

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА РЕЗОНАНСНЫХ ПИКОВ ПРОЗРАЧНОСТИ ПРИ ОБРАЗОВАНИИ ЦЕПОЧКИ БАРЬЕРОВ

DOI: 10.36724/2072-8735-2021-15-5-46-51

Жилинский Алексей Петрович,
Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия, zhilinsk@yandex.ru

Дегтярев Владимир Фомич,
Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия, vfsteel2008@gmail.com

Manuscript received 10 December 2020;
Accepted 26 January 2021

Ключевые слова: квантовая механика,
квантовый барьер, волновая функция,
прозрачность, наноэлектроника, туннелирование

Рассмотрены некоторые особенности энергетического спектра и волновых функций микрочастиц в цепочке потенциальных барьеров. Рассматриваемая структура представляет собой последовательность прямоугольных потенциальных ям и барьеров, сквозь которую движется частица. Как известно, при образовании подобной цепочки в звене возникают резонансные уровни, для которых прозрачность системы равна единице. С увеличением числа звеньев эти уровни и соответствующие волновые функции испытывают существенную перестройку. Происходит расщепление этих уровней на близкие подуровни, энергия которых зависит от параметров барьеров и числа звеньев в цепочке. Определена добротность образующихся уровней и ее зависимость от характеристик цепочки. Исследована зависимость волновой функции от параметров цепочки. Показано, что между квантовым туннелированием частиц через систему барьеров и распространением электромагнитных волн через электрические фильтры имеется определенная аналогия. Обсуждаются особенности резонансных явлений в этих системах. Развитые представления могут быть использованы в наноэлектронике при разработке и конструировании новых приборов на основе квантовых туннельных эффектов, а также при изучении в ВУЗах соответствующих разделов курса физики.

Информация об авторах:

Жилинский Алексей Петрович, профессор, д.ф.-м.н., Московский технический университет связи и информатики, кафедра физики, Москва, Россия.

Дегтярев Владимир Фомич, доцент, к.ф.-м.н., Московский технический университет связи и информатики, кафедра физики, Москва, Россия

Для цитирования:

Жилинский А.П., Дегтярев В.Ф. Некоторые свойства резонансных пиков прозрачности при образовании цепочки барьеров // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2021. Том 15. №5. С. 46-51.

For citation:

Zhilinsky A.P., Degtyarev V.F. (2021) Some properties of resonant transparency peaks in the formation of a chain of barriers. *T-Comm*, vol. 15, no. 5, pp. 46-51. (in Russian)

Взаимодействие микрочастиц с потенциальными барьерами различной природы и формы – основа квантовой физики и нанoeлектроники, которая определяет работу современных радиотехнических приборов и комплексов, систем передачи и обработки информации. Современный рост интереса к изучению квантового туннелирования связан также с прогрессом в нанoeлектронике (см., например, [1]), где возникает возможность использования квантовых эффектов для качественно новых технологий [1, 2].

Приоритет в идее использовать эффект резонансного туннелирования электронов в слоистых тонкопленочных структурах металл – диэлектрик принадлежит Л.В. Иогансену [3-5]. Им предложены конструкции слоистых интерферометров, тонкопленочных диодов, триодов и т. п. В последние десятилетия стало возможным получение и исследование одноэлектронных транзисторов, квантовых точек, и других мезоскопических систем. В связи с этим большой интерес вызывают задачи, связанные с туннелированием, в том числе и через резонансные уровни. В то время как движение микрочастицы в изолированной системе представляет достаточно хорошо изученное явление, эти явления в других системах изучены еще недостаточно.

В настоящее время полупроводниковые квантово-размерные структуры, в частности гетероструктуры с квантовыми ямами (КЯ) и барьерами (КБ), занимают лидирующие позиции в качестве материалов для опто- и нанoeлектроники. Туннелирование носителей заряда сквозь потенциальный барьер в подобных структурах находит широкое практическое применение. Интерес к многобарьерным квантовым структурам обусловлен видом их вольтамперной характеристики с участком отрицательного дифференциального сопротивления, малой инерционностью процесса (длительность имеет порядок 10^{-15} с) и практически полной ее независимостью от температуры [6,7].

Основным параметром туннельного эффекта является коэффициент пропускания (прозрачности) потенциального барьера или цепочки барьеров. Эта характеристика является ключевой при проектировании приборов. Расчет этого параметра в литературе производится, как правило, на примере системы прямоугольных потенциальных барьеров с/или без КЯ [8, 9]. Поэтому понимание физики процессов туннелирования является базисом создания целого ряда резонансно-туннельных приборов.

Задачи распространения волн (электромагнитных, электронных) в слоистых средах возникают и во многих других разделах науки и техники. В частности, такие среды, как плазма, ионосфера, атмосфера, океан, содержат слоистые структуры. Решение задач прохождения волн в этих средах, расчет коэффициентов отражения и прохождения при распространении электромагнитных волн имеют большое значение как для расчета радиотрасс с отражением от ионосферы, так и для многих задач дистанционной диагностики ионосферной плазмы [10]. Поэтому вопросы, рассмотренные в данной работе, могут представлять интерес и для специалистов этих направлений.

В настоящей работе нахождение волновых функций и коэффициентов прозрачности системы барьеров проводилось путем непосредственного решения стационарного уравнения Шредингера в системе компьютерной алгебры MAPLE, которое в данном случае имеет вид

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\Psi = 0 \quad (1)$$

где E – энергия налетающей на цепочку микрочастицы; Ψ – волновая функция. Амплитуда падающей волны принималась равной единице ($\Psi_{in}(x) = e^{ikx}$). По зависимости $T(E)$ (T – коэффициент прозрачности цепочки) определялась энергетическая ширина пика ΔE_{05} на половине его высоты и добротность ($Q = \frac{E_{max}}{\Delta E_{05}}$).

Уравнения типа (1) возникают также в задачах сейсмологии, оптики, физики плазмы, например, при описании падения плоской волны на слоистую среду под различными углами [11].

Полученные результаты можно использовать для описания распространения любых плоских волн, если их «стационарное состояние» описывается уравнением, аналогичным (1). Так, например, при нормальном падении плоской электромагнитной волны на слой «бесстолкновительной» плазмы (см., [11]) в полученных решениях следует заменить $U(x)$ на $\omega_p^2(x)$ (плазменную частоту), E на ω^2 , $2m/\hbar^2$ на $1/c^2$.

Поскольку зависимость $U(x)$ описывает в пространстве плоские неоднородности, то при наклонном падении волны на такие неоднородности все приведенные ниже особенности решений останутся справедливыми, если заменить E на $E_{eff} = E(1 - \sin^2\theta) = E\cos^2\theta$, где θ – угол падения плоской волны на барьер. Резонансные значения энергии будут при этом зависеть от θ .

Свойства резонансных пиков в отдельном звене цепочки

Рассмотрим сначала элементарное звено цепочки, состоящей из последовательности потенциальных ям и барьеров. Известно, что в потенциальной яме конечной глубины при $E < U_0$ образуются доступные дискретные значения энергии (резонансные уровни), положение которых определяется шириной ямы и ее глубиной. При этом, на ширине ямы укладывается целое число полуволн волновой функции (Ψ). Пусть, в качестве примера, звено представляет собой потенциальную яму шириной $b = 10$ А, с барьером толщиной $a = 10$ А и высотой $U_0 = 2$ эВ. Резонансные уровни и волновые функции для этой структуры приведены на рисунках 1 и 2. В случае нижнего уровня на ширине ямы укладывается одна полуволна, среднего – две и т.д. Этим уровням соответствуют энергии $E_{01} = 0.228949$ эВ, $E_{02} = 0.887201$ эВ и $E_{03} = 1.818140$ эВ (рис. 1 б,в,г). Слева и справа от барьеров волновая функция представляет собой бегущую волну одинаковой амплитуды ($A_{пад} = A_{пр} = 1$).

Отметим основные особенности резонансных пиков, которые иллюстрируются на рисунках 2-6.

1. Энергия пиков соответствует положению энергетических уровней в яме такой же глубины (толщина барьера считается бесконечно большой). Это легко понять, если учесть, что оба типа пиков соответствуют условию, что на ширине ямы уместится одинаковое число полуволн.

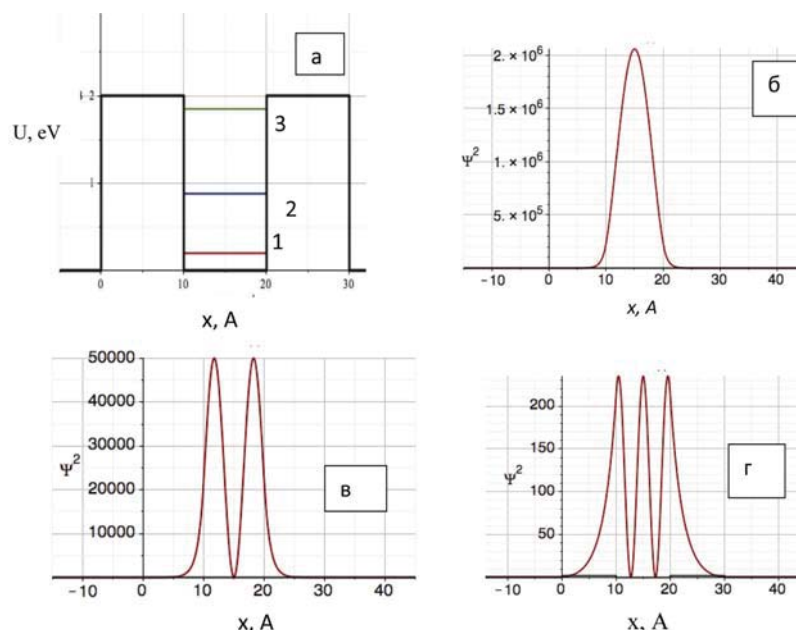


Рис. 1. Структура (а) и волновые функции резонансных уровней элементарного звена цепочки (б,в,г); б) на ширине ямы укладывается одна полуволна (1); в) две полуволны (2); г) три полуволны (3).
 Параметры резонансных пиков: б) $E_{01}=0.2289949$ эВ, $\Delta E_{05}=2.80 \cdot 10^{-7}$ эВ; в) $E_{02}=0.887201$ эВ, $\Delta E_{05}=2.14 \cdot 10^{-5}$ эВ; г) $E_{03}=1.818140$ эВ, $\Delta E_{05}=4.85 \cdot 10^{-3}$ эВ

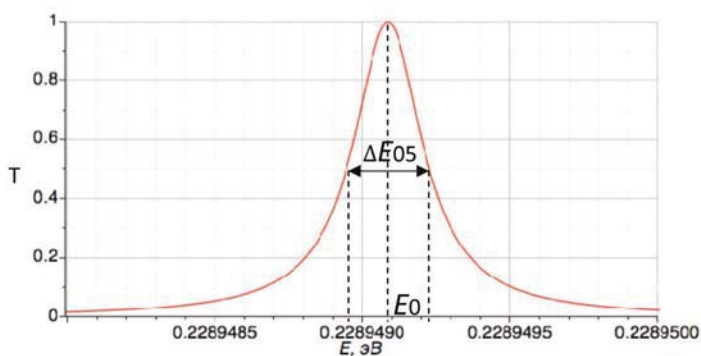


Рис. 2. Зависимость прозрачности одного звена цепочки от энергии микрочастицы для резонансного пика $E_{01}=0.228949$ эВ

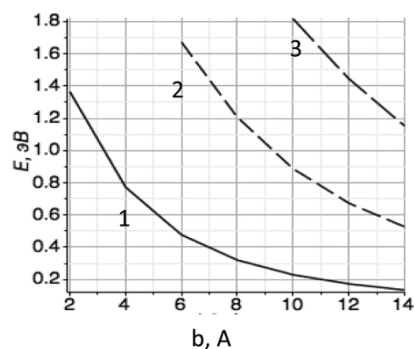


Рис. 3. Зависимость энергии резонансных пиков от ширины ямы ($a=10$ A): 1 – на ширине ямы размещается одна полуволна; 2 – две полуволны; 3 – три полуволны

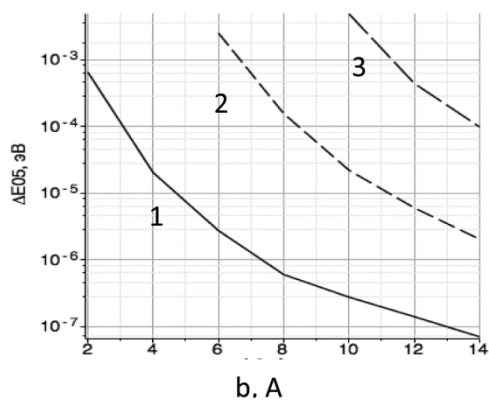


Рис. 4. Зависимость полуширины резонансных пиков от ширины ямы ($a=10$ A): 1 – на ширине ямы размещается одна полуволна; 2 – две полуволны; 3 – три полуволны

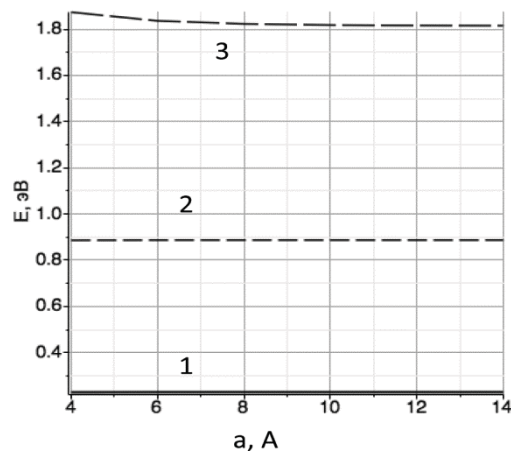


Рис. 5. Зависимость энергии резонансных пиков от толщины барьера ($b=10$ A): 1 – на ширине ямы размещается одна полуволна; 2 – две полуволны; 3 – три полуволны

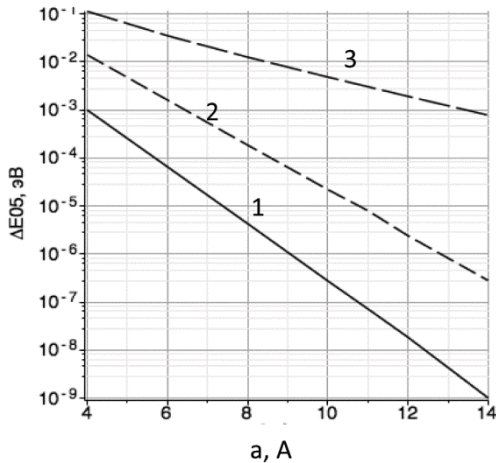


Рис. 6. Зависимость полуширины резонансных пиков от толщины барьера (b= 10 Å): 1 – на ширине ямы размещается одна полуволна; 2 – две полуволны; 3 – три полуволны

Энергетическое положение пиков зависит от ширины ямы и высоты барьера. При этом с ростом числа полувольт, укладываемых на ширине ямы, возрастает полуширина пиков и уменьшается их энергия (рис. 3, 4). При постоянной ширине ямы положение резонансных пиков не зависит от ширины потенциального барьера, разделяющего звенья (рис. 5). В то же время практически экспоненциально уменьшается их полуширина, что связано с практическим отсутствием эффекта «вытекания» при добротности более 10² (рис. 6).

2. Рассмотрим вопрос о ширине резонансных пиков [9,12]. Ширина линии (ΔE) определяется прежде всего временем пребывания частицы в цепочке (τ). Обе величины связаны соотношением неопределенности для энергии

$$\Delta E \cdot \tau \geq \hbar. \quad (2)$$

Чем больше это время, тем меньше ширина линии. В нашем случае основную роль играют два фактора: число столкновений в единицу времени с потенциальным барьером (n) и прозрачность этого барьера (T). Число столкновений можно оценить следующим образом. Если ширина потенциальной ямы, в которой находится электрон, равна b и

его скорость $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$, то за 1сек электрон подойдет к барьеру

$$n = \frac{v}{b} = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{2E}{m}} \text{ раз.}$$

В цепочке микрочастицы приобретают способность переходить от одного звена к другому. Этот переход осуществляется путем туннельного прохождения электрона сквозь потенциальный барьер, разделяющий звенья. В нашем случае прозрачность барьера определяется соотношением

$$T = T_0 \exp\left(-2a \cdot \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}\right) \quad (3)$$

где U₀ – высота барьера, a – его толщина, T₀ – множитель, по порядку величины, близкий к единице.

Выражение

$$\gamma = \frac{v}{b} T = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{2E}{m}} T_0 \exp\left(-2a \cdot \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}\right) \quad (4)$$

дает частоту перехода электрона в соседнюю ячейку. Тогда для ширины резонансного уровня получим

$$\Delta E = h\gamma = \frac{h}{b} \sqrt{\frac{2E}{m}} T_0 \exp\left(-2a \cdot \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}\right) \quad (5)$$

Для второго энергетического уровня E₀₂ = 0.89 эВ при b = a = 10⁻⁹ м, v = 10⁻⁶ м/с и U₀ – E = 1.2 эВ получим ΔE ≈ 8*10⁻⁵ эВ, что по порядку величины соответствует численному значению (рис. 1в).

Начальный этап образования цепочки (2 и 3 звена)

Рассмотрим, как перестраиваются резонансные пики на начальных стадиях образования цепочки, которая состоит из двух-трех звеньев. Расчетные параметры пиков (энергия, ширина на уровне 0.5, добротность) приведены в таблице 1.

Таблица 1

Параметры резонансных пиков в цепочке, состоящей из 1,2 и 3 звеньев

| Число звеньев | Номера уровней | Энергия, эВ | Ширина пика на половине его высоты, эВ | Добротность | Сумма полуширин пиков, эВ |
|---------------|----------------|-------------|--|----------------------|---------------------------|
| 1 | 1 | 0.228949 | 2.80 10 ⁻⁷ | 8.17*10 ⁵ | 2.8 10 ⁻⁷ |
| | 2 | 0.228848 | 1.40 10 ⁻⁷ | 1.63 10 ⁶ | |
| | 3 | 0.229049 | 1.40 10 ⁻⁷ | 1.64 10 ⁶ | |
| 2 | 1 | 0.228806 | 7.00 10 ⁻⁸ | 3.27 10 ⁶ | 2.8 10 ⁻⁷ |
| | 2 | 0.228949 | 1.40 10 ⁻⁷ | 1.63 10 ⁶ | |
| | 3 | 0.229091 | 7.00 10 ⁻⁸ | 3.27 10 ⁶ | |
| 3 | 1 | 0.887202 | 2.20 10 ⁻⁵ | 4.18 10 ⁵ | 2.2 10 ⁻⁵ |
| | 2 | 0.886006 | 1.06 10 ⁻⁵ | 8.36 10 ⁵ | |
| | 3 | 0.888405 | 1.13 10 ⁻⁵ | 8.77 10 ⁵ | |
| 4 | 1 | 0.885513 | 5.29 10 ⁻⁶ | 1.67 10 ⁵ | 2.14 10 ⁻⁵ |
| | 2 | 0.887201 | 1.07 10 ⁻⁵ | 8.29 10 ⁵ | |
| | 3 | 0.888901 | 5.43 10 ⁻⁶ | 1.64 10 ⁵ | |
| 5 | 1 | 1.818140 | 4.86 10 ⁻³ | 374.10 | 4.86 10 ⁻³ |
| | 2 | 1.800650 | 2.04 10 ⁻³ | 882.67 | |
| | 3 | 1.837940 | 3.00 10 ⁻³ | 612.65 | |
| 6 | 1 | 1.793932 | 9.54 10 ⁻⁴ | 1880.43 | 5.03 10 ⁻³ |
| | 2 | 1.818142 | 2.43 10 ⁻³ | 748.21 | |
| | 3 | 1.847032 | 1.65 10 ⁻³ | 1109.33 | |

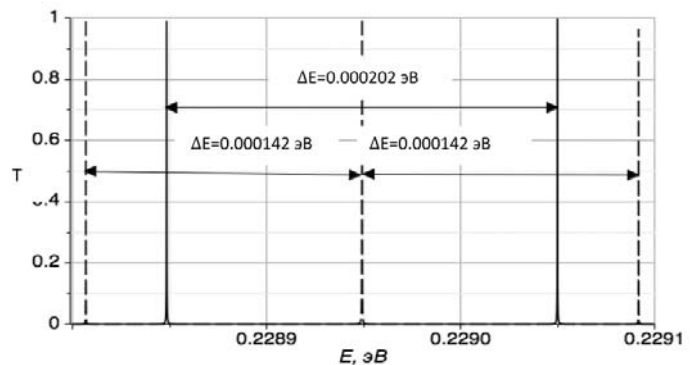


Рис. 7. Схема расщепления резонансных уровней в цепочке, состоящей из 2-х (сплошная линия) и 3-х (пунктирная линия) звеньев

1. При увеличении числа звеньев цепочки происходит расщепление резонансных пиков на несколько подуровней. Их число увеличивается пропорционально числу звеньев цепи. На рисунке 7 представлена схема расщепления уровней для цепочки, состоящей из 2-х, и 3-х звеньев. Число линий совпадает с числом звеньев. Если число звеньев нечетное, то средняя линия сохраняется, если нечетное, то пропадает.

2. Объяснить расщепление резонансных пиков можно взаимодействием звеньев при образовании цепочки. Исследование колебаний в системах, состоящих из N одинаковых звеньев, проводилось в ряде работ (например, [13, 14]). В соответствии с [13, 14], расчеты для систем, состоящих из двух и трех звеньев дали следующие результаты:

Систему из двух связанных звеньев можно рассматривать как два независимых осциллятора с резонансными частотами, равными

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+K}} \quad \text{и} \quad \omega_2 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-K}}$$

При этом осцилляторы с частотой ω_1 совершают колебания в одной фазе, а с ω_2 в противофазе (волновые функции в ячейках 1 и 2 имеют противоположные знаки).

Система, состоящая из трех осцилляторов имеет три резонансные частоты

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+K^*}}, \quad \omega_2 = \omega_0, \quad \omega_3 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-K^*}}$$

Здесь K и K^* – коэффициенты взаимной связи для цепочек, состоящих из 2-х и 3-х звеньев соответственно, ω_0 – частота собственных колебаний отдельного звена. Величина расщепления существенно зависит от энергии связи звеньев, что в свою очередь определяется шириной потенциального барьера между звеньями. Зависимость величины расщепления и коэффициента связи от ширины барьера показана на рисунке 8. Эта зависимость, как видно из рисунка, носит экспоненциальный характер, что соответствует зависимости прозрачности барьера от его ширины. Таким образом, свойства разрешенных состояний в цепочках существенно связаны с интегралами перекрытия волновых функций в барьерах.

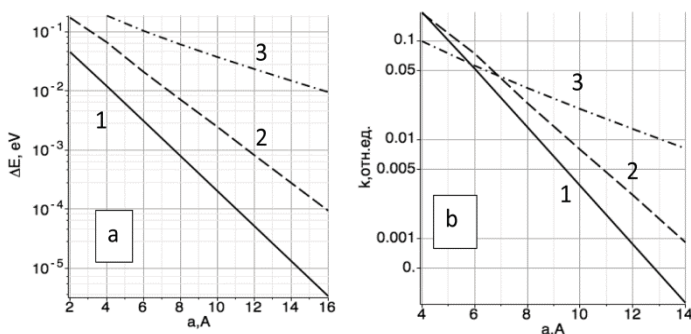


Рис. 8. Зависимость расстояния между пиками прозрачности (а) и коэффициента связи (б) от ширины барьера для цепочки, состоящей из двух звеньев ($U_0=2.0$ эВ, $b=10.0$ А): 1 – первый уровень ($E=0.228949$ эВ); 2 – второй уровень ($E=0.887202$ эВ); 3 – третий уровень ($E=1.818140$ эВ). Для первого уровня на ширине ямы укладывается одна полуволна Ψ , для второго – две, для третьего – три

С увеличением энергии резонансного уровня растет коэффициент взаимной связи звеньев, что вызвано увеличением прозрачности барьеров.

3. Резонансные пики имеют достаточно узкие линии, причем их полуширина равна сумме полуширин составляющих, образовавшихся в результате взаимодействия звеньев (см. табл. 1).

4. При расщеплении пиков значительные изменения претерпевает и волновая функция цепочки. Графики волновых функций приведены на рисунке 9.

Следует обратить внимание на симметричную конфигурацию пиков. Именно такая конфигурация обеспечивает равенство потоков частиц слева направо и справа налево, что и дает наибольшую прозрачность барьера. Обратим также внимание на то, что на рисунке 9а при $30 < x < 40$ А нет пика, но все равно потоки в обоих направлениях равны и следовательно прозрачность близка к единице.

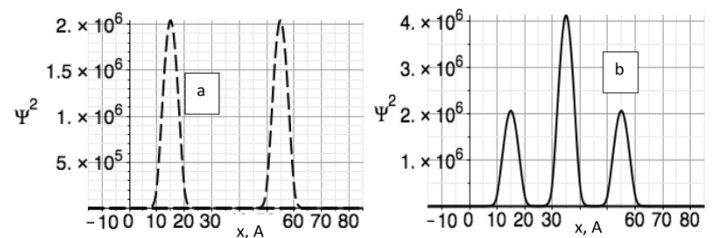


Рис. 9. Волновые функции цепочки, состоящей из трех звеньев: а – энергия частицы соответствует среднему пику (0.228949 эВ); б – энергия частицы соответствует первому (0.228806 эВ) или третьему пику (0.229091 эВ) (см. рис.7, пунктирная кривая)

В этой области при резонансе возникает бегущая волна ($\Psi^2 = \text{const}$) и обратная связь между 1 и 3 ямами отсутствует (нет центрального пика), однако, вероятность обнаружения микрочастицы внутри цепочки увеличивается. Обратим также внимание на то, что при высокой добротности состояний, как это имеет место в рассматриваемом случае, волновые функции в цепочках должны представлять собой практически стоячие волны.

5. Из таблицы 1 и рисунка 9 видно, что добротность каждого «отщепленного» состояния зависит от степени заполнения ям в цепочке. Так, по сравнению с одной ячейкой в цепочке из трех ям для среднего пика вероятность обнаружения микрочастицы внутри цепочки оказывается в два раза больше, а для 1-го и 3-го пиков – в четыре раза. Соответственно также изменяется и добротность пиков (см. табл. 1), что обусловлено изменением времени пребывания микрочастицы в каждом из состояний в соответствии с (1).

В данной работе изложены в основном результаты компьютерных экспериментов. Эти результаты естественно требуют дальнейшего развития и осмысления. В дальнейших работах планируется рассмотреть цепочки большей длины и провести более детальное теоретическое исследование их свойств. Полученные результаты будут опубликованы в последующих работах.

Литература

1. Демиковский В.Я., Вугальтер Г.А. Физика квантовых низкоразмерных структур, М., Логос, 2000, 248 с.
2. Dovzhenko Y. Nonadiabatic quantum control of a semiconductor charge qubit // *Physical Review B*. 2011. Т. 84. № 16. С. 161302.
3. Иогансен Л.В. О возможности резонансного прохождения электронов в кристаллах через системы барьеров // *ЖЭТФ*. 1963. Т. 45. № 2. С. 207-213.
4. Иогансен Л.В. О резонансном туннелировании электронов в кристаллах // *ЖЭТФ*. 1964. Т. 47. № 2. С. 270-277.
5. Иогансен Л.В. Тонкопленочные электронные интерферометры // *Успехи физических наук*. 1965. Т. 86. Вып. 5. С. 175-179.
6. Kapteyn C. M. A. Carrier emission and electronic properties of self-organized semiconductor quantum dots: dissertation. Berlin: Mensch&Buch Verlag, 2001. 156 p.
7. Schmalz K., Yassievich I.N. Characterization of Si/Si_{1-x}Ge_x/Si quantum wells by space-charge spectroscopy // *Physical review B*. 1994. Vol. 50. № 1. P. 14287-14301.
8. Драгунов В.П., Неизвестный И.Г., Гридчин В.А. Основы нанoeлектроники. Новосибирск: НГТУ, 2000. 331 с.
9. Аладышкин А.Ю. Туннельные явления в нанofизике. Нижегород. гос. ун-т. Н. Новгород, 2011. 32 с.
10. Стефанчук А.Д. Расчет полей электромагнитных волн в слоистой ионосфере с учетом нелинейных эффектов. Автореферат канд. дисс. М., 2000, 24 с.
11. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е. Основы физики плазмы, СПб, изд. Лань, 2011, 448 с.
12. Епифанов Г.И. Физика твердого тела. М.: Высшая школа, 1965. 275 с.
13. Крауфорд Ф. Берклеевский курс физики, т. 3, Волны. М.: Наука, 1984. 521 с.
14. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. СПб.: Лань, 2005. 440 с.

SOME PROPERTIES OF RESONANT TRANSPARENCY PEAKS IN THE FORMATION OF A CHAIN OF BARRIERS

Alexey P. Zhilinsky, Moscow technical University of communications and Informatics, Moscow, Russia, zhilinsk@yandex.ru
Vladimir F. Degtyarev, Moscow technical University of communications and Informatics, Moscow, Russia, vfsteel2008@gmail.com

Abstract

Some features of the energy spectrum and wave functions of microparticles in the chain of potential barriers are considered. The structure under consideration is a sequence of rectangular potential wells and barriers through which the particle moves. As is known, when such a chain is formed, resonant levels arise in the link, for which the transparency of the system is equal to one. As the number of links increases, these levels and the corresponding wave functions undergo a significant rearrangement. These levels are split into close sublevels, the energy of which depends on the parameters of the barriers and the number of links in the chain. The q-factor of the resulting levels and its dependence on the characteristics of the chain are determined. The dependence of the wave function on the chain parameters is investigated. It is shown that there is a certain analogy between quantum tunneling of particles through a system of barriers and propagation of electromagnetic waves through electric filters. The features of resonant phenomena in these systems are discussed. The developed concepts can be used in nanoelectronics in the development and construction of new devices based on quantum tunneling effects, as well as in the study of relevant sections of the physics course in higher Education institutions.

Keywords: quantum mechanics, quantum barrier, wave function, transparency, nanoelectronics, tunneling.

References

1. Demikhovskiy V.Ya., Vugalter G.A. (2000). Physics of quantum low-dimensional structures. Moscow: Logos. 248 p.
2. Dovzhenko Y. (2011). Nonadiabatic quantum control of a semiconductor charge qubit. *Physical Review B*. Vol. 84. No. 16. P 161302
3. Johansen L.V. (1963). On the possibility of resonant passage of electrons in crystals through barrier systems. *ZhETF*. Vol. 45. No 2. P. 207-213.
4. Johansen L.V. (1964). On resonant tunneling of electrons in Crystals. *ZhETF*. Vol. 47. No 2. P. 270-277
5. Johansen L.V. (1965). Thin-film electronic interferometers. *Advances in physical Sciences*. Vol. 86. Issue 5. P. 175-179.
6. Kapteyn C. M. (2001). A. Carrier emission and electronic properties of self-organized semiconductor quantum dots: dissertation. Berlin: Mensch&Buch Verlag. 156 p.
7. Schmalz K., Yassievich I.N. (1994). Characterization of Si/Si_{1-x}Ge_x/Si quantum wells by space-charge spectroscopy. *Physical review B*. Vol. 50. No 1. P. 14287-14301.
8. Dragunov V.P., Neizvestny I.G., Gridchin V.A. (2000). Fundamentals of nanoelectronics. Novosibirsk: NSTU. 331 p.
9. Aladyshkin A.Yu. (2011). Tunnel phenomena in Nanophysics / Nizhegorod. state. UN-T. N. Novgorod. 32 p.
10. Stefanчук A.D. (2000). Calculation of electromagnetic wave fields in the layered ionosphere taking into account nonlinear effects. Abstract. Moscow. 24 p.
11. Golant V.E., Zhilinsky A.P., Sakharov I.E. (2011). Fundamentals of plasma physics, St. Petersburg, ed. LAN. 448 p.
12. Epifanov G.I. (1965). Solid state Physics. Moscow: High school. 275 p.
13. Crawford F. (1984). Berkeley course of physics. Vol. 3, Waves. Moscow: Nauka. 521 p.
14. Strelkov S.P. (2005). Introduction to the theory of vibrations. St. Petersburg: LAN. 440 p.

Information about authors:

Alexey P. Zhilinsky, Professor, doctor of Ph. D., Moscow technical University of communications and Informatics, Department of physics, Moscow, Russia
Vladimir F. Degtyarev, associate Professor, Ph. D., Moscow technical University of communications and Informatics, Department of physics, Moscow, Russia