1$ с суммарной длиной целого числа СОМ, использующихся в течение одного кадра, то есть $N_k p^m$, в какой-то из СОМ, например, в последней в кадре, отсутствует столбец с номером ноль, состоящий лишь из единиц.

В результате последней в кадре используется СКМ с добавленной верхней строкой, состоящей лишь из единиц. При ее ускоренной обработке в приемнике с использованием обобщенного БПФ можно добавить столбец с номером ноль с учетом результата измерения мощности принимаемого сигнала, которое производится по синхросигналу. Конечно, в этом случае символ с номером ноль у всех поднесущих не будет модулирован информационным символом, но, учитывая, что период используемой базовой СОМ на практике может составлять несколько тысяч, можно утверждать, что данное

обстоятельство едва ли приведет к заметному увеличению вероятности ошибки приема информационных символов.

Таким способом неудобно присоединять синхросигнал к СОМ, представляющую собой ДЭФ, поскольку у этой матрицы набор значений элементарных символов увеличивается при увеличении ее размерности. Вместе с тем, у матриц ВК и у СОМ, построенных на основе p -ичных ЛРП, остается один и тот же набор значений элементарных символов при увеличении их размерности, совпадающий со значениями элементарных символов синхросигнала.

Таким образом, СОМ размерности p^m , модулированная информационными символами и синхросигналом, то есть $S_{p^m}^{a*}$, может быть представлена как:

$$S_{i,p^m}^{a*} = I_{i,m,A} S_{p^m}^{a*} C_{p^m,v}^*, I_{i,m,A} = \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0,A}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_1 e^{j\varphi_{1,A}} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_N e^{j\varphi_{N,A}} \end{bmatrix},$$

$$S_{p^m}^{a*} = \begin{bmatrix} S_{00}^{a*} & S_{01}^{a*} & \dots & S_{0N}^{a*} \\ S_{10}^{a*} & S_{11}^{a*} & \dots & S_{1N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N0}^{a*} & S_{N1}^{a*} & \dots & S_{NN}^{a*} \end{bmatrix}, C_{p^m,v}^* = \begin{bmatrix} C_v^* & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_{v+1}^* & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & C_{v+N}^* \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где $*$ – обозначение операции комплексного сопряжения; $N = p^m - 1$; $S_{p^m}^{a*}$ – СОМ; $I_{i,m,A}$ – диагональная матрица, значения элементов главной диагонали которой равны передаваемым информационным символам; A_i, φ_i – значения амплитуды и фазы i -го информационного символа соответственно ($A_0 e^{j\varphi_0} = 1$); S_{ik}^{a*} – значения символов матрицы $S_{p^m}^{a*}$; $C_{p^m,v}^*$ – диагональная матрица, на главной диагонали которой находятся символы синхросигнала C_v, \dots, C_{v+p^m} , начиная с v -го символа; $i, k = 0, \dots, N$ – номера строк и столбцов матриц.

Низкочастотный дискретный эквивалент результирующего информационного сигнала, передаваемого по каналу связи, образуется при суммировании строк матрицы S_{i,p^m}^{a*} , в результате чего на входе приемника с учетом воздействия белого гауссовского шума с отсчетами $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_N$, получим:

$$X^T = C_{p^m,v}^* \left(\begin{bmatrix} S_{00}^{a*} \\ S_{01}^{a*} \\ \dots \\ S_{0N}^{a*} \end{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0,A}} + \begin{bmatrix} S_{10}^{a*} \\ S_{11}^{a*} \\ \dots \\ S_{1N}^{a*} \end{bmatrix} A_1 e^{j\varphi_{1,A}} + \dots + \begin{bmatrix} S_{N0}^{a*} \\ S_{N1}^{a*} \\ \dots \\ S_{NN}^{a*} \end{bmatrix} A_N e^{j\varphi_{N,A}} \right) + \begin{bmatrix} \xi_0 \\ \xi_1 \\ \dots \\ \xi_N \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Как будет показано ниже, после завершения процедуры синхронизации и проведения всех необходимых измерений (смещений по частоте и задержке сигналов лучей и их мощностей), синхросигнал может быть удален из канала связи путем перемножения его копии, сформированной в приемнике, с принимаемым групповым сигналом.

Второй вариант

Отметим, что способ присоединения синхросигнала, соответствующий вышеописанному первому его варианту, в мобильных CDMA системах 3-го поколения позволяет

равномерно распределить мощность каждой поднесущей, представляющей собой функцию Уолша, в выделенной полосе частот, и в полной мере выполняет функцию скремблирующей последовательности. Но в рассматриваемом случае (при построении СОМ на основе матриц-циркулянтов ЛРП) данная опция синхросигнала является очевидно излишней.

Таким образом, присоединение синхросигнала к СОМ вышеописанным способом позволяет обеспечить только лишь повышенную скрытность передачи информационных символов. Но, учитывая, что в случае использования матриц-циркулянтов ЛРП для построения СОМ, возможны и другие способы обеспечения повышенной скрытности, например, при чередовании по заранее определенному правилу первообразных элементов базовой матрицы-циркулянта в течение длительности кадра, рассмотрим вариант присоединения синхросигнала только к строкам с номером ноль следующих друг другом СОМ. При этом общая структура канала связи соответствует рисунку 1. Удаление синхросигнала после проведения необходимых измерений может быть произведено при вычитании его копии, сформированной в приемнике, из входного группового сигнала. Кроме того, в этом случае следует использовать синхросигнал большей мощности, по сравнению с предыдущим вариантом его компоновки с СОМ, поскольку все остальные поднесущие будут создавать помеху каналу синхронизации.

Таким способом можно присоединить синхросигнал к любой СОМ, включая и систему ДЭФ. Но в последнем случае синхросигнал не может быть обработан в контексте алгоритма быстрого преобразования того же типа, которое используется для выделения информационных символов.

Третий вариант

Он предполагает использование циклических префиксов, которые вставляются между СОМ, передаваемыми в течение кадра. Данный вариант целесообразно использовать при многолучевом характере распространения сигналов. Длительность циклического префикса должна быть не меньше значения l_{max} , соответствующего максимальному числу элементарных импульсов поднесущей, на которое могут быть сдвинуты сигналы лучей по времени. Структура кадра для этого случая показана на рисунке 2, где П – циклический префикс. Указанная его длина l_1 , выраженная в числе элементарных символов СОМ, в действительности может варьироваться в течение кадра, поскольку суммарная длительность всех префиксов в кадре должна быть равна $p^m - 1$, а с другой стороны, длительность любого из префиксов не должна быть меньше l_{max} .

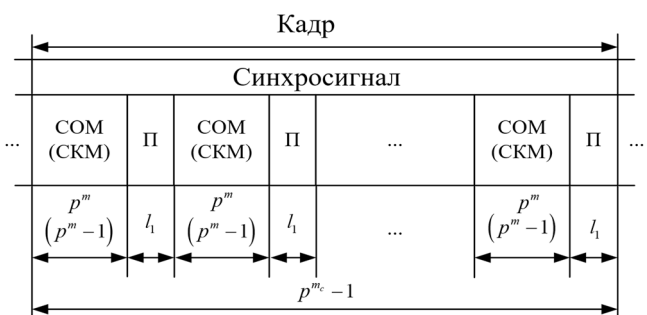


Рис. 2. Структура кадра с присоединенным синхросигналом с периодом $(p^m - 1)$, СОМ порядка p^m и циклическими префиксами (П)

В качестве иллюстрации расчета параметров предлагаемого варианта структуры кадра рассмотрим типичное значение максимальной относительной задержки сигналов лучей в мобильной системе связи, составляющее $T_3 = 5 \text{ мкс}$ при ширине полосы частот сигнала $\Delta F = 5 \text{ МГц}$. Тогда длительность элементарного импульса поднесущей СОМ составляет $T_3 = \frac{1}{\Delta F} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ с}$, а $l_{\max} = T_3 / T_3 = 25$. Далее, пред-

положим, что для передачи информации используется СОМ, построенная на основе троичной ЛРП, сформированной на основе неприводимого примитивного полинома шестого порядка. В этом случае период ЛРП составит $p^m - 1 = 3^6 - 1 = 728$, а размерность СОМ будет $p^m = 729$. Сформируем синхросигнал на основе троичной ЛРП девятого порядка. Его период повторения составит $p^{m_c} - 1 = 3^9 - 1 = 19682$. При отсутствии циклических префиксов в кадре число последовательно излучаемых СОМ в течение длительности его времени составит $\frac{p^{m_c}}{p^m} = 27$. Дли-

тельность поднесущих последней СКМ составит $p^m - 1 = 728$. Тогда кадр с префиксами (в соответствии с рис. 2) будет содержать 26 СОМ, а длительность каждого префикса составит $l_1 = (p^m - 1) / 26 = 28 > l_{\max}$. Но тогда вместо СОМ порядка 728 можно использовать СОМ порядка 729, но один из циклических префиксов будет иметь длину не 28, а 27.

Вместо СОМ можно использовать соответствующие им СКМ размерности $p^m - 1$, увеличив длительность префикса l_1 на один символ.

Четвертый вариант

В течение кадра можно использовать СОМ разных порядков при известном значении l_{\max} , поскольку изменение порядка СОМ рассматриваемого типа не требует расширения ширины полосы частот, занимаемой групповым сигналом (см. выше) при той же его тактовой частоте. Иллюстрация структуры кадра для данного случая представлена на рисунке 3. Очевидно, что для построения СОМ разных порядков используются разные неприводимые примитивные полиномы, и для быстрой обработки каждой СОМ, модулированной информационными символами, используется одно и тоже обобщенное БПФ.

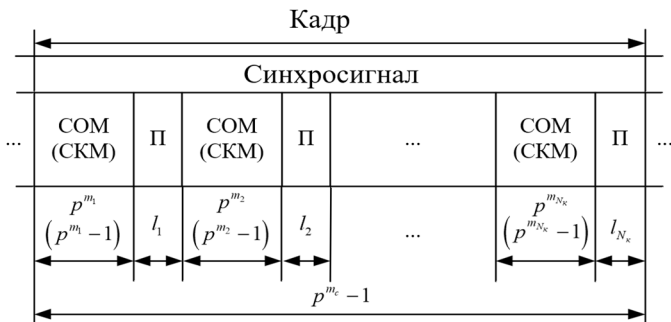


Рис. 3. Структура кадра с присоединенным синхросигналом с периодом $(p^{m_c} - 1)$, СОМ разных порядков $p^{m_1}, p^{m_2}, \dots, p^{m_{N_c}}$ и циклическими префиксами (П)

Возвращаясь к предыдущему примеру построения кадра, заметим, что в нем вместо любых трех СОМ порядка $3^6 = 729$ можно передавать одну СОМ порядка $3^7 = 2187$, а вместо одной СОМ порядка 729 можно передать три СОМ порядка $p^5 = 243$. Соответственно вместо девяти СОМ порядка 729 можно передавать одну СОМ порядка 6561. Например, при отсутствии префиксов в кадре совместно с синхросигналом с периодом $3^9 - 1 = 19682$ вместо двадцати шести СОМ порядка 729 и одной СОМ порядка 728 можно в любой последовательности передать две СОМ порядка 6561, две СОМ порядка 2187, одну СОМ порядка 729, три СОМ порядка 243 и одну СКМ порядка 728.

Если рассматривается вариант с использованием циклических префиксов при исключении одной из СОМ порядка 243, то потребуется 8 префиксов, поскольку будет использовано $N_k = 8$ СОМ. Длина каждого префикса составит $243/8 = 30,375$ символов ПСП. Но, поскольку длина каждого из префиксов l_1, l_2, \dots, l_{N_k} может быть только целым числом, большим или равным 25, то следует использовать префиксы разной длины с учетом вышеуказанных ограничений. Преимущество использования СОМ разных порядков в течение длительности кадра: в примере, рассмотренном выше, суммарная длительность префиксов в течение кадра при одинаковой размерности СОМ составляет 728 символов последовательности, а в случае разных размерностей – лишь 243 символа. При этом общее число информационных символов, переданных в течение кадра, остается одним и тем же. Но уменьшение суммарной длительности префиксов в течение кадра – это не единственное преимущество использования СОМ разных размерностей, что будет обосновано ниже. Отметим, что вместо СОМ в данном случае так же, как и в предыдущем, можно использовать СКМ.

При увеличении порядка СОМ (или СКМ) мощность, приходящая на одну поднесущую излучаемого группового сигнала, уменьшается пропорционально ее порядку, поскольку мощность передатчика не меняется. Но длительность поднесущей увеличится пропорционально размерности СОМ(СКМ), в результате чего энергия каждого передаваемого канального информационного импульса не зависит от порядка СОМ (СКМ). Но, как будет показано ниже в этой статье, увеличение порядка СКМ в кадре без циклических префиксов позволит снизить влияние взаимных помех лучей при многолучевом характере распространения сигнала. В частности, при $l_{\max} = 25$ и СОМ порядка 6561 или 2187 влиянием такой помехи можно пренебречь.

Пятый вариант

Основу канала связи составляет групповой сигнал, сформированный на основе периодически излучаемых СКМ одного и того же порядка с присоединенной к каждой из них строкой с нулевым номером, модулированной синхросигналом. При этом в кадре могут как отсутствовать, так и использоваться циклические префиксы.

При отсутствии циклических префиксов целесообразно использовать дополнительную прореженную СКМ (без некоторого количества столбцов) для согласования длины кадра и суммарной длины СКМ в кадре. С другой стороны, эту дополнительную СКМ можно использовать и для передачи информации, оптимизировав правило прореживания ее

столбцов по критерию минимума взаимных помех не ортогональных поднесущих, образованных ее строками [12, 13].

В случае использования циклических префиксов, их длины можно выбирать произвольно с учетом значения I_{\max} , а начало каждой следующей СКМ, использующейся для передачи информации, будет определяться выбором первообразного элемента мультипликативной группы расширенного поля Галуа по модулю соответствующего неприводимого примитивного полинома. Отметим, что в этом случае в течение длительности кадра можно использовать СКМ разных размерностей.

Быстрые алгоритмы обнаружения и синхронизации слабых по мощности периодических шумоподобных сигналов, сформированных на основе p -ичных ЛРП с большим периодом повторения, на основе обобщенного быстрого преобразования Фурье в базисе функций ВК рассмотрены в работах [8, 14-16]. После обнаружения сигналов всех лучей, одновременно присутствующих на входе приемника, для уточнения значений частоты и задержки по времени сигнала каждого луча, а также для слежения за их изменениями, можно использовать кольца фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) и автоматической подстройки времени (АПВ) с перекрестными связями, либо некогерентные системы АПВ [17].

Таким образом, можно реализовать синхронизацию сигналов всех лучей, присутствующих на входе приемника, с точностью до долей длительности элементарного импульса сигнала по времени и, как правило, до нескольких сотен Гц по частоте практически при любом возможном значении ее доплеровского сдвига [18]. Кроме того, обработка синхросигналов позволит измерить и мощности сигналов лучей с высокой точностью [19, 20].

Отметим, что все рассмотренные варианты построения канала радиодоступа физического уровня не чувствительны к доплеровскому сдвигу частоты, поскольку в них используются шумоподобные сигналы и распределенный по кадру синхросигнал, за смещением которого по частоте (и задержке по времени) производится постоянное слежение в канале синхронизации, причем в многолучевом канале связи. Уменьшение или увеличение длительности кадра из-за доплеровского сдвига частоты едва ли может оказать сколько-нибудь существенное влияние на характеристики обнаружения синхросигнала на всем периоде его повторения, поскольку при тактовых частотах сигналов порядка единиц-десятков МГц она решается при увеличении частоты дискретизации обнаруживаемого синхросигнала с параллельной быстрой обработкой всех его дискретных копий.

3. Обработка группового сигнала на приемной стороне в однолучевом канале

Предполагая, что на приемной стороне произошло обнаружение и синхронизация синхросигнала считаем, что номер его элементарного символа V , с которого начинается скремблирование обрабатываемой СОМ, известен. Далее, предполагая, что использовался первый вариант присоединения синхросигнала, а также учитывая, что в СОМ $\mathbf{S}_{p^m}^a$ строки и столбцы с одинаковыми номерами одинаковые, будем считать, что

$$\mathbf{X}^T = \mathbf{C}_{p^m, v}^* \mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{I}_{n, A} + \boldsymbol{\xi}, \mathbf{I}_{n, A} = \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0A}} \\ A_1 e^{j\varphi_{1A}} \\ \dots \\ A_N e^{j\varphi_{NA}} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где $\boldsymbol{\xi}$ – столбец из отсчетов шумовой помехи, $\mathbf{I}_{n, A}$ – столбец из информационных символов.

Докажем, что (5) и (6) – это разные записи одного и того же вектора \mathbf{X}^T . С этой целью распишем сигнальную составляющую (6):

$$\mathbf{C}_{p^m, v}^* \mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{I}_{n, A} = \mathbf{C}_{p^m, v}^* \begin{bmatrix} S_{00}^{a*} & S_{01}^{a*} & \dots & S_{0N}^{a*} \\ S_{10}^{a*} & S_{11}^{a*} & \dots & S_{1N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N0}^{a*} & S_{N1}^{a*} & \dots & S_{NN}^{a*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0A}} \\ A_1 e^{j\varphi_{1A}} \\ \dots \\ A_N e^{j\varphi_{NA}} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{p^m, v}^* \begin{bmatrix} S_{00}^{a*} A_0 e^{j\varphi_{0A}} + S_{01}^{a*} A_1 e^{j\varphi_{1A}} + \dots + S_{0N}^{a*} A_N e^{j\varphi_{NA}} \\ S_{10}^{a*} A_0 e^{j\varphi_{0A}} + S_{11}^{a*} A_1 e^{j\varphi_{1A}} + \dots + S_{1N}^{a*} A_N e^{j\varphi_{NA}} \\ \dots \\ S_{N0}^{a*} A_0 e^{j\varphi_{0A}} + S_{N1}^{a*} A_1 e^{j\varphi_{1A}} + \dots + S_{NN}^{a*} A_N e^{j\varphi_{NA}} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Далее, после двойной перестановки символов $S_{ik}^{a*} \leftrightarrow S_{ki}^{a*}$, учитывая, что у СОМ для любых значений i, k справедливо $S_{ik}^{a*} = S_{ki}^{a*}$, из (7) получим сигнальную составляющую (5).

Оптимальная обработка входной смеси \mathbf{X}^T на фоне белого гауссовского шума предполагает последовательное перемножение вектора \mathbf{X}^T с матрицами $\mathbf{C}_{p^m, v}$ и $\mathbf{S}_{p^m}^a$, то есть:

$$\mathbf{Y}_A = \mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{C}_{p^m, v}^* \mathbf{X}^T = \mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{C}_{p^m, v} \mathbf{C}_{p^m, v}^* \mathbf{I}_{n, A} + \mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{C}_{p^m, v} \boldsymbol{\xi} = (7) \\ = p^m \mathbf{I}_{n, A} + \boldsymbol{\xi}_1 = p^m \mathbf{I}_{n, A} + \boldsymbol{\xi}_1,$$

где $\boldsymbol{\xi}_1$ – столбец из отсчетов шумовой помехи на входе решающего устройства (РУ). В действительности $\mathbf{C}_{p^m, v}^*$, $\mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{I}_{n, A}$ присутствует во входной смеси в виде вектора, и сначала производится умножение на него матрицы $\mathbf{C}_{p^m, v}$ с целью удаления синхросигнала, а затем ускоренное умножение полученного вектора на $\mathbf{S}_{p^m}^a$ с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье в базисе функций ВК после перестановки символов так, как это описано в [2].

4. Обработка группового сигнала в многолучевом канале

В многолучевом канале будем рассматривать второй способ присоединения синхросигнала к СОМ или СКМ, и подробно разберем обработку двухлучевого сигнала. Для этого случая относительное расположение сигналов лучей со сдвигом одного относительно другого на l символов последовательности иллюстрируется на рисунке 4, где границы СОМ(СКМ) обозначены сплошными линиями.

Для определенности будем считать, что используется СОМ, хотя все рассуждения, приводимые ниже, могут быть

повторены для СКМ при изменении размерностей матриц. Преимущество СКМ, по сравнению с СОМ, проявляется при использовании быстрого алгоритма обработки группового сигнала на основе обобщенного БПФ.

Как показано на рис. 4, для передачи информации используется одна и та же СОМ, но для модуляции ее поднесущих, излучающихся друг за другом, используются разные последовательности информационных символов. В данном случае выделены три их последовательности, передаваемые друг за другом, которые обозначены на рис. 4 как A , B , и C . При этом предполагается, что групповой сигнал второго луча опережает сигнал первого луча на l элементарных символов ПСП. Границы кадра второго луча на кадре первого луча и, наоборот, кадра второго на кадре первого, обозначены на рисунке 4 штриховыми линиями.

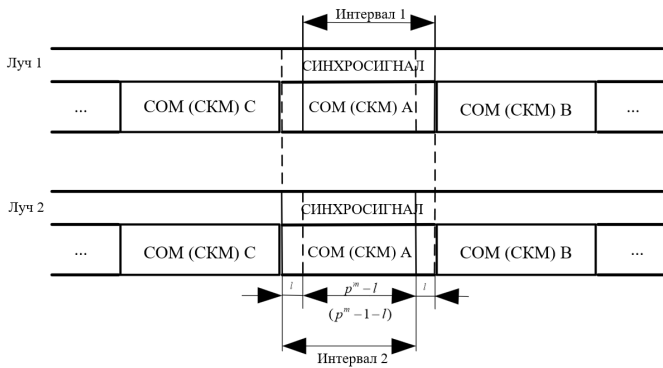


Рис. 4. Иллюстрация структуры двухлучевого сигнала для второго варианта организации кадра при отсутствии циклических префиксов (см. предыдущий раздел данной статьи)

Можно заметить, что сдвиг сигналов лучей едва ли может быть на целое число l символов последовательности, но при использовании системы АПВ при слежении за синхросигналом оказывается возможным отследить сдвиги по времени между сигналами лучей до десятых долей элементарного импульса ПСП, и подобрать соответствующий интервал дискретизации входного двухлучевого сигнала для получения суммы дискретных сигналов лучей, сдвинутых на целое число элементарных символов.

В дальнейшем, не акцентируя внимание на способе дискретизации входного сигнала, будем считать, что в приемнике получены отсчеты входной смеси, представляющие собой сумму отсчетов сигналов двух лучей, сдвинутых друг относительно друга на целое число отсчетов l , и каждый отсчет соответствует одному элементарному импульсу сигнала любого из лучей. Кроме того, будем считать, что аддитивные синхросигналы, по которым завершились процедуры измерения временных задержек, несущих частот и мощностей сигналов лучей, удалены из входной смеси.

Для выделения последовательности информационных символов, обозначенных как A на рисунке 4, можно использовать временной Интервал 1 или Интервал 2. Например, для сигнальной составляющей отсчетов входной смеси, полученных на Интервале 1 в случае использования СОМ, запишем:

$$X_{\text{инт1}}^T = \sqrt{P_1} \begin{bmatrix} s_{00}^{a*} & s_{01}^{a*} & \dots & s_{0N}^{a*} \\ s_{10}^{a*} & s_{11}^{a*} & \dots & s_{1N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{(l-1)0}^{a*} & s_{(l-1)1}^{a*} & \dots & s_{(l-1)N}^{a*} \\ s_{l0}^{a*} & s_{l1}^{a*} & \dots & s_{lN}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{N0}^{a*} & s_{N1}^{a*} & \dots & s_{NN}^{a*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0,A}} \\ A_1 e^{j\varphi_{1,A}} \\ \dots \\ A_{l-1} e^{j\varphi_{(l-1),A}} \\ A_l e^{j\varphi_{l,A}} \\ \dots \\ A_N e^{j\varphi_{N,A}} \end{bmatrix} +$$

$$\sqrt{P_2} \begin{bmatrix} s_{l0}^{a*} & s_{l1}^{a*} & \dots & s_{lN}^{a*} \\ s_{(l+1)0}^{a*} & s_{(l+1)1}^{a*} & \dots & s_{(l+1)N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{N0}^{a*} & s_{N1}^{a*} & \dots & s_{NN}^{a*} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0,A}} \\ A_1 e^{j\varphi_{1,A}} \\ \dots \\ A_{l-1} e^{j\varphi_{(l-1),A}} \\ A_l e^{j\varphi_{l,A}} \\ \dots \\ A_N e^{j\varphi_{N,A}} \end{bmatrix} +$$

$$\sqrt{P_2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ s_{00}^{a*} & s_{01}^{a*} & \dots & s_{0N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{(l-1)0}^{a*} & s_{(l-1)1}^{a*} & \dots & s_{(l-1)N}^{a*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 e^{j\varphi_{0,B}} \\ B_1 e^{j\varphi_{1,B}} \\ \dots \\ B_{l-1} e^{j\varphi_{(l-1),B}} \\ B_l e^{j\varphi_{l,B}} \\ \dots \\ B_N e^{j\varphi_{N,B}} \end{bmatrix} + \xi_1 \quad (8)$$

где P_1 и P_2 – значения мощностей сигналов лучей, измеренных по синхросигналам, ξ_1 – вектор, состоящий из отсчетов белого гауссовского шума. Далее, прибавив к выражению (8) и отняв от него матрицу

$$\sqrt{P_2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ s_{00}^{a*} & s_{01}^{a*} & \dots & s_{0N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{(l-1)0}^{a*} & s_{(l-1)1}^{a*} & \dots & s_{(l-1)N}^{a*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0,A}} \\ A_1 e^{j\varphi_{1,A}} \\ \dots \\ A_{l-1} e^{j\varphi_{(l-1),A}} \\ A_l e^{j\varphi_{l,A}} \\ \dots \\ A_N e^{j\varphi_{N,A}} \end{bmatrix}$$

перепишем его в виде:

$$X_{\text{инт1}}^T = \left(\sqrt{P_1} \begin{bmatrix} s_{00}^{a*} & s_{01}^{a*} & \dots & s_{0N}^{a*} \\ s_{10}^{a*} & s_{11}^{a*} & \dots & s_{1N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{(l-1)0}^{a*} & s_{(l-1)1}^{a*} & \dots & s_{(l-1)N}^{a*} \\ s_{l0}^{a*} & s_{l1}^{a*} & \dots & s_{lN}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{N0}^{a*} & s_{N1}^{a*} & \dots & s_{NN}^{a*} \end{bmatrix} + \sqrt{P_2} \begin{bmatrix} s_{l0}^{a*} & s_{l1}^{a*} & \dots & s_{lN}^{a*} \\ s_{(l+1)0}^{a*} & s_{(l+1)1}^{a*} & \dots & s_{(l+1)N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{N0}^{a*} & s_{N1}^{a*} & \dots & s_{NN}^{a*} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \right) \times$$

$$\begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0,A}} \\ A_1 e^{j\varphi_{1,A}} \\ \dots \\ A_{l-1} e^{j\varphi_{(l-1),A}} \\ A_l e^{j\varphi_{l,A}} \\ \dots \\ A_N e^{j\varphi_{N,A}} \end{bmatrix} + \sqrt{P_2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ s_{00}^{a*} & s_{01}^{a*} & \dots & s_{0N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{(l-1)0}^{a*} & s_{(l-1)1}^{a*} & \dots & s_{(l-1)N}^{a*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 e^{j\varphi_{0,B}} - A_0 e^{j\varphi_{0,A}} \\ B_1 e^{j\varphi_{1,B}} - A_1 e^{j\varphi_{1,A}} \\ \dots \\ B_{l-1} e^{j\varphi_{(l-1),B}} - A_{l-1} e^{j\varphi_{(l-1),A}} \\ B_l e^{j\varphi_{l,B}} - A_l e^{j\varphi_{l,A}} \\ \dots \\ B_N e^{j\varphi_{N,B}} - A_N e^{j\varphi_{N,A}} \end{bmatrix} + \xi_1 \quad (9)$$

Для выделения из смеси (9) последовательности информационных символов, обозначенных как A , рассмотрим результат перемножения матрицы $\mathbf{S}_{p^m}^a$ и $\mathbf{X}_{\text{инт1}}^T$, то есть:

$$\mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{X}_{\text{инт1}}^T = \mathbf{S}_A + \boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\xi} \quad (10)$$

где

$$\mathbf{S}_A = \left(\sqrt{P_1} p^m \mathbf{I}_{p^m} + \sqrt{P_2} p^m \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(p^m-l) \times l} & \mathbf{I}_{(p^m-l)} \\ \mathbf{I}_l & \mathbf{0}_{l \times (p^m-l)} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0,A}} \\ A_1 e^{j\varphi_{1,A}} \\ \dots \\ A_{l-1} e^{j\varphi_{(l-1),A}} \\ A_l e^{j\varphi_{l,A}} \\ \dots \\ A_N e^{j\varphi_{N,A}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

где \mathbf{S}_A – сигнальная составляющая входной смеси; \mathbf{I}_{p^m} , \mathbf{I}_l , $\mathbf{I}_{(p^m-l)}$ – единичные матрицы размерности p^m , l и $(p^m - l)$ соответственно; $\mathbf{0}_{(p^m-l) \times l}$ и $\mathbf{0}_{l \times (p^m-l)}$ – прямоугольные матрицы размерности $(p^m - l) \times l$ и $l \times (p^m - l)$ соответственно, состоящие из нулей;

$$\boldsymbol{\zeta} = \sqrt{P_2} \mathbf{S}_{p^m}^{a*} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ S_{00}^{a*} & S_{01}^{a*} & \dots & S_{0N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{(l-1)0}^{a*} & S_{(l-1)1}^{a*} & \dots & S_{(l-1)N}^{a*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 e^{j\varphi_{0,B}} - A_0 e^{j\varphi_{0,A}} \\ B_1 e^{j\varphi_{1,B}} - A_1 e^{j\varphi_{1,A}} \\ \dots \\ B_{l-1} e^{j\varphi_{(l-1),B}} - A_{l-1} e^{j\varphi_{(l-1),A}} \\ B_l e^{j\varphi_{l,B}} - A_l e^{j\varphi_{l,A}} \\ \dots \\ B_N e^{j\varphi_{N,B}} - A_N e^{j\varphi_{N,A}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

– помеховая составляющая, подлежащая оптимизации в смысле максимально возможного уменьшения ее влияния на сигнальную составляющую на входе решающего устройства, либо полной компенсации; $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{S}_{p^m}^a \boldsymbol{\xi}_1$. Таким образом,

$$\mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{X}_{\text{инт1}}^T = p^m (3D)_{p^m} \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0,A}} \\ A_1 e^{j\varphi_{1,A}} \\ \dots \\ A_{l-1} e^{j\varphi_{(l-1),A}} \\ A_l e^{j\varphi_{l,A}} \\ \dots \\ A_N e^{j\varphi_{N,A}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\xi} \quad (13)$$

где $(3D)_{p^m, l}$ – квадратная несимметричная трехдиагональная матрица размерности p^m . В качестве примера приведем матрицу $(3D)_{p^m, l}$ размерности 9 при $l = 2$, то есть:

$$(3D)_{9,2} = \begin{bmatrix} x & 0 & y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 & y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x & 0 & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 & y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 & y & 0 \\ y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где $x = \sqrt{P_1}$, $y = \sqrt{P_2}$. Заметим, что если бы обрабатывались три луча, то данная матрица была бы несимметричной пятидиагональной, и ее можно было бы обозначить как $(5D)_{p^m, l_1, l_2}$, где l_1, l_2 – смещения второго и третьего луча относительно первого луча. Структура матрицы $(5D)_{p^m, l_1, l_2}$

очевидна, как и более сложных матриц данного вида при рассмотрении большего числа лучей многолучевого канала.

В рассматриваемом случае для двухлучевого канала для выделения набора информационных символов, обозначенных как A , надо при известных значениях элементов столбца $\mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{X}_{\text{инт1}}^T$, пренебрегая суммарной помеховой составляющей $\boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\xi}$, решить систему линейных уравнений (СЛАУ) (13), для чего необходимо отыскать способ обращения матрицы $(3D)_{p^m, l}$. Учитывая, что данная задача является существенно математической, мы не будем ее рассматривать в этой статье. Вместе с тем, способ решения данной системы уравнений очевиден. Для его рассмотрения перепишем (13) в следующем виде:

$$\mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{X}_{\text{инт1}}^T = p^m \begin{bmatrix} \sqrt{P_1} A_0 e^{j\varphi_{0,A}} + \sqrt{P_2} A_l e^{j\varphi_{l,A}} \\ \sqrt{P_1} A_1 e^{j\varphi_{1,A}} + \sqrt{P_2} A_{l+1} e^{j\varphi_{(l+1),A}} \\ \dots \\ \sqrt{P_1} A_{p^m-l-1} e^{j\varphi_{(p^m-l-1),A}} + \sqrt{P_2} A_{p^m-1} e^{j\varphi_{(p^m-1),A}} \\ \sqrt{P_2} A_0 e^{j\varphi_{0,A}} + \sqrt{P_1} A_{p^m-l} e^{j\varphi_{(p^m-l),A}} \\ \dots \\ \sqrt{P_2} A_l e^{j\varphi_{l,A}} + \sqrt{P_1} A_{p^m-1} e^{j\varphi_{(p^m-1),A}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\xi} \quad (15)$$

Заметим, что для уменьшения размерности данной СЛАУ на единицу при исключении любого выбранного комплексного неизвестного необходимо выполнение двух операций умножения положительных действительных чисел и двух операций сложения комплексных чисел. Таким образом, для получения одного (последнего уравнения) с одним комплексным неизвестным необходимо $2(p^m - 1)$ элементарных операций умножения действительных чисел и $2(p^m - 1)$ сложения двух комплексных чисел. Вычисление этого комплексного неизвестного потребует еще одной операции умножения действительных чисел. А вычисление каждого последующего комплексного неизвестного потребует еще по одной операции умножения и одной операции сложения таких чисел.

Таким образом, для решения СЛАУ (15) потребуется всего $4(p^m - 1)$ элементарных операций умножения положительных действительных чисел и $4(p^m - 1)$ сложения двух комплексных чисел.

Перейдем к описанию помеховой составляющей ζ . Из (11), (12) следует, что в рассматриваемом случае сигналы лучей складываются когерентно, то есть получаем на входе приемника результат воздействия системы ортогональных поднесущих (сигнатур), модулированных информационными символами A , с амплитудой $(\sqrt{P_1} + \sqrt{P_2})$, но появляется аддитивная помеха, эквивалентная присоединению в данной системе ортогональных сигнатур l не ортогональных им сигнатур, каждая из которых имеет амплитуду $\sqrt{P_2}$. Следовательно, можно предложить способы уменьшения влияния помеховой составляющей ζ на качество передачи информации в многолучевом канале связи:

- выбирать временной интервал для выделения информационных символов по границам системы ортогональных сигнатур луча с наибольшей мощностью сигнала (в данном случае $\sqrt{P_1} > \sqrt{P_2}$);

- необходимо учитывать, что в любой радиосистеме относительный максимальный сдвиг сигналов лучей по времени l_{\max} ограничен и известен, поэтому с целью уменьшения влияния мешающих сигналов в многолучевом канале можно увеличивать длину ортогональных сигнатур, то есть p^m , подбирая ее значение в зависимости от допустимой сложности алгоритма обработки сигналов с помощью соответствующего быстрого спектрального преобразования; еще раз подчеркнем, что скорость передачи информации в канале связи при этом не уменьшается, поскольку общее число ортогональных сигнатур пропорционально p^m (например, если в случае трюичных ЛРП используется система ортогональных сигнатур размерности 729 при любом значении l_{\max} , то при для переходе к системе размерности 2177 можно увеличить отношение мощности любой из поднесущих к суммарной мощности мешающих сигналов, описываемых (12), в три раза, то есть примерно на 5 дБ);

- при отсутствии циклических префиксов с целью уменьшения влияния помех соседних лучей можно использовать временное окно, позволяющие увеличить уровень ортогональных поднесущих в его центре и уменьшать ближе к его границам; на рисунке 5 представлена иллюстрация данного способа уменьшения межсимвольных помех, где $\sqrt{P_{cp1(вар1)}}$ – средний уровень сигнала первого луча для Варианта 1 (рис. 5), $\sqrt{P_{cp1(вар2)}}$ – средний уровень сигнала первого луча для Варианта 2, $\sqrt{P_{cp1l(вар1)}}$ – средний уровень l крайних канальных элементарных импульсов сигнала 1-го луча для варианта 1, $\sqrt{P_{cp1l(вар2)}}$ – средний уровень l крайних канальных элементарных импульсов 1-го луча варианта 2 (соответствующие обозначения для 2-го луча будут следующими: $\sqrt{P_{cp2(вар1)}}$, $\sqrt{P_{cp2(вар2)}}$, $\sqrt{P_{cp2l(вар1)}}$ и $\sqrt{P_{cp2l(вар2)}}$

; как следует из анализа рисунка 5, при увеличении размерности СОМ(СКМ) данный способ подавления межсимвольной помехи может быть более эффективным, поскольку в формулах, представленных выше, следует в выражении для ζ использовать не $\sqrt{P_2}$, а $\sqrt{P_{cp2l(вар1)}}$ или $\sqrt{P_{cp2l(вар2)}}$, а в выражении для S_A – $\sqrt{P_{cp1(вар1)}}$ и $\sqrt{P_{cp2(вар1)}}$ или $\sqrt{P_{cp1(вар2)}}$ и $\sqrt{P_{cp2(вар2)}}$.

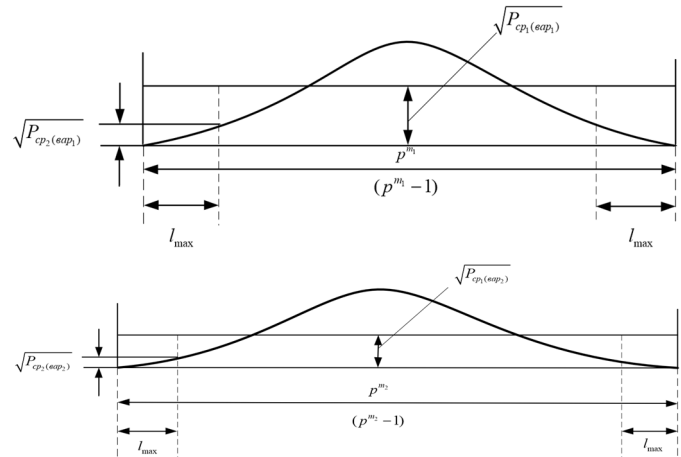


Рис. 5. Иллюстрация использования временного окна для уменьшения влияния помех соседних лучей

На рисунке 6 приводятся результаты расчета вероятности ошибки на информационный символ в зависимости от отношения сигнал/шум по мощности для случаев, когда используется циклический префикс, а также при его отсутствии и задержке по времени сигнала первого луча относительно сигнала 2-го луча той же мощности на l элементарных символов ПСП, причем значение l соответствует 5%, 10% и 20% от длительности СОМ p^m (или $(p^m - 1)$).

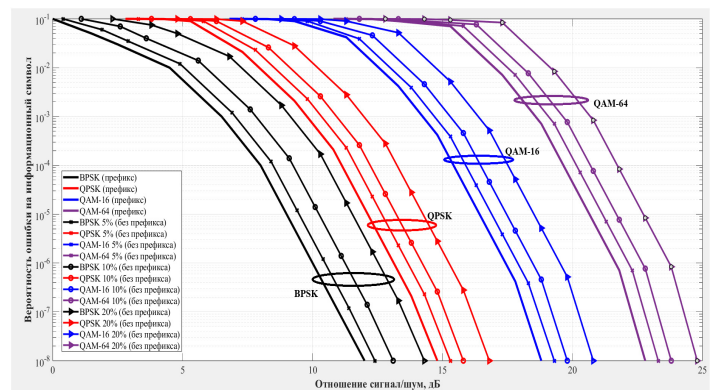


Рис. 6. Вероятность ошибки на информационный символ при наличии циклического префикса и его отсутствии, когда запаздывание по времени сигнала второго луча относительно сигнала первого луча той же мощности составляет 5%, 10% и 20% от длительности СОМ(СКМ)

На рисунке 7 приводятся результаты расчета вероятности ошибки на информационный символ в зависимости от отношения сигнал/шум по мощности при использовании окна Хэмминга для подавления межлучевой помехи.

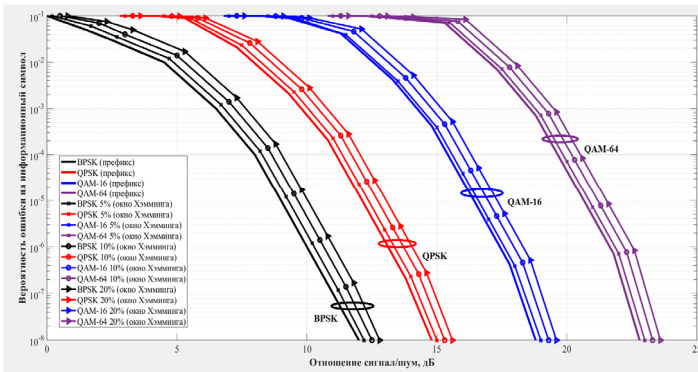


Рис. 7. Вероятность ошибки на информационный символ при наличии циклического префикса и его отсутствии, когда в последнем случае используется окно Хэмминга для подавления межлучевой помехи, а запаздывание по времени сигнала второго луча относительно сигнала первого луча той же мощности составляет 5%, 10% и 20% от длительности СОМ(СКМ)

Из анализа рисунка 7 следует, что при использовании окна Хэмминга для подавления помехи соседних лучей имеет место выигрыш в отношении сигнал/шум по мощности, составляющий приблизительно (2...2.5) дБ, по сравнению со случаем его отсутствия в канале без циклического префикса.

Радикальным способом подавления помехи соседних лучей очевидно является использование циклического префикса, когда $\zeta = 0$, то есть структуры кадра, соответствующей Третьему и Четвертому его варианту (см. раздел 2 данной статьи), но при этом очевидно имеет место снижение скорости передачи информации, вызванное наличием префиксов в структуре кадра.

5. Восходящий канал

До сих пор мы рассматривали нисходящий канал радиодоступа. Для построения сигнала, излучаемого каждым абонентом в восходящем канале связи, возьмем за основу Пятый вариант построения кадра с циклическими префиксами и, в общем случае, разными размерностями базовых матриц, рассмотренный во втором разделе данной статьи. Основу группового сигнала каждого абонента составляет синхросигнал точно такой же структуры, что и синхросигнал нисходящего канала. В приемнике каждого абонента по нисходящему синхросигналу максимального по мощности луча устанавливается генератор его синхронной копии, которая излучается к базовой станции (или станции сопряжения) и служит основой для формирования группового сигнала абонентской станции.

При таком способе построения восходящего канала связи, во-первых, необходимо использовать синхросигналы с достаточно большими периодами повторения, а, во-вторых, оказывается возможным на станции сопряжения регулировать сдвиг по времени сигнала, излучаемого каждым абонентом. В результате, оказывается не столь важным, на каком расстоянии находится тот или иной абонент от станции сопряжения. Относительные смещения по времени синхросигналов абонентов, приходящих одновременно на станцию сопряжения, могут быть вызваны лишь неточностями регулировки смещения по времени синхросигналов восходящего канала, либо множественностью их копий, вызванной многолучевым характером распространения сигналов [28-32].

Вместе с тем, все копии одного и того же синхросигнала, излученного всеми абонентскими станциями, и имеющие в общем случае разные смещения по времени и частоте, должны быть обнаружены и синхронизированы на станции сопряжения. Для идентификации синхросигнала каждого абонента может использоваться сверхдлинная скремблирующая многопозиционная последовательность, присоединяемая к синхросигналу абонента после интервала времени, достаточного для его обнаружения на станции сопряжения, и смещенная по времени относительно начала синхросигнала у каждого абонента на разное число элементарных символов [19-23].

Синхросигнал каждого абонента в восходящем канале является основой для построения кадра его канала радиодоступа. Вместе с тем, при регулировании сдвигов по времени синхросигналов абонентов в восходящем канале связи, получается общий для всех абонентов канал связи с известной на станции сопряжения локализацией кадров и границами передаваемых в них базовых матриц с учетом использования циклических префиксов. Поэтому станция сопряжения может распределить базовые матрицы, передаваемые в течение кадра, между одновременно работающими абонентами с учетом разных их скоростей передачи информации, поскольку в течение кадра используются матрицы разных размерностей. Отметим, что после удаления синхросигналов всех абонентов обработка группового сигнала восходящего канала на станции сопряжения ничем не отличается от обработки группового сигнала многолучевого нисходящего канала связи.

Заключение

Перечислим основные преимущества использования систем ортогональных и квазиортогональных матриц на основе матриц-циркулянтов многопозиционных линейных рекуррентных последовательностей для формирования группового сигнала системы радиодоступа.

1. При формировании и обработке соответствующих групповых сигналов, в том числе и в многолучевых каналах, используется обобщенное быстрое преобразование Фурье, обеспечивающее выигрыш по числу элементарных арифметических операций приблизительно в три раза на практике, по сравнению с быстрым преобразованием Фурье, применяемом при обработке OFDM сигналов, формируемых на основе дискретных экспоненциальных функций.

2. К групповому сигналу, сформированному на основе матрицы-циркулянта любой линейной рекуррентной последовательности, можно присоединить широкополосный шумоподобный синхросигнал, обработка которого при его обнаружении в приемнике может производиться с использованием обобщенного быстрого преобразования Фурье того же типа, что и преобразование, используемое при формировании и обработке группового сигнала.

3. Обнаружение данного синхросигнала в приемнике производится на фоне одновременно передаваемого группового информационного сигнала, который при некоторых способах присоединения к нему синхросигнала, рассмотренных в данной статье, создает аддитивную шумоподобную помеху на входе приемника синхросигнала; быстрые алгоритмы обнаружения и синхронизации периодических шумоподобных сигналов с большим периодом повторения,

рассогласованных по частоте и задержке по времени, на фоне помех, в сотни-тысячи раз превосходящих их по мощности, рассмотрены в работах [8, 15, 24-27, 34]; после обнаружения синхросигналов всех лучей, одновременно присутствующих на входе приемника, для уточнения значений частоты и задержки по времени сигнала каждого луча, а также для слежения за их изменениями, можно использовать кольца фазовой автоподстройки частоты и автоматической подстройки времени с перекрестными связями; таким образом, можно реализовать синхронизацию сигналов всех лучей, присутствующих на входе приемника, с точностью до долей длительности элементарного импульса сигнала по времени и, как правило, до нескольких сотен Гц по частоте практически при любом возможном значении ее доплеровского сдвига; кроме того, обработка синхросигналов позволит измерить и мощности сигналов лучей с высокой точностью.

4. Все варианты построения канала радиодоступа физического уровня, описанные в данной статье, не чувствительны к доплеровскому сдвигу частоты, поскольку в них используются шумоподобные сигналы и распределенный по кадру (по времени) синхросигнал, за смещением которого по частоте (и задержке по времени) производится постоянное слежение в канале синхронизации, причем в многолучевом канале связи; уменьшение или увеличение длительности кадра из-за доплеровского сдвига частоты, либо нестабильность тактовой частоты синхросигнала, едва ли может оказать сколько-нибудь существенное влияние на характеристики его обнаружения на всем периоде его повторения, поскольку при тактовых частотах порядка единиц-десятков МГц данная проблема решается при увеличении частоты дискретизации обнаруживаемого синхросигнала с параллельной быстрой обработкой всех его дискретных копий.

5. При циклической перестановке столбцов и строк матрицы-циркулянта любой многопозиционной линейной рекуррентной последовательности, записанной в алфавите $\left\{ e^{j\frac{2\pi 0}{P}}, e^{j\frac{2\pi 1}{P}}, \dots, e^{j\frac{2\pi (P-1)}{P}} \right\}$ и являющейся симметричной ква-

зиортогональной матрицей, вновь получаем симметричную квазиортогональную матрицу, а после присоединения к ней крайнего левого столбца и верхней строки, состоящих лишь из единиц, получим симметричную ортогональную матрицу; благодаря данному свойству этих матриц, при их использовании для формирования группового сигнала системы радиодоступа отсутствуют помехи от соседних поднесущих при многолучевом характере распространения сигнала; отметим, что данным свойством не обладают другие симметричные ортогональные матрицы и, в частности, система дискретных экспоненциальных функций.

6. В многолучевом канале суммирование сигналов соседних лучей производится в соответствии с алгоритмом, описанным в данной статье, при условии синхронизации сигналов лучей по частоте и задержке по времени в многолучевом канале связи, а также измерении мощности сигналов лучей, возможным благодаря использованию шумоподобного синхросигнала.

7. Все поднесущие группового сигнала, сформированного на основе матриц-циркулянтов линейных рекуррентных последовательностей, являются шумоподобными сигналами, занимающими всю выделенную полосу частот, благодаря

чему как отдельные поднесущие, так и групповой сигнал, не чувствительны к доплеровскому сдвигу частоты.

8. При увеличении размерности базовой матрицы-циркулянта, построенной на основе любой линейной рекуррентной последовательности и используемой для построения группового сигнала канала радиодоступа, увеличивается только длительность группового сигнала, передаваемого в выделенной полосе частот, а расширения его спектра не происходит при той же тактовой частоте сигнала, поскольку все поднесущие независимо от их числа, передаются в одной и той же полосе частот; данное свойство позволяет использовать базовые матрицы разных размерностей в течение длительности времени одного кадра и уменьшить приблизительно в три раза суммарную длительность циклического префикса; отметим, что в случае использования OFDM сигналов, формируемых всегда на основе дискретных экспоненциальных функций, при увеличении размерности базовой матрицы уменьшается расстояние по частоте между соседними поднесущими группового сигнала, что приводит к повышению чувствительности системы к доплеровскому сдвигу частоты и увеличению уровня межсимвольных помех, поэтому существует ограничение на число используемых поднесущих в случае OFDM, которое обычно на практике не превышает 1024 или 2048.

Литература

1. *Middlestead R.W.* Digital Communications with Emphasis on Data Modems: Theory, Analysis, Design, Simulation, Testing and Applications. Wiley, 2017. 792 p.
2. *Горгадзе С.Ф., Ермакова А.В., Кудряшова А.Ю.* Многопозиционный доступ на основе циркулярных матриц многопозиционных линейных рекуррентных последовательностей // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Т. 19, № 3. С. 37-51.
3. *Инатов В.П.* Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. М.: Мир связи, 2007. 488 с.
4. *Трахтман А.М., Трахтман В.А.* Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. М.: Сов. Радио, 1975. 208 с.
5. *Горгадзе С.Ф.* Асимметричные модификации обобщенного быстрого преобразования Фурье и Фурье-Адамара // Радиотехника и электроника. 2005. № 3. С. 302-308.
6. *Gorgadze S.F., Boikov V.V.* Test Signals with Multilevel Subcarriers as Applied to Satellite Radio-Navigation Systems // Journal of Communications Technology and Electronics. 2014. Vol. 59, Issue 3, pp. 245-258.
7. *Ши Д.В., Ермакова А.В., Горгадзе С.Ф.* Быстрые спектральные преобразования в усеченном базисе Уолша-Адамара и синхронизация М-подобных последовательностей // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2024. Т. 15, № 5. С. 32-39.
8. *Ермакова А.В., Горгадзе С.Ф.* Синхронизация многозначных линейных рекуррентных последовательностей на основе обобщенного быстрого преобразования Фурье // Электросвязь. 2025. № 4. С. 74-86.
9. *Vu S.D., Ermakova A.V., Gorgadze S.F.* Fast Spectral Transformations in the Truncated Walsh-Hadamard Basic and Synchronization of M-like Sequences // 2024 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Vyborg, Russian Federation, 2024, pp. 1-6, doi: 10.1109/SYNCHROINFO61835.2024.10617540
10. *Ermakova A.V., Gorgadze S.F.* Method for Transforming Matrix Circulants of Multiposition Linear Recurrence Sequences in to Matrices of Vilenkin-Crestenson Functions // 2025 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2025, pp. 1-7, doi: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10947700.
11. *Gorgadze S.F.* Composite Spread Spectrum Signals with Uniform Amplitude Envelope for Satellite Radio-Navigation Systems // Journal of

Communications Technology and Electronics. 2017. Vol. 62, Issue 4, pp. 346-359.

12. *Смирнов Н.И., Горгадзе С.Ф.* Ускоренное обнаружение сверхдлинных синхросигналов и идентификация абонентских станций в спутниковых системах персональной радиосвязи с синхронным разделением каналов // Радиотехника и электроника. 1998. № 12. С. 1495.

13. *Смирнов Н.И., Горгадзе С.Ф.* Помехоустойчивость асинхронных систем передачи с шумоподобными сигналами при действии узкополосных помех // Радиотехника. 1993. № 7. С. 27-36.

14. *Горгадзе С.Ф.* Обнаружение-различение адресных сложных сигналов с использованием быстрых спектральных преобразований при многостанционном доступе с кодовым разделением // Радиотехника и электроника. 2006. № 4. С. 428-436.

15. *Горгадзе С.Ф., Ву Ш.Д.* Обнаружение и синхронизация слабых по мощности шумоподобных сигналов в спутниковой радиосистеме // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Т. 17, №8. С. 4-20. DOI: 10.36724/2072-8735-2023-17-8-4-20.

16. *Горгадзе С.Ф., Ву Ш.Д., Ермакова А.В.* Синхронизация M-последовательностей на основе быстрого преобразования Адамара // Радиотехника и электроника. 2024. Т. 69, № 2. С. 122-136.

17. *Горгадзе С.Ф., Ву Ш.Д., Ермакова А.В.* Синхронизация последовательностей Голда на основе быстрого преобразования в усеченном базисе функций Уолша-Адамара // Радиотехника и электроника. 2024. Т. 69, № 2. С. 137-145.

18. *Бремерман Г.* Распределения, комплексные переменные и преобразования Фурье. М.: Мир, 1968. 276 с.

19. *Смирнов Н.И., Горгадзе С.Ф.* Закономерности в характеристиках энергетических спектров совокупности шумоподобных сигналов // Радиотехника и электроника. 1990. № 4. С. 781-785.

20. *Смирнов Н.И., Горгадзе С.Ф.* Сравнение характеристик спектров различных типов шумоподобных сигналов // Радиотехника. 1990. № 6. С. 6-17.21.

21. *Rine D.C.* Computer Science and Multiple-Valued Logic: Theory and Applications. Elsevier, 1977. 548 p.

22. *Варшавский В.И.* Трехзначная мажоритарная логика // Автоматика и телемеханика. 1964. Т. 5, вып. 5. С. 673-684.

23. *Смирнов Н.И., Горгадзе С.Ф.* Энергетические спектры шумоподобных сигналов различных типов // Радиотехника и электроника. 1990. № 3. С. 556-566.

24. *Свердлик М.Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М.: Советское радио, 1975. 00 с.

25. *Лосев В.В., Бродская Е.Б., Коржик В.И.* Поиск и декодирование сложных дискретных сигналов. М.: Радио и связь, 1988. 223 с.

26. *Малоземов В.Н., Машарский С.М.* Обобщенные вейвлетные базисы, связанные с дискретным преобразованием Виленкина-Крестенсона // Алгебра и анализ. 2001. № 1. С. 111-157.

27. *Питерсон У., Уэлдон Э.* Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976. 600 с.

28. *Горгадзе С.Ф., Ермакова А.В.* Эффективность вариантов многостанционного доступа для сотовых сетей 5G и 6G // Научные технологии в космических исследованиях Земли. 2022. Т. 14. № 2. С. 19-26.

29. *Горгадзе С.Ф., Бойков В.В.* Измерительные сигналы с многопозиционными поднесущими для спутниковых радионавигационных систем // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 3. С. 264.

30. *Смирнов А.В., Горгадзе С.Ф.* Принципы повышения эффективности усиления сигнала с большим пик-фактором // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2013. Т. 7. № 9. С. 132-134.

31. *Вовк А.С., Горгадзе С.Ф.* Сравнительный анализ эффективности каналов связи мобильных сетей с OFDM- и CDMA-сигналами // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. 2011. Т. 11. № 3. С. 50-53.

32. *Горгадзе С.Ф.* Концепция перспективной технологии мобильной связи: OFDM или CDMA? // Электросвязь. 2012. № 7. С. 17-23.

33. *Клишков А.А., Горгадзе С.Ф.* Метод измерения коэффициента усиления группового сложного сигнала нелинейным усилителем // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2009. № S1. С. 76-79.

34. *Кудряшова А.Ю.* Метод эффективного кодирования цветных изображений при условии допустимых и запрещенных значений цветовой гаммы // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Vol. 13, No. 6. P. 65-70. DOI 10.24411/2072-8735-2018-10282. EDN VSDJGJ.

GROUP SIGNALS BASED ON SYMMETRIC ORTHOGONAL MATRICES AND MULTIPATH SIGNAL PROCESSING

Svetlana F. Gorgadze, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, s.f.gorgadze@mtuci.ru

Anastasia V. Ermakova, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, msikisyliya@gmail.com

Anastasia Yu. Kudryashova, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia

Abstract

In the construction of group signals for radio access systems, we consider the use of both traditional symmetric orthogonal matrices, such as the discrete exponential function matrix that forms the basis for OFDM signals, as well as their variants, such as matrix circulants of multiposition linear recurrence sequences. It is shown that the advantage of the latter variant of symmetric orthogonal matrices is the ability to use a generalized fast Fourier transform to process the corresponding group signals. This allows for a threefold increase in the number of elementary arithmetic operations compared to the traditional fast Fourier transform, which forms and processes OFDM signals. This circumstance enables the formation of group signals based on matrices of large dimensions compared to OFDM signals with the same computational complexity of the formation and processing algorithms. Additionally, unlike discrete exponential functions, there are no restrictions on the frequency grid step value of the subcarriers of the formed group signal when using matrix-circulants of linear recurrence sequences. This is because the latter are noise-like signals that occupy the entire allocated frequency band. Consequently, it is theoretically possible to transmit the same number of subcarriers simultaneously in one frequency band, proportionally increasing their transmission time. These circumstances allow for the use of matrices of different dimensions within a frame to form a group signal. This allows for the flexible distribution of channel resources and increases the efficiency of multipath communication channels. In the case of using cyclic prefixes throughout the frame, the total duration is reduced by approximately three times compared to forming a group signal based on matrices of the same dimension. Another important advantage of using symmetric, orthogonal matrices based on matrix circulants of linear recurrence sequences is the ability to attach a synchronous signal to them. This signal can be detected using a generalized fast Fourier transform, which is the same type of transform used to process the group signal of the communication channel. In this paper, we explore different ways to integrate the synchronous signal into the fundamental system of discrete orthogonal functions, which are used to create both the uplink and downlink channels. Synchronizing the frequency and time delay of synchronous signals in a multi-beam communication channel results in Gaussian interference at the solver's input when processing a group information signal. This also results in the absence of Rayleigh fading in the communication channel and the communication system's insensitivity to Doppler frequency shift. Because the circulant matrix of a linear recurrent sequence preserves symmetry and orthogonality under cyclic permutation of its columns and rows, the generalized fast Fourier transform can be used to process multibeam channel signals and eliminate interference from subcarrier signals of neighboring beams, unlike with OFDM signals.

Keywords: symmetric orthogonal matrices, discrete exponential functions, circulant matrices, multi-position linear recurrence sequences, generalized fast Fourier transform, synchronous signals, multibeam communication channels, downlink channels, and uplink channels

References

- [1] R.W. Middlestead, "Digital Communications with Emphasis on Data Modems: Theory, Analysis, Design, Simulation, Testing and Applications," Wiley, 2017. 792 p.
- [2] S.F. Gorgadze, A.V. Ermakova, A.Yu. Kudryashova, "Multistation access based on circular matrices of multiposition linear recurrence sequences," *T-Comm*. 2025. Vol. 19. No. 3, pp. 37-51.
- [3] V.P. Ipatov, "Broadband systems and code division of signals," Moscow: Mir svyaz, 2007. 488 p.
- [4] A.M. Trakhtman, V.A. Trakhtman, "Fundamentals of the discrete signals theory on the finite intervals," Moscow: Sov. Radio, 1975. 208 p.
- [5] S.F. Gorgadze, "Asymmetric modifications of the generalized fast Fourier and Fourier-Adamar transform," *Radiotekhnika and elektronika*. 2005. No. 3, pp. 302-308.
- [6] S.F. Gorgadze, V.V. Boikov, "Test Signals with Multilevel Subcarriers as Applied to Satellite Radio-Navigation Systems," *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2014. Vol. 59, Issue 3, pp. 245-258.
- [7] Wu Shi D., A.V. Ermakova, S.F. Gorgadze, "Fast spectral transformations in the truncated Walsh-Adamar basis and synchronization of M-like sequences," *Systems of synchronization, formation and signal processing*. 2024. Vol. 15. No. 5, pp. 32-39.
- [8] A.V. Ermakova, S.F. Gorgadze, "Synchronization of multivalued linear recurrence sequences on the basis of generalized linear recurrence. sequences on the basis of generalized fast Fourier transform," *Elektrosvyaz*. 2025. No. 4, pp. 74-86.
- [9] S. D. Vu, A. V. Ermakova, and S. F. Gorgadze, "Fast Spectral Transformations in the Truncated Walsh-Hadamard Basic and Synchronization of M-like Sequences," *2024 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO)*, Vyborg, Russian Federation, 2024, pp. 1-6, doi: 10.1109/SYNCHROINFO61835.2024.10617540.
- [10] A. V. Ermakova and S. F. Gorgadze, "Method for Transforming Matrix Circulants of Multiposition Linear Recurrence Sequences Into Matrices of Vilenkin-Crestenson Functions," *2025 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russian Federation, 2025, pp. 1-7, doi: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10947700.
- [11] S.F. Gorgadze, "Composite Spread Spectrum Signals with Uniform Amplitude Envelope for Satellite Radio-Navigation Systems," *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2017. Vol. 62, Issue 4, pp. 346-359.
- [12] N.I. Smirnov, S.F. Gorgadze, "Accelerated detection of extra-long synchronous signals and identification of subscriber stations in satellite systems of personal radio communication with synchronous channel separation," *Radiotekhnika and elektronika*. 1998. No. 12, pp. 1495.
- [13] N.I. Smirnov, S.F. Gorgadze, "Interference immunity of asynchronous transmission systems with noise-like signals under the action of narrowband interference," *Radiotekhnika*. 1993. No. 7, pp. 27-36.
- [14] S.F. Gorgadze, "Detection-discrimination of the address complex signals with the use of the fast spectral transformations at the multistation access with the code division," *Radiotekhnika i elektronika*. 2006. No. 4, pp. 428-436.
- [15] S.F. Gorgadze, S.D. Wu, "Detection and synchronization of the weak power noise-like signals in the satellite radio system," *T-Comm*. 2023. Vol. 17. No. 8, pp. 4-20. DOI: 10.36724/2072-8735-2023-17-8-4-20.
- [16] S.F. Gorgadze, Sh.D. Wu, A.V. Ermakova, "Synchronization of M-sequences on the basis of fast Adamar transformation," *Radiotekhnika and elektronika*. 2024. Vol. 69. No. 2, pp. 122-136.
- [17] S.F. Gorgadze, Sh.D. Wu, A.V. Ermakova, "Gold sequences synchronization on the basis of fast transformation in the truncated basis of Walsh-Adamar functions," *Radiotekhnika i elektronika*. 2024. Vol. 69. No. 2, pp. 137-145.
- [18] G. Bremerman, "Distributions, complex variables and Fourier transforms," Moscow: Mir, 1968. 276 p.
- [19] N.I. Smirnov, S.F. Gorgadze, "Regularities in the characteristics of the energy spectra of a set of noise-like signals," *Radio engineering and electronics*. 1990. No. 4, pp. 781-785.
- [20] N.I. Smirnov, S.F. Gorgadze, "Comparison of characteristics of spectra of different types of noise-like signals," *Radiotekhnika*. 1990. No. 6, pp. 6-17.21.
- [21] D.C. Rine, "Computer Science and Multiple-Valued Logic: Theory and Applications," Elsevier, 1977. 548 p.
- [22] V.I. Varshavskiy, "Three-valued majoritarian logic," *Automation and Telemekhanics*. 1964. Vol. 5, issue 5, pp. 673-684.
- [23] N.I. Smirnov, S.F. Gorgadze, "Energy spectra of noise-like signals of various types," *Radio Engineering and Electronics*. 1990. No. 3, pp. 556-566.
- [24] M.B. Sverdlik, "Optimal discrete signals," Moscow: Soviet Radio, 1975. 200 p.
- [25] V.V. Losev, E.B. Brodskaya, V.I. Korzhik, "Search and decoding of complex discrete signals," Moscow: Radio and communication, 1988. 223 p.
- [26] V.N. Malozemov, S.M. Masharsky, "Generalized wavelet bases related to the discrete Vilenkin-Krestenson transform," *Algebra and Analysis*. 2001. No. 1, pp. 111-157.
- [27] W. Peterson, E. Weldon, "Codes correcting errors," Moscow: Mir, 1976. 600 p.
- [28] S.F. Gorgadze, A.V. Ermakova, "Efficiency of the multistation access variants for 5G and 6G cellular networks," *Science-intensive technologies in space research of the Earth*. 2022. Vol. 14. No. 2, pp. 19-26.
- [29] S.F. Gorgadze, V.V. Boykov, "Measuring signals with multi-position subcarriers for satellite radionavigation systems," *Radio engineering and electronics*. 2014. Vol. 59. No. 3, pp. 264.
- [30] A.V. Smirnov, S.F. Gorgadze, "Principles of increasing the efficiency of signal amplification with a large peak factor," *T-Comm*. 2013. Vol. 7. No. 9, pp. 132-134.
- [31] A.S. Vovk, S.F. Gorgadze, "Comparative analysis of the efficiency of communication channels of mobile networks with OFDM- and CDMA-signals," *Fundamental problems of radioelectronic instrumentation*. 2011. Vol. 11. No. 3, pp. 50-53.
- [32] S.F. Gorgadze, "Concept of a promising mobile communication technology: OFDM or CDMA?," *Elektrosvyaz*. 2012. No. 7, pp. 17-23.
- [33] A.A. Klinkov, S.F. Gorgadze, "Method of measuring the gain of a group complex signal by a nonlinear amplifier," *T-Comm*. 2009. No. S1, pp. 76-79.
- [34] A. Y. Kudryashova, "A method of efficient coding of color images under the condition of permissible and forbidden values of color gamut," *T-Comm*. 2019. Vol. 13, No. 6, pp. 65-70. DOI 10.24411/2072-8735-2018-10282.