

РАВНОВЕСИЕ НЭША ПРИ ВЫДЕЛЕНИИ ПЛОЩАДЕЙ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ ПЛАТНЫХ И БЕСПЛАТНЫХ ПАРКОВОК С УЧЕТОМ ИНТЕРЕСОВ АВТОМОБИЛИСТОВ, ГОРОДСКИХ ВЛАСТЕЙ И ВЛАДЕЛЬЦЕВ ПАРКОВОК

DOI: 10.36724/2072-8735-2022-16-7-36-43

Корягин Марк Евгеньевич,

Сибирский государственный университет путей сообщения,
г. Новосибирск, Россия, markkoryagin@yandex.ru

Игорь Альбертович Вылегжанин,

Сибирский государственный университет путей сообщения,
г. Новосибирск, Россия, ig.vylegzhanin@yandex.ru

Manuscript received 11 May 2022;

Accepted 27 May 2022

Ключевые слова: парковочное поведение, парковочная политика, плата за парковку, парковочное место, городской транспорт, планирование землепользования, теория игр

Рассматривается задача оптимизации распределения городской территории возле некоторого центра притяжения (аэропорта, вокзала, ТРЦ и т.п.) между платной и бесплатной парковками. При прочих равных условиях водитель автомобиля предпочтет выбрать бесплатную парковку, но дополнительный спрос приведет к сокращению свободных мест и увеличит время на поиск парковочного места. Однако водители автомобилей имеющие высокую стоимость своего времени предпочтут заплатить за парковку для снижения временных затрат. Собственники платной парковки определяют размер платы за парковку – при достаточно низкой цене все парковочные места будут заняты и возникнут проблемы с паркованием, кроме того будет иметь место упущенная выгода. Упущенная выгода будет иметь место и при достаточно высокой цене, так как при повышении цены все меньшее количество автомобилистов будет готово воспользоваться услугами платной парковки. Задача городских властей – определить, какую часть земельного участка следует выделить под платную парковку при условии, что остальная часть земельного участка пойдет под парковку бесплатную. Задача собственников платной парковки – определить оптимальную цену, чтобы максимизировать выгоду. Автомобилисты выбирают парковку в зависимости от цены своего времени. В данной статье выделено три типа участников: водители автомобилей со стратегией выбора платной или бесплатной парковки; муниципалитет со стратегией выделения территории для платной и бесплатной парковки; оператор платной парковки со стратегией цена парковки. Очевидно что целями пассажиров является минимизация суммы затрат времени и расходов на парковку, для оператора парковки это максимизация прибыли. У муниципалитета думающего о благе населения цель также учитывает потери времени населения. Взаимодействие участников описано в рамках теории игр, рассмотрены целевые функции игроков и доказано существование равновесия Нэша. Рассмотрены численные примеры, описаны варианты развития представленной модели в зависимости от суммарного выделяемого количества парковочных мест на двух парковках, в зависимости от цены паркования и в зависимости от интенсивности автомобильного потока к центру притяжения.

Корягин Марк Евгеньевич, профессор, д.т.н., Сибирский государственный университет путей сообщения, г. Новосибирск, Россия

Игорь Альбертович Вылегжанин, старший преподаватель, Сибирский государственный университет путей сообщения, г. Новосибирск, Россия

Для цитирования:

Корягин М.Е., Вылегжанин И.А. Равновесие Нэша при выделении площадей для организации платных и бесплатных парковок с учетом интересов автомобилистов, городских властей и владельцев парковок // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Том 16. №7. С. 36-43.

For citation:

Koryagin M.E., Vylegzhanin I.A. Nash equilibrium in allocating space for paid and free parking, taking into account the interests of motorists, city authorities, and parking owners. *T-Comm*, vol. 16, no. 7, pp. 36-43. (in Russian)

Введение

Целью многих исследований является поиск моделей устойчивого развития городов, в частности моделей устойчивой мобильности [1, 2, 4]. Главная проблема для автомобилиста – правильный выбор стратегии [5]. Четырехэтапный процесс городского планирования включает в себя следующее [6]: генерацию поездок, распределение поездок, разделение режимов и распределение трафика. Основная проблема для автомобилиста также состоит из подобных шагов. Решения автомобилиста на каждом этапе основаны на многих факторах. Одна из самых важных проблем – это парковка. Первый вопрос: достаточно ли парковочных мест для бесплатной парковки? В большинстве крупных городов ответ отрицательный. В статье [7] показано резкое увеличение стоимости каждого дополнительного парковочного места, поэтому невозможно удовлетворить все потребности автомобилистов.

В связи с этим возникает второй вопрос: какова должна быть стоимость парковки? Ответ на эти вопросы дает парковочная политика, которая является одним из основных инструментов управления спросом на поездки в целом. В то же время ответ на первый вопрос лежит в области землепользования, а на второй – в области транспортных систем. Такие различные области исследований трудно интегрировать в общую модель, поскольку они используют слишком разные инструменты и показатели [8], но сочетание этих областей может значительно повысить эффективность городских транспортных систем.

Большинство авторов считают, что автомобилист имеет две альтернативы: кружить по бесплатной парковке в поисках освобожденного места или выбрать платную парковку [9, 10, 11]. Большинство авторов рассматривают логистическую модель [12, 13, 14] для выбора парковки.

Теория игр широко применяется к моделям управления парковкой. Простейшие модели – это конкуренция между индивидуальными автомобилистами [15, 16 17]. В этих моделях автомобилисты выбирают оптимальное время начала поездки и места для парковки. В работах [18, 19] исследуется выбор между частной и общественной парковкой.

В частности, получены модели взаимодействия между отдельными автомобилистами и властями [14, 18], а также между автомобилистами в целом (континуальный поток) и властями. Рассматривается конкуренция между двумя платными парковками [22], изучаются различные теоретико-игровые модели, в том числе нерегулируемые и регулируемые рынки.

В данной статье рассматриваются вопросы выбора пассажирами места парковки, выделения/распределения территории между парковками, определение тарифов на парковку. Как большинство рассмотренных в обзоре литературы статей в качестве математической модели использована теория некооперативных игр. Отличительной особенностью работы является наличие трех игроков: пассажиры, оператор парковки и муниципальные органы власти.

Математическая постановка задачи

В данной статье рассматривается математическая модель, построенная на двух парковках, одна из которых платная, а вторая бесплатная. Парковки расположены возле некоторого

центра притяжения автомобилистов в некоторой части города. Суммарное количество мест на двух парковках предполагается ограниченным. Расстояние от центра притяжения до платной парковки предполагается меньшим, чем расстояние до бесплатной парковки. Требуется определить сколько парковочных мест следует отвести городским властям под бесплатную парковку, чтобы максимально удовлетворить потребности автомобилистов, учитывая при этом интересы города и владельцев парковок.

Обозначим: p – вероятность выбора платной парковки автомобилистом (отношение количества автомобилистов, выбирающих платную парковку к общему количеству автомобилистов, прибывающих к центру притяжения), V – суммарное количество мест на двух парковках, V_0 – количество мест которое выделяет муниципалитет для бесплатной парковки, $V_1 = V - V_0$ – оставшаяся территория используется для платной парковки, λ – интенсивность потока автотранспорта желающего припарковаться возле рассматриваемого центра притяжения, t_0^0 – время поиска места на свободной бесплатной парковке, t_1^0 – время поиска места на свободной платной парковке (учитывая время оплаты), t_0^w – время затрачиваемое пассажиром на пешее передвижение от места бесплатной парковки до рассматриваемого центра притяжения, t_1^w – время затрачиваемое пассажиром на пешее передвижение от места платной парковки до рассматриваемого центра притяжения, C^p – тариф на парковку, γ – значение (стоимость) времени пассажира, при которой суммарная затраты пассажира при выборе платной или бесплатной парковки совпадают, D_1 – затраты на одно парковочное место оператора платной парковки, D – потери муниципалитета, при выделении территории на одно бесплатное парковочное место. Величины V , λ , t_0^0 , t_1^0 , t_0^w , t_1^w , γ , D_1 , D предполагаются известными, величины p , V_0 , C^p подлежат определению при решении поставленной задачи.

Целевая функция платной парковки

Среднее время поиска места на бесплатной парковке рассчитывается по формуле BPR [1]

$$t_0^p = t_0^0 + \beta_0 \cdot \left(\frac{\lambda(1-p)}{V_0} \right)^{\alpha_0} \quad (1)$$

где α_0, β_0 – положительные параметры.

На платной парковке среднее время поиска места также рассчитывается по формуле BPR

$$t_1^p = t_1^0 + \beta_1 \cdot \left(\frac{\lambda p}{V - V_0} \right)^{\alpha_1} \quad (2)$$

где α_1, β_1 – положительные параметры.

Целевая функция полезности платной парковки это прибыль. По аналогии с [3] модель функции прибыли при экспоненциальном распределении стоимости времени пассажира:

$$H(C^p) = \left(C^p \cdot e^{-\frac{C^p}{\gamma(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w)}} - D_1 \right) \lambda p \rightarrow \max \quad (3)$$

Первая производная функции $H(C^p)$ равна

$$H'(C^p) = \lambda p \left(1 - \frac{C^p}{\gamma(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w)} \right) \cdot e^{-\frac{C^p}{\gamma(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w)}}.$$

Из условия максимума

$$\lambda p \left(1 - \frac{C^p}{\gamma(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w)} \right) \cdot e^{-\frac{C^p}{\gamma(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w)}} = 0$$

получаем

$$C^p = \gamma(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w) \quad (4)$$

Вторая производная целевой функции равна

$$H''(C^p) = -\frac{\lambda p}{\gamma(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w)} \times \left(2 - \frac{C^p}{\gamma(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w)} \right) \cdot e^{-\frac{C^p}{\gamma(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w)}}.$$

То есть, целевая функция выпукла вверх при условии

$$2 - \frac{C^p}{\gamma(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w)} \geq 0 \quad (5)$$

Целевая функция потребителей

Расходы пассажиров состоят из двух частей. В первую очередь это затраты времени для каждой категории пассажиров: выбирающих платную парковку (слагаемое 3) или бесплатную (слагаемое 2). Также расходы на парковку (слагаемое 2). Как показано [1] при экспоненциальном распределении стоимости времени данная формула будет выглядеть для нашей модели

$$G(p) = \lambda((\gamma + \gamma p \ln p - \gamma p)(t_0^p + t_0^w) + C^p p + (\gamma p - \gamma p \ln p)(t_1^p + t_1^w)) = \lambda p C^p + \lambda \gamma (p \ln p - 1)(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w) + \lambda \gamma (t_0^p + t_0^w) \rightarrow \min \quad (6)$$

В формуле

$G(p) = \lambda((\gamma + \gamma p \ln p - \gamma p)(t_0^p + t_0^w) + C^p p + (\gamma p - \gamma p \ln p)(t_1^p + t_1^w))$, задающей суммарные расходы автомобилистов, прибывающих к центру притяжения, в скобках первое слагаемое соответствует потерям времени при использовании бесплатной парковки, второе и третье слагаемые – потерям соответственно денег и времени при использовании платной парковки.

Первая производная функции $G(p)$ с учетом (1) и (2) равна:

$$G'(p) = \lambda \gamma \left[\ln p (t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w) - (p \ln p - p) \left(\frac{\alpha_1 (t_1^p - t_1^0)}{p} + \frac{\alpha_0 (t_0^p - t_0^0)}{1-p} \right) \right] - \frac{\alpha_0 \gamma \lambda (t_0^p - t_0^0)}{1-p} + \lambda C^p \quad (7)$$

Из (7) находится вторая производная целевой функции потребителей

$$G''(p) = \lambda \gamma \left[\frac{t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w}{p} - 2 \ln p \left(\frac{\alpha_1 \beta_1}{p} \left(\frac{\lambda p}{V - V_0} \right)^{\alpha_1} + \frac{\alpha_0 \beta_0}{1-p} \left(\frac{\lambda(1-p)}{V_0} \right)^{\alpha_0} \right) \right].$$

С учетом более отдаленного расположения бесплатной парковки, естественно считать, что $t_0^p \geq t_1^p$, $t_0^w \geq t_1^w$, поэтому при любых положительных значениях параметров функция $G(p)$ выпукла вниз.

Функция полезности парковок

Бесплатная парковка имеет важное социальное значение для групп населения с низкими доходами. Поэтому целевая функция бесплатной парковки состоит из потерь времени этих пассажиров и затраты муниципалитета от потери территории при выделении для бесплатной парковки

$$F_0(t_0^p) = \lambda(\gamma + \gamma p \ln p - \gamma p)(t_0^p + t_0^w) + D V_0 \rightarrow \min \quad (8)$$

В формуле (8) первое слагаемое соответствует суммарным затратам времени автомобилистов на бесплатную парковку, второе слагаемое суммарным потерям города, рассчитанным на все бесплатные парковочные места.

Используя (1), получим

$$F_0(t_0^p) = \lambda(\gamma + \gamma p \ln p - \gamma p)(t_0^p + t_0^w) + D \frac{\lambda(1-p)}{\sqrt[\alpha_0]{t_0^p - t_0^0}} \rightarrow \min \quad (9)$$

Для платной парковки аналогично получим:

$$F_1(t_1^p) = \lambda(\gamma p - \gamma p \ln p)(t_1^p + t_1^w) + D_1(V - V_0) + \lambda C^p p \rightarrow \min$$

$$F_1(t_1^p) = \lambda(\gamma p - \gamma p \ln p)(t_1^p + t_1^w) + \frac{D_1 \lambda p}{\sqrt[\alpha_1]{t_1^p - t_1^0}} + \lambda C^p p \rightarrow \min \quad (10)$$

В формуле (10) первое слагаемое соответствует суммарным затратам времени автомобилистов на платную парковку, второе слагаемое затратам операторов платной парковки, рассчитанным на все бесплатные парковочные места, третье – суммарным денежным затратам автомобилистов на платную парковку.

Суммарная функция полезности двух парковок равна:

$$F(t_0^p, t_1^p) = \lambda \gamma (t_0^p + t_0^w) + \lambda \gamma (p \ln p - p)(t_0^p + t_0^w - t_1^p - t_1^w) + D \lambda (1-p) \left(\frac{t_0^p - t_0^0}{\beta_0} \right)^{\frac{1}{\alpha_0}} + D_1 \lambda p \left(\frac{t_1^p - t_1^0}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} + \lambda p C^p. \quad (11)$$

При этом переменные t_0^p и t_1^p не являются независимыми, они связаны между собой вытекающими из (1) и (2) соотношениями:

$$t_0^p = t_0^0 + \beta_0 \left(\frac{V}{\lambda(1-p)} - \frac{p}{1-p} \left(\frac{t_1^p - t_1^0}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \right)^{-\alpha_0} \quad (12)$$

$$t_1^p = t_1^0 + \beta_1 \left(\frac{V}{\lambda p} - \frac{1-p}{p} \left(\frac{t_0^p - t_0^0}{\beta_0} \right)^{\frac{1}{\alpha_0}} \right)^{-\alpha_1} \quad (13)$$

При этом

$$\frac{dt_0^p}{dt_1^p} = -\frac{\beta_0 p}{\alpha_0 \alpha_1 \beta_1 (1-p)} \times \left(\frac{V}{\lambda(1-p)} - \frac{p}{1-p} \left(\frac{t_1^p - t_1^0}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \right)^{-\alpha_0-1} \cdot \left(\frac{t_1^p - t_1^0}{\beta_1} \right)^{-\frac{1}{\alpha_1}-1} \quad (14)$$

$$\frac{dt_1^p}{dt_0^p} = -\frac{\beta_1(1-p)}{\alpha_0 \alpha_1 \beta p} \left(\frac{V}{\lambda p} - \frac{1-p}{p} \left(\frac{t_0^p - t_0^0}{\beta_0} \right)^{\frac{1}{\alpha_0}} \right)^{-\alpha_1-1} \times \left(\frac{t_0^p - t_0^0}{\beta_0} \right)^{-\frac{1}{\alpha_0}-1} \quad (15)$$

$$\frac{d^2 t_0^p}{d(t_1^p)^2} = \frac{\beta_0 p^2 (\alpha_0 + 1)}{\alpha_0 \alpha_1^2 \beta_1^2 (1-p)^2} \left(\frac{V}{\lambda(1-p)} - \frac{p}{1-p} \left(\frac{t_1^p - t_1^0}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \right)^{-\alpha_0-2} \cdot \left(\frac{t_1^p - t_1^0}{\beta_1} \right)^{2 \left(\frac{1}{\alpha_1}-1 \right)} - \frac{\beta_0 p (\alpha_1 + 1)}{\alpha_0 \alpha_1^2 \beta_1^2 (1-p)} \left(\frac{V}{\lambda(1-p)} - \frac{p}{1-p} \left(\frac{t_1^p - t_1^0}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \right)^{-\alpha_0-1} \cdot \left(\frac{t_1^p - t_1^0}{\beta_1} \right)^{-\frac{1}{\alpha_1}-2} \quad (16)$$

$$\frac{d^2 t_1^p}{d(t_0^p)^2} = \frac{\beta_1 (1-p)^2 (\alpha_1 + 1)}{\alpha_0^2 \alpha_1 \beta_0^2 p^2} \left(\frac{V}{\lambda p} - \frac{1-p}{p} \left(\frac{t_0^p - t_0^0}{\beta_0} \right)^{\frac{1}{\alpha_0}} \right)^{-\alpha_1-2} \cdot \left(\frac{t_0^p - t_0^0}{\beta_0} \right)^{2 \left(\frac{1}{\alpha_0}-1 \right)} + \frac{\beta_1 (1-p) (\alpha_0 + 1)}{\alpha_0^2 \alpha_1 \beta_0^2 p} \left(\frac{V}{\lambda p} - \frac{1-p}{p} \left(\frac{t_0^p - t_0^0}{\beta_0} \right)^{\frac{1}{\alpha_0}} \right)^{-\alpha_1-1} \cdot \left(\frac{t_0^p - t_0^0}{\beta_0} \right)^{-\frac{1}{\alpha_0}-2} \quad (17)$$

Первая производная $\frac{dF}{dt_0^p}$ равна

$$\frac{dF}{dt_0^p} = \lambda \gamma + \lambda \gamma (p \ln p - p) \left(1 - \frac{dt_1^p}{dt_0^p} \right) - \frac{D \lambda (1-p)}{\alpha_0 \beta_0} \left(\frac{t_0^p - t_0^0}{\beta_0} \right)^{\frac{1}{\alpha_0}-1} - \frac{D_1 \lambda p}{\alpha_1 \beta_1} \left(\frac{t_1^p - t_1^0}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}-1} \frac{dt_1^p}{dt_0^p} \quad (18)$$

Вторая производная $\frac{d^2 F}{d(t_0^p)^2}$ равна:

$$\frac{d^2 F}{d(t_0^p)^2} = \lambda \gamma (p - p \ln p) \frac{d^2 t_1^p}{d(t_0^p)^2} + \frac{D \lambda (1-p) (\alpha_0 + 1)}{\alpha_0^2 \beta_0^2} \left(\frac{t_0^p - t_0^0}{\beta_0} \right)^{\frac{1}{\alpha_0}-2} + \frac{D_1 \lambda p}{\alpha_1 \beta_1} \left(- \left(\frac{t_1^p - t_1^0}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}-1} \frac{d^2 t_1^p}{d(t_0^p)^2} + \frac{\alpha_1 + 1}{\alpha_1 \beta_1} \left(\frac{t_1^p - t_1^0}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}-2} \left(\frac{dt_1^p}{dt_0^p} \right)^2 \right) \quad (19)$$

Из (1), (2), (13) получаем

$$\frac{dt_1^p}{dt_0^p} = -\frac{\beta_1(1-p)}{\alpha_0 \alpha_1 \beta_0 p} \left(\frac{\lambda p}{V - V_0} \right)^{\alpha_1+1} \left(\frac{V_0}{\lambda(1-p)} \right)^{\alpha_0+1} \quad (20)$$

$$\frac{d^2 t_1^p}{d(t_0^p)^2} = \frac{\beta_1(1-p)}{\alpha_0^2 \alpha_1 \beta_0^2 p} \left(\frac{\lambda p}{V - V_0} \right)^{\alpha_1+1} \left(\frac{V_0}{\lambda(1-p)} \right)^{2\alpha_0+1} \left(\frac{\alpha_1+1}{V - V_0} V_0 + \alpha_0 + 1 \right) \quad (21)$$

Далее из (1), (2), (17) получаем

$$\frac{dF}{dt_0^p} = \lambda \gamma + \lambda \gamma (p \ln p - p) \left(1 + \frac{\beta_1(1-p)}{\alpha_0 \alpha_1 \beta_0 p} \left(\frac{\lambda p}{V - V_0} \right)^{\alpha_1+1} \left(\frac{V_0}{\lambda(1-p)} \right)^{\alpha_0+1} \right) + \left(\frac{V_0}{\lambda(1-p)} \right)^{\alpha_0+1} \left(\frac{D_1 \lambda (1-p)}{\alpha_0 \alpha_1^2 \beta_0} - \frac{D \lambda (1-p)}{\alpha_0 \beta_0} \right) \quad (22)$$

Из (1), (2), (22) получаем

$$\frac{d^2 F}{d(t_0^p)^2} = \left(\frac{V_0}{\lambda(1-p)} \right)^{2\alpha_0+1} \left[\lambda \gamma (p - p \ln p) \frac{\beta_1(1-p)}{\alpha_0^2 \alpha_1 \beta_0^2 p} \left(\frac{\lambda p}{V - V_0} \right)^{\alpha_1+1} - \frac{D_1 \lambda (1-p)}{\alpha_0^2 \alpha_1^2 \beta_0^2} \right] \times \left(\frac{\alpha_1+1}{V - V_0} V_0 + \alpha_0 + 1 \right) + \left(\frac{V_0}{\lambda(1-p)} \right)^{2\alpha_0+1} \left(\frac{D \lambda (1-p) (\alpha_0 + 1)}{\alpha_0^2 \beta_0^2} + \frac{D_1 \lambda^2 (\alpha_1 + 1) (1-p)^2}{\alpha_0^2 \alpha_1^4 \beta_0^2 (V - V_0)} \right) \quad (23)$$

Для выпуклости вниз целевой функции F достаточно, например, чтобы в (23) разность в скобках была положительна. Из этого условия после упрощений получаем

$$V_0 > V - \lambda p \left(\frac{D_1}{\alpha_1 \beta_1 \gamma (1 - \ln p)} \right)^{\frac{1}{\alpha_1+1}} \quad (24)$$

Равновесие Нэша

В рассматриваемой постановке задачи достаточно найти значения неизвестных C^p, p, V_0 как координаты точки равновесия Нэша. Для этого достаточно решить систему.

$$\begin{cases} H'(C^p) = 0 \\ G'(p) = 0 \\ F'(t_1^p) = 0 \end{cases} \text{ при условиях (1) и (2).}$$

Если решение системы будет удовлетворять условию (5) и положительности второй производной целевой функции (23), то оно будет являться решением поставленной задачи. Неизвестные t_0^p, t_1^p могут быть найдены после решения системы по формулам (2) и (1).

Система имеет решение в силу соответствующей выпуклости целевых функций [3].

Система состоит из условий (4), (7) и приравненного к нулю условия (22). Исключая из системы неизвестную C^p , получим

$$\left\{ \begin{aligned} & (\ln p + 1) \left[\beta_0 \left(\frac{\lambda(1-p)}{V_0} \right)^{\alpha_0} - \beta_1 \left(\frac{\lambda p}{V-V_0} \right)^{\alpha_1} + t_0^0 + t_0^w - t_1^0 - t_1^w \right] - \\ & - (p \ln p - p + 1) \cdot \frac{\alpha_0 \beta_0}{1-p} \left(\frac{\lambda(1-p)}{V_0} \right)^{\alpha_0} - (\ln p - 1) \cdot \alpha_1 \beta_1 \left(\frac{\lambda p}{V-V_0} \right)^{\alpha_1} = 0 \\ & \gamma + \gamma (\ln p - 1) \left[p + \frac{\beta_1(1-p)}{\alpha_0 \alpha_1 \beta_0} \left(\frac{\lambda p}{V-V_0} \right)^{\alpha_1+1} \left(\frac{V_0}{\lambda(1-p)} \right)^{\alpha_0+1} \right] + \\ & + \frac{(1-p)(D_1 - \alpha_1^2 D)}{\alpha_0 \alpha_1^2 \beta_0} \left(\frac{V_0}{\lambda(1-p)} \right)^{\alpha_0+1} = 0 \end{aligned} \right. \quad (25)$$

Система (25) легко решается численно при заданных значениях параметров.

Пример 1 Зависимость решения от общего количества парковочных мест

Положим $\alpha_0 = 5, \alpha_1 = 1$, $\beta_0 = \beta_1 = 0,03$, $\gamma = 300$, $D = 5, D_1 = 15$, $\lambda = 1000$, $t_0^0 = 0,2$, $t_0^w = 0,1$, $t_1^0 = 0,02$, $t_1^w = 0,02$.

В таблице 1 приведены значения неизвестных $p, V_0, t_0^p, t_1^p, C^p$ для различных значений общего количества парковочных мест V .

Таблица 1

Зависимость решения задачи от общего количества парковочных мест

	p	V_0	t_0^p	t_1^p	C^p
$V = 700$	0,420	479	0,278	0,077	281,1
$V = 800$	0,386	553	0,251	0,067	263,7
$V = 900$	0,358	626	0,234	0,059	254,8
$V = 1000$	0,341	695	0,223	0,054	249,5
$V = 1100$	0,327	771	0,215	0,050	245,4
$V = 1200$	0,321	839	0,210	0,047	243,3
$V = 1300$	0,316	917	0,207	0,045	242,2
$V = 1400$	0,311	1006	0,205	0,044	240,8
$V = 1500$	0,309	1089	0,203	0,043	240,6
$V = 1600$	0,308	1178	0,202	0,042	240,2
$V = 1700$	0,306	1277	0,201	0,042	239,7
$V = 1800$	0,305	1375	0,201	0,042	239,5
$V = 1900$	0,305	1467	0,201	0,041	239,5
$V = 2000$	0,305	1565	0,201	0,041	239,5

Пример 2 Зависимость решения от цены γ

Положим $\alpha_0 = 5, \alpha_1 = 1$, $\beta_0 = \beta_1 = 0,03$, $\lambda = 1000$, $D = 5, D_1 = 15$, $V = 1000$, $t_0^0 = 0,2$, $t_0^w = 0,1$, $t_1^0 = 0,02$, $t_1^w = 0,02$.

В таблице 2 приведены значения неизвестных $p, V_0, t_0^p, t_1^p, C^p$ для различных значений цены принятия решения γ .

Таблица 2

Зависимость решения задачи от цены времени автомобилистов

	p	V_0	t_0^p	t_1^p	C^p
$\gamma = 200$	0,327	726	0,220	0,056	244,7
$\gamma = 300$	0,341	696	0,223	0,054	249,5
$\gamma = 400$	0,347	683	0,224	0,053	251,1
$\gamma = 500$	0,352	672	0,225	0,052	252,8
$\gamma = 600$	0,356	663	0,226	0,052	253,2
$\gamma = 700$	0,359	657	0,227	0,051	255,1
$\gamma = 800$	0,360	654	0,227	0,051	255,7
$\gamma = 900$	0,361	652	0,227	0,051	256,0
$\gamma = 1000$	0,362	650	0,227	0,051	256,2
$\gamma = 1100$	0,363	648	0,228	0,051	256,6
$\gamma = 1200$	0,363	647	0,228	0,051	256,9
$\gamma = 1300$	0,364	646	0,228	0,051	256,9
$\gamma = 1400$	0,364	645	0,228	0,051	257,0
$\gamma = 1500$	0,364	645	0,228	0,051	257,0
$\gamma = 1600$	0,364	644	0,228	0,051	257,5
$\gamma = 1700$	0,365	644	0,228	0,051	257,2
$\gamma = 1800$	0,365	643	0,228	0,051	257,5
$\gamma = 1900$	0,365	642	0,228	0,051	257,8
$\gamma = 2000$	0,365	642	0,228	0,051	257,8

Пример 3 Зависимость решения от интенсивности потока λ

Положим $\alpha_0 = 5, \alpha_1 = 1$, $\beta_0 = \beta_1 = 0,03$, $\gamma = 300$, $D = 5, D_1 = 15$, $V = 1000$, $t_0^0 = 0,2$, $t_0^w = 0,1$, $t_1^0 = 0,02$, $t_1^w = 0,02$.

В таблице 3 приведены значения неизвестных $p, V_0, t_0^p, t_1^p, C^p$ для различных значений потока автомобилей λ .

Таблица 3

Зависимость решения задачи от интенсивности потока движения

	p	V_0	t_0^p	t_1^p	C^p
$\lambda = 500$	0,305	783	0,201	0,041	119,7
$\lambda = 600$	0,307	746	0,202	0,042	143,9
$\lambda = 700$	0,310	721	0,204	0,043	168,5
$\lambda = 800$	0,318	702	0,209	0,046	194,3
$\lambda = 900$	0,328	696	0,215	0,049	221,3
$\lambda = 1000$	0,341	695	0,223	0,054	249,5
$\lambda = 1100$	0,357	694	0,233	0,058	280,5
$\lambda = 1200$	0,376	692	0,245	0,064	312,7
$\lambda = 1300$	0,395	689	0,258	0,070	349,1
$\lambda = 1400$	0,415	685	0,273	0,075	389,2
$\lambda = 1500$	0,435	682	0,289	0,082	432,7
$\lambda = 1600$	0,459	669	0,309	0,087	483,5
$\lambda = 1700$	0,481	659	0,329	0,093	537,1
$\lambda = 1800$	0,500	652	0,350	0,098	597,6

Зависимость решения от параметров

Система (25) легко решается численно при любых значениях параметров. Положим $\alpha_0 = 5, \alpha_1 = 1, \beta_0 = \beta_1 = 0,03, D = 5, D_1 = 15, t_0^0 = 0,2, t_0^w = 0,1, t_1^0 = 0,02, t_1^w = 0,02$. Тогда при $V = 1000, \lambda = 1000$ получим зависимость величины V_0 при изменении параметра γ , показанную на рисунке 1

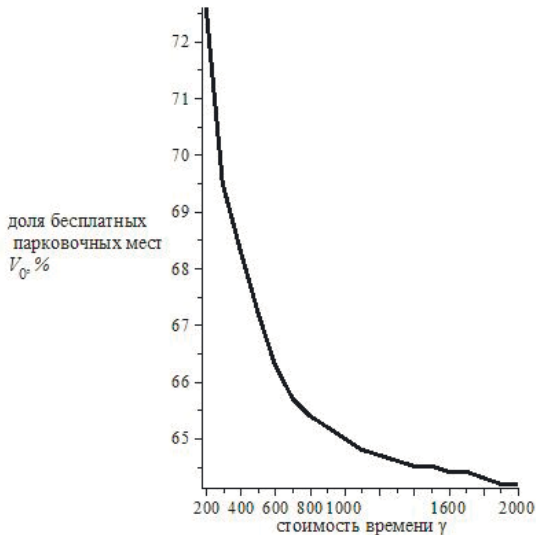


Рис. 1. Зависимость доли бесплатных парковочных мест от стоимости времени автомобилиста, при котором принимается решение воспользоваться платной парковкой

Зависимость величины V_0 от параметра λ при $V=1000, \gamma = 300$ и тех же значениях остальных параметров показана на рисунке 2.

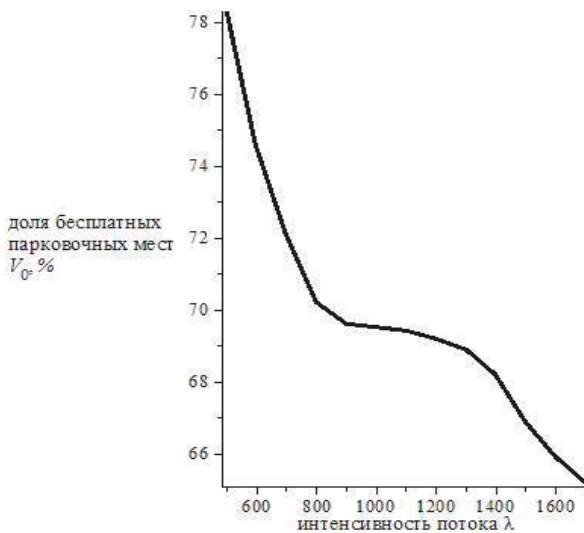


Рис. 2. Зависимость доли бесплатных парковочных мест от интенсивности потока личного автотранспорта

Зависимость величины V_0 от параметра V при $\lambda = 1000, \gamma = 300$ и тех же значениях остальных параметров показана на рисунке 3.

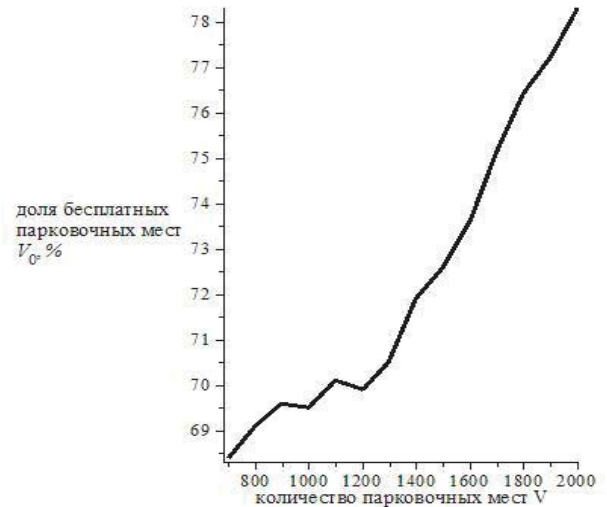


Рис. 3. Зависимость доли бесплатных парковочных мест от стоимости времени автомобилиста, при котором принимается решение воспользоваться платной парковкой

Заключение

Парковки являются важными элементами транспортной системы города, и оптимальная парковочная политика может многое сделать для уменьшения заторов в центре города. Существующие математические модели не отвечают всем потребностям, возникающим в процессе определения парковочной политики. В частности, не хватает инструментов, которые бы напрямую оптимизировали цели городских властей, принимая во внимание поведение путешественников.

В данной статье рассматривается модель взаимодействия органов власти, парковочного агентства и путешественников. Конечно, власти многих городов, парковочные агентства и особенно водители не используют математическую модель при принятии решений. Скорее, они действуют на основе устоявшейся практики и интуиции. Однако поведение участников в целом рационально, и власти должны учитывать реакцию агентств и путешественников при управлении транспортной системой.

С практической стороны, предложенная модель должна быть реализована в реальной ситуации, где больше внимания следует уделять калибровке коэффициентов.

Эта работа носит локальный характер. Ниже предлагается несколько областей для будущих исследований:

- увеличить количество операторов парковки;
- увеличить количество пассажиропотоков;
- учесть выбор способа и маршрута передвижения;
- масштабирование до уровня многих районов города;
- интеграция с общественным транспортом.

Проведенное исследование в конечном итоге позволит найти оптимальную стратегию развития транспортной системы города в целом, чтобы сделать жизнь города устойчивой и социально ориентированной.

Литература

1. *Корягин М.Е.* Равновесные модели системы городского пассажирского транспорта в условиях конфликта интересов. Новосибирск: Наука, 2011. 140 с.
2. *Koryagin M.* Urban planning: A game theory application for the travel demand management // *Periodica Polytechnica Transportation Engineering*. 2018. Т. 46. №. 4. С. 171-178.
3. *Васин А.А., Морозов В.В.* Теория игр и модели математической экономики. М.: МАКС Пресс, 2005. 272 с.
4. *Лёушкина Т.А., Головин А.Г.* Концепция опережающего транспортного развития как основной метод преобразования постиндустриального города // *Вестник СГАСУ. Градостроительство и архитектура*. 2012. № 2. С. 12-18.
5. *Литвинов А.В., Донченко В.В.* Моделирование выбора способа передвижения в городах // *Транспортное планирование и моделирование*. 2019. С. 109-114.
6. *Pendyala R.M., Kitamura R., Reddy D. V. G. P.* Application of an activity-based travel-demand model incorporating a rule-based algorithm // *Environment and Planning B: Planning and Design*. 1998. Т. 25. №. 5. С. 753-772.
7. *Shoup D.C.* The high cost of free parking // *Journal of planning education and research*. 1997. Т. 17. №. 1. С. 3-20.
8. *te Brömmelstroet M., Bertolini L.* Developing land use and transport PSS: Meaningful information through a dialogue between modelers and planners // *Transport Policy*. 2008. Т. 15. №. 4. С. 251-259.
9. *Кустенко А.А., Седюкевич В.Н.* Проблемы расположения транспорта в городах на проезжей части улиц // *Научно-технический сборник. Коммунальное хозяйство городов*. 2006. С. 265-274.
10. *Marsden G.R.* Parking Policy // *Parking Issues and Policies*. Transport and Sustainability. Emerald Group Publishing Limited. 2014. P. 11-32.
11. *Shoup D.C.* Cruising for parking // *Transport Policy*. 2006. Т. 13. №. 6. С. 479-486.
12. *Calthrop E., Proost S.* Regulating on-street parking // *Regional Science and Urban Economics*. 2006. Т. 36. №. 1. С. 29-48.
13. *van Nieuwkoop R.H., Axhausen K.W., Rutherford T.F.* A traffic equilibrium model with paid-parking search // *Journal of Transport Economics and Policy (JTEP)*. 2016. Т. 50. №. 3. С. 262-286.
14. *Hollander Y., Prashker J. N., Mahalel D.* Determining the desired amount of parking using game theory // *Journal of urban planning and development*. 2006. Т. 132. №. 1. С. 53-61.
15. *Millard-Ball A., Weinberger R.R., Hampshire R.C.* Is the curb 80% full or 20% empty? Assessing the impacts of San Francisco's parking pricing experiment // *Transportation Research Part A: Policy and Practice*. 2014. Т. 63. С. 76-92.
16. *Bagloee S.A., Asadi M., Richardson L.* Methodology for parking modeling and pricing in traffic impact studies // *Transportation research record*. 2012. Т. 2319. №. 1. С. 1-12.
17. *Zhang X., Huang H.J., Zhang H.M.* Integrated daily commuting patterns and optimal road tolls and parking fees in a linear city // *Transportation Research Part B: Methodological*. 2008. Т. 42. №. 1. С. 38-56.
18. *Zong F., He Y., Yuan Y.* Dependence of parking pricing on land use and time of day // *Sustainability*. 2015. Т. 7. №. 7. С. 9587-9607.
19. *Takayama Y., Kuwahara M.* Scheduling preferences, parking competition, and bottleneck congestion: A model of trip timing and parking location choices by heterogeneous commuters. 2016.
20. *Kokolaki E., Karaliopoulos M., & Stavrakakis I.* Leveraging information in vehicular parking games. arXiv preprint arXiv:1207.5747. 2012.
21. *Calthrop E., Proost S.* Regulating on-street parking. *Regional Science and Urban Economics*, 2016, no. 36(1), pp. 29-48.
22. *Qian Z.S., Xiao F.E., Zhang H.M.* The economics of parking provision for the morning commute. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2011, no. 17, pp. 612-633.

NASH EQUILIBRIUM IN ALLOCATING SPACE FOR PAID AND FREE PARKING, TAKING INTO ACCOUNT THE INTERESTS OF MOTORISTS, CITY AUTHORITIES, AND PARKING OWNERS

Mark E. Koryagin, Siberian Transport University, Novosibirsk, Russia, markkoryagin@yandex.ru

Igor A. Vylegzhanin, Siberian Transport University, Novosibirsk, Russia, ig.vylegzhanin@yandex.ru

Abstract

The problem of optimization the distribution of urban territory near a center of gravity (airport, railway station, mall, etc.) between two types of parking lots: paid and free is considered. Obviously, under otherwise equal conditions the car user will choose free parking, but this will lead to an increase in the time to find a parking space. Therefore, paying for parking is beneficial for people who have a higher their value of time. Paid parking operator determine the size of the parking fee - if the price is low enough, all parking spaces will be occupied and there will be problems with parking, in addition, there will be lost profits. Lost profits will also occur if the price is high enough, because if the price goes up, fewer car users will be ready to use paid parking services. The city authorities' task is to determine part of the land which should be allocated for paid parking on the understanding that the rest of the land goes to free parking. The paid parking owners' task is to determine the optimal price in order to maximize the profit. Car users choose parking based on their value of time. A mathematical model was built with three types of participants: car users, municipal authorities and parking operators. The strategy of the passenger is the choice of parking, the goal is to minimize the cost and time. The strategy of the municipality is the allocation of territory for parking, the goal is similar to the goals of passengers. Parking operator with the strategy "parking price" achieves to maximize profit. The interaction of the participants is described within the framework of game theory, the objective functions of the players are considered, and the existence of the Nash equilibrium is proved. Numerical examples are considered, options for the development of the presented model are described. The dependence of characteristics on the total allocated number of parking spaces in two types of parking lots, the price of parking and the intensity of the car flow to the center of gravity is presented.

Keywords: parking behavior, parking policy, parking fees, parking space, urban transport, land use planning, game theory.

References

1. M. E. Koryagin (2011). Equilibrium models of the urban passenger transport system in the context of a conflict of interests. Novosibirsk, Nauka. 140 p. (in Russ)
2. M. Koryagin (2018). Urban planning: A game theory application for the travel demand management. *Periodica Polytechnica Transportation Engineering*. Vol. 46. No. 4, pp. 171-178.
3. A.A. Vasin, V.V. Morozov (2005). Game theory and models of mathematical economy. Moscow: MAKS Press. 272 p. (in Russ)
4. T. A. Leushkina, A. G. Golovin (2012). The Concept of advanced transport development as the main method of transformation of a post-industrial city. *Herald of SGASU. Urban planning and architecture*. No. 2, pp. 12-18. (in Russ)
5. A.V. Litvinov, V.V. Donchenko (2019). Modeling of the choice of transportation method in cities. *Transport planning and modeling*, pp. 109-114 (in Russ)
6. R. M. Pendyala, R. Kitamura, D. V. G. P. (1988). Reddy Application of an activity-based travel-demand model incorporating a rule-based algorithm. *Environment and Planning B: Planning and Design*. Vol. 25. No. 5, pp. 753-772.
7. D.C. Shoup (1997). The high cost of free parking. *Journal of planning education and research*. Vol. 17. No. 1, pp. 3-20.
8. M. te Brommelstroet, L. Bertolini (2008). Developing land use and transport PSS: Meaningful information through a dialogue between modelers and planners. *Transport Policy*. Vol. 15. No. 4, pp. 251-259.
9. A.A. Kustenkov, V.N. Sediukevich (2006). Problems of transport location in cities on the roadway of streets. *Scientific and technical collection. Municipal services of cities*, pp. 265-274 (in Russ)
10. G.R. Marsden (2014). Parking Policy. Parking Issues and Policies. Transport and Sustainability. Emerald Group Publishing Limited, pp. 11-32.
11. D. C. Shoup (2006). Cruising for parking. *Transport Policy*. Vol. 13. No. 6, pp. 479-486.
12. E. Calthrop, S. Proost (2006). Regulating on-street parking. *Regional Science and Urban Economics*. Vol. 36. No. 1, pp. 29-48.
13. R. H. van Nieuwkoop, K. W. Axhausen, T. F. Rutherford (2016). A traffic equilibrium model with paid-parking search. *Journal of Transport Economics and Policy (JTEP)*. Vol. 50. No. 3, pp. 262-286.
14. Y. Hollander, J. N. Prashker, D. Mahalel (2006). Determining the desired amount of parking using game theory. *Journal of urban planning and development*. Vol. 132. No. 1, pp. 53-61.
15. A. Millard-Ball, R. R. Weinberger, R. C. Hampshire (2014). Is the curb 80% full or 20% empty? Assessing the impacts of San Francisco's parking pricing experiment. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*. Vol. 63, pp. 76-92.
16. S. A. Bagloee, M. Asadi, L. Richardson (2012). Methodology for parking modeling and pricing in traffic impact studies. *Transportation research record*. Vol. 2319. No. 1, pp. 1-12.
17. X. Zhang, H. J. Huang, H. M. Zhang (2008). Integrated daily commuting patterns and optimal road tolls and parking fees in a linear city. *Transportation Research Part B: Methodological*. Vol. 42. No. 1, pp. 38-56.
18. F. Zong, Y. He, Y. Yuan (2015). Dependence of parking pricing on land use and time of day. *Sustainability*. Vol. 7. No. 7, pp. 9587-9607.
19. Y. Takayama, M. Kuwahara (2016). Scheduling preferences, parking competition, and bottleneck congestion: A model of trip timing and parking location choices by heterogeneous commuters.
20. Y. Takayama, M. Kuwahara (2020). Scheduling preferences, parking competition, and bottleneck congestion: A model of trip timing and parking location choices by heterogeneous commuters. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. Vol. 117. P. 102677.
21. E. Calthrop, S. Proost (2006). Regulating on-street parking. *Regional Science and Urban Economics*. Vol. 36. No. 1, pp. 29-48.
22. Z. S. Qian, F. E. Xiao, H. M. Zhang (2011). The economics of parking provision for the morning commute. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*. Vol. 17, pp. 612-633.