

Издательский дом

МЕДИА ПАБЛИШЕР

Научный журнал "Т-Сотт: Телекоммуникации и транспорт"

Журнал включен в перечень периодических научных изданий, рекомендуемый ВАК Минобразования России для публикации научных работ, отражающих основное научное содержание кандидатских и докторских диссертаций

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-55956.

Дата выдачи: 07 ноября 2013 г.

Язык публикации: русский, английский.

Территория распространения:

Российская Федерация, зарубежные страны

Тираж: 1000 экз.

Периодичность выхода: 12 номеров в год
Стоимость одного экземпляра: 1000 руб.

Плата с аспирантов за публикацию рукописи не взимается

Предпечатная подготовка:

ООО "ИД Медиа Паблшер"

Мнения авторов не всегда совпадают с точкой зрения редакции.
За содержание рекламных материалов редакция ответственности не несет

Материалы, опубликованные в журнале — собственность ООО "ИД Медиа Паблшер". Перепечатка, цитирование, дублирование на сайтах допускаются только с разрешения издателя

© ООО "ИД Медиа Паблшер", 2025

Адрес редакции и издателя

111024, Россия, Москва, ул. Авиамоторная, д. 8, стр. 1, офис 323

e-mail: t-comm@media-publisher.ru

Тел.: +7 (495) 957-77-43

Адрес типографии

Москва, ул. Складочная, д. 3, корп. 6

Индексация журнала:

Ulrich's Periodicals Directory; RSCI; EBSCO; elibrary.ru (РИНЦ)
Google Scholar; CyberLeninka (Open Schience);
Bielefeld Academic Search Engine (BASE); OCLC WorldCat;
Registry of Open Access Repositories (ROAR)

Journal is registered by Federal Service for monitoring compliance with cultural heritage protection law

ISSN 2072-8743 (Online) ISSN 2072-8735 (Print)

Media Registration Certificate

PI No. FS77-55956. Date of issue: November 7, 2013

Publication language: Russian, English.

Distribution Territory: Russian Federation, foreign countries

All articles and illustrations are copyright. All rights reserved.

No reproduction is permitted in whole or part without the express consent of Media Publisher Joint-Stock Company

© "Media Publisher", 2025

Editorial and Publisher Address

111024, Russia, Moscow, Aviamotornaya str. 8, bloc 1, office 323

e-mail: t-comm@media-publisher.ru.

Tel.: +7 (495) 957-77-43

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ МЕДИА ПАБЛИШЕР



ПОЛНЫЙ ЦИКЛ ПОДГОТОВКИ КНИГ, ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИЗДАНИЙ И РЕКЛАМНОЙ ПРОДУКЦИИ

ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ЛИТЕРАТУРНОЕ И ТЕХНИЧЕСКОЕ РЕДАКТИРОВАНИЕ

ВЫСОКОКАЧЕСТВЕННАЯ ОФСЕТНАЯ И ЦИФРОВАЯ ПЕЧАТЬ

www.media-publisher.ru

Журнал включен в перечень периодических научных изданий, рекомендуемый ВАК Минобрнауки России для публикации научных работ, отражающих основное научное содержание кандидатских и докторских диссертаций

Учредитель

ООО "Издательский дом Медиа Паблшер"

Главный редактор

Тихвинский Валерий Олегович

Издатель

Дымкова Светлана Сергеевна

ds@media-publisher.ru

Редакционная коллегия

Аджемов Артём Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Анютин Александр Павлович

(д.ф.-м.н., профессор, член программного и оргкомитетов WSEAS), Россия, Мексика

Бестугин Александр Роальдович

(д.т.н., профессор ГУАП), Россия

Вааль Альберт

(д.т.н., старший научный сотрудник Ганноверского университета им. Лейбница на кафедре коммуникационной техники), Германия

Варламов Олег Витальевич

(д.т.н., в.н.с. МТУСИ), Россия

Головачев Юлиус

(управляющий консультант Detecon International GmbH), Германия

Гребенников Андрей Викторович

(Sumitomo Electric Europe), Великобритания

Данилов Владимир Григорьевич

(д.ф.-м.н., профессор МИЭМ, НИУ ВШЭ), Россия

Дулкейтс Эрик

(д.т.н., старший исполнительный директор корпорации Detecon), Силиконовая долина, США

Елизаров Андрей Альбертович

(д.т.н., профессор МИЭМ, НИУ ВШЭ), Россия

Ибрагимов Байрам

(д.т.н., профессор Азербайджанского технического университета, АзТУ), Азербайджан

Корбетт Ровэлл

(д.т.н., директор по исследованиям в научно-исследовательском центре China Mobile Research Institute, профессор университета Назарбаева), Гон-Конг (Китай), США

Кузовкова Татьяна Алексеевна

(д.э.н., декан экономического факультета МТУСИ), Россия

Лазарева Галина Геннадьевна

(член-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор РАН, РУДН), Россия

Лернер Илья Михайлович

(д.т.н., КНИТУ-КАИ), Россия

Ныркв Анатолий Павлович

(д.т.н., профессор, ГУМРФ им. адмирала С.О. Макарова), Россия

Омельянов Георгий Александрович

(д.ф.-м.н., Университет де Сонора, факультет математики, Эрмосильо), Мексика

Самойлов Александр Георгиевич

(д.т.н., профессор Владимирского государственного университета им. А.Г. и Н.Г. Столетовых), Россия

Сысоев Николай Николаевич

(д.ф.-м.н., декан физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова), Россия

Чиров Денис Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Шаврин Сергей Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Шарп Майкл

(д.э.н., Европейский институт стандартизации – ETSI), Великобритания

Яшина Марина Викторовна

(д.т.н., профессор, МТУСИ), Россия

СОДЕРЖАНИЕ

СВЯЗЬ

**Маслов А.А., Себекин Г.В., Степанов М.С., Степанов С.Н.
Щурков А.О., Васильев А.П.**

Моделирование процессов обслуживания трафика реального времени в мультисервисных широкополосных сетях спутниковой связи на базе космических аппаратов на низких и средних круговых орбитах

4

Гадасин Д.В.

Способ определения основных узлов сети для анализа ее состояния

16

ЭЛЕКТРОНИКА. РАДИОТЕХНИКА

Крейнделин В.Б., Варукина Л.А.

Проблема справедливого распределения мощности в системе PD-NOMA

25

Казаков В.А., Бестугин А.Р.

Формирование, преобразование и детектирование оптического сигнала в дифракционном спектрометре: радиооптический подход

34

ИНФОРМАТИКА

Леохин Ю.Л., Дымкова С.С., Фатхулин Т.Д., Зозуля И.С.

Методы и алгоритмы интеллектуальной поддержки принятия управленческих решений в организационных системах торговых компаний

44

ПУБЛИКАЦИИ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ

ЭЛЕКТРОНИКА. РАДИОТЕХНИКА

Богачков И.В.

Выявление разновидностей одномодовых оптических волокон со смещённой длиной волны отсечки на основе анализа характеристик рассеяния Мандельштама – Бриллюэна

51

Варламов В.О., Лобов Е.М.

Алгоритм когерентной обработки широкополосных двоичных сигнально-кодовых конструкций для передачи речи в декаметровом радиоканале

59

CONTENT

COMMUNICATIONS

- Maslov A.A., Sebekin G.V., Stepanov M.S., Stepanov S.N., Shchurkov A.O., Vasiliev A.P.**
Modeling of real-time traffic service processes in multiservice broadband satellite communications networks based on spacecraft at low and medium circular orbits 4
- Gadasin D.V.**
A way to identify the main nodes of a network for analyzing its state 16

ELECTRONICS. RADIO ENGINEERING

- Kreyndelin V.B., Varukina L.A.**
Problem of fair power allocation in PD-NOMA system 25
- Kazakov V.I., Bestugin A.R.**
Formation, transformation, and detection of spectroscopic information in a diffraction spectrometer: a radiooptical approach 34

COMPUTER SCIENCE

- Leokhin Yu.L., Dymkova S.S., Fatkhulin T.D., Zozulya I.S.**
Methods and algorithms of intellectual support for making management decisions in organizational systems of trading companies 44

PUBLICATIONS IN ENGLISH

ELECTRONICS. RADIO ENGINEERING

- Bogachkov I.V.**
An identification of G.654-fibers based on analysis of the Mandelstam – Brillouin scattering characteristics in optical fibers 51
- Varlamov V.O., Lobov E.M.**
The algorithm for coherent processing of wideband non-binary signal-code structures for speech transmission in a decameter radio channel 59

The journal is included in the list of scientific publications, recommended Higher Attestation Commission Russian Ministry of Education for the publication of scientific works, which reflect the basic scientific content of candidate and doctoral theses.

Founder: "Media Publisher", Ltd.

Publisher: Svetlana S. Dymkova
ds@media-publisher.ru

Editor in Chief: Dr. Valery O. Tikhvinskiy

Editorial board

- Artem S. Adzhemov**
Doctor of sciences, Professor MTUCI, Russia
- Alexander P. Anyutin**
Doctor of sciences, Professor, member of the program and organizing committee WSEAS, Russia, Mexico
- Aleksandr R. Bestugin**
Doctor of sciences, Professor SUAI, Russia
- Corbett Rowell**
Full Professor: Electronic & Electrical Engineering
Nazarbayev University, Hong Kong (China), USA
- Denis S. Chirov**
Doctor of sciences, MTUCI, Russia
- Vladimir G. Danilov**
Doctor of sciences, Professor MIEM, HSE, Russia
- Eric Dulkeyts**
Ph.D., chief executive officer of the corporation Detecon, USA
- Julius Golovachyov**
Managing Consultant Detecon International GmbH, Germany
- Andrey Grebennikov**
Ph.D., Sumitomo Electric Europe, United Kingdom
- Bayram Ibrahimov**
Ph.D., Professor of Azerbaijan Technical University (AzTU), Azerbaijan
- Tatyana A. Kuzovkova**
Doctor of sciences, MTUCI, Russia
- Galina G. Lazareva**
Corresponding Member, RAS, Doctor of sciences, Professor RAS, RUDN, Russia
- Ilya M. Lerner**
Doctor of sciences, KNRTU-KAI, Russia
- Anatolii P. Nyrkov**
Doctor of sciences, Professor of Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Russia
- Georgii A. Omel'yanov**
Doctor of sciences, Universidad de Sonora, Department of Mathematics, Hermosillo, Mexico
- Alexander G. Samoilov**
Doctor of sciences, VLSU, Russia
- Michael Sharpe**
PhD, European Standards Institute – ETSI, United Kingdom
- Sergey S. Shavrin**
Doctor of sciences, MTUCI, Russia
- Nikolai N. Sysoev**
Doctor of sciences, Dean of the Faculty of Physics of Moscow State University Lomonosov, Russia
- Oleg V. Varlamov**
Doctor of sciences, MTUCI, Russia
- Albert Waal**
Ph.D., Senior Research Fellow University of Hanover. Leibniz at the Department of Communications Technology, Germany
- Marina V. Yashina**
Doctor of sciences, Professor MTUCI, Russia
- Andrey A. Yelizarov**
Doctor of sciences, Professor MIEM, HSE, Russia

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРАФИКА РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ В МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СЕТЯХ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ НА БАЗЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА НИЗКИХ И СРЕДНИХ КРУГОВЫХ ОРБИТАХ

Маслов Александр Александрович,

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Московская область, г. Долгопрудный, Россия, maslov.aa@mipt.ru

Себекин Геннадий Валериевич,

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Московская область, г. Долгопрудный, Россия, sebekin.gv@mipt.ru

Степанов Михаил Сергеевич,

Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, m.s.stepanov@mtuci.ru

Степанов Сергей Николаевич,

Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, s.n.stepanov@mtuci.ru

Щурков Алексей Олегович,

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Московская область, г. Долгопрудный, Россия, shchurkov.ao@mipt.ru

Васильев Александр Протальонович,

Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-12-4-15

Manuscript received 12 September 2025;

Accepted 18 November 2025

Работа первого, второго и пятого авторов выполнена в МФТИ, Физтех при финансовой поддержке Фонда НТИ в рамках Договора №70-2025-000804 от 26.05.2025

Ключевые слова: Космические аппараты на низкой и средней круговой орбитах, каналный ресурс, мультисервисный трафик, трафик реального времени, абонентские терминалы, имитационное моделирование

Разработана модель мультисервисной широкополосной спутниковой сети связи на базе космических аппаратов на низких и средних круговых орбитах при обслуживании трафика реального времени, позволяющая учесть в качестве исходных данных решающее правило по назначению ресурса для проведения сессий разных типов и особенности размещения абонентов по территории зоны обслуживания сети. При этом качество функционирования сети оценивается долей необслуженных заявок, как для сети в целом, так и для отдельных регионов, в зависимости от параметров орбитальной группировки космических аппаратов и абонентских терминалов, характеристик трафика каждого типа, затрат ресурса на проведение сессий. В ходе численных экспериментов построены доверительные интервалы оценок показателей качества, получены зависимости оценок от параметров входной нагрузки для сети в целом и для отдельных регионов дислокации абонентов. Модель может использоваться разработчиками и операторами сетей для выбора решающих правил по назначению ресурса для обслуживания абонентов, оценки возможностей наращивания сети, обоснования необходимости ее модернизации.

Информация об авторах:

Маслов Александр Александрович, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, ведущий инженер, к.т.н.

Себекин Геннадий Валериевич, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Московская область, г. Долгопрудный, начальник отдела

Степанов Михаил Сергеевич, Московский технический университет связи и информатики, Москва, доцент, к.т.н.

Степанов Сергей Николаевич, Московский технический университет связи и информатики, Москва, начальник кафедры, профессор, д.т.н.

Щурков Алексей Олегович, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Московская область, г. Долгопрудный, ведущий инженер

Васильев Александр Протальонович, Московский технический университет связи и информатики, Москва, научный сотрудник

Для цитирования:

Маслов А.А., Себекин Г.В., Степанов М.С., Степанов С.Н., Щурков А.О., Васильев А.П. Моделирование процессов обслуживания трафика реального времени в мультисервисных широкополосных сетях спутниковой связи на базе космических аппаратов на низких и средних круговых орбитах // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №12. С. 4-15.

For citation:

A.A. Maslov, G.V. Sebekin, M.S. Stepanov, S.N. Stepanov, A.O. Shchurkov, A.P. Vasiliev, "Modeling of real-time traffic service processes in multiservice broadband satellite communications networks based on spacecraft at low and medium circular orbits," T-Comm, 2025, vol. 19, no. 12, pp. 4-15. (in Russian)

1. Введение

Проблема моделирования процессов обслуживания мультисервисного трафика в широкополосных сетях спутниковой связи на базе космических аппаратов (КА) на низких и средних круговых орбитах обусловлена высокой динамикой изменения положения КА относительно Земли и пространственным размещением абонентов на обширных территориях, в результате чего разным абонентам доступны для связи различные по количеству и составу наборы КА, пересекающиеся или непересекающиеся между собой и изменяющиеся во времени. В качестве иллюстрации на рисунке 1 показан некоторый мгновенный вид взаимного расположения абонентов (фиолетовые кружки) и мгновенных зон обслуживания КА (красные круги). Видно, например, что абоненты юго-западного района РФ находятся в зоне обслуживания только одного КА. Если сместиться на северо-восток количество зон увеличивается до двух, затем до трех. В районе озера Байкал доступны три КА, а при небольшом смещении на восток два и т.д. Через небольшой промежуток времени, измеряемый минутами, доступность КА может кардинально измениться.

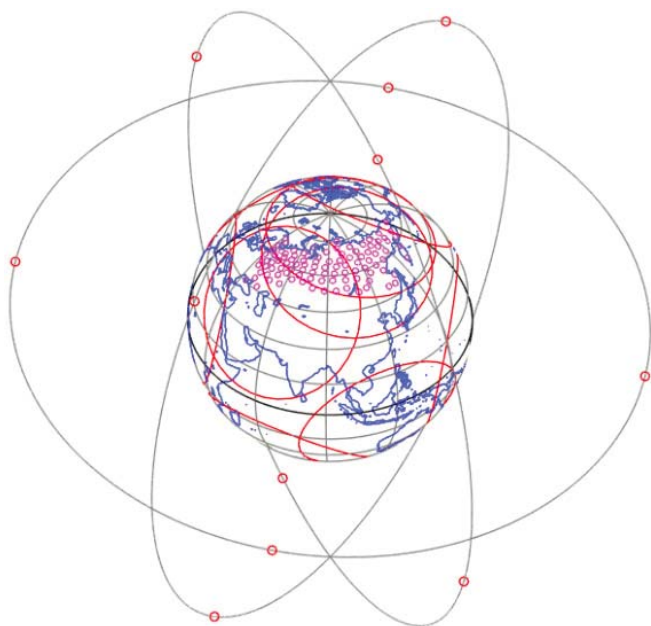


Рис. 1. Примерное мгновенное взаимное расположения абонентов и КА

Предполагается, что абоненты, оснащенные абонентскими терминалами (АТ), получают доступ к сервисам сети Интернет через региональные станции (РС), которые в совокупности обеспечивают с помощью единого центра управления связью (ЦУС) непрерывное управление работой всех КА над зоной обслуживания сети. Мультисервисный трафик передается по маршруту АТ-КА-РС-сеть Интернет и в обратном направлении. Для получения сервисов абоненты отправляют заявки на РС, которые с помощью ЦУС организуют предоставление необходимого для обмена данными ресурса пропускной способности того или иного КА и взаимодействие с операторами сервисов. Ресурсом пропускной способности является скорость передачи данных, измеряемая в бит/с [1].

Ресурс выделяется для проведения сессий получения сервисов неделимыми квантами. Общий ресурс каждого КА ν

ограничен, и потому в сети могут возникать ситуации дефицита ресурса, приводящие к тому, что некоторые заявки не получают обслуживания. Есть две причины отказа в обслуживании:

- отказ из-за отсутствия достаточного свободного ресурса для проведения сессии на доступных КА;
- прерывание незавершенной сессии вследствие изменения доступности КА, когда на оставшихся доступными КА ресурса недостаточно.

В этих условиях важными показателями качества предоставления сервисов являются доли необслуженных заявок каждого типа, что, собственно, соответствует традиционным показателям QoS, принятым в теории телетрафика [1, 2]. Оценка указанных показателей с учетом пространственного размещения АТ по территории обслуживания сети и динамики движения КА по орбитам и является целью настоящей статьи. При этом полагается, что в сети осуществляется обслуживание нескольких типов трафика сервисов реального времени, организация сессий для которых требует выделения фиксированного объема ресурса в зависимости от типа на время, определяемое абонентом.

Решения по назначению ресурсов сессиям принимаются в зависимости от состояния сети, включающего перечень и типы сессий, места дислокации активных абонентов и текущую конфигурацию доступных КА. В связи с высокой динамикой изменения состояния сети ЦУС должен принимать решения по назначению ресурсов практически в реальном масштабе времени.

Исследованию мультисервисных сетей различных типов посвящено большое количество работ [3-17]. В них используются как аналитические методы моделирования на основе многомерных ступенчатых марковских процессов, так и имитационное моделирование. Есть среди них ряд работ и по спутниковым сетям [10-17], часть из которых [10-13] относится к сетям на базе геостационарных и высокоэллиптических КА. Сетям на базе КА на низкой круговой орбите посвящены работы [14-17]. Первые две из них [14, 15] ограничиваются рассмотрением сетей передачи коротких сообщений с данными от датчиков IoT.

Наиболее близкими по решаемым задачам являются работы [16, 17, 21]. Там сделан ряд допущений, что позволило использовать аналитический подход. В частности, реальный поток пролетов КА над абонентами заменяется марковским процессом с эквивалентными средними параметрами, а для региона с высокой концентрацией АТ полагается в качестве некоего наиболее неблагоприятного случая, что АТ сосредоточены на относительно небольшой территории, и им доступны одни и те же КА. При этом ресурс доступных КА является единым целым, и возможно выделение ресурса для сессии частями на разных КА. Если же полагать, что АТ сосредоточены по территории обслуживания сети, подобный аналитический подход неприменим, но доступным средством исследования остается имитационное моделирование.

Таким образом, непосредственное использование результатов упомянутых работ для рассматриваемой сети невозможно, и задача моделирования сети является актуальной. Для достижения поставленной цели в разделе 2 дается описание модели, в разделе 3 представлена ее программная реализация, численное исследование модели проводится в разделе 4.

2 Описание модели

Орбитальная группировка анализируемой сети включает N_{ka} КА в N_k орбитальных плоскостях и кольцах, по $N_{вк}$ КА в каждом кольце, $N_{ka} = N_k \times N_{вк}$. Плоскости колец имеют одинаковое наклонение относительно экваториальной плоскости и смещены на равные углы $180^\circ/N_k$ относительно друг друга, а КА размещены равномерно в каждом кольце, т. е. смещены на угол $360^\circ/N_{вк}$. Для учета в модели каждому КА присвоен номер $n = (n_k - 1)N_{вк} + n_{вк}$, где n_k – номер кольца КА, $n_k = 1, \dots, N_k$, $n_{вк}$ – номер КА внутри кольца, $n_{вк} = 1, \dots, N_{вк}$. Мгновенная зона обслуживания отдельного КА, т. е. зона, в которой для находящихся в ней абонентов этот КА доступен для проведения сессий, является кругом на поверхности Земного шара, и ее радиус определяется минимально допустимым углом $\alpha_{мин}$ места в направлении от антенны АТ к КА.

Все абоненты находятся в зоне обслуживания сети. Количество и размещение РС по указанной зоне обслуживания таково, что любой КА, доступный абоненту, доступен также и, хотя бы одной РС. При этом для проведения абонентом сессии может использоваться любой доступный КА, на котором есть достаточный свободный ресурс.

Высокая динамика изменения положения КА относительно абонентов, количество которых в сети измеряется тысячами, осложняет задачу моделирования и обуславливает целесообразность принятия следующих двух допущений:

1) Будем считать, как и в [16], что на относительно компактной территории, значительно меньшей зоны обслуживания отдельного КА, из любой точки этой территории доступен в каждый момент времени одинаковый набор КА, т. е. все абоненты на этой территории привязываются к некоторой, например, центральной ее точке. Только в отличие от [16] количество N_T таких точек будет довольно большим, десятки или сотни. Правомочность такого допущения подтверждается косвенно тем обстоятельством, что в районах повышенной активности человеческой деятельности, например, в городах, местах добычи полезных ископаемых и т. п. АТ будут размещаться с более высокой плотностью, т. е. тяготеют к некоторому центру района. Итак, полагаем, что каждый АТ размещен в окрестности одной из N_T точек, и перечень доступных ему КА всегда такой же, что и в этой точке. В регионах с высокой востребованностью услуг связи количество точек может быть больше, а при низкой востребованности меньше.

2) Учитывая, что среднее время t_{cp} доступности отдельного КА абоненту измеряется, как правило, минутами, примем, что весь период моделирования продолжительностью $T_{мод}$ разделен на измеряемые секундами интервалы времени $\Delta\tau \ll t_{cp}$, и все изменения доступности КА для абонентов происходят только на границах указанных интервалов, т. е. в моменты $e\Delta\tau$, $e = 1, \dots, E$, где $E = \left\lfloor \frac{T_{мод}}{\Delta\tau} \right\rfloor$. Фактически, мы переходим к шкале времени e в квантах $\Delta\tau$, т. е.

$e = t/\Delta\tau$. При этом события начала и завершения сессий обслуживания заявок могут происходить в произвольные моменты, в том числе, когда e не является целым.

Далее введем обозначения, касающиеся характеристик мультисервисного трафика. Абоненты сети отправляют в РС заявки на получение сервисов реального времени K типов. При наличии достаточного свободного ресурса проводятся сессии соответствующих типов. Потоки заявок из точек на проведение сессий пуассоновские с интенсивностями λ_{k,n_T} ,

где k – номер сервиса, $k = 1, \dots, K$, n_T – номер точки, $n_T = 1, \dots, N_T$. Время проведения сессий k -го типа является случайной величиной, имеющей экспоненциальное распределение с параметром μ_k . На это время для сессии необходим ресурс b_k на одном из доступных КА. При изменении доступности КА или при поступлении новых заявок может потребоваться изменение рабочего КА, а в некоторых случаях сессию придется прервать из-за недостаточности ресурса.

Рассмотрим ограничения, характерные для применения решающих правил по назначению ресурсов сессиям. Пусть в момент времени t необходимо проведение $m(t)$ сессий. Обозначим через s_i тип i -ой сессии, $i = 1, \dots, m(t)$, т. е. для проведения i -ой сессии необходимо b_{s_i} единиц ресурса. Введем

вектор требуемых для проведения сессий ресурсов $\mathbf{B}_T = (b_{s_1}, b_{s_2}, \dots, b_{s_{m(t)}})$. Пусть также в этот момент количество КА, которые доступны хотя бы одному активному АТ, составляет $n(t)$, и номера этих КА равны $h_1, h_2, \dots, h_{n(t)}$.

Можно составить матрицу текущей доступности КА \mathbf{A} в виде

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n(t)} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n(t)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m(t),1} & a_{m(t),2} & \dots & a_{m(t),n(t)} \end{pmatrix}.$$

Строки матрицы соответствуют сессиям, столбцы доступным КА. Элемент $a_{i,j}$ равен 1, если абоненту для проведения

i -й сессии типа s_i доступен КА с номером h_j , или 0 в противном случае. Очевидно, активному абоненту должен быть доступен хотя бы один КА, поэтому сумма элементов \mathbf{A} в каждой строке должна быть не меньше 1, т. е.

$$\sum_{j=1}^{n(t)} a_{i,j} \geq 1, j = 1, \dots, m(t).$$

Аналогичное условие можно записать и относительно столбцов матрицы \mathbf{A} :

$$\sum_{i=1}^{m(t)} a_{i,j} \geq 1, j = 1, \dots, n(t). \quad (1)$$

Неравенства (1) означают, что КА с номером h_j доступен хотя бы одному активному абоненту. В результате назначения ресурса компоненты вектора \mathbf{B}_T будут распределены между КА и, соответственно, будет сформирован вектор задействованных ресурсов КА $\mathbf{V} = (v_1, v_2, \dots, v_{n(t)})$, каждая компонента которого не превосходит величину V . Если возможность предоставления ресурса для всех сессий существует, то выполняется очевидное соотношение

$$vn(t) \geq \sum_{j=1}^{n(t)} v_j = \sum_{i=1}^{m(t)} b_{s_i}$$

Решение по распределению ресурса КА между сессиями в момент t можно представить в виде матрицы \mathbf{U} той же размерности, что и \mathbf{A} :

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \dots & u_{1,n(t)} \\ u_{2,1} & u_{2,2} & \dots & u_{2,n(t)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{m(t),1} & u_{m(t),2} & \dots & u_{m(t),n(t)} \end{pmatrix}$$

В \mathbf{U} элемент $u_{i,j}$ равен b_{s_i} , если сессию s_i планируется проводить через КА h_j , или нулю в противном случае. При этом с учетом упомянутого выше условия неделимости ресурса сессии между двумя и более КА получаем, что в i -й строке матрицы \mathbf{U} ровно один элемент отличен от нуля и равен b_{s_i} . Очевидно, если ввести вектор-столбец \mathbf{E}_s , состоящий из $n(t)$ единиц, и вектор-строку \mathbf{E}_r из $m(t)$ единиц, то

$$\mathbf{U}\mathbf{E}_s = (\mathbf{B}_T)^T, \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_r\mathbf{U} = \mathbf{V}. \quad (3)$$

Эти соотношения не учитывают фактор доступности КА. Естественно, ресурс b_{s_i} на проведение сессии s_i должен выделяться на одном из доступных активному абоненту КА. Тогда выражение (2) следует уточнить и переписать в виде:

$$\sum_{j=1}^{n(t)} a_{i,j} u_{i,j} = b_{s_i}, \quad i = 1, 2, \dots, m(t). \quad (4)$$

Кроме того, поскольку компоненты вектора \mathbf{V} не превосходят значения V , то выражение (3) удобно записать в форме неравенств:

$$\sum_{i=1}^{m(t)} u_{i,j} \leq v, \quad j = 1, 2, \dots, n(t) \quad (5)$$

Из выражений (4) и (5) вытекает, что цель отработки решающего правила по назначению ресурсов сессиям состоит в поиске допустимого решения задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП).

Естественно, в случае установления факта невозможности назначения ресурса всем сессиям, например, при уменьшении количества доступных КА, решающее правило должно определять, какие из сессий подлежат прерыванию, и повторно решать задачу распределения ресурса для меньшего количества сессий.

Указанная задача ЦЛП является довольно трудоемкой, а решаться должна практически в реальном масштабе времени. Это делает невозможным использование метода прямого перебора. Например, если текущее количество сессий более 30, и каждому АТ доступны не менее двух КА, то потребуется перебрать более 10^9 вариантов. Интерес могло бы представлять использование известных методов линейного программирования.

В частности, нетрудно показать, что при отсутствии условия неделимости ресурса отдельных сессий между КА задача поиска допустимого решения может быть сведена к транспортной задаче линейного программирования [18, 19], а при отсутствии ограничения доступности КА, т.е. когда все элементы матрицы \mathbf{A} равны единице, задачу можно отнести к известному классу задач о раскрое [19]. Тем не менее, в общем случае использование для построения решающего правила существующих методов решения этих задач невозможно.

Перечисленные обстоятельства свидетельствуют о том, что получение оптимального решения в условиях жестких ограничений по времени затруднено. Целесообразно использовать эвристические процедуры. Подобный подход используется довольно часто. Например, существуют варианты жадного алгоритма, различные итерационные стратегии [20] и т.п.

Отметим, что выбор наилучшего решающего правила не входит в задачи настоящей статьи. Этот выбор должен учитывать особенности задач, решаемых конкретной сетью, перечень и характеристики сервисов, относительную важность их предоставления, необходимость первоочередного обслуживания абонентов тех или иных регионов и т.п. Поэтому разрабатываемая модель должна позволять анализировать эффективность использования различных решающих правил, чтобы пользователь мог сравнить варианты между собой и определить предпочтительный.

3. Программная реализация модели

Имитационная модель реализована в среде Matlab в виде двух сценариев:

- сценария подготовки исходных данных для имитационного моделирования;
- сценария сбора и обработки статистических данных.

Укрупненный алгоритм подготовки исходных данных для имитационного моделирования представлен на рисунке 2. Сценарий включает два блока:

- подготовка массива точек, в окрестностях которых расположены АТ;
- формирование массива списков доступности КА в точках.

Соответственно, сначала в окне с картой РФ в диалоговом режиме вводятся координаты N_T точек.

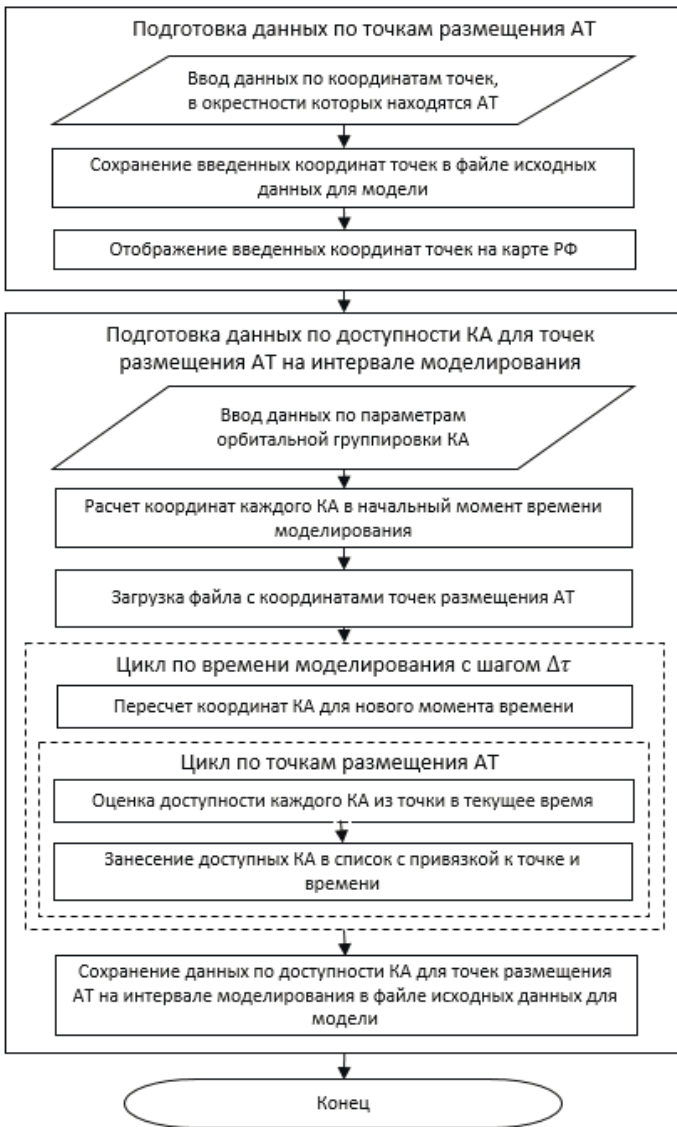


Рис. 2. Укрупненный алгоритм подготовки исходных данных для имитационного моделирования

Далее осуществляется расчет и сохранение массива списков доступности КА в этих точках. Порядок получения данных по пролетам КА над точками аналогичен изложенному в [16] и предполагает:

- расчет координат каждого из $N_{ка}$ КА в начальный момент времени с учетом равномерного разнесения колец и КА в кольцах;
- пересчет координат на моменты времени $e\Delta\tau$, $e = 1, \dots, E$, с учетом суточного вращения Земли и перемещения КА по орбите;
- проверку доступности каждого КА из каждой из N_T точек для моментов времени $e\Delta\tau$ и формирование соответствующих списков доступных КА $H^*(e, n_t)$, $n_t = 1, \dots, N_T$;
- сохранение массива списков доступных КА для точек на интервале времени моделирования в файлах исходных данных.

Сценарий сбора и обработки статистических данных, основной сценарий модели, является дискретно-событийным.

Множество событий включает поступление заявок на обслуживание, завершение сессий и изменение доступности КА. Существо моделирования составляет многократное повторение актов применения решающего правила для получения матрицы решения U и вектора задействованных ресурсов КА V по вектору требуемых сессиям ресурсов B_T и матрице доступности КА для проведения сессий A при наступлении событий поступления заявок и изменения доступности КА. По принятым решениям U корректируется состояние сети и набирается статистика по отказам в приеме заявок на обслуживание и прерываниям сессий. В случаях нормального завершения сессий решающее правило не применяется, а лишь выполняется освобождение ранее занятого сессией ресурса и осуществляется набор статистики.

На рисунке 3 представлены основные информационные массивы сценария сбора и обработки статистических данных и связи между ними в принятых обозначениях.

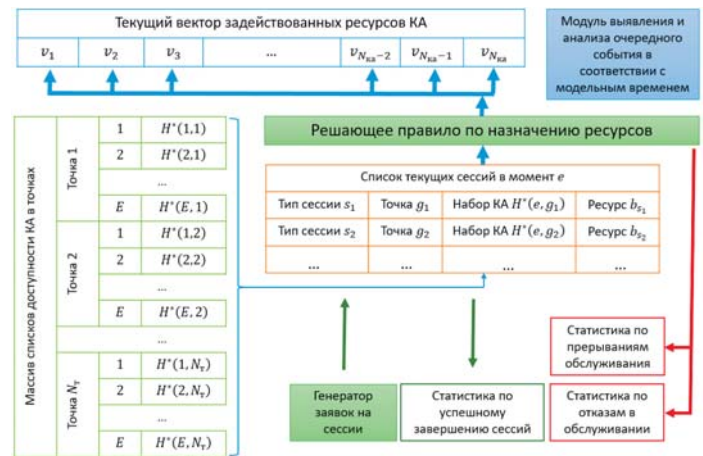


Рис. 3. Основные информационные массивы сценария сбора и обработки статистических данных и связи между ними

К указанным массивам относятся:

- массив списков доступности КА в точках, в окрестности которых находятся абоненты;
- список текущих сессий;
- текущий вектор задействованных ресурсов КА;
- массивы статистики по успешному завершению сессий, а также по необслуженным заявкам.

Также на рисунке 3 представлены элементы модели, обеспечивающие генерацию и обработку заявок, назначение ресурсов, а также управляющий модуль выявления и анализа очередного события в соответствии с модельным временем.

Решающее правило реализовано в виде функции, принимающей в качестве параметров список текущих сессий, где для каждой сессии указан тип s_i , требуемый ресурс b_{s_i} , точка g_i , в окрестности которой находится АТ, и набор доступных из этой точки КА $H^*(e, g_i)$. Функция возвращает список текущих сессий, куда добавлены номера КА, через которые должны проводиться сессии, вектор задействованных ресурсов КА, перечень прерываемых сессий. Для модели решающее правило относится к входным данным. Его можно изменить путем замены в сценарии модели упомянутой выше функции.

Используемое по умолчанию решающее правило предусматривает трехэтапную процедуру:

- назначение ресурса сессиям, для которых доступен единственный КА;
- назначение ресурса оставшимся сессиям на КА, где на очередном шаге свободный ресурс максимален;
- прерывание сессий, которым недостаточно ресурса на доступных КА с учетом уже выполненных назначений.

Массив списков доступности КА в точках, сформированный первым сценарием, загружается в память при запуске модели. Начальный «толчок» работе модели дается генерацией времени поступления и реквизитов первой заявки. Далее модуль выявления и анализа очередного события в соответствии с модельным временем определяет, какое из событий должно обрабатываться следующим.

Рассмотрим особенности обработки событий.

Новые заявки поступают в сеть от генератора заявок, реализованного на основе встроенного в Matlab датчика случайных чисел. Для заявки при генерации определяются:

- тип заявки и продолжительность ее обслуживания;
- номер точки, в окрестности которой находится АТ.

Заявка добавляется в список текущих сессий вместе с реквизитами и списком доступных в текущий момент времени КА, который берется из массива списков доступности КА в точках по времени и номеру точки. Затем отрабатывается решающее правило по назначению ресурсов. Здесь возможны два варианта результатов:

- для сессий, включая новую, достаточно ресурсов на КА;
- невозможно перераспределить ресурс между сессиями без прерывания хотя бы одной сессии.

В первом случае осуществляется корректировка текущего вектора задействованных ресурсов КА. Во втором случае новая заявка получает отказ, вектор задействованных ресурсов КА не корректируется, информация по заявке пополняет статистику по отказам в обслуживании.

После обработки события поступления заявки осуществляется генерация новой заявки, что обеспечивает продолжение процесса поступления заявок. Обработка события завершения сессии предполагает исключение сессии из списка текущих сессий, уточнение вектора задействованных ресурсов КА и накопление статистики по успешному завершению сессий.

В моменты, когда модельное время, измеряемое в квантах Δt , принимает целочисленное значение, осуществляется перераспределение ресурса между сессиями. Результатом может быть нахождение решения, позволяющего продолжить все сессии, или отсутствие такого решения. В последнем случае сессии, которым недостаточно ресурса, исключаются из списка текущих сессий, и осуществляется накопление статистики по прерываниям сессий.

Укрупненный алгоритм работы сценария сбора и обработки статистических данных представлен на рисунке 4. Алгоритм обеспечивает выполнение описанных выше операций. Набор статистики продолжается до момента, пока не будет обработано заданное число N_c заявок на проведение сессий.

В ходе набора статистики ведутся счетчики числа заявок N_k^{ref} каждого типа, которым отказано в обслуживании при их поступлении в сеть, и счетчики числа заявок N_k^{int} , сессии обслуживания которых прерваны. Такие же счетчики ведутся отдельно для каждой из N_T точек.

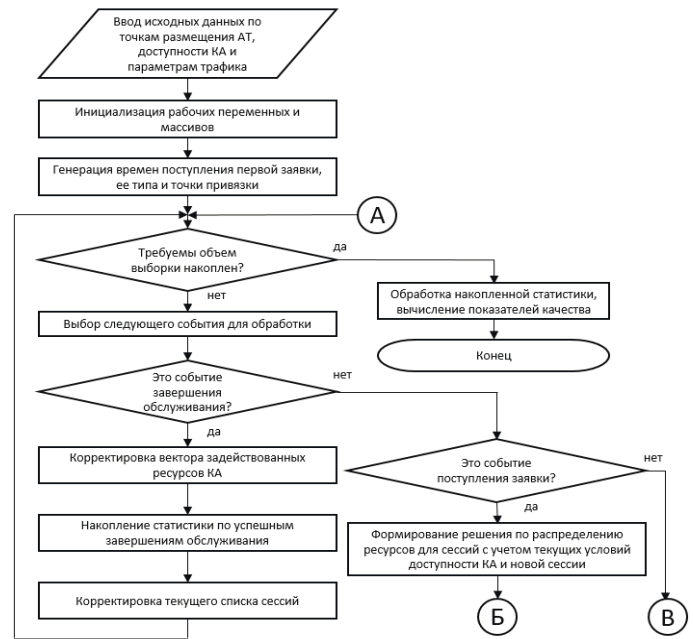


Рис. 4. Укрупненный алгоритм сбора и обработки статистических данных (начало)

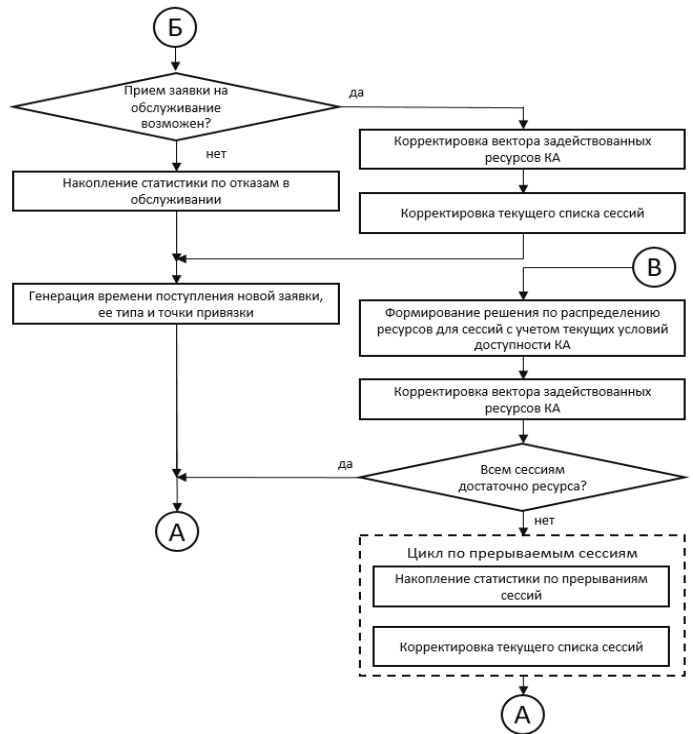


Рис. 4. Укрупненный алгоритм сбора и обработки статистических данных (окончание)

При обработке статистики определяются доли π_k^{ref} заявок каждого типа, получивших отказ, в виде $\pi_k^{ref} = N_k^{ref} / N_c$, и доли π_k^{int} прерванных сессий в результате изменения доступности КА $\pi_k^{int} = N_k^{int} / N_c$, $k = 1, \dots, K$, N_c – общее количество поступивших заявок k -го типа.

4. Численные эксперименты

С использованием модели проведены численные эксперименты, позволившие получить оценки показателей качества обслуживания трафика.

В рассматриваемой сети орбитальная группировка включает $N_{ка} = 12$ КА и содержит $N_k = 3$ кольца по $N_{вк} = 4$ КА в каждом кольце на круговых орбитах высотой 8070 км. Наклонение орбит 90° . Минимальный угол места доступности КА для АТ $\alpha_{мин} = 30^\circ$.

Массив координат точек, в окрестностях которых находятся АТ, иллюстрируется рисунком 5. Точки практически равномерно размещены по территории РФ, хотя имеют несколько более высокую концентрацию в европейской части страны.

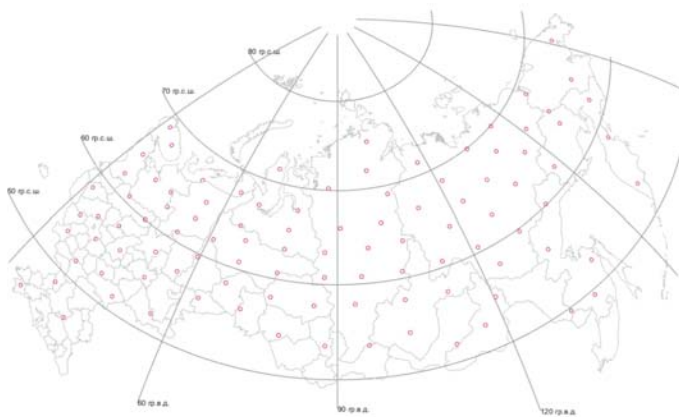


Рис. 5. Совокупность точек, в окрестности которых находятся АТ

Для численного эксперимента использовано решающее правило U , встроенное в модель по умолчанию и описанное в разделе 3.

Характеристики мультисервисного трафика представлены в таблице 1.

Таблица 1

Характеристики мультисервисного трафика

Характеристика	Значение
Количество типов трафика реального времени	3
Максимальные интенсивности поступления заявок (в минуту), вектор $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$	(1.2, 0.6, 0.3)
Затраты ресурса на сессию, вектор (b_1, b_2, b_3)	(1, 4, 8)
Интенсивности обслуживания заявок (в минуту), вектор (μ_1, μ_2, μ_3)	(0.3, 0.15, 0.2)
Ресурс обслуживания одного КА ν	25

В таблице 1 представлены максимальные значения интенсивностей поступления заявок на проведение сессий разных типов, и полагается, что пропорции между интенсивностями для заявок разных типов сохраняются. Если осуществляется расчет показателей качества работы сети для других значений интенсивности, то компоненты нового вектора интенсивностей определяются, как соответствующий процент от компонент вектора максимальных интенсивностей. Например, нагрузке 30% соответствуют интенсивности $(1.2, 0.6, 0.3) * 0.3 = (0.36, 0.18, 0.09)$. Соответственно, далее нагрузка в сети

будет измеряться в процентах от ее максимального значения, заданного в таблице 1.

Переходя к результатам численного анализа, следует иметь в виду, что при заданном значении угла $\alpha_{мин} = 30^\circ$ для описанных выше параметров орбитальной группировки не обеспечивается полное покрытие поверхности Земного шара. Это иллюстрируется рисунком 6, где границы зон обслуживания КА показаны сплошной красной линией.

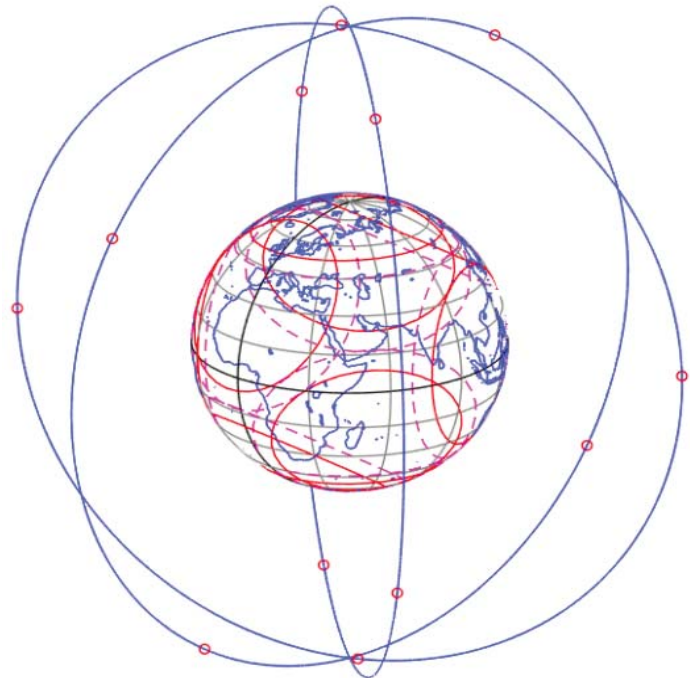


Рис. 6. Пример мгновенных зон доступности КА для $\alpha_{мин} = 30^\circ$ (сплошные красные линии) и для $\alpha_{мин} = 20^\circ$ (пунктирные линии)

Промежутки между зонами обслуживания КА особенно заметны в южных широтах. При этом в северных широтах количество доступных абонентам КА может составлять 2-3 и более. Избавиться от указанных промежутков могло бы снижение величины $\alpha_{мин}$ до 20° . Соответствующие зоны показаны на рисунке 6 пунктирной линией. Однако, при заданных исходных данных в течение периода моделирования будут встречаться интервалы времени, когда у абонентов нет доступных КА, и отказ в обслуживании заявок будет иметь место для всех типов сессий. Наличие таких интервалов на широте 40° с. ш. и их отсутствие на широте 70° с. ш. иллюстрируется рисунками 7 и 8.

Естественно, получаемые при имитационном моделировании оценки показателей качества отличаются от теоретических значений. Чтобы эти отличия были относительно небольшими, объем набираемой статистики определяется таким образом, чтобы доверительный интервал, в котором с высокой вероятностью находится теоретическое значение был достаточно узким. Для построения доверительных интервалов использован подход, описанный в [1] и основанный на разбиении интервала моделирования на равные циклы, вычислении оценок показателей на каждом цикле и совместной обработке оценок для циклов с использованием таблиц распределения Стьюдента.

Таблица 2

Результаты расчета зависимости доли π_3 необслуженных заявок на предоставление сервиса 3, а также нижней и верхней границ доверительных интервалов от нагрузки

Величина нагрузки (в % от максимальной)	10%	20%	30%	40%	50%
Оценка доли необслуженных заявок	0,03308	0,033767	0,033813	0,034999	0,036983
Нижняя граница доверительного интервала	0,032571	0,033124	0,03322	0,034271	0,036405
Верхняя граница доверительного интервала	0,033589	0,034409	0,034406	0,035726	0,037562
Величина нагрузки (в % от максимальной)	60%	70%	80%	90%	100%
Оценка доли необслуженных заявок	0,038936	0,043625	0,050431	0,058568	0,069807
Нижняя граница доверительного интервала	0,03817	0,042954	0,0496	0,057513	0,068736
Верхняя граница доверительного интервала	0,039701	0,044296	0,051262	0,059622	0,070877

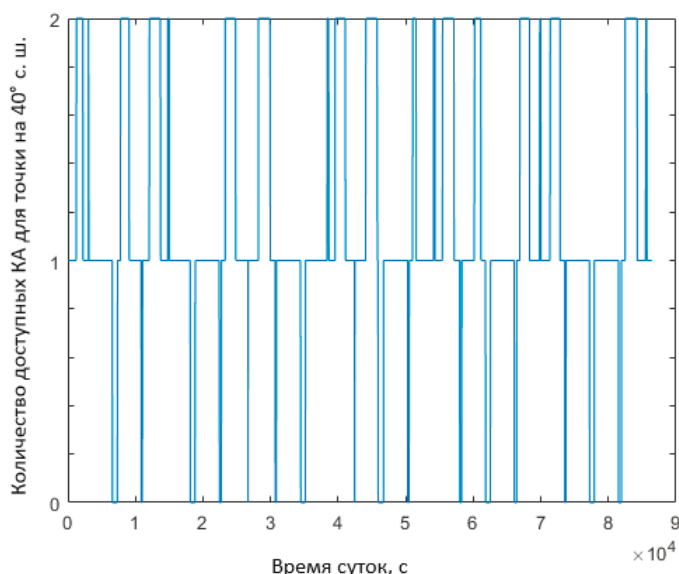


Рис. 7. Количество доступных КА для точки с широтой 40° с. ш. в течение суток при $\alpha_{мин} = 30^\circ$

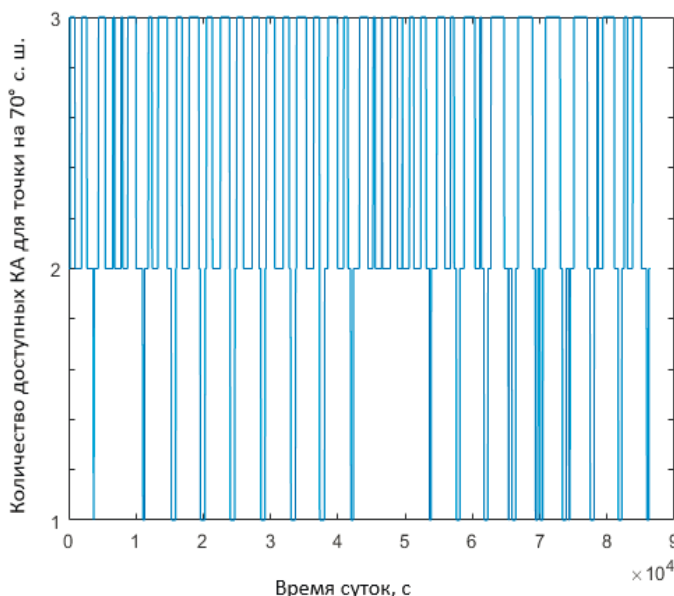


Рис. 8. Количество доступных КА для точки с широтой 70° с. ш. в течение суток при $\alpha_{мин} = 30^\circ$

Проведенные исследования показали, что при объеме выборки порядка 2,5 млн заявок, с одной стороны, получается приемлемая точность оценок, с другой стороны, время моделирования составляет единицы минут. Результаты построения доверительных интервалов для доли необслуженных заявок на предоставление сервиса 3 при различных нагрузках иллюстрируются таблицей 2 и рисунком 9.

Доверительная вероятность здесь составляет 0,95. Видно, что ширина доверительных интервалов по отношению к оценке не превосходит единиц процентов, т.е. точность оценивания можно считать приемлемой.

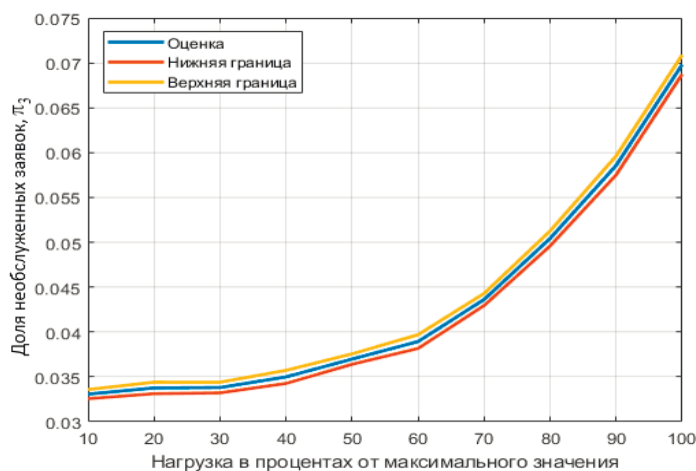


Рис. 9. Зависимость доли π_3 необслуженных заявок на предоставление сервиса 3, а также нижней и верхней границ от нагрузки

Зависимости долей необслуженных заявок от нагрузки с детализацией причин не обслуживания представлены на рисунках 10, 11 и 12.

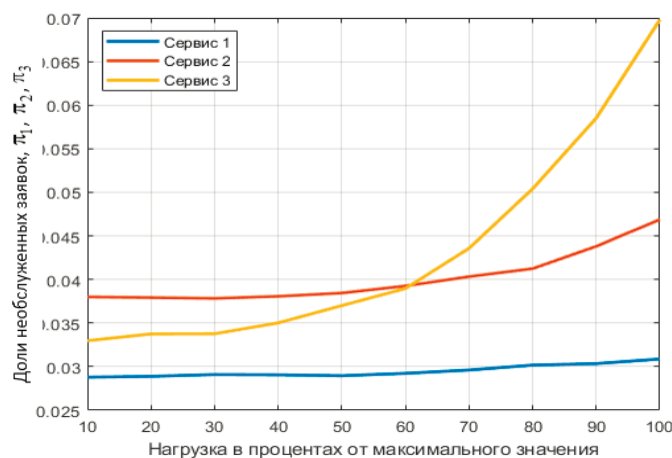


Рис. 10. Зависимости долей π_1, π_2, π_3 необслуженных заявок от нагрузки

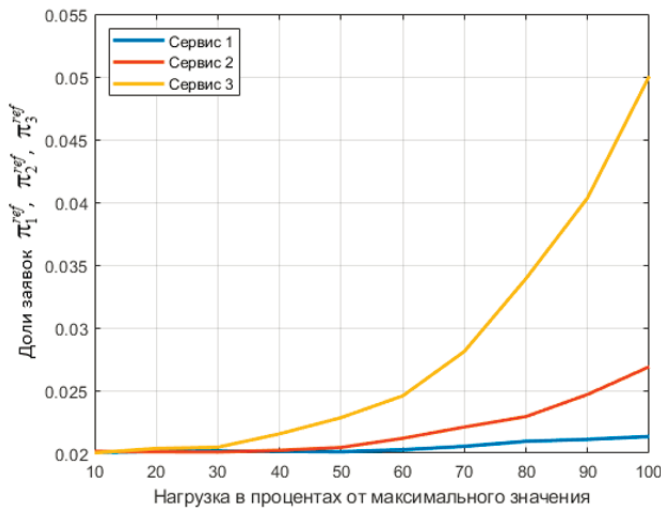


Рис. 11. Зависимости долей π_1^{ref} , π_2^{ref} , π_3^{ref} заявок, получивших отказ при поступлении, от нагрузки

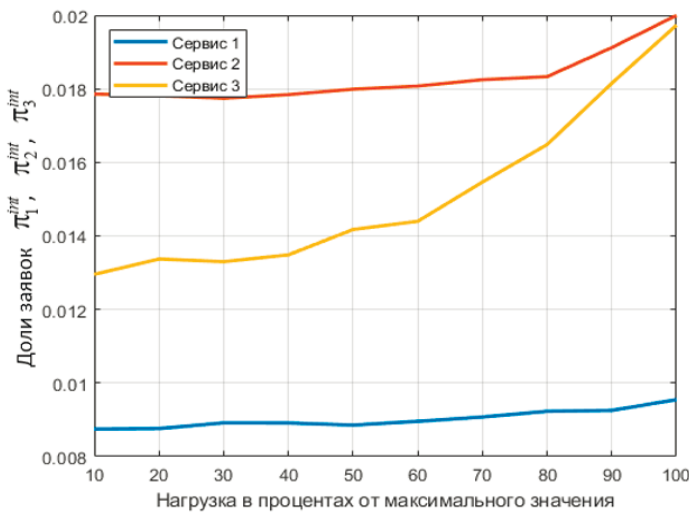


Рис. 12. Зависимости долей π_1^{int} , π_2^{int} , π_3^{int} прерванных сессий от нагрузки

Видно, что увеличение доли необслуженных заявок при росте входной нагрузки с 10 до 100% для разных типов трафика имеет различный характер. Если для трафика первого типа, требующего для обслуживания заявки занятие минимального ресурса на наименьшее среднее время, рост показателя π_1 незначителен (менее 10%), то для трафика второго и третьего типа увеличение долей необслуженных заявок более существенно.

Для трафика второго типа π_2 увеличивается примерно на 20%, а для трафика третьего типа π_3 возрастает более чем в два раза. Обращает на себя внимание тот факт, что при нагрузках до 60% от максимального значения доля необслуженных заявок второго типа больше доли необслуженных заявок третьего типа, хотя затраты ресурса на проведение сессий третьего типа больше, $b_3 > b_2$. Для объяснения причин такого обстоятельства обратимся к зависимостям π_k^{ref} и π_k^{int}

от нагрузки для $k = 2, 3$ (рис. 11 и 12). Значения π_2^{ref} и π_3^{ref} при низких нагрузках примерно равны, и, видимо, определяются вероятностью события, что в момент возникновения заявок доступные КА отсутствуют. При высоких нагрузках π_3^{ref} значительно превосходит π_2^{ref} . Значения π_2^{int} при одинаковых нагрузках превосходят π_3^{int} , так как среднее время обслуживания заявок второго типа больше, т.е. $1/\mu_2 > 1/\mu_3$, и сессии второго типа в среднем участвуют в процедурах переназначения ресурса чаще, чем сессии третьего типа. В итоге при низких нагрузках $\pi_2^{ref} \approx \pi_3^{ref}$, $\pi_2^{int} > \pi_3^{int}$ и потому $\pi_2 < \pi_3$, а при высоких нагрузках превосходство π_3^{ref} над π_2^{ref} оказывается решающим и $\pi_2 < \pi_3$. Впрочем, эти результаты получены для описанного выше решающего правила, и, возможно, при использовании других решающих правил соотношение π_2 и π_3 будет иным.

Модель позволяет оценивать значения показателей качества не только для сети в целом, но и, например, для отдельных регионов. В частности, для относительно равномерного распределения по территории РФ точек, в окрестности которых находятся АТ, интерес может представлять влияние на показатели широты точек. Так на рисунке 13 представлены зависимости долей необслуженных заявок от нагрузки для широт в диапазоне от 60° до 65° с. ш. Видно, что характер зависимости примерно такой же, что и для сети в целом (рис. 10). Сравнительно лучшую гладкость линий зависимостей для сети в целом можно объяснить большим объемом статистики.

Другим примером зависимостей показателей качества от широты является диаграмма, представленная на рисунке 14. Здесь весь диапазон широт зоны размещения АТ разбит на шесть поддиапазонов шириной 5°. Для каждого поддиапазона представлены значения долей необслуженных заявок от широты при нагрузке 60% от максимальной для каждого сервиса. На широтах выше 65° с. ш., для всех сервисов обеспечивается доля необслуженных заявок менее 1%. Это объясняется тем обстоятельством, что на высоких широтах доступность КА выше и реже возникают ситуации полного отсутствия доступности КА.

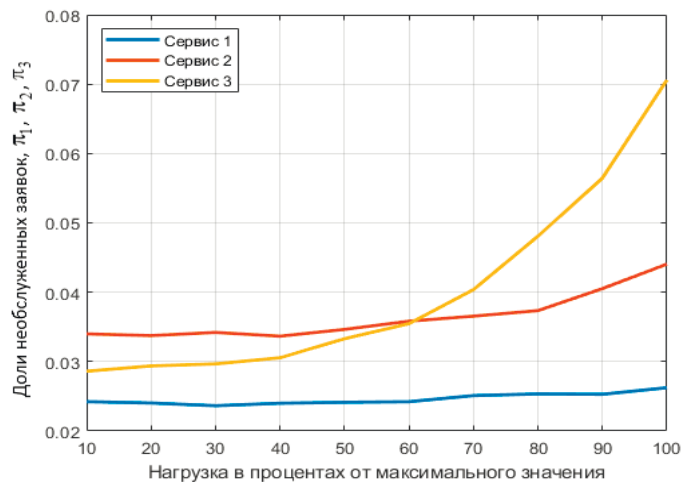


Рис. 13. Зависимости долей необслуженных заявок от нагрузки на широтах 60°-65° с. ш.

5. Заключение

Разработанная модель мультисервисной спутниковой сети связи на базе космических аппаратов на низких и средних круговых орбитах при обслуживании трафика реального времени обеспечивает оценку долей необслуженных заявок каждого типа вследствие отказа в приеме заявок на обслуживание и прерывания сессий получения сервисов из-за недостатка ресурса обслуживания. Модель позволяет учесть динамику изменения доступности КА абонентам и особенности размещения абонентов по территории зоны обслуживания сети. Предусмотрена возможность смены решающего правила по динамическому назначению ресурсов КА с учетом текущего перечня сессий и наборов доступных активным абонентам КА. Модель реализована в среде Matlab в виде двух сценариев:

- сценария подготовки исходных данных для имитационного моделирования;
- сценария сбора и обработки статистических данных.

Проведены численные эксперименты на примере применения встроенного в модель эвристического решающего правила и распределения АТ по территории РФ для сети на базе двенадцати КА с высотой орбиты порядка восьми тысяч километров. В ходе экспериментов построены достоверные интервалы оценок показателей качества, получены зависимости оценок от параметров входной нагрузки для сети в целом и для отдельных диапазонов широты дислокации АТ. Модель может использоваться при проектировании сетей для предварительной оценки эффективности предлагаемых вариантов построения и на этапе эксплуатации для обоснования возможностей проведения мероприятий по наращиванию и модернизации сети.

Литература

1. Степанов С.Н. Теория телетрафика: концепции, модели, приложения. М.: Горячая линия – Телеком, 2015. 868 с.
2. Башарин Г.П. Лекции по математической теории телетрафика: Учеб. пособие М.: РУДН, 2009. 342 с.
3. Stepanov M.S., Kanishcheva M.G., Malikova E.E., Ndayikunda J., Kaigorodov N.G. The Development and Analysis of a Service Model for the Traffic of a Surveillance System Operator by a Dedicated Resource of an LTE Cell // 2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, 2022, pp. 1-6.
4. Stepanov M.S., Stepanov S.N., Kroshin F.S. Effective Algorithm of Estimation the Performance Measures of Group of Servers with Dependence of Call Repetition on the Type of Call Blocking DCCN 2022 // Lecture Notes Computer Science, Springer, Cham. 2022.
5. Gibadullina E.E., Viskova E.V., Stepanov S.N. Automated Service Configuration Management in IP/MPLS Networks // 4th International Science and Technology Conference “Modern Network Technologies – 2022”, MoNeTec – 2022.
6. Andrabi U.M., Kanishcheva M., Stepanov S.N. Observation system resource planning in presence of access control based on volume of resource occupied by traffic flows // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт, 2022, vol. 16, no.8, pp. 54-62.
7. Dawood T., Stepanov M. S., Naoussi C., Joao B., Yahia K. The Mathematical Model of the Internet of Things Traffic Servicing in Case of its Impulse Nature // 2023 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2023, pp. 1-8.

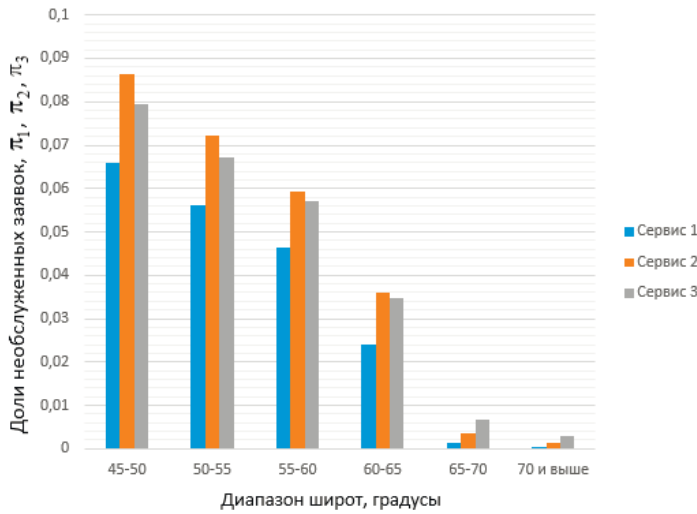


Рис. 14. Зависимость доли необслуженных заявок от широты при нагрузке 60% от максимальной

Для учета зависимостей качества обслуживания абонентов от характера их распределения по зоне обслуживания сети удобно ввести поправочные коэффициенты $K_{\pi}^{(k,n_t)} = \left(\frac{\pi_k^{(n_t)}}{\pi_k} \right) 100\%$, где k – тип сервиса, n_t – номер точки, $\pi_k^{(n_t)}$ и π_k – доли заявок, получивших отказ при передаче трафика k -го сервиса абонентами, соотнесенными с точкой n_t , и абонентами сети в целом. Для примера на рисунке 15 представлены такие коэффициенты для второго сервиса на фоне карты РФ для точек, где $\pi_2^{(n_t)} > \pi_2$.

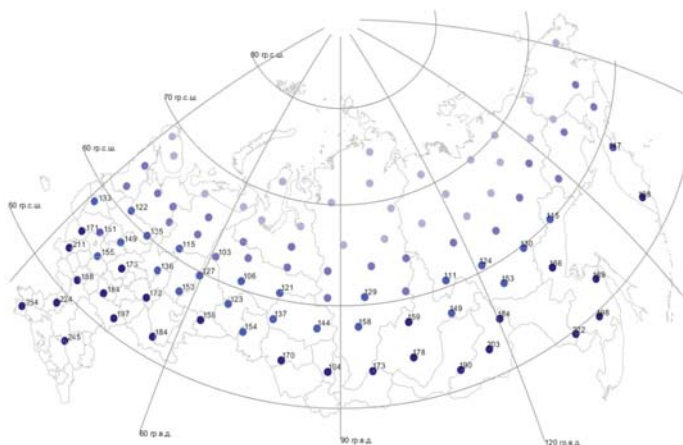


Рис. 15. Множество точек, к которым привязаны АТ, с цветовой индикацией доли заявок, получивших отказ при передаче трафика второго сервиса (светло-синий цвет соответствует низким величинам $\pi_2^{(n_t)}$, темно-синий большим) с указанием для точек, где потери выше средних по сети, коэффициентов $K_{\pi}^{(2,n_t)}$ при нагрузке 10% от максимальной и $\pi_2 \approx 0,038$

Пользователь сервиса может вычислить долю заявок, получивших отказ, для своей точки дислокации по показателю для сети в целом и известному ему поправочному коэффициенту.

8. *Ndimumahoro F., Stepanov M.S., Muzata A.R., Tammam D., Popov V.G.* Using the Principles of Mobile Systems Modeling for LoRaWAN Characteristics Estimation // 2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, 2022, pp. 1-8.

9. *Степанов С.Н., Степанов М.С.* Приближенный метод оценки характеристик совместного обслуживания трафика реального времени и эластичного трафика данных в мультисервисных узлах доступа // Автомат. и телемех., 2023, № 11. С. 93-114.

10. *Maslov A.A., Sebekin G.V., Stepanov S.N., Shchurkov A.O., Vasilyev A.P.* Model of processes for joint maintenance of real-time multiservice traffic and elastic data traffic in a network of low-power mobile subscriber terminals based on high-throughput satellites // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Vol. 18. № 3, pp. 41-49. ISSN: 2072-8735

11. *Маслов А.А., Себекин Г.В., Степанов М.С., Степанов С.Н., Щурков А.О.* Модель резервирования канального ресурса при обслуживании разнородного трафика в сети маломощных мобильных абонентских терминалов на базе КА с высокой пропускной способностью // Информационные процессы. 2024. Т. 24. № 1. С. 1-15.

12. *Себекин Г.В., Маслов А.А., Щурков А.О.* Моделирование совместного обслуживания мультисервисного трафика реального времени и эластичного трафика данных в сетях на базе космических аппаратов с высокой пропускной способностью // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2024. Т. 22. № 2. С. 11-22.

13. *Маков С.В., Маслов А.А., Себекин Г.В.* Оценка эффективности использования ресурса пропускной способности каналов ретрансляции космических аппаратов класса HTS на геостационарной и высокоэллиптической орбите для организации сети передачи трех типов трафика // Наноиндустрия. Специальный выпуск 9s. Т. 16(119). 2023. С. 613-619.

14. *Маслов А.А., Себекин Г.В., Степанов М.С., Степанов С.Н.,*

Щурков А.О. Модель сети передачи данных IoT на базе космических аппаратов на низких круговых орбитах. Часть 1. Режим одностороннего случайного множественного доступа // Информационные процессы. 2025. Т. 25. № 3. С. 456-471.

15. *Маслов А.А., Себекин Г.В., Степанов М.С., Степанов С.Н., Щурков А.О.* Модель сети передачи данных IoT на базе космических аппаратов на низких круговых орбитах. Часть 2. Режим случайного множественного доступа с подтверждением приема пакетов // Информационные процессы. 2025. Т. 25. № 3. С. 472-489.

16. *Маслов А.А., Себекин Г.В., Степанов М.С., Степанов С.Н., Щурков А.О.* Моделирование процессов обслуживания абонентов в сети передачи данных на базе космических аппаратов на низкой круговой орбите. I // Информационные процессы. 2024. Т. 24. № 4. С. 335-349.

17. *Маслов А.А., Себекин Г.В., Степанов М.С., Степанов С.Н., Щурков А.О.* Моделирование процессов обслуживания абонентов в сети передачи данных на базе космических аппаратов на низкой круговой орбите. II // Информационные процессы. 2025. Т. 25. № 2. С. 151-168.

18. *Таха Хедми А.* Введение в исследование операций: Пер. с англ. Изд. 7-е. М.: Издательский дом «Вильямс». 2005. 912 с.

19. *Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н.* Исследование операций в экономике: Учеб. пособие для вузов. М.: ЮНИТИ, 2005. 407 с.

20. *Афраймович Л.Г.* Информационные технологии в области принятия решений. Часть 1. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2016. 27 с.

21. *Чертова О.Г., Чиров Д. С.* Построение опорной сети связи на базе малоразмерных беспилотных летательных аппаратов с отсутствием наземной инфраструктуры // Научные исследования в космических исследованиях Земли. 2019. Т. 11. № 3. С. 60-71. doi: 10.24411/2409-5419-2018-10269. EDN: EHSBMO

MODELING OF REAL-TIME TRAFFIC SERVICE PROCESSES IN MULTISERVICE BROADBAND SATELLITE COMMUNICATIONS NETWORKS BASED ON SPACECRAFT AT LOW AND MEDIUM CIRCULAR ORBITS

Alexander A. Maslov, Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT), Moscow, Russia, maslov.aa@mipt.ru

Gennady V. Sebekin, Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT), Moscow, Russia, sebekin.gv@mipt.ru

Mikhail S. Stepanov, Moscow Technical University of Communications and Informatics (MTUCI), Moscow, Russia, m.s.stepanov@mtuci.ru

Sergey N. Stepanov, Moscow Technical University of Communications and Informatics (MTUCI), Moscow, Russia, s.n.stepanov@mtuci.ru

Alexey O. Shchurkov, Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT), Moscow, Russia, shchurkov.ao@mipt.ru

Alexander P. Vasilyev, Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT), Moscow, Russia

Abstract

A model of a multiservice broadband satellite communication network based on spacecraft in low and medium circular orbits for servicing real-time traffic has been developed, which makes it possible to take into account as source data the crucial rule for assigning a resource for holding different types of sessions and the specifics of placing subscribers across the network's service area. At the same time, the quality of network operation is assessed by the proportion of unserved requests, both for the network as a whole and for individual regions, depending on the parameters of the orbital constellation of spacecraft and subscriber terminals, traffic characteristics of each type, and resource costs for sessions. In the course of numerical experiments, confidence intervals for estimates of quality indicators were constructed, and the dependences of estimates on input load parameters for the network as a whole and for individual regions of subscriber deployment were obtained. The model can be used by network developers and operators to select crucial rules for assigning a resource to subscribers, evaluate the possibilities of building up the network, and justify the need for its modernization.

Keywords: spacecraft in low and medium circular orbits, channel resource, multiservice traffic, real-time traffic, subscriber terminals, simulation

References

- [1] S.N. Stepanov, "Teletraffic theory: concepts, models, applications", *T-Comm*, 2015, p. 868 (In Russian).
- [2] G.P. Basharin, "Lectures on the mathematical theory of telegraphy: textbook," Moscow, RUDN University, 2009, p. 342 (In Russian).
- [3] M.S. Stepanov, M.G. Kanishcheva, E.E. Malikova, J. Ndayikunda, N.G. Kaigorodov, "The Development and Analysis of a Service Model for the Traffic of a Surveillance System Operator by a Dedicated Resource of an LTE Cell," *2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, 2022, pp. 1-6.
- [4] M.S. Stepanov, S.N. Stepanov, F.S. Kroshin, "Effective Algorithm of Estimation the Performance Measures of Group of Servers with Dependence of Call Repetition on the Type of Call Blocking DCCN 2022," *Lecture Notes Computer Science, Springer, Cham*. 2022.
- [5] E.E. Gibadullina, E.V. Viskova, S.N. Stepanov, "Auto-mated Service Configuration Management in IP/MPLS Networks," *4th International Science and Technology Conference "Modern Network Technologies - 2022"*, MoNeTec-2022.
- [6] U.M. Andrabi, M.Kanishcheva, S.N. Stepanov, "Observation system resource planning in presence of access control based on volume of resource occupied by traffic flows," *T-Comm*, 2022, vol. 16, no.8, pp. 54-62.
- [7] T. Dawood, M.S. Stepanov, C. Naoussi, B. Joao, K. Yahia, "The Mathematical Model of the Internet of Things Traffic Servicing in Case of its Impulse Nature," *2023 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russian Federation, 2023, pp. 1-8.
- [8] F. Ndimumahoro, M.S. Stepanov, A.R. Muzata, D. Tammam, V.G. Popov, "Using the Principles of Mobile Systems Modeling for LoRaWAN Characteristics Estimation," *2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, 2022, pp. 1-8.
- [9] S.N. Stepanov, M.S. Stepanov, "An approximate method for estimating the characteristics of real-time traffic sharing and elastic data traffic in multi-server access nodes", *Automation and Remote Control*, 2023, no. 11, pp. 93-114 (In Russian).
- [10] A.A. Maslov, G.V. Sebekin, S.N. Stepanov, A.O. Shchurkov, A.P. Vasilyev, "Model of processes for joint maintenance of real-time multiservice traffic and elastic data traffic in a network of low-power mobile subscriber terminals based on high-throughput satellites ", *T-Comm*, 2024, vol. 18, no. 5, pp. 41-49, ISSN: 2072-8735: Models of shared service processes.
- [11] A.A. Maslov, G.V. Sebekin, S.N. Stepanov, M.S. Stepanov, A.O. Shchurkov, "A model for reserving a channel resource when servicing heterogeneous traffic in a network of low-power mobile subscriber terminals based on high-bandwidth spacecraft", *Information processes*, 2024, vol. 24, no. 1, pp. 1-15 (In Russian).
- [12] G.V. Sebekin, A.A. Maslov, A.O. Shchurkov, "Simulation of joint maintenance of real-time multiservice traffic and elastic data traffic in high-bandwidth spacecraft-based networks," *Information-measuring and control systems*, 2024, vol. 22, no. 2, pp. 11-22 (In Russian).
- [13] S.V. Makov, A.A. Maslov, G.V. Sebekin, "Assessment of the efficiency of using the bandwidth of the HTS-class spacecraft relay channels in geostationary and highly elliptical orbits to organize a network for transmitting three types of traffic", *Nanoindustry. Special issue 9s*, vol. 16(119), 2023, pp. 613-619 (In Russian).
- [14] A.A. Maslov, G.V. Sebekin, S.N. Stepanov, M.S. Stepanov, A.O. Shchurkov, "An IoT Data Network Model Based on Spacecraft in Low Circular Orbits. Part 1. One-way Random Multiple Access Mode," *Information processes*, 2025, vol. 25, no. 3, pp. 456-471 (In Russian).
- [15] A.A. Maslov, G.V. Sebekin, S.N. Stepanov, M.S. Stepanov, A.O. Shchurkov, "An IoT Data Network Model Based on Spacecraft in Low Circular Orbits. Part 2. Random multiple access mode with packet acceptance confirmation," *Information processes*, 2025, vol. 25, no. 3, pp. 472-489 (In Russian).
- [16] A.A. Maslov, G.V. Sebekin, S.N. Stepanov, M.S. Stepanov, A.O. Shchurkov, "Modeling of subscriber service processes in a data transmission network based on spacecraft in a low circular orbit. I," *Information processes*, 2024, vol. 24, no. 4, pp. 335-349 (In Russian).
- [17] A.A. Maslov, G.V. Sebekin, S.N. Stepanov, M.S. Stepanov, A.O. Shchurkov, "Modeling of subscriber service processes in a data transmission network based on spacecraft in a low circular orbit. II," *Information processes*, 2025, vol. 25, no. 2, pp. 151-168 (In Russian).
- [18] Taha. Khedmi A., "Introduction to operations research: Translated from English". Ed. 7-E, 2005, p. 912 (In Russian).
- [19] N.S. Kremer, B.A. Putko, I.M. Trishin, M.N. Friedman, "Operations research in economics: Textbook for universities," Moscow: UNITY, 2005, p. 407 (In Russian).
- [20] L.G. Afraimovich, "Information technologies in the field of decision-making. Part I," Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod State University, 2016, p. 27 (In Russian).
- [21] O. G Chertova., D. S. Chirov, "Building a core communication network which is based on small size unmanned aircraft vehicle without ground infrastructure," *H&ES Research*. 2019. Vol. 11. No. 3, pp. 60-71. doi: 10.24411/2409-5419-2018-10269.

Information about authors:

Alexander A. Maslov, Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT), Leading engineer, Moscow, Russia

Gennady V. Sebekin, Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT), Head of Department, Moscow, Russia

Mikhail S. Stepanov, Moscow Technical University of Communications and Informatics (MTUCI), Associate Professor, Moscow, Russia

Sergey N. Stepanov, Moscow Technical University of Communications and Informatics (MTUCI), Head of the Department, Moscow, Russia

Alexey O. Shchurkov, Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT), Leading engineer, Moscow, Russia

Alexander P. Vasiliev, Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT), Research fellow, Moscow, Russia

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ УЗЛОВ СЕТИ ДЛЯ АНАЛИЗА ЕЕ СОСТОЯНИЯ

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-12-16-24

Manuscript received 28 August 2025;
Accepted 12 November 2025

Гадасин Денис Вадимович,
Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия, denadiplom@mail.ru

Ключевые слова: беспроводные сенсорные сети, метод главных компонент, состояние сети, состояние узлов, собственные вектора, матрица ковариации

Технологии беспроводных сенсорных сетей можно отнести к технологиям, с помощью которых возможно осуществлять удаленное управление объектом. Для большинства систем критическим параметром управления является время реакции на возникающие события. Во время реакции включается не только время, которое отводится на принятие решения исходя из анализа полученных данных, но и время задержки на передачу этих данных от места события до лица принимающего решения. Исходя из того, что основным свойством сенсорных сетей является распределенность, то лицо принимающее решение должно обладать полнотой данных из всех контрольных точек системы. Количество узлов в сенсорных системах может достигать несколько тысяч, время на передачу и обработку данных может превысить реальное. В работе рассматривается способ выделения узлов сети, состояние которых соответствует определенному состоянию системы что должно позволить сократить время принятия решения. Определение узлов происходит исходя из анализа параметров обработки данных, проходящих через узлы. После приведения данных к табличной структуре они нормализуются и строится матрица ковариации. Для матрицы ковариации рассчитываются собственные числа на основе которых вычисляются собственные вектора, которые принимаются за ортонормированный базис. Производится проекция всего массива данных на базис. Применяя меру косинусного сходства для сравнения параметров определяется средняя величина. Ранжирование значений позволяет рассчитать шкалу ранжирования и выделить группы узлов для каждого деления шкалы. В каждой группе определяется центральный узел. Совокупность центральных узлов всех групп принимается за узлы, которые соответствуют данному состоянию сети.

Для цитирования:

Гадасин Д.В. Способ определения основных узлов сети для анализа ее состояния // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №12. С. 16-24.

For citation:

D.V. Gadasin. "A way to identify the main nodes of a network for analyzing its state," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no.12, pp. 16-24. (in Russian)

Введение

К одному из основных направлений развития использования сетевых технологий относится направление удаленного управления объектом исходя из параметров среды, в которой данный объект находится. Технологии, с помощью которых возможно реализовать удаленное управление объектом – технологии интернета вещей (IoT) и технологии беспроводных сенсорных сетей (WSN, БСС). В основе организации сенсорных сетей лежат различные виды датчиков, определяющие параметры состояния окружающей среды.

Всю совокупность датчиков возможно разделить на две большие группы. К первой группе относятся датчики, которые измеряют физические свойства среды: температура, влажность, уровень освещенности, концентрации вещества и т.п., а ко второй группе датчики, которые определяют какой-либо параметр состояния объекта: движение, расход топлива, уровень жидкости и т.п.

Сенсоры, относящиеся к одному и тому же объекту наблюдения, могут находиться на достаточном удалении друг от друга, поэтому основное свойство беспроводных сенсорных сетей – пространственная распределенность, само количество сенсоров может быть больше тысяч, поэтому при обработке данных должны использоваться соответствующие методы [1]. В архитектуре организации WSN можно выделить следующие основные составляющие: основной процесс, сенсоры, исполнительные механизмы, контроллеры. Общий принцип работы состоит в том, что сенсоры получают данные о состоянии основного процесса.

Полученные данные, посредством сетевых технологий передаются в контроллер, который исполняет функции управления. В контроллере полученные параметры сравниваются с эталонными и в случае совпадения/не совпадения, зависит от задачи, полученных данных с эталонными контроллер выдает сигнал на исполнительные механизмы, которые реализуют заложенный разработчиком алгоритм воздействия на основной процесс.

Узел беспроводной сенсорной сети в обязательном порядке включает в себя датчик, беспроводное приемопередающее оборудование и источник электропитания. Исходя из типа датчика может требоваться аналого-цифровой преобразователь, в определенных случаях в узле может находиться вычислительная система, например, состоящая из вычислительного (микропроцессор) и запоминающего устройства. Общая структура узла беспроводной сенсорной сети показана на рисунке 1.

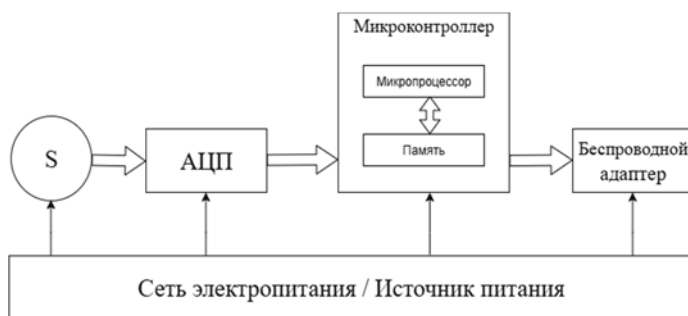


Рис. 1. Структура узла БСС

Основные функции узла сенсорных сетей не отличаются от основных функций узлов беспроводной сети передачи данных: сбор (получение) данных от объекта управления, их обработка и пересылка либо на другие узлы или на базовую станцию. Основное отличие узла БСС от узла передачи данных заключено в размерах самого узла. Датчики характеризуются минимализмом исполнения, а микропроцессор хоть и обладает относительно небольшими вычислительными возможностями по сравнению с вычислительной машиной, что накладывает ограничения на ресурсы узла: скорость передачи, пропускная способность. В свою очередь небольшие линейные размеры узла БСС позволяют легко проводить масштабирование сети. На качество сервиса, которое должна предоставить сеть влияют не только параметры узлов сети, но и топология связи между узлами.

Для соблюдения параметров качества в необходимых границах необходим постоянный мониторинг узлов сети. Исходя из того, что в сенсорных сетях количество узлов может меняться в широких диапазонах от единиц до тысяч, то время решения задачи по реконфигурированию сети, перераспределению ресурсов сети, с целью приведения параметров качества обслуживания в установленные границы может превысить реальное время, установленное для данной сети. В работе рассматривается способ определения ключевых узлов сенсорной сети, состояние которых соответствует определенному состоянию сети.

Метод главных компонент

Основная сложность при проведении анализа данных, на основе которых будет проводиться сравнение и выделение узлов является их разнородность. Хотя основные параметры узлов и известны, как и известны объемы данных, которые проходят через узлы, но каждый узел представляет собой отдельно функционирующее, обособленное устройство, поэтому для проведения анализа необходимо все анализируемые параметры всех узлов поместить в единую систему координат, т.е. провести проецирование данных узлов на единую координатную ось.

Для решения поставленной задачи возможно применить метод главных компонент (МГК, Principal Component Analysis – PCA), который позволяет определить главные компоненты и уменьшить размерность данных для анализа [2-4]. Под главными компонентами понимают линейную комбинацию анализируемых параметров, полученных в результате наблюдений, основным свойством которых является то, что в них содержится наибольшая дисперсия исходных данных. Переход от исходной векторной величины к вектору главных компонент происходит посредством поворота координатных осей, в результате которого получается новая координатная система, обладающая всеми свойствами оригинальной.

Доказано, что главные компоненты возможно получить из ковариационной матрицы путем вычисления собственных чисел, на основании которых вычисляются характеристические вектора матрицы, которые и являются главными компонентами. С помощью метода решаются как задачи анализа параметров объекта, которые оказывают основное влияние на данный объект [5, 6], так и задачи, которые используются в системах машинного обучения [7-9].

Для определения характеристических векторов необходимо выполнить четыре этапа.

1. Провести предварительную подготовку данных.
2. Построить ковариационную матрицу.
3. Вычислить собственные числа данной матрицы.
4. Вычислить собственные вектора на основе собственных чисел.

На этапе предварительной подготовке данных проводится их нормализация. Значения параметров, для которых проводится определение главных компонент, могут иметь различные единицы измерений, процедура нормализации позволяет для всего массива исходных данных определить единую систему измерений. Для осуществления процедуры нормализации данных используется метод нормализации средним или Z-нормализация. В данном методе любое нормализованное значение i -го признака из множества $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ возможных значений есть отношение разности между отдельным значением признака и средним значением n значений к дисперсии данного множества.

$$x_i^{\text{norm}} = \frac{(x_i - \bar{X})}{\sigma_x} \quad (1)$$

где дисперсия равна

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (2)$$

n – количество значений каждого признака; x_i – значение признака; \bar{X} – среднее значение

Прежде чем начать вычисление собственных значений необходимо построить матрицу ковариации из матрицы A нормализованных значений. В общем случае матрица A не является квадратной матрицей, в отличие от ковариационной матрицы C .

$$C = \begin{pmatrix} \text{cov}(A_1, A_1) & \text{cov}(A_1, A_2) & \dots & \text{cov}(A_1, A_n) \\ \text{cov}(A_2, A_1) & \text{cov}(A_2, A_2) & & \text{cov}(A_2, A_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(A_n, A_1) & \text{cov}(A_n, A_2) & & \text{cov}(A_n, A_n) \end{pmatrix} \quad (3)$$

где

$$\text{cov}(A_i, A_j) = \frac{\sum_{i,j=1}^n A_i \cdot A_j}{n-1} \quad (4)$$

Исходя из того, что $\text{cov}(A_i, A_i) = 1$ и $\text{cov}(A_i, A_j) = \text{cov}(A_j, A_i)$ конечная матрица ковариации является симметричной относительно главной диагонали, а элементы главной диагонали равны единице.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \text{cov}(A_1, A_2) & \dots & \text{cov}(A_1, A_n) \\ \text{cov}(A_2, A_1) & 1 & & \text{cov}(A_2, A_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(A_n, A_1) & \text{cov}(A_n, A_2) & & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Ковариационная матрица C служит основой для выделения собственных чисел и собственных векторов. Посредством применения специальных методов преобразования получается лямбда матрица вида:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} \quad (6)$$

Особенность данной матрицы состоит в том, что на главной диагонали располагаются собственные значения матрицы ковариации, когда все остальные элементы равны нулю или не превышают определенный заданный порог ϵ . На основании собственных значений возможно определить поведение и устойчивость исходной системы во времени.

Для нахождения собственных чисел возможно использовать метод Данилевского, Крылова, Леверрье-Фадеева, Якоби или QR разложение. В следствии того, что начальная ковариационная матрица симметричная, то желательно применить метод вращений или метод Якоби. Отличительная особенность метода состоит в том, что для вычислений собственных значений не надо составлять характеристические уравнения.

В основе метода лежит теорема, говорящая о том, что для любой симметричной матрицы C всегда существует такая ортогональная матрица U , что в результате последовательного произведения транспонированной ортогональной матрицы на симметричную матрицу и на ортогональную получается такая диагональная матрица Λ , которая имеет те же самые собственные значения что и матрица C .

$$\Lambda = U^T U C \quad (7)$$

Исходя из того, что для Λ собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ располагаются на главной диагонали, то если известна начальная матрица U_0 возможно найти собственные значения исходной ковариационной матрицы.

Метод вращений является итерационным методом, где на каждом шаге итерации строится матрица $U_i, i = 0, 1, \dots, l$ и при выполнении произведения в матрице C_i должен исключаться максимальный по модулю элемент за исключением элементов, находящихся на главной диагонали.

Перед выполнением итерационного процесса, необходимо задать точку останова. Под точкой останова подразумевается произвольное число ϵ , много меньше единицы. После выполнения шага итерации, все абсолютные значения не диагональных элементов сравниваются с ϵ и если они меньше, то процесс вращений завершается.

При выполнении первой итерации, в начальной матрице $C_0=C$ производится поиск максимального по модулю элемента (за исключением диагональных элементов), т.е. $c_{i_0 j_0}^{\text{max}} = \max(c_{i_0 j_0})$. После того, как был найден максимальный элемент, необходимо построить ортогональную матрицу простого поворота U_0 вида

$$U_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 & \dots \\ \dots & \dots & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \sin \theta_0 & \cos \theta_0 & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} i_0 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ j_0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \quad (8)$$

Следовательно необходимо вычислить угол θ_0 , величина угла должна быть такой что бы после умножения $U_0^T C_0 U_0$ величина элемента находящегося в матрице C^1 на месте элемента $c_{i_0 j_0}^{\max}$ матрицы C_0 была бы равна 0, т.е. $c_{i_0 j_0}^1 = 0$. Результат произведения матриц $C'_0 = C_0 U_0$ отличается от исходной матрицы C_0 только значениями элементов в столбцах i_0 и j_0 , причем:

$$\begin{aligned} c'_{i_0 i_0} &= c_{i_0 i_0} \cos \theta_0 + c_{i_0 j_0} \sin \theta_0 \dots c'_{n_0 i_0} = c_{n_0 i_0} \cos \theta_0 + c_{n_0 j_0} \sin \theta_0 \\ c'_{i_0 j_0} &= -c_{i_0 i_0} \sin \theta_0 + c_{i_0 j_0} \cos \theta_0 \dots c'_{n_0 j_0} = -c_{n_0 i_0} \sin \theta_0 + c_{n_0 j_0} \cos \theta_0 \end{aligned} \quad (9)$$

После умножения матриц $U_0^T C'_0 = C^1$ матрица C^1 отличается от матрицы C'_0 только значениями элементов в строках i_0 и j_0 , причем:

$$\begin{aligned} c^1_{i_0 i_0} &= c_{i_0 i_0} \cos \theta_0 + c_{j_0 i_0} \sin \theta_0 \dots c^1_{i_0 n} = c_{i_0 n} \cos \theta_0 + c_{j_0 n} \sin \theta_0 \\ c^1_{j_0 i_0} &= -c_{i_0 i_0} \sin \theta_0 + c_{j_0 i_0} \cos \theta_0 \dots c^1_{j_0 n} = -c_{i_0 n} \sin \theta_0 + c_{j_0 n} \cos \theta_0 \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом из 9 и 10 возможно найти i_0 и j_0 $c^1_{i_0 j_0}$, где

$$\begin{aligned} c^1_{i_0 j_0} &= (-c_{i_0 j_0} \sin \theta_0 + c_{j_0 j_0} \cos \theta_0) \cdot \cos \theta_0 + \\ &+ (-c_{j_0 i_0} \sin \theta_0 + c_{j_0 j_0} \cos \theta_0) \cdot \sin \theta_0 = \\ &= \frac{1}{2} (c_{j_0 j_0} - c_{i_0 i_0}) \cdot \sin 2\theta_0 + c_{i_0 j_0} \cos 2\theta_0. \end{aligned} \quad (11)$$

Исходя из условия, что $c^1_{i_0 j_0} = 0$, приравняв 11 к нулю получаем формулу 12

$$\operatorname{tg} 2\theta_0 = \frac{2c_{i_0 j_0}}{c_{i_0 i_0} - c_{j_0 j_0}}, \text{ тогда } \theta_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2c_{i_0 j_0}}{c_{i_0 i_0} - c_{j_0 j_0}} \right) \quad (12)$$

Получаемая матрица C^1 будет симметричной, исходя из того, что:

$$C_1^T = (U_0^T C_0 U_0)^T = (C_0 U_0)^T U_0 = U_0^T C_0^T U_0, \quad (13)$$

но матрица C_0 симметричная, поэтому $C_0^T = C_0$, подставляя данное значение в 13 получаем

$$C_1^T = U_0^T C_0^T U_0 = U_0^T C_0 U_0 = C_1, \quad (14)$$

После того, как была вычислена матрица Λ , в которой содержатся собственные значения исходной матрицы C , для чего в общем случае требуется сделать k итераций, необходимо вычислить собственные вектора данной матрицы, которые и будут являться главными компонентами, аналогичные

циклы используются в минимаксных задачах [10]. Для получения матрицы V , в которой вектор столбцы соответствуют главным компонентам, необходимо перемножить все матрицы U ,

$$V = \prod_{i=0}^k U_k \quad (15)$$

Для уменьшения размерности данных необходимо отобрать те главные компоненты, которые вносят наибольший вклад в общую дисперсию. Проводится ранжирование собственных чисел от большего к меньшему. Величина собственного числа определяет долю дисперсии, которая вносит каждая компонента.

В том случае если собственные числа вычислены верно, то суммарная дисперсия определяется суммой собственных чисел и должна быть равна рангу матрицы Λ . Для дальнейшей работы необходимо отобрать то количество компонент, суммарная доля собственных чисел, которые им соответствуют меньше 80%.

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \cdot 100\% \\ P &= \sum_{i=1}^{k \leq n} \gamma_i, P < 80\% \end{aligned} \quad (16)$$

На заключительном этапе работы проводится проекция и восстановление данных. На данном этапе происходит преобразование начальных данных в систему координат, которую образуют главные компоненты, отобранные исходя из формулы 16. Для проецирования данных необходимо начальную матрицу, которая содержит исходные данные умножить на матрицу главных компонент, а для восстановления данных матрицу спроецированных данных умножить на транспонированную матрицу главных компонент:

$$Z = AVV^T \quad (17)$$

Решение практической задачи.

В качестве набора данных, который выбран для решения практической задачи, выбран набор данных с ресурса [11]. На данном ресурсе располагаются датасеты, на основе которых проводится обучения нейронных сетей. В выбранном файле содержатся данные, полученные с узлов беспроводной сенсорной сети, отражающие реальное поведение сети и активность отдельных ее узлов.

Данные находятся в файле формата csv, а в качестве разделителя применяется запятая. Удобство работы с таким форматом файла заключается в том, что он может быть преобразован в файл табличного редактора с минимальными затратами. Первые десять строчек датасета представлены на рисунке 2.

packet_size	transmission_time	protocol_type	bandwidth_usage	latency	jitter	packet_loss_rate	device_id	device_type	energy_usage	allocated_bandwidth
1226	91.12209781979044	HTTP	15.623113648241148	550.5202704553517	1.95554754945826875	0.6789842667821899	565	camera	3.070837904598215	6.4104917933860115
960	33.34561073644827	HTTP	63.094116624451566	222.89164521603695	23.431288233407667	0.4321637155417296	321	actuator	2.216078481935464	34.67159565134774
1394	18.012293918294684	HTTP	80.7948375240668	86.79579195220704	40.182257014797564	0.37758071871683563	410	actuator	6.415587530859842	82.9530951983125
1230	95.4108472157652	TCP	59.55185481178999	925.8769181255707	11.281608015930466	1.0574591368143342	686	camera	7.121031455872774	28.562144451326144
1195	34.21652161711999	TCP	38.698202191863864	427.9470491008115	9.526643487997939	3.6845285676650037	231	sensor	5.806726469564273	96.23489955304552
1144	75.0010989913978	TCP	22.332396915604595	117.4709319483617	93.16618777228615	0.7284325759737292	70	sensor	6.677766570182533	69.1802689992217
221	23.809163285178457	TCP	3.8684296185057563	625.7840812633677	61.524023803009385	2.8979338107978907	51	camera	2.109232707808397	70.832409811212741
566	72.95575178014536	UDP	29.065393123913623	20.15161996211556	6.794866903145003	0.2465377159197052	975	camera	4.44516151889326	7.803560234113004
1338	23.984059767130546	HTTP	6.566371844479076	704.5789692350444	61.3273666444551	3.3135998687975916	349	actuator	1.936233029067261	95.39052318284979

Рис. 2. Первые десять строк файла данных

В каждой строке данных файла содержатся сведения по размеру пакетов, времени, которое затрачено на передачу данного пакета, наименование протокола транспортного уровня с помощью которого осуществлялась данная передача, сведения о полосе пропускания, задержки и джиттеру, а так же типу устройства, его идентификационном номере и энергии, затраченной на передачу.

Результат преобразования файла набора данных в вид, где каждому параметру соответствует одна единственная колонка и проведена сортировка всего объема данных по номеру узла, представлен на рисунке 3.

Номер устройства	Тип протокола	Тип устройства	Размер пакета	Время передачи	Текущее потребление полосы пропускания сетью	Задержка	Дрожание (джиттер)	Коэффициент потери пакета	Расход энергии	Выделенная пропускная способность
673	TCP	camera	289	98,81399922	61,53067905	936,14067180	25,28268232	3,21397120	8,22559272	64,51990268
673	HTTP	actuator	490	32,45747171	59,03568678	206,25405888	54,94995607	4,54600238	0,41263451	9,68429909
673	HTTP	camera	1346	24,73112619	86,99739694	324,76735680	8,11857047	3,96255776	3,80399532	55,16507945
673	UDP	sensor	285	96,16187567	73,7675269	687,33593184	25,38884382	4,80854872	3,04359360	67,10629845
673	UDP	actuator	764	30,28831632	72,34638122	811,42788239	33,21544741	2,46883421	3,36223842	20,86507042
673	TCP	actuator	1454	72,51569388	73,08409280	174,20231966	24,83544882	2,11714132	8,44234498	57,59162771
673	TCP	camera	160	36,79926872	49,25981271	136,38510173	50,28032044	1,65271654	6,38915595	22,61486048
673	HTTP	camera	887	76,09142417	65,78779290	516,85432152	71,79362208	1,01036416	4,73520861	23,71747711
673	UDP	camera	657	90,83234675	49,15071676	169,87008503	64,21931158	3,99664363	3,49926123	61,53011234
673	UDP	camera	1406	51,37986490	71,79509237	61,67623573	98,07488995	3,72770351	8,13971213	45,59427795
673	HTTP	sensor	782	33,08864758	80,37221801	101,67814043	58,15985283	1,38125265	0,81418924	78,16579023

Рис. 3. Преобразованный набор исходных данных

Интуитивно понятно, что минимальной, неделимой единицей на основании которой возможно проводить анализ сети является узел. Проверим данное утверждение, для этого рассчитаем значения собственных чисел для всей сети методом Якоби, состоящей из 1000 узлов, после чего количество узлов будем уменьшать (рис. 4).

Количество узлов	Собственные значения							
	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8
1000	1,01515738	1,01151983	1,00256482	1,00155117	1,00097960	0,99589212	0,99115821	0,98117688
500	1,01956275	1,01095641	1,00830005	1,00482905	0,99859939	0,99218447	0,98627376	0,97929411
250	1,02197723	1,01804036	1,01454193	1,00165767	0,99869010	0,99179981	0,97971797	0,97357493
125	1,03870881	1,02794556	1,00775241	0,99565215	0,99385755	0,98846637	0,98201448	0,96560267
60	1,04386826	1,04095616	1,03066595	1,01669371	0,98420282	0,97305489	0,96782201	0,94273621
30	1,07658547	1,04007194	1,03076596	1,00806584	0,99904532	0,97034943	0,96756928	0,90754677
10	1,10817440	1,09233498	1,06549941	1,03811363	0,98359216	0,95402975	0,90146024	0,85679544
5	1,24573241	1,09525801	1,05302551	1,01668595	0,96986452	0,92810927	0,89642745	0,79489688
1	1,54599610	1,29327864	1,04286535	1,01368010	0,89618208	0,80417191	0,78405374	0,61977208

Рис. 4. Значения собственных чисел для отдельного числа узлов сети

Данные рисунка 4 показывают тенденцию изменения собственных чисел, для удобства и простоты вычислений количество узлов сети в исходном файле данных последовательно уменьшалось до необходимого числа узлов с конца. В последней строке рисунка показаны показатели собственных чисел для узла номер один. Как видно из таблицы, для полного количества узлов, собственные числа группируются возле единицы, максимальное абсолютное отклонение составляет 0,0189. Состояние, когда собственные числа находятся в окрестностях единицы, может свидетельствовать о том, что система (наблюдаемый объект) находится в установленном

(нормальном) режиме работы, все компоненты сбалансированы и оказывают на него равномерное влияние.

Необходимо обратить внимание что резкое изменение значений первого собственного числа, которое соответствует первой главной компоненте, которая в свою очередь в большинстве случаев отвечает за общее состояние объекта происходит, когда в исследуемом объеме данных остается порядка пяти узлов. Значение в 5-10 узлов предполагает, что если в сети необходимо организовать подсети, то минимальное количество узлов в подсети должно быть указанного порядка.

В качестве подтверждения предположения о том, что минимальной исследуемой единицей является отдельный узел из рисунка видно, что значение $\lambda_1 \approx 1,546$, т.е. наибольшее среди всех собственных чисел и отличается от λ_1 для всей сети более чем на 50%.

Применив формулу 16, определим долю дисперсии, которая вносит каждая компонента для того же количества узлов, рисунок 5.

Количество узлов	Накопленная дисперсия							
	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8
1000	0,12689467	0,25333465	0,37865525	0,50384915	0,62897160	0,75345811	0,87735289	1
500	0,12744534	0,25381490	0,37985240	0,50545603	0,63028096	0,75430402	0,87758824	1
250	0,12774715	0,25500220	0,38181994	0,50702715	0,63186341	0,75583839	0,87830313	1
125	0,12983860	0,25833180	0,38430085	0,50875737	0,63298956	0,75654786	0,87929967	1
60	0,13048353	0,26060305	0,38943630	0,51652301	0,63954836	0,76118022	0,88215797	1
30	0,13457318	0,26458218	0,39342792	0,51943615	0,64431682	0,76561049	0,88655665	1
10	0,13852180	0,27506367	0,40825110	0,53801530	0,66096432	0,78021804	0,89290057	1
5	0,15571655	0,29262380	0,42425199	0,55133773	0,67257080	0,78858446	0,90063789	1
1	0,19324951	0,35490934	0,48526751	0,61197752	0,72400028	0,82452177	0,92252849	1

Рис. 5. Доля дисперсии, вносимая каждой компоненте

Как видно из рисунка 5, что если необходимо провести анализ как всей сети, так и возможных подсетей, то для этого потребуется шесть компонент, когда для анализа одного узла необходимо лишь пять главных компонент.

Отправной точкой решения задачи выявления основных узлов, на основании которых можно судить о состоянии сети в целом, является приведение всех узлов сети в единую систему координат. Исходя из того, что данные по каждому узлу проецируются в единую систему координат, то центральным узлом, система координат которого будет использоваться возможно выбрать произвольный, например, узел с номером 673.

Данные по всем узлам сети приводятся в систему координат, образуемых векторами главных компонент этого узла, суммарная накопленная дисперсия которых меньше 80%. Первые 10 строк исходных данных этого узла представлены на рисунке 3. После проведения необходимой нормализации данных была построена ковариационная матрица, рисунок 6.

1	0,020186999	0,215659667	0,005216701	0,16641278	-0,027698046	0,097567082	-0,124388438
0,020186999	1	0,147375407	0,012800509	-0,08810489	0,016134074	-0,030819929	0,159325969
0,215659667	0,147375407	1	0,139854267	-0,05672398	-0,2035041	0,001636553	-0,026363421
0,005216701	0,012800509	0,139854267	1	-0,06738114	-0,072700617	0,053723683	0,076145703
0,16641278	-0,08810489	-0,05672398	-0,06738114	1	0,050293945	-0,055932356	-0,049188585
-0,027698046	0,016134074	-0,2035041	-0,072700617	0,050293945	1	-0,13730885	-0,105830049
0,097567082	-0,03081993	0,001636553	0,053723683	-0,055932356	-0,13730885	1	-0,062275908
-0,124388438	0,159325969	-0,026363421	0,076145703	-0,04918858	-0,105830049	-0,062275908	1

Рис. 6. Ковариационная матрица для данных узла 673

Результатом применения метода вращения Якоби стала векторная матрица главных компонент и соответствующих им собственных чисел (рис. 7). Значение первого собственного числа составляет около 1,436 что сопоставимо со значением для одного узла рисунка 5. В дальнейшем анализе будут принимать участие первые пять главных компонент так как, исходя из формулы 16, $P(5)=72,47\%$, а $P(6)=83,65\%$.

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8
1,436217	1,318699	1,117207	0,976476	0,949344	0,893975	0,702838	0,605245
PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅	PC ₆	PC ₇	PC ₈
0,283650	-0,581585	0,359056	0,783937	0,773897	0,217771	0,575311	-0,361009
0,284038	0,306611	0,518571	0,007876	0,085724	-0,264707	-0,417415	-0,267445
0,593803	-0,155312	0,293050	0,422280	0,394242	0,535905	-0,045077	0,626750
0,368230	0,124871	-0,144689	0,072327	-0,084200	-0,329912	-0,122729	-0,191233
-0,187999	-0,438575	0,323769	0,282460	0,254236	-0,056370	-0,454662	0,171873
-0,481449	-0,020002	0,292932	-0,175857	-0,209708	-0,481234	0,209728	0,425156
0,243955	-0,209087	-0,537332	0,197727	0,280911	-0,368184	-0,096182	0,305420
0,154982	0,539972	0,126445	-0,228089	-0,209030	-0,340804	0,466619	0,255306

Рис. 7. Главные компоненты и собственные числа

Для того что бы весь исходный массив данных привести в систему координат, определенную пятью главными компонентами узла 673, необходимо применить формулу 17. Фрагмент проекции исходных данных на вычисленную ось координат показан на рисунке 8.

Номер устройства	Размер пакета	Время передачи	Текущее потребление полосы пропускания сетью	Задержка (джиттер)	Дрожание (джиттер)	Коэффициент потери пакетов	Расход энергии	Выделенная пропускная способность
673	647,65626808	207,41977948	577,39173668	195,75513763	94,64087202	-312,85336261	199,00852024	-57,04534555
673	1031,14835499	142,22845725	649,09171819	62,34625078	388,92330789	-197,98195295	182,03110353	-297,58455915
673	2603,79611314	327,21504917	1607,88225606	135,32517183	1001,15923178	-478,17432203	461,97044852	-778,09847481
673	638,95535647	189,62653939	532,55783178	154,31271075	130,18480787	-258,04146144	163,34421551	-78,76945854
673	1561,38168432	250,68445016	1069,10570688	184,95765570	502,51764234	-417,95451332	352,67852787	-397,50734380
673	2806,46031876	349,24608604	1705,93748488	114,44648822	1108,60178745	-472,04885068	463,92019614	-850,81996652
673	392,22134785	75,61992013	266,66096556	38,25188025	134,20627803	-89,85212631	68,02642894	-94,29626769
673	1809,14818815	265,18615939	1166,99647171	137,69003027	654,82428456	-383,12615404	339,80353119	-501,96315807
673	1318,67665917	202,56625009	828,98783919	70,46980506	504,91146533	-234,61614166	204,85690413	-368,68584684
673	2769,83574142	318,14679907	1647,16492659	79,02391433	1127,38971611	-425,00262266	439,76270316	-869,18167003
673	1558,06648376	210,40246316	956,70509197	67,83885315	611,53145944	-263,47327995	248,42301609	-460,12488087

Рис. 8. Проекция исходных данных на ось координат

Для каждого устройства, все результаты измерений были приведены к одной, единой системе координат. На следующем этапе работы необходимо сравнить между собой все результаты измерений для всех узлов. Как можно предположить из рисунка 8 все узлы имеют одни и те же параметры измерений. Набор значений параметров характеристик представляет собой вектор измерений. Для каждого узла, в преобразованном наборе данных, определено конечное число векторов измерений, данное число не обязательно одинаково для всех узлов. Предлагается для каждого узла сравнить все вектора между собой, применив формулу косинусного сходства векторов 18, и определить среднее значение, после чего провести сравнения всех узлов по данному параметру.

$$\text{similarity} = \cos(\theta_{v_1 v_2}) = \frac{v_1 \cdot v_2}{\|v_1\| \|v_2\|} = \frac{\sum_{i=1}^m (v_{1i} \cdot v_{2i})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (v_{1i})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^m (v_{2i})^2}}, \quad (18)$$

где m – количество признаков.

Исходя из того, что $\cos(\theta_{v_1 v_2}) = \cos(\theta_{v_2 v_1})$ то для каждого узла необходимо выполнить $d^2/2$ вычислений, где d – общее количество измерений параметров. Для каждого узла было

вычислено среднее значение косинусной меры. Пример результат вычислений приведен на рисунке 9.

Номер устройства	Среднее значение косинусной меры
801	0,98721034
802	0,97432007
803	0,98312494
804	0,97784903
805	0,98045300
806	0,97492513
807	0,98509959
808	0,97993083
809	0,98281890
810	0,99007105
811	0,98575108

Рис. 9. Среднее значение косинусной меры

В результате произведенных вычислений были получены средние значения косинусного сходства для одной тысячи узлов, из которых состоит сеть. Полученные значения были отсортированы от наименьшего значения к наибольшему, наименьшее значение для узла 328, $\cos(\theta_{328}) = 0,96770448$, а наибольшее значение у узла 128, $\cos(\theta_{128}) = 0,99405340$, при этом разность между наибольшим и наименьшим составляет 0,02634892.

Перед группированием узлов по косинусной мере необходимо определиться с размером шага (единицей шкалы группировки). Исходя из того, что общее количество узлов 1000, а разница между максимальным и минимальным значением с округлением вверх до тысячных долей составляет 0,027, то предлагается сделать 27 групп с шагом в 0,001.

На рисунке 10 показаны первые и последние элементы, и из рисунка видно, что логичнее сделать такой шаг при этом началом шкалы является значение 0,967, а концом 0,995.

Номер устройства	Среднее значение косинусной меры
328	0,96770448
3	0,96794153
718	0,96832010
925	0,96850278
642	0,96923048
426	0,97093095
...	...
388	0,99111938
201	0,99133502
423	0,99150896
302	0,99171808
427	0,99186367
232	0,99210057
123	0,99285099
557	0,99289872
128	0,99405340

Рис. 10. Первые и последние элементы

Для каждого интервала, исходя из правила вхождения, величина узла должна быть больше или равна нижней границе

интервала и меньше верхней границы, было определено число узлов, в него входящих и вычислено среднее значение косинусной меры (рис. 11), значение косинусной меры до тысячной определяет нижнюю границу интервала.

Среднее значение косинусной меры	Количество узлов	Среднее значение косинусной меры	Количество узлов
0,96782300	2	0,98150301	83
0,96841144	2	0,98251969	83
0,96923048	1	0,98351677	110
0,97093095	1	0,98447368	106
0,97178858	4	0,98548564	91
0,97260650	8	0,98652883	84
0,97347907	5	0,98753673	64
0,97458801	12	0,98848695	36
0,97546248	11	0,98936909	36
0,97647792	23	0,99039634	15
0,97745488	28	0,99150902	5
0,97856107	47	0,99261676	3
0,97951127	76	0,99405340	1
0,98043250	63		

Рис. 11. Количество узлов, входящих в каждый интервал

Из таблицы видно, что на начальных делениях шкалы, количество узлов, входящих в каждый диапазон, медленно возрастает, до диапазона [0,975;0,976]. Начиная с деления 0,977 происходит резкий рост. Несмотря на то, что в диапазоне [0,980;0,981] происходит небольшой спад количества узлов на деление, своего пика оно достигает в диапазоне [0,983;0,984] – 110 узлов, после чего идет спад количества узлов на диапазон. Угол спада больше, чем угол возрастания, если для того чтобы достичь максимума в 110 узлов на диапазон потребовалось 16 диапазонов, то для того чтобы упасть со 110 узлов до одного узла требуется 10 диапазонов. График поведения показан на рисунке 12.

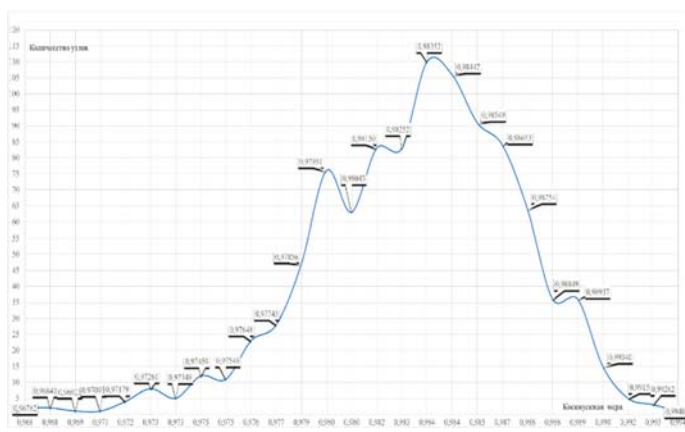


Рис. 12. Распределение количества узлов по диапазонам

Внешний вид графика говорит о том, что его форма и поведение очень напоминает график нормального распределения с отрицательной асимметрией. Произведем расчет коэффициента асимметрии для всех средних значений косинусной меры следующей формуле:

$$As = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})}{n\sigma^3} = -0,50612940.$$

В том случае, если при вычислении коэффициента асимметрии для распределения данных значение меньше нуля, то значит в данном распределении количество значений, которые находятся справа от среднего больше количества тех, которые находятся слева. Величина среднего арифметического значения косинусного сходства составляет 0,98309649, при этом количество элементов слева равно 458, а справа 542. Можно предположить, что при функционировании сети основная нагрузка по передаче данных приходится на узлы из диапазона [0,975;0,991]. Центральные узлы для каждой единицы шкалы анализа можно выделить из рисунка 13.

Номер устройства	Среднее значение косинусной меры	Абсолютное Отклонение от среднего	Номер устройства	Среднее значение косинусной меры	Абсолютное Отклонение от среднего
328	0,967704477	0,00011853	903	0,981490965	0,00001204
3	0,967941529	0,00011853	462	0,982518104	0,00000158
718	0,968320102	0,00009134	28	0,983515872	0,00000089
925	0,968502781	0,00009134	846	0,98446717	0,00000651
642	0,969230478	0,96923048	401	0,985483941	0,00000170
426	0,970930946	0,97093095	688	0,986528925	0,00000009
116	0,971762175	0,00002640	861	0,987544774	0,00000804
71	0,972495222	0,00011128	761	0,988481565	0,00000539
442	0,973407755	0,00007131	633	0,989360422	0,00000867
486	0,974556267	0,00003175	637	0,990393537	0,00000280
535	0,975453306	0,00000918	423	0,991508956	0,00000006
417	0,976488365	0,00001045	232	0,992100569	0,00051619
413	0,977460746	0,00000586	123	0,992850992	0,00023423
726	0,97856507	0,00000400	557	0,992898725	0,00028196
967	0,979510805	0,00000047	128	0,9940534	0,99405340
269	0,980447248	0,00001474			

Рис. 13. Основные узлы сети

Узлы, представленные в таблице 13 имеют минимальной абсолютное отклонение от среднего значения в своих подгруппах, причем узлы [328;3], [718;925], [642], [426] – относятся к первым четырем подгруппам, а [269] к последней подгруппе, в остальных подгруппах содержится минимально пять узлов, за исключением подгрупп в которых центральные узлы 116 и 123. Как видно из таблицы абсолютное отклонение от среднего значения для остальных узлов составляет максимум 10^{-4} . Если учесть, что деление шкалы 0,001, то погрешность измерения составляет половину минимальной шкалы, т.е. 0,0005. Отклонения узла 71 с результатом 0,00011 вполне укладывается в ошибку измерения, также как и центральный узел 123 диапазона [0,992;0,993] с ошибкой 0,00023, объединяющий группу из трех узлов. Узлы, представленные в таблице 13 можно рассматривать как центральные узлы в целях анализа сети. Можно предположить, что данная конфигурация и значение узлов соответствуют ситуации, когда сеть находится в нормальном, рабочем состоянии, без перегрузок и аномалий, так как этому соответствует величина главных компонент рисунок 4.

Основным результатом выполненной работы можно считать, что для анализа состояния сети были выделены узлы с

помощью метода главных компонент. Данный метод характеризуется сокращением размерности данных для анализа, в нашем случае состояние сети определяется 31 узлом из одной тысячи.

Для реализации поставленной задачи были выделены ортогональные направления изменения данных, произведена проекция всей совокупности данных на эти направления, с помощью меры косинусного сходства произведено объединение узлов и выявлены центральные узлы, анализ состояний которых позволяет определить поведение сети в целом [12-19].

Литература

1. Айвазян А.С., Бухитабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. М.: Финансы и статистика, 1989. 609 с.
2. Маркова С.В. Анализ данных на языке R (с практикумом): Учебник. М.: Издательство "КноРус", 2023. 218 с. (Бакалавриат). ISBN 978-5-406-10865-9. EDN VXJBWF
3. Криволапов С.Я. Введение в анализ данных. Поиск структуры данных с применением языка Python: учебное пособие. М.: Научно-издательский центр ИНФРА-М, 2023. 177 с. ISBN 978-5-16-019001-3. DOI 10.12737/2082643. EDN ZMJBEO
4. Кузьменко А.А., Леонов Ю.А., Мартыненко А.А. и др. Введение в анализ данных в среде Python. Курск: Университетская книга, 2024. 125 с. ISBN 978-5-907857-52-0. EDN PBTQKJ
5. Козырев С.В., Полянцева К.А. Комплексный анализ и сравнение передовых алгоритмов дефектовки дорожного покрытия с использованием различных систем сбора данных // Инженерный вестник Дона. 2024. № 11(119). С. 72-116. EDN JHKKTВ
6. Полянцева К.А. Разработка алгоритмов накопления данных посредством стереопары и детектирования дефектов дорожного полотна // Современные наукоемкие технологии. 2022. № 5-1. С. 107-112. DOI 10.17513/snt.39156. EDN EDAZTV
7. Паришинева Л.С., Паришинец А.А. Многомерный анализ данных на Python: учебник. М.: Издательство "КноРус", 2024. 130 с. ISBN 978-5-406-12606-6. EDN JOPYQS
8. Царькова Е.Г. Интеллектуальный анализ данных. М.: Знание-М, 2024. 144 с. ISBN 978-5-00187-862-9. DOI 10.38006/00187-862-9.2024.1.144. EDN CEPBUD
9. Иванов С.А., Колмогорова С.С. Интеллектуальный анализ данных: теоретические и практические аспекты применения. Санкт-

Петербург: Реноме, 2024. 142 с. ISBN 978-5-00256-023-3. DOI 10.25990/spbglu.e567-2739. EDN BOZUEK

10. Гадасин Д.В., Шведов А.В. Применение транспортной задачи для балансировки нагрузки в условиях нечеткости исходных данных // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Т. 18, № 1. С. 13-20. DOI 10.36724/2072-8735-2024-18-1-13-20. EDN WKNPIX

11. IoT Network Traffic Dataset Электронный ресурс. Режим доступа: <https://www.kaggle.com/datasets/programmer3/iot-network-traffic-dataset>

12. Гадасин Д.В. Построение бинарного дерева минимальной цены // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Т. 18, № 11. С. 38-44. DOI 10.36724/2072-8735-2024-18-11-38-44. EDN GMCEWG

13. Гадасин Д.В., Шведов А.В., Кузин И.А. Трехмерная реконструкция объекта по одному изображению с использованием глубоких сверточных нейронных сетей // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Т. 16, № 7. С. 29-35. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-7-29-35. EDN YTLCNW

14. Тарасова И.А., Симонова И.Э., Симонов А.Б. Эконометрический анализ данных: Учебное пособие. Волгоград: Волгоградский государственный технический университет, 2023. 96 с. ISBN 978-5-9948-4709-1. EDN ALTGJI

15. Мхитарян В.С., Шишов В.Ф., Искоркин Д.В., Козлов А.Ю. Вероятностно-статистический анализ данных с использованием MS Excel. М.: Издательство "КУРС", 2023. 360 с. (Экономика и экономические науки; Часть 1; Вероятностные методы анализа данных). ISBN 978-5-907535-92-3. EDN HXJIEI

16. Пономарева Л.А., Голосов П.Е., Мосягина А.Б. и др. Анализ данных в принятии управленческих решений. М.: ОнтоПринт, 2021. 183 с. ISBN 978-5-00121-379-6. EDN BRСMFY

17. Варламов О.В. Организация одночастотных сетей цифрового радиовещания стандарта DRM. Особенности и результаты практических испытаний // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Том 12, №11. С. 4-20. EDN: YQNCWT

18. Варламов О.В., Варламов В.О., Долгопятова А.В. Международная сеть DRM вещания для создания информационного поля в Арктике // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Том 13, №9. С. 9-16. EDN: CHEXOK

19. Захарченко Р.И., Королев И.Д. Методика оценки устойчивости функционирования объектов критической информационной инфраструктуры функционирующей в киберпространстве // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. 2018. Т. 10. № 2. С. 52-61. doi 10.24411/2409-5419-2018-10041. EDN: XNRISL

A WAY TO IDENTIFY THE MAIN NODES OF A NETWORK FOR ANALYZING ITS STATE

Denis V. Gadasin, Moscow Technical University of Communication and Informatics, Moscow, Russia, dengadiplom@mail.ru

Abstract

Wireless sensor network technologies can be attributed to technologies that can be used to remotely control an object. For most systems, the critical control parameter is the response time to emerging events. The reaction time includes not only the time allotted for making a decision based on the analysis of the received data, but also the delay time for transmitting this data from the event location to the decision maker. Based on the fact that the main property of sensor networks is distribution, the decision maker must have complete data from all control points of the system. The number of nodes in sensor systems can reach several thousand, and the time for data transmission and processing can exceed the real time. The paper considers a method for allocating network nodes, the state of which corresponds to a certain state of the system, which should reduce the decision-making time. The nodes are determined based on the analysis of the data processing parameters passing through the nodes. After reducing the data to a tabular structure, they are normalized and a covariance matrix is constructed. For the covariance matrix, the eigenvalues are calculated, based on which the eigenvectors are calculated, which are taken as an orthonormal basis. The entire data array is projected onto the base. Using the cosine similarity measure to compare the parameters, the average value is determined. The ranking of values allows you to calculate the ranking scale and select node groups for each division of the scale. A central node is defined in each group. The set of central nodes of all groups is taken as nodes that correspond to a given network state.

Keywords: wireless sensor networks, principal component analysis, network state, node state, eigenvectors, covariance matrix

References

- [1] A.S. Ayvazyan, V.M. Bukhstaber, I.S. Yenyukov, L.D. Meshalkin, "Applied statistics: Classification and dimensionality reduction," Moscow: Finance and Statistics, 1989. 609 p.
- [2] S.V. Markova, "Data analysis in the R language (with a practical guide) : Textbook," Moscow: KnoRus Publishing House, 2023. 218 p. (Bachelor's degree). ISBN 978-5-406-10865-9.
- [3] S.Y. Krivolapov, "Introduction to data analysis. Searching for a data structure using Python," Moscow: Scientific Publishing Center INFRA-M, 2024. 177 p. ISBN 978-5-16-019001-3. DOI 10.12737/2082643.
- [4] A.A. Kuzmenko, Yu.A. Leonov, A.A. Martynenko et al., "Introduction to data analysis in Python," Kursk: Universitetskaya Kniga, 2024. 125 p. ISBN 978-5-907857-52-0.
- [5] S.V. Kozyrev, K.A. Polyantseva, "Complex analysis and comparison of advanced algorithms for pavement defects using various data collection systems," *Engineering Bulletin of the Don*. 2024. No. 11(119), pp. 72-116.
- [6] K.A. Polyantseva, "Development of algorithms for data accumulation through stereo pairs and detection of defects in the roadway," *Modern high-tech technologies*. 2022. No. 5-1, pp. 107-112. DOI 10.17513/snt.39156.
- [7] L.S. Parshintseva, A.A. Parshintsev, "Multidimensional data analysis in Python : a textbook," Moscow: KnoRus Publishing House, 2024. 130 p. ISBN 978-5-406-12606-6.
- [8] E. G. Tsarkova, "Data mining," Moscow: Znanie-M, 2024. 144 p. ISBN 978-5-00187-862-9. DOI 10.38006/00187-862-9.2024.1.144.
- [9] S.A. Ivanov, S.S. Kolmogorova, "Intellectual data analysis: theoretical and practical aspects of application," Saint Petersburg: Renome, 2024. 142 p. ISBN 978-5-00256-023-3. DOI 10.25990/spbgtu.e567-2739.
- [10] D.V. Gadasin, A.V. Shvedov, "Application of a transport task for load balancing in conditions of source data fuzziness," *T-Comm*, 2024, vol. 18, no.1, pp. 13-20. DOI 10.36724/2072-8735-2024-18-1-13-20.
- [11] IoT Network Traffic Dataset Electronic resource. Access mode: <https://www.kaggle.com/datasets/programmer3/iot-network-traffic-dataset>
- [12] D.V. Gadasin, "Building a binary tree of the minimum prices," *T-Comm*, vol. 18, no. 11, pp. 38-44. DOI 10.36724/2072-8735-2024-18-11-38-44. EDN GMCEWG.
- [13] D.V. Gadasin, A.V. Shvedov, I.A. Kuzin, "Three-dimensional reconstruction of an object from a single image using deep convolutional neural networks," *T-Comm*, vol. 16, no.7, pp. 29-35. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-7-29-35.
- [14] I.A. Tarasova, I.E. Simonova, A.B. Simonov, "Econometric data analysis: A textbook," Volgograd: Volgograd State Technical University, 2023. 96 p. ISBN 978-5-9948-4709-1.
- [15] V.S. Mkhitarayan, V.F. Shishov, D.V. Iskorin, A.Yu. Kozlov, "Probabilistic and statistical data analysis using MS Excel," Moscow: KURS Publishing House, 2023. 360 p. (Economics and economic sciences; Part 1; Probabilistic methods of data analysis). ISBN 978-5-907535-92-3.
- [16] L.A. Ponomareva, P.E. Golosov, A.B. Mosyagia et al., "Data analysis in managerial decision-making," Moscow: OntoPrint, 2021. 183 p. ISBN 978-5-00121-379-6.
- [17] O.V. Varlamov, "Organization of single frequency DRM digital radio broadcasting networks. Features and results of practical tests," *T-Comm*. 2018. vol. 12, no.11, pp. 4-20.
- [18] O.V. Varlamov, V.O. Varlamov, A.V. Dolgopyatova, "DRM broadcasting international network to create an information field in the Arctic region," *T-Comm*. 2019. vol. 13, no.9, pp. 9-16.
- [19] R.I. Zakharchenko, I.D. Korolev, "Methods of estimation of stability of functioning of objects of critical information infrastructure operating in cyberspace," *H&ES Research*. 2018. Vol. 10. No. 2, pp. 52-61. doi 10.24411/2409-5419-2018-10041.

ПРОБЛЕМА СПРАВЕДЛИВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОЩНОСТИ В СИСТЕМЕ PD-NOMA

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-12-25-33

Крейнделин Виталий Борисович,
Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия, vitkrend@gmail.com

Manuscript received 30 August 2025;
Accepted 11 November 2025

Варукина Лидия Александровна,
Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия, varukina@rambler.ru

Ключевые слова: NOMA, PD-NOMA, справедливое распределение, индекс Джейна, коэффициент Джини, подвижная связь

Системы многостанционного доступа с разделением пользователей по мощности (Power Domain Non-Orthogonal Multiple Access – PD-NOMA) относятся к числу наиболее перспективных технологий беспроводной связи, позволяющих значительно увеличить эффективность использования ограниченного радиочастотного спектра. Ключевая особенность PD-NOMA заключается в том, что несколько пользователей одновременно используют один и тот же частотно-временной ресурс, а их сигналы разделяются в мощностной области. Для корректного приема на стороне абонентских устройств применяется метод последовательного исключения помех (Successive Interference Cancellation, SIC), обеспечивающий возможность восстановления полезных данных даже при наличии наложенных сигналов с разными уровнями мощности. Такой подход открывает путь к повышению пропускной способности и обслуживанию большего числа абонентов по сравнению с ортогональными схемами доступа. Несмотря на преимущества, система PD-NOMA имеет и существенные недостатки. В реальных условиях различия в характеристиках каналов пользователей могут приводить к дисбалансу распределения ресурсов. Пользователи, находящиеся ближе к базовой станции и обладающие более высоким качеством канала, получают большую эффективность при меньших энергозатратах, тогда как абоненты с ослабленными каналами оказываются в неблагоприятном положении. Это создает риск дискриминации и ухудшения качества предоставляемых услуг. В данной работе рассматриваются методы справедливого распределения мощности между пользователями, которые позволяют достичь баланса между максимизацией суммарной пропускной способности и равномерным доступом к ресурсам сети. Анализируются различные критерии справедливости, включая индекс Джейна, коэффициент Джини, пропорциональную и взвешенную справедливость. Показано, каким образом указанные метрики могут быть интегрированы в задачу оптимизации распределения мощности в системе PD-NOMA. В качестве примера представлено решение задачи оптимизации распределения мощности с ограничением по индексу Джейна на основе метода множителей Лагранжа. Полученные результаты подтверждают эффективность рассмотренного подхода и демонстрируют возможность повышения устойчивости и равноправия в обслуживании пользователей в системах PD-NOMA.

Информация об авторах:

Крейнделин Виталий Борисович, профессор, д.т.н., МТУСИ, Москва, Россия
Варукина Лидия Александровна, соискатель, к.т.н., МТУСИ, Москва, Россия

Для цитирования:

Крейнделин В.Б., Варукина Л.А. Проблема справедливого распределения мощности в системе PD-NOMA // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №12. С. 25-33.

For citation:

V.B. Kreyndelin, L.A. Varukina, "Problem of fair power allocation in PD-NOMA system", T-Comm, 2025, vol. 19, no.12, pp. 25-33. (in Russian)

Введение

Система связи неортогонального множественного доступа с разделением сигналов различных пользователей по мощности PD-NOMA обеспечивает доступ нескольких пользователей к сервисам беспроводной сети связи при использовании ими одного и того же частотно-временного ресурса, уплотняя по мощности сигналы разных пользователей в одном и том же канале [1-3]. В отличие от традиционных ортогональных схем множественного доступа, где каждому отдельному пользователю выделяется свой собственный ортогональный ресурс, в системе неортогонального множественного доступа PD-NOMA можно увеличить спектральную эффективность всей системы связи за счет использования сразу несколькими пользователями общих неортогональных канальных ресурсов.

Развитие технологий мобильной связи на протяжении последних десятилетий демонстрирует, что каждое новое поколение систем связи опирается на более гибкие и эффективные методы использования радиочастотного спектра. Если в системах 3G ключевым нововведением стало широкополосное кодовое разделение сигналов пользователей, а в системах 4G был осуществлен переход к технологии ортогонального частотного мультиплексирования OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access), то в сетях 5G одной из перспективных технологий рассматривалась именно технология неортогонального множественного доступа NOMA (Non-Orthogonal Multiple Access) [4]. В системах 6G предполагается еще более глубокая интеграция NOMA с другими технологиями, например, с технологиями полного дуплекса, машинного обучения и искусственного интеллекта для управления радиоресурсами. Исследование вопросов справедливого распределения мощности в системах PD-NOMA актуально не только в теоретическом, но и в прикладном плане. Оно позволяет заранее выработать критерии оптимизации и стратегии, которые могут лечь в основу будущих систем связи.

В системе PD-NOMA для пользователей, находящихся на различных расстояниях от базовой станции, мощности передаваемых сигналов назначаются по-разному: терминалы с «сильными» каналами получают меньшую мощность, а абоненты, находящиеся в менее благоприятных условиях связи — большую мощность. При этом на стороне приемника применяется процедура последовательного подавления помех (Successive Interference Cancellation, SIC), позволяющая в большинстве практически используемых сценариях корректно демодулировать полезный сигнал [5, 6].

Принцип работы PD-NOMA схематично показан на рисунке 1. Базовая станция (БС) передает суперпозицию (линейную комбинацию) сигналов нескольких пользователей. Сигналы абонентского терминала 1 (AT1) передаются с мощностью p_1 . Сигналы абонентского терминала 2 (AT2) передаются с мощностью p_2 . На приемной стороне происходит поэтапное выделение составляющих с использованием SIC-демодуляции [7, 8]. Такой подход позволяет достичь более высокой пропускной способности системы связи, чем при традиционном ортогональном разделении ресурсов, однако одновременно ставит задачу корректного распределения мощности между пользователями, что напрямую связано с вопросами эффективного и справедливого распределения ресурсов системы между пользователями.

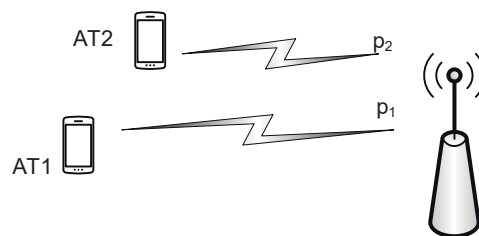


Рис. 1. Принцип работы системы PD-NOMA

Сигнал, передаваемый базовой станцией, является суперпозицией сигналов, предназначенных для каждого пользователя:

$$x = \sum_{k=1}^K p_k \theta_k,$$

где θ_k – комплексный символ квадратурной амплитудной модуляции, предназначенный для k -го пользователя, $k = 1 \dots K$; p_k – мощность сигнала k -го пользователя.

Сигнал, принимаемый k -м абонентским терминалом, описывается следующим выражением:

$$y_k = h_k x + \eta_k,$$

где h_k – комплексный коэффициент передачи беспроводного канала связи между базовой станцией и k -м абонентским терминалом, η_k – комплексный аддитивный белый гауссовский шум на входе приемника k -го абонентского терминала с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной $2\sigma^2$.

Потенциальная скорость передачи информации для k -го пользователя зависит от отношения сигнал/шум ρ_k

$$\rho_k = \frac{p_k |h_k|^2}{\sigma_k^2 + \sum_{j=1, j \neq k}^K p_j |h_k|^2} \quad (1)$$

и ограничивается известным пределом Шеннона [6, 7]:

$$R_k = B \log_2(1 + \rho_k), \quad (2)$$

где B – ширина полосы частот канала связи.

1 Постановка задачи распределения мощности

Распределение мощности между пользователями может рассматриваться как задача оптимизации по определенному критерию. Среди известных критериев можно выделить следующие [9, 10]:

- максимизация суммарной пропускной способности системы связи;
- максимизация отношения сигнал-шум на входе приемников пользователей;
- минимизация средней вероятности ошибки для всех пользователей или удовлетворение некоторых заданных требований по вероятности ошибок для каждого отдельного пользователя.

Задачу оптимизации в общем виде можно представить в

виде задачи максимизации некоторого показателя эффективности работы системы связи и ее можно описать следующим выражением:

$$\max_{\mathbf{P} \in \Pi} \sum_{k=1}^K M_k(\mathbf{P}), \quad (3)$$

где $M_k(\mathbf{P})$ – некоторый ключевой показатель эффективности для k -го пользователя, с использованием которого осуществляется оптимизация, и зависящий от распределения мощности между различными пользователями. Такое распределение описывается вектором

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_k \end{bmatrix}, \text{ где, в свою оче-}$$

редь, p_k – мощность передачи сигналов k -го пользователя, $k=1\dots K$. Возможный набор векторов \mathbf{P} определяется множеством Π . Без введения ограничения на множество Π векторов \mathbf{P} , например, при бесконечном увеличении мощности для всех пользователей или даже для некоторых пользователей рассматриваемая оптимизационная задача (3) не имеет практического смысла. Поэтому множество Π должно быть обязательно ограничено.

Задача (3) оптимизации эффективности работы системы может быть обобщена следующим образом:

$$\max_{\mathbf{P} \in \Pi} (f(M_1(\mathbf{P}), M_2(\mathbf{P}), \dots, M_K(\mathbf{P}))), \quad (4)$$

где $f()$ – некоторая функция. Данная функция может быть как линейной, так и нелинейной.

При максимизации суммарной пропускной способности в качестве метрики используется скорость передачи данных абонентского терминала $M_k(\mathbf{P}) = R_k(\mathbf{P})$.

В основе рассматриваемой задачи оптимизации лежит противоречие между двумя несопадающими целями:

1. Максимизация суммарной пропускной способности всей системы связи. Это естественное стремление разработчиков систем и операторов сетей связи, поскольку позволяет обслуживать больше пользователей или передавать больше данных.

2. Справедливость распределения ресурсов. С точки зрения конечных пользователей важно, чтобы доступ к сервисам был равноправным и не зависел слишком сильно от условий распространения сигналов или близости к базовой станции. При этом важно, чтобы каждый пользователь получил обслуживание, которое бы его устраивало.

Рассмотрим подробнее ограничения, накладываемые при решении задачи оптимизации (3), а также ограничения, накладываемые на вектор \mathbf{P} мощностей сигналов пользователей [11]:

1. Ограничение по суммарной мощности. В реальных условиях передатчик базовой станции не может бесконечно увеличивать излучаемую мощность. Поэтому вводится условие, что сумма мощностей всех сигналов пользователей не превышает максимально допустимого значения. Это отражает физические ограничения оборудования, а также возможные нормативные ограничения по уровню излучений. Таким

образом, имеет место следующее условие:

$$\sum_{k=1}^K p_k \leq P_{\max}, \quad (5)$$

где P_{\max} – максимальная общая мощность передачи сигналов для всех пользователей, $p_k, k=1\dots K$, – мощность передачи сигнала k -го абонентского терминала.

Формулу (5) можно переписать также в векторном виде:

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{P} \leq P_{\max}, \quad (6)$$

где $\mathbf{1} = [1 \dots 1]$ – вектор-строка размера $1 \times K$.

Выражения (5) и (6) устанавливают ограничения суммарной мощности и тем самым явно определяют вид множества Π .

2. Ограничение по качеству обслуживания. Каждый пользователь должен иметь минимально гарантированную скорость передачи данных. В противном случае для него использование системы теряет смысл. Это ограничение позволяет предотвратить ситуации, когда «слабые» пользователи полностью «выбрасываются» из системы ради увеличения суммарной пропускной способности всей системы связи, что представляется несправедливым и потому неприемлемым. Ограничение по качеству обслуживания каждого пользователя выглядит следующим образом:

$$R_k(\mathbf{P}) \geq R_k^{\min}, \quad (7)$$

где $R_k(\mathbf{P})$ – скорость передачи данных k -го абонентского терминала, определяемая соотношением (2), R_k^{\min} – минимально допустимая скорость передачи, установленная для k -го абонентского терминала.

3. Ограничение по отношению сигнал-шум. Даже если мощность выделена, но отношение сигнал-шум ниже минимально допустимого значения, то успешная демодуляция сигнала PD-NOMA в приемнике становится невозможной. Это условие тесно связано с особенностями работы и возможностями алгоритмов SIC. Таким образом, можно записать это условие в следующем виде:

$$\rho_k(\mathbf{P}) \geq \rho_{\min}, \quad (8)$$

где $\rho_k(\mathbf{P})$ – отношение сигнал-шум для k -го абонентского терминала, определяемое соотношением (1), ρ_{\min} – минимально допустимое отношение сигнал-шум для успешной демодуляции сигнала в приемнике.

Таким образом, задача оптимизации распределения мощности в системе PD-NOMA представляет собой задачу многокритериальной оптимизации, где приходится балансировать между различными факторами, чтобы найти наилучшее решение с учетом всех обстоятельств. Выражения для ограничения по качеству обслуживания (7) и по качеству обслуживания (8) неявно определяют вид множества Π , которое ограничивает допустимые значения вектора \mathbf{P} при решении рассматриваемых оптимизационных задач (3) и (4).

При решении задачи оптимизации помимо критериев оптимизации, нужны еще также алгоритмы оптимизации,

которые часто сводятся к поиску экстремума целевой функции [12]. В качестве примера возможного многомодального характера целевой функции рассмотрим функцию максимизации суммарной пропускной способности системы.

2 Задача максимизации суммарной пропускной способности системы связи

Запишем целевую функцию задачи максимизации суммарной пропускной способности системы связи с учетом выражений (1-3):

$$f = \max_{\mathbf{P}} \sum_{k=1}^K R_k(\mathbf{P}) = \max_{\mathbf{P}} \sum_{k=1}^K B \log_2(1 + \rho_k) = \max_{\mathbf{P}} \sum_{k=1}^K \left(B \log_2 \left(1 + \frac{p_k |h_k|^2}{\sigma^2 + \sum_{j=1, j \neq k}^K p_j |h_k|^2} \right) \right).$$

Для визуализации данной целевой функции построим график зависимости суммарной пропускной способности системы связи с двумя пользователями ($K=2$) от распределения мощности между этими пользователями, $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$.

Суммарная пропускная способность в такой системе связи будет равна:

$$R_{\Sigma}(\mathbf{P}) = R_1(\mathbf{P}) + R_2(\mathbf{P}) = B \log_2 \left(1 + \frac{P_1 |h_1|^2}{\sigma^2 + P_2 |h_1|^2} \right) + B \log_2 \left(1 + \frac{P_2 |h_2|^2}{\sigma^2 + P_1 |h_2|^2} \right).$$

При этом действует ограничение, определяемое условием (6). Далее для упрощения вычислений (но без снижения общности рассмотрения) считаем, что полоса частот канала связи равна единице, т.е. $B=1$. График зависимости суммарной пропускной способности $R_{\Sigma}(\mathbf{P})$ системы связи от распределения мощности между двумя пользователями показан на рисунке 2.

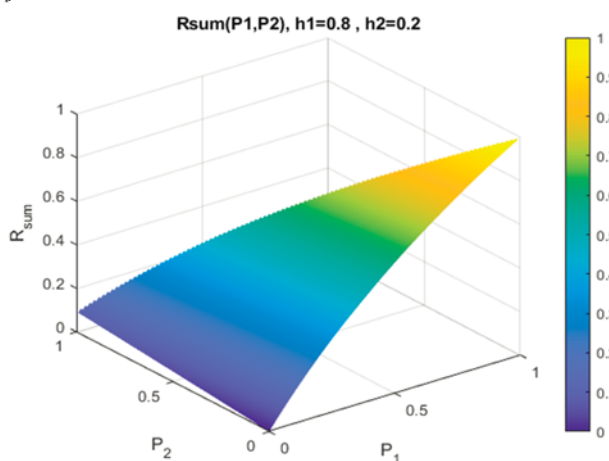


Рис. 2. График зависимости суммарной пропускной способности системы связи от распределения мощности при $K=2$, $\mathbf{1} \cdot \mathbf{P} \leq P_{\max}$, $P_{\max} = 1$, $h_1 = 0,8$, $h_2 = 0,2$, $\sigma^2 = 0,5$

При фиксированной общей мощности ($\mathbf{1} \cdot \mathbf{P} = P_{\max}$) сигналов обоих пользователей график будет представлять собой срез данного 3D-графика вдоль линии $P_1 + P_2 = P_{\max}$, см. Рис.3. При этом $P_2 = P_{\max} - P_1$, а суммарную пропускную способность $R_{\Sigma}(\mathbf{P})$ можно представить как зависимость $R_{\Sigma}(P_1)$ только от одного аргумента.

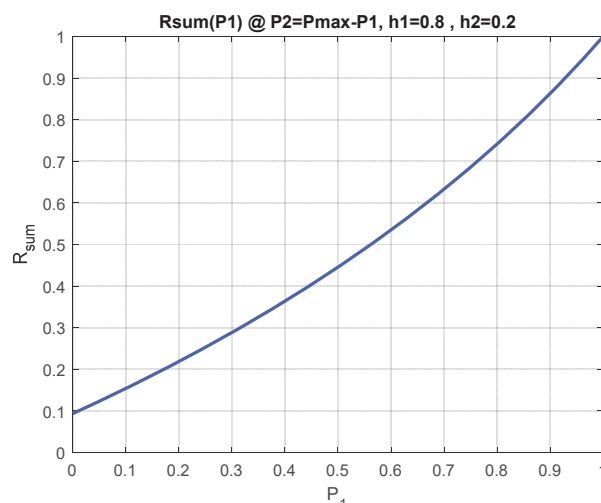


Рис. 3. График зависимости суммарной пропускной способности системы связи от распределения мощности $R_{\Sigma}(P_1)$ при $P_1 + P_2 = P_{\max} = 1$, $h_1 = 0,8$, $h_2 = 0,2$, $\sigma^2 = 0,5$

Решение задачи оптимизации (3) только по критерию максимизации суммарной пропускной способности $R_{\Sigma}(\mathbf{P})$ может привести к несправедливому распределению ресурсов – одному пользователю может быть выделено слишком мало мощности, или даже не выделено совсем мощности. В то же время, другому пользователю будет выделено намного больше мощности, чем ему необходимо для обеспечения заданного качества связи. Например, это имеет место в рассматриваемом выше случае – система с двумя пользователями $P_1 + P_2 = P_{\max}$.

Как видно из рисунка 3, максимальная суммарная пропускная способность $R_{\Sigma}(P_1)$ достигается при выделении всей мощности 1-му пользователю, $P_1 = P_{\max}$, находящемуся в лучших условиях распространения радиоволн, $|h_1| > |h_2|$. Но в этом случае 2-му пользователю, находящемуся в неблагоприятных условиях распространения радиоволн, не будет совсем выделено ресурсов, $P_2 = 0$. Очевидно, это сделает невозможной его работу.

Для устранения этой проблемы нужно использовать методы справедливого распределения ресурсов.

3 Справедливое распределение ресурсов

При определенных условиях при решении задачи оптимизации (3) пользователю может быть выделен такой объем ресурсов (в нашем случае это мощность передачи), при котором

Методы справедливости распределения ресурсов

№	Метод	Комментарий
1	Использование индекса Джейна $F(\mathbf{P}) = \frac{\left(\sum_{k=1}^K R_k(\mathbf{P})\right)^2}{K \sum_{k=1}^K (R_k(\mathbf{P}))^2}$	Обеспечение равномерности распределения ресурсов между пользователями. При $F = 1$ обеспечивается равномерное распределение ресурсов между пользователями, а при $F \rightarrow 0$ один или несколько пользователей получают большую часть ресурсов.
2	Использование коэффициента Джини $G(\mathbf{P}) = \frac{\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K R_i(\mathbf{P}) - R_j(\mathbf{P}) }{2K \sum_{k=1}^K R_k(\mathbf{P})}$	Минимизация неравенства в распределении ресурсов между пользователями. При $G = 0$ обеспечивается равномерное распределение ресурсов между пользователями, а при $G = 1$ – максимально неравное распределение ресурсов.
3	Настраиваемый компромисс между суммарной скоростью пользователей и справедливостью $\max_{\mathbf{P}} \left(\sum_{k=1}^K u_{\alpha} R_k(\mathbf{P}) \right),$ $u_{\alpha}(R_k) = \begin{cases} \ln(R_k(\mathbf{P})), & \alpha = 1 \\ R_k^{1-\alpha}(\mathbf{P}), & \alpha \neq 1 \end{cases}$	$u_{\alpha}(\cdot)$ – функция полезности, отражающая «удовлетворенность» пользователя. $\max_{\mathbf{P}} \left(\sum_{k=1}^K u_{\alpha} R_k(\mathbf{P}) \right)$ – суммарная «справедливость-эффективность» системы
4	Максимизация минимальной справедливости $\max_{\mathbf{P}} \left(\min_{k, k=1..K} R_k(\mathbf{P}) \right)$	Максимизация по мощности заданного минимального показателя среди всех пользователей
5	Пропорциональная справедливость $\max_{\mathbf{P}} \left(\sum_k \log_2(R_k(\mathbf{P})) \right)$	Достижение баланса между суммарной скоростью и справедливостью для всех пользователей
6	Взвешенная справедливость $\max_{\mathbf{P}} \left(\sum_{k=1}^K w_k R_k(\mathbf{P}) \right)$ $w_k - \text{весовой коэффициент или коэффициент приоритетности } k\text{-го пользователя,}$ $\sum_{k=1}^K w_k = 1.$	Максимизация суммарной пропускной способности системы связи с учетом приоритетов по качеству обслуживания различных пользователей

1. Для достижения компромисса между эффективностью и справедливостью в системе PD-NOMA можно задать фиксированное значение индекса Джейна $F = F_{target}$ в диапазоне $[0,1]$ в зависимости от требуемой степени справедливости распределения ресурсов: от максимального выделения ресурсов какому-то одному пользователю до равномерного распределения ресурсов между всеми пользователями системы связи. Мы также вводим дополнительное ограничение индекса Джейна по F_{target} , например, при максимизации пропускной способности системы:

будут достигаться максимальная эффективность работы системы связи, например, суммарная пропускная способность системы, но уровень обслуживания некоторого пользователя будет ниже минимально допустимого значения, например, $R_k < R^{min}$.

Для предотвращения такой дискриминации в обслуживании пользователей требуется найти и обеспечить компромисс между максимизацией эффективности работы системы связи и справедливостью в распределении ресурсов.

В литературе предлагается множество способов оценки справедливости [10, 14-1716]. Каждый из них отражает определенное понимание равноправного доступа пользователей к ресурсам. Кратко рассмотрим некоторые из таких способов.

1. Индекс Джейна (Jain's Fairness Index) [10]. Наиболее часто используемая метрика. Его значение изменяется от 0 (полностью несправедливо) до 1 (абсолютное равенство, означающее в данном случае полную справедливость). Например, если один пользователь получает почти все ресурсы, а остальные – минимальные доли, индекс Джейна будет стремиться к нулю. Если же распределение равномерное, он близок будет к единице.

2. Коэффициент Джини (Gini Coefficient) [14]. Заимствован из экономики и анализа неравенства доходов. В контексте связи он показывает, насколько сильно различается доступ пользователей к мощности. Чем ближе коэффициент Джини к нулю, тем более равномерно распределяются ресурсы между пользователями.

3. Настраиваемый компромисс между суммарной скоростью пользователей и справедливостью (α -Fairness) [15]. В задачу распределения ресурсов вводится некоторая функция полезности, отражающая «удовлетворенность» пользователя предоставляемыми услугами связи.

4. Пропорциональная справедливость (Proportional Fairness) [16]. Подразумевает, что каждому пользователю выделяется мощность пропорционально его потребностям и условиям, существующим в канале связи. Этот подход удобен в системах связи, где пользователи имеют разные классы обслуживания.

5. Максимизация минимальной справедливости (Max-Min Fairness) [10]. Суть метода в том, чтобы максимизировать показатели того пользователя, у которого условия в канале связи самые худшие. Таким образом, система гарантирует, что «слабый» абонент не останется совсем без ресурсов, т.е. будет соблюден принцип «социальной справедливости».

6. Взвешенная справедливость (Weighted Fairness) [17]. Позволяет оператору сети связи явно задавать приоритеты. Например, абонентам с критически важными сервисами можно назначить больший вес по сравнению с остальными (не столь привилегированными) абонентами.

Краткое математическое описание различных методов обеспечения справедливости при распределении ресурсов сети связи между пользователями приведено в таблице 1.

Любой из указанных выше методов можно интегрировать в решение задачи оптимизации (4). Рассмотрим теперь варианты использования индекса Джейна $F(\mathbf{P})$.

$$\max_{F(\mathbf{P})=F_{target}} \left(\sum_{k=1}^K R_k(\mathbf{P}) \right), \quad (9)$$

где $F(R_1(\mathbf{P}), \dots, R_k(\mathbf{P})) = F(\mathbf{P}) = F_{target}$.

2. Возможен также другой подход к использованию индекса Джейна – максимизация, собственно, индекса Джейна, если требуется получить более равномерное распределение ресурсов между пользователями:

$$\max_{1 \cdot \mathbf{P} \leq P_{max}} \frac{\left(\sum_{k=1}^K R_k(\mathbf{P}) \right)^2}{K \sum_{k=1}^K R_k^2(\mathbf{P})}.$$

Аналогичным образом можно также использовать коэффициент Джини $G(\mathbf{P})$ в задаче оптимизации (3):

1. Задаем целевое значение индекса Джини $G = G_{target}$ в диапазоне $[0, 1]$ в зависимости от требуемой степени справедливости: от равномерного распределения ресурсов между пользователями до максимального выделения ресурсов какому-то одному пользователю. Затем вводим дополнительное ограничение по G_{target} . Для максимизации пропускной способности всей системы связи записываем следующую оптимизационную задачу:

$$\max_{G(\mathbf{P})=G_{target}} \left(\sum_{k=1}^K R_k(\mathbf{P}) \right),$$

где $G(R_1(\mathbf{P}), \dots, R_k(\mathbf{P})) = G(\mathbf{P}) = G_{target}$.

2. Другой подход к использованию индекса Джини – минимизация, собственно, индекса Джини, если требуется выполнить более равномерное распределение ресурсов:

$$\min_{1 \cdot \mathbf{P} \leq P_{max}} \frac{\left(\sum_{k=1}^K R_k(\mathbf{P}) \right)^2}{K \sum_{k=1}^K R_k^2(\mathbf{P})}.$$

Остальные методы, указанные в таблице 1, интегрируются непосредственно в формулу (3). Настраиваемый компромисс между суммарной скоростью всех пользователей и справедливостью представляет собой решение следующей задачи оптимизации:

$$\max_{1 \cdot \mathbf{P} \leq P_{max}} \left(\sum_{k=1}^K u_k R_k(\mathbf{P}) \right).$$

Метод максимизации минимальной справедливости $\max_{1 \cdot \mathbf{P} \leq P_{max}} \left(\min_{k=1 \dots K} (R_k(\mathbf{P})) \right)$ можно выразить в следующей эквивалентной форме:

$$\min_{k=1 \dots K} \left(\max_{1 \cdot \mathbf{P} \leq P_{max}} (R_k(\mathbf{P})) \right).$$

Данная форма оказывается более удобной при реализации практических алгоритмов оптимизации.

Таким образом, мы переходим к решению задачи оптимизации минимаксным методом. В такой постановке упрощается решение задачи: сначала вычисляются максимальные скорости для каждого пользователя - максимизация по непрерывному множеству значений \mathbf{P} , а затем из дискретного множества максимальных скоростей выбирается тот пользователь, для которого имеет место минимальное значение из вычисленных максимальных скоростей.

При использовании метода пропорциональной справедливости оптимизационная задача максимизации пропускной способности системы будет выглядеть следующим образом:

$$\max_{1 \cdot \mathbf{P} \leq P_{max}} \left(\sum_{k=1}^K \log_2(R_k(\mathbf{P})) \right).$$

При использовании метода взвешенной справедливости оптимизационная задача максимизации пропускной способности системы будет выглядеть следующим образом:

$$\max_{1 \cdot \mathbf{P} \leq P_{max}} \left(\sum_{k=1}^K w_k R_k(\mathbf{P}) \right).$$

4. Пример решения задачи оптимизации справедливого распределения мощности при использовании индекса Джейна

Рассмотрим решение оптимизационной задачи (9), включающей в себя ограничения на индекс Джейна и суммарную выходную мощность передатчика, известным методом множителей Лагранжа для задачи с ограничением [18].

Если в выражении (9) зафиксировать индекс Джейна $F(R_1, \dots, R_k) = F_{target}$ и принять $1 \times \mathbf{P} = P_{max}$, то можно записать следующую функцию Лагранжа:

$$\begin{aligned} \ell(\mathbf{P}, \mu, \lambda) = & - \sum_{k=1}^K R_k(\mathbf{P}) + \mu \left(\sum_{k=1}^K p_k - P_{max} \right) + \\ & + \lambda \left(F(R_1, \dots, R_k) - F_{target} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где μ и λ – множители Лагранжа.

Решение задачи минимизации функции (10) возможно с помощью численных градиентных методов [12].

Для иллюстрации возможности использования метода множителей Лагранжа рассмотрим простейший случай двух пользователей. Пусть первый пользователь находится ближе к базовой станции и имеет высокий коэффициент передачи канала, а второй расположен на краю соты, соответственно, с малым коэффициентом передачи. Если без учета какого-либо критерия справедливости максимизировать суммарную пропускную способность, вся мощность будет отдана первому пользователю. Второй же пользователь не получит вообще ничего, что для него будет означать полный отказ в предоставлении услуг связи. Чтобы избежать такой ситуации, в задачу оптимизации включается дополнительное условие: индекс справедливости должен быть не ниже заданного порога.

Мощности сигналов двух пользователей связаны очевидным соотношением $P_2 = P_{max} - P_1$. На основе (10) запишем функцию Лагранжа для рассматриваемого случая двух пользователей:

$$\Lambda(P_1, \lambda) = -R_1(P_1) - R_2(P_1) + \lambda(F(P_1) - F_{target}), \quad (11)$$

где $F(P_1) = \frac{(R_1(P_1) + R_2(P_1))^2}{2(R_1(P_1)^2 + R_2(P_1)^2)} = F_{target}$.

На рисунке 4 приведен график функции Лагранжа (11) для случая $P_{max} = 1, h_1 = 0,8, h_2 = 0,2, \sigma^2 = 0,5, F_{target} = 0,9$.

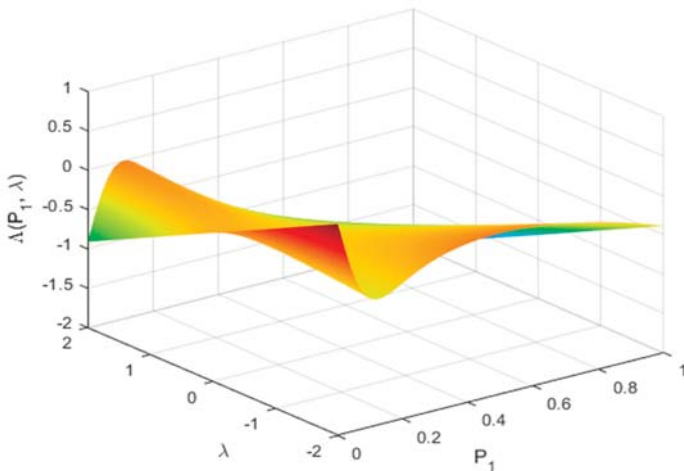


Рис. 4. График функции Лагранжа (11) при $P_1 + P_2 = P_{max} = 1, h_1 = 0,8, h_2 = 0,2$

Для решения задачи минимизации функции Лагранжа (11) традиционным методом градиентного спуска используем следующий алгоритм [12]:

1. Инициализация.

- Выбираем начальное значение $P_1^{(0)} \in [0, P_{max}]$,
- Выбираем начальное значение $\lambda^{(0)}$,
- Шаг градиентного спуска $\alpha > 0$, шаг изменения $\lambda \partial_\lambda > 0$,
- Допускаемая погрешность по индексу Джайна ϵ_F .

2. Настройка множителя λ .

Повторять операции, описанные ниже, пока значение индекса Джайна не приблизится к целевому значению F_{target} :

2.1. При фиксированном λ минимизировать функцию Лагранжа $\Lambda(P_1, \lambda)$.

Для каждой итерации t необходимо:

а) вычислить скорости передачи данных для обоих пользователей и индекс Джайна

$$R_1^{(t)} = \log_2 \left(1 + \frac{P_1^{(t-1)} |h_1|^2}{\sigma^2 + (P_{max} - P_1^{(t-1)}) |h_2|^2} \right),$$

$$R_2^{(t)} = \log_2 \left(1 + \frac{(P_{max} - P_1^{(t-1)}) |h_2|^2}{\sigma^2 + P_1^{(t-1)} |h_1|^2} \right),$$

$$F^{(t)} = \frac{(R_1^{(t)} + R_2^{(t)})^2}{2((R_1^{(t)})^2 + (R_2^{(t)})^2)},$$

б) вычислить градиент функции Лагранжа

$$g = \frac{d\Lambda}{dP_1} = -\frac{dR_1}{dP_1} - \frac{dR_2}{dP_1} + \lambda \frac{dF}{dP_1},$$

где $\frac{dR_1}{dP_1} = \frac{|h_1|^2}{\ln(2)(\sigma^2 + (P_{max} - P_1) |h_2|^2)}$,

$$\frac{dR_2}{dP_1} = \frac{|h_2|^2}{\ln(2)(\sigma^2 + P_1 |h_2|^2)},$$

$$\frac{dF}{dP_1} = \frac{(R_1 + R_2)(R_2^2 dR_1 / dP_1 - R_1^2 dR_2 / dP_1)}{(R_1^2 + R_2^2)^2},$$

в) обновить значение мощности для следующей итерации

$$P_1^{(t+1)} = P_1^{(t)} + \alpha g,$$

г) ограничить значение мощности

$$P_1^{(t+1)} \in [0, P_{max}],$$

Получить результаты оптимизации при текущем значении λ : $P_1^* = P_1^{(t)}, P_2^* = P_{max} - P_1^{(t)}, R_1^* = R_1^{(t)}, R_2^* = R_2^{(t)}, F^* = F^{(t)}$.

2.2. Проверка ограничения.

Если $|F - F^*| < \epsilon_F$, алгоритм завершен, в противном случае:

- если $F^* < F_{target}$, увеличить λ на $\partial_\lambda, \lambda + \partial_\lambda$, а
- если $F^* > F_{target}$, уменьшить λ на $\partial_\lambda, \max(\lambda - \partial_\lambda, 0)$.

3. Выход.

Результат выполнения алгоритма оптимизации – $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1^* \\ P_2^* \end{bmatrix}$.

Чтобы лучше понять работу приведенного алгоритма оптимизации, можно представить его в виде простого псевдокода:

```

Инициализация P1, P2
Повторять:
    Вычислить скорости R1, R2
    Найти индекс Джайна F
    Если F < F_target:
        увеличить lambda
    Иначе:
        уменьшить lambda
    Обновить P1, P2 методом градиентного спуска
До тех пор, пока |F - F_target| < epsilon
    
```

Таким образом, решение задачи оптимизации становится прозрачным и легко воспроизводимым в численных экспериментах.

Например, для системы связи с двумя пользователями:

– при $P_{max} = 1, h_1 = 0,8, h_2 = 0,2, \sigma^2 = 0,5, F_{target} = 0,9$

;

– при параметрах алгоритма $\lambda^{(0)} = 0,1, \alpha = 0,001,$

$\partial_\lambda = 0,001, \epsilon_F = 0,001$, в результате выполнения описанного алгоритма оптимизации получим $P_1^* = 0,0629, P_2^* = 0,9371,$
 $R_1^* = 0,0519, R_2^* = 0,1038, F^* = 0,9, \lambda^* = 0,13$.

Литература

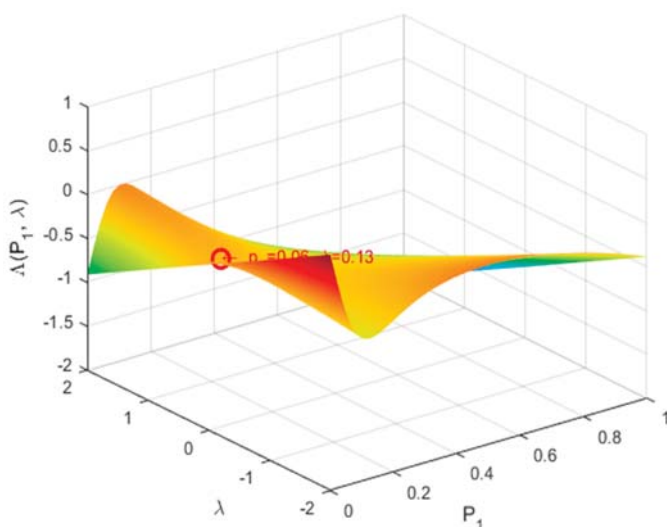


Рис. 5. Результат решения задачи оптимизации

Результат решения оптимизационной задачи можно отобразить на поверхности функции Лагранжа (см. рис. 5).

Данный пример является простой иллюстрацией возможности решения многомерной оптимизационной задачи (9) путем применения известных численных методов.

Заключение

В данной работе рассмотрены основные подходы к решению задачи справедливого распределения мощности в системах PD-NOMA. Показано, что традиционная цель максимизации суммарной пропускной способности приводит к существенной дискриминации «слабых» пользователей. Такая дискриминация приводит к тому, что «слабые» пользователи могут получить полный отказ в обслуживании.

Для устранения этой проблемы применяются различные метрики справедливости, включая индекс Джейна. Рассмотрен пример решения задачи оптимизации численным методом с использованием традиционного метода множителей Лагранжа и также традиционного метода градиентного спуска для системы связи PD-NOMA с двумя пользователями.

Практическая значимость полученных результатов заключается в том, что они могут быть интегрированы в механизмы управления ресурсами в сетях мобильной связи. Особенно важным это становится для сценариев межмашинной коммуникации и Интернета вещей, где в сети присутствует огромное количество устройств с разными характеристиками каналов. Справедливое распределение мощности между такими устройствами обеспечивает техническую эффективность в предоставлении сервисов и предотвращает дисбаланс в обслуживании различных пользователей.

1. Ghanbarzadeh V., Zahabi M., Amiriara H., Jafari F., Kaddoum G. Resource Allocation in NOMA Networks: Convex Optimization and Stacking Ensemble Machine Learning. // IEEE Open Journal of the Communications Society. 2024. Vol. 5, pp. 5276-5288. doi: 10.1109/OJCOMS.2024.3450207.

2. Крейнделин В.Б., Варукина Л.А. Обработка и прекодирование сигналов в системе с неортогональным доступом и с разделением по мощности // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Т. 18, № 6. С. 38-45.

3. Крейнделин В.Б., Варукина Л.А. Прекодирование и группирование сигналов пользователей в системе PD-NOMA на линии «вниз» // Электросвязь. 2024. № 10. С. 13-19.

4. Belmekki B., Alouini M.-S. NOMA as the Next-Generation Multiple Access in Nonterrestrial Networks. Proceedings of the IEEE. – 2024. Vol. 112. Issue 9, pp. 1303-1345. doi: 10.1109/JPROC.2024.3496775.

5. Tuong V., Cho S. Deep-Learning-Based Resource Allocation for 6G NOMA-Assisted Backscatter Communications. IEEE Internet of Things Journal. 2024. Vol. 11. Issue 19, pp. 32234-32243. doi: 10.1109/IJOT.2024.3424728.

6. Kreindel V.B., Varukina L.A. Signal Demodulation Method in the PD-NOMA System Using a Nonlinear Algorithm with Successive Cancellation of Demodulated Components // Journal of Communications Technology and Electronics. 2023. Vol. 68, № 7, pp. 765-770.

7. Бакулин М.Г., Варукина Л.А., Крейнделин В.Б. Технология MIMO. Принципы и алгоритмы. М.: Горячая линия – Телеком, 2014. 242 с.

8. Крейнделин В.Б., Варукина Л.А. Нелинейный алгоритм демодуляции сигналов в системе NOMA в случае пространственного мультиплексирования // Электросвязь. 2023. № 5. С. 33-39.

9. Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б. и др. Неортогональный множественный доступ (NOMA) как основа систем связи 5G и 6G. М.: Горячая линия-Телеком, 2024. 264 с.

10. Abuajwa O., Roslee M., Yusoff Z., Chuan L., Leong P. Resource Allocation for Throughput versus Fairness Trade-Offs under User Data Rate Fairness in NOMA Systems in 5G Networks // Applied Sciences. 2022. Vol. 12. Issue 7, 3226. https://doi.org/10.3390/app12073226

11. Trankatwar S., Wali P. Power Allocation for Sum Rate Maximization Under SIC Constraint in NOMA Networks. 16th International Conference on COMmunication Systems & NETworks (COMSNETS), Bengaluru, India. 2024, pp. 646-650. doi: 10.1109/COMSNETS59351.2024.10427001.

12. Гончаров В.А. Методы оптимизации: учебник для вузов. М.: Юрайт, 2025. 191 с.

13. Pliatsios D., Sarigiannidis P. Resource Allocation Combining Heuristic Matching and Particle Swarm Optimization Approaches: The Case of Downlink NOMA // Information. 2019. Vol. 10, No. 11. P. 336.

14. Xu P., Cumanan K. Optimal Power Allocation Scheme for Non-Orthogonal Multiple Access With α -Fairness // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 2017. Vol. 35, No. 10, pp. 2357-2369.

15. Jacob J.L., Abrao T. NOMA Systems Optimization to Ensure Maximum Fairness to Users. 2020. URL: https://arxiv.org/pdf/2001.03827

16. Hojeij M.-R., Abdel Nour C., Farah J., Douillard C. Weighted Proportional Fair Scheduling for Downlink NOMA. 2017. URL: https://doi.org/10.48550/arXiv.1710.10857

17. Sirait R., Hardjawana W., Wibisono G. Performance of Downlink NOMA for a Massive IoT Network Over a Nakagami-m Fading Channel With Optimized Power Allocation. // IEEE Access. 2023. Vol. 11, pp. 67779-67790, 2023. doi: 10.1109/ACCESS.2023.3288898.

PROBLEM OF FAIR POWER ALLOCATION IN PD-NOMA SYSTEM

Vitaly B. Kreyndelin, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, vitkrend@gmail.com
Lidia A. Varukina, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, arukina@rambler.ru

Abstract

Power Domain Non-Orthogonal Multiple Access (PD-NOMA) systems are among the most promising wireless communication technologies, enabling significantly more efficient utilization of the limited radio spectrum. The key feature of PD-NOMA is that multiple users simultaneously share the same time-frequency resource, while their signals are separated in the power domain. On the receiver side, successive interference cancellation (SIC) is employed, allowing the recovery of payload even in the presence of overlapping signals with different power levels. This approach paves the way for higher throughput and the ability to serve more users compared to orthogonal access schemes. Despite its advantages, PD-NOMA also has significant drawbacks. In practical scenarios, differences in users' channel conditions may lead to an imbalance in resource allocation. Users closer to the base station with better channel quality achieve higher efficiency with lower energy consumption, while those with weaker channels are placed at a disadvantage. This creates the risk of unfair service and its degraded quality. This work investigates methods for fair power allocation among users, aiming to balance the maximization of system throughput with equal access to network resources. Various fairness criteria are analyzed, including Jain's index, the Gini coefficient, proportional fairness, and weighted fairness. The study demonstrates how these metrics can be integrated into the power allocation optimization problem in PD-NOMA systems. As an example, we present a solution to the power allocation optimization problem with a Jain's index constraint, formulated using the Lagrangian multiplier method. The obtained results confirm the effectiveness of the proposed approach and show the potential for improving robustness and fairness of service within PD-NOMA systems.

Keywords: NOMA, PD-NOMA, fairness, Jain Index, Jini Coefficient, mobile communications

References

- [1] V. Ghanbarzadeh, M. Zahabi, H. Amiriara, F. Jafari, G. Kaddoum, "Resource Allocation in NOMA Networks: Convex Optimization and Stacking Ensemble Machine Learning," *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2024. Vol. 5, pp. 5276-5288. doi: 10.1109/OJCOMS.2024.3450207.
- [2] V.B. Kreyndelin, L.A. Varukina, "Processing and precoding in PD-NOMA system," *T-Comm*, 2024, Vol. 18, No. 6, pp. 38-45. (in Russian)
- [3] V.B. Kreyndelin, L.A. Varukina, "Precoding and user grouping at downlink of PD-NOMA system," *Elektrosvyaz*, 2024, No. 10, pp. 13-19. (in Russian)
- [4] B. Belmekki, M.-S. Alouini, "NOMA as the Next-Generation Multiple Access in Nonterrestrial Networks," *Proceedings of the IEEE*, 2024. Vol. 112. Issue 9, pp. 1303-1345. doi: 10.1109/JPROC.2024.3496775.
- [5] V. Tuong, S. Cho, "Deep-Learning-Based Resource Allocation for 6G NOMA-Assisted Backscatter Communications," *IEEE Internet of Things Journal*, 2024. Vol. 11. Issue 19, pp. 32234-32243. doi: 10.1109/JIOT.2024.3424728.
- [6] V.B. Kreyndelin, L.A. Varukina, "Signal Demodulation Method in the PD-NOMA System Using a Nonlinear Algorithm with Successive Cancellation of Demodulated Components," *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2023. Vol. 68, No. 7, pp. 765-770.
- [7] M.G. Bakulin, L.A. Varukina, V.B. Kreyndelin, "Technology of MIMO: principles and algorithms," Moscow, Hot Line – Telecom, 2014, 242 p. (in Russian)
- [8] V.B. Kreyndelin, L.A. Varukina, "Non-linear demodulation algorithm for NOMA system using spatial multiplexing," *Electrosvyaz*, 2023. Issue 5, pp. 33-39. (in Russian)
- [9] M.G. Bakulin, T.B.K. Ben Rejeb, V.B. Kreyndelin, et al., "Non-Orthogonal Multiple Access (NOMA) as the Basis of 5G and 6G Communication Systems," Moscow, Hot Line – Telecom, 2024, 264 p. (in Russian)
- [10] O. Abuajwa, M. Roslee, Z. Yusoff, L. Chuan, P. Leong, "Resource Allocation for Throughput versus Fairness Trade-Offs under User Data Rate Fairness in NOMA Systems in 5G Networks," *Applied Sciences*, 2022. Vol. 12. Issue 7, 3226. <https://doi.org/10.3390/app12073226>
- [11] S. Trankatwar, P. Wali, "Power Allocation for Sum Rate Maximization Under SIC Constraint in NOMA Networks," *16th International Conference on COMMunication Systems & NETWORKS (COMSNETS)*, Bengaluru, India, 2024, pp. 646-650. doi: 10.1109/COMSNETS59351.2024.10427001.
- [12] V.A. Goncharov, "Optimization Methods: textbook for universities," Moscow. Uright, 2025, 191 p. (in Russian)
- [13] D. Pliatsios, P. Sarigiannidis, "Resource Allocation Combining Heuristic Matching and Particle Swarm Optimization Approaches: The Case of Downlink Non-Orthogonal Multiple Access," *Information*, 2019, Vol. 10, No. 11, p. 336.
- [14] P. Xu, K. Cumanan, "Optimal Power Allocation Scheme for Non-Orthogonal Multiple Access With α -Fairness," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2017. Vol. 35, No. 10, pp. 2357-2369.
- [15] S.M.R. Islam, N. Avazov, O.A. Dobre, K.S. Kwak, "Power-domain non-orthogonal multiple access (NOMA) in 5G systems: Potentials and challenges," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2017. Vol. 19. No. 2, pp. 721-742.
- [16] M-R. Hojeij, C. Abdel Nour, J. Farah, C. Douillard, "Weighted Proportional Fair Scheduling for Downlink Non-Orthogonal Multiple Access," 2017. Available at: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1710.10857>
- [17] R. Sirait, W. Hardjawan, G. Wibisono, "Performance of Downlink NOMA for a Massive IoT Network Over a Nakagami-m Fading Channel With Optimized Power Allocation," *IEEE Access*, 2023. Vol. 11, pp. 67779-67790, 2023. doi: 10.1109/ACCESS.2023.3288898.

Information about authors:

Vitaly B. Kreyndelin, Moscow Technical University of Communications and Informatics (MTUCI), Doctor of technical sciences, Professor, Moscow, Russia
Lidia A. Varukina, Moscow Technical University of Communications and Informatics (MTUCI), PhD., applicant, Russia

ФОРМИРОВАНИЕ, ПРЕОБРАЗОВАНИЕ И ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА В ДИФРАКЦИОННОМ СПЕКТРОМЕТРЕ: РАДИООПТИЧЕСКИЙ ПОДХОД

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-12-34-43

Manuscript received 12 September 2025;

Accepted 20 November 2025

Казаков Василий Иванович,

Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения,
г. Санкт-Петербург, Россия, kvi@guap.ru

Бестугин Александр Роальдович,

Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения,
г. Санкт-Петербург, Россия, fresguap@mail.ru

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-2023-0003, "Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга".

Ключевые слова: спектр, обработка информации, дифракционная решетка, спектрометр, считывание, ПЗС

В работе представлено исследование процессов формирования и обработки сигнала в форме оптического излучения в дифракционном спектрометре. Актуальность работы обусловлена необходимостью совершенствования теоретических основ функционирования дифракционных спектрометров для повышения точности и достоверности спектрометрических измерений. Существующие модели, базирующиеся на принципах геометрической оптики, не позволяют адекватно описать ряд важных эффектов, наблюдаемых при работе спектральных приборов. Разработана математическая модель спектрального преобразования, основанная на принципах радиооптики, теории линейных систем и системного подхода. Модель позволяет описать формирование комплексного спектра в дифракционном спектрометре от входной апертуры до фотодетектора. Проведено исследование особенностей преобразования оптического сигнала, включая анализ формирования пространственных спектров и их детектирования ПЗС-линейкой. Установлены закономерности формирования многопорядкового спектра и его характеристик. Предложен метод описания комплексной аппаратной функции спектрального прибора с дифракционной решёткой, учитывающий особенности формирования спектра в различных дифракционных порядках. Показано влияние геометрических параметров прибора на его спектральные характеристики. Разработан алгоритм коррекции спектрометрических измерений, учитывающий нелинейность спектральной шкалы, неравномерность чувствительности ПЗС-линейки, особенности формирования аппаратной функции спектрометра. Проведено моделирование процесса фотодетектирования с учётом конструктивных особенностей ПЗС-линейки и параметров оптической системы. Результаты работы позволяют повысить точность и достоверность спектрометрических измерений, могут быть использованы при создании компактных спектрометрических систем для решения задач спектрального анализа, контроля технологических процессов и экологического мониторинга. Практическая значимость работы заключается в возможности применения полученных результатов при создании компактных и недорогих спектрометрических систем для решения задач спектрального анализа, контроля технологических процессов и экологического мониторинга. Предложенные методы могут быть использованы в многоканальных спектрометрах и системах с элементами искусственного интеллекта. Перспективы дальнейших исследований связаны с учётом шумовых процессов при регистрации и влияния температурных факторов на стабильность параметров ПЗС-линейки, а также с возможностью реализации подобных систем в микросборках и интегральных оптоэлектронных платформах.

Информация об авторах:

Казаков Василий Иванович, к.т.н., доцент, доцент кафедры конструирования и технологий электронных и лазерных средств, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП), Санкт-Петербург, Россия, ORCID: 0000-0002-1617-2275

Бестугин Александр Роальдович, д.т.н., проф., директор института радиотехники и инфокоммуникационных технологий, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП), Санкт-Петербург, Россия, ORCID: 0000-0003-3847-2516

Для цитирования:

Казаков В.А., Бестугин А.Р. Формирование, преобразование и детектирование оптического сигнала в дифракционном спектрометре: радиооптический подход // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №12. С. 34-43.

For citation:

V.I. Kazakov, A.R. Bestugin, "Formation, transformation, and detection of spectroscopic information in a diffraction spectrometer: a radio-optical approach," T-Comm, 2025, vol. 19, no.12, pp. 34-43. (in Russian)

Введение

В настоящее время оптические спектральные методы анализа находят широкое применение в самых разнообразных областях науки и техники – от фундаментальных физических исследований [1, 2] до практических задач в промышленной автоматике [3], экологии [4] и др. Одним из наиболее универсальных и широко используемых инструментов спектрального анализа является дифракционный оптический спектрометр, обеспечивающий высокую спектральную разрешающую способность и чувствительность при сравнительно компактных габаритах и доступной стоимости. Благодаря сочетанию этих характеристик, спектрометры данного типа применяются для мониторинга химического состава, контроля параметров плазменных и горючих сред, а также в задачах дистанционной диагностики.

Тем не менее, задача улучшения метрологических характеристик спектральной аппаратуры является непреходящей. Стоит отметить, что применительно к оптическому спектральному приборостроению эта задача требует также детального теоретического переосмысления принципов работы аппаратуры. Ряд особенностей формирования спектра [5], особенно в условиях использования нескольких дифракционных порядков, не находил ранее достаточного отражения в математических моделях и алгоритмах обработки данных.

Теоретические общепринятые основы и математическое описание принципов работы дифракционных спектральных приборов, представленный в классической литературе по спектроскопии [6, 7], базируется на постулатах геометрической оптики. В рамках данной теоретической модели процесс спектрального разложения описывается следующим образом: формирующая оптическая система образует коллимированный пучок излучения от исследуемого источника, который взаимодействует с дифракционной решёткой. Далее дифракционная решётка реализует пространственное разделение спектральных компонент согласно соотношению, связывающему угол дифракции φ с длиной волны λ . Последующее фокусирование дифрагированных пучков осуществляется линзой, которая проецирует их на соответствующие сегменты ПЗС-линейки, которая выполняет функцию фотоприёмного устройства, осуществляя пространственно-разрешённое детектирование оптического сигнала.

При этом следует отметить, что такая модель описания оптического дифракционного спектрометра имеет несколько фундаментальных ограничивающих факторов, что приводит к необходимости разработки нового подхода к описанию процесса формирования и обработки спектроскопической информации в нем. Эти факторы сводятся к следующему:

1) Отсутствует математически строгий и корректный формализм (математическая модель), который бы описывал процедуру получения многопорядкового спектра, а также свойства спектров в различных порядках. Хорошо известный факт в экспериментальной спектроскопии, который, например, описан в работе [8], заключающийся в том, что спектральное разрешение кратно улучшается пропорционально номеру дифракционного порядка, не поддается описанию и объяснению с позиций сугубо геометрической оптики. Изменение спектрального разрешения в пределах диапазона анализируемых длин волн тоже невозможно объяснить с этих позиций.

2) Применение спектрометров в различных системах контроля и диагностики приводит к необходимости рассматривать излучение как информационный сигнал. Это приводит к противоречию, заключающемуся в отсутствии модели, которая описывала бы динамику воздействия спектрометра на этот информационный сигнал. Переход к работе с импульсными сигналами еще более усугубляет эту ситуацию.

3) Существующая модель работы оптического спектрометра не дает возможности связать спектр «идеальный», который представлен в форме интеграла Фурье, и физический, т.е. регистрируемый на выходе спектрометра. Роль и вклад аппаратных преобразований (аппаратной функции) спектрометра никак не учитывается при описании его работы.

Все это приводит к необходимости разработки новой математической модели, которая могла бы устранить указанные выше противоречия и в строго математической форме описать процесс формирования и регистрации оптических спектров в дифракционном спектрометре.

Разработка такой модели позволит создать теоретический фундамент для повышения точности и достоверности спектрометрических измерений, а также обеспечит согласованность между физической реализацией прибора и его математическим описанием.

1. Формирование комплексных спектров в дифракционном спектрометре

Новый подход к описанию работы оптического спектрометра предлагается строить на базе принципов радиооптики [9], а также системного подхода. Кроме того, потребуется привлечение математических моделей, оперирующих с комплексными спектрами оптического излучения.

Таким образом, можно сформулировать критерии, которым должна отвечать новая модель:

- обеспечение математически корректного описания преобразования оптического сигнала всеми элементами спектрометра;
- возможность корректного перехода к энергетическим спектрам, который формируется в результате операции фотодетектирования, позволяющей преобразовать комплексный спектр в итоговые энергетические соотношения [10];

• целостное моделирование процесса спектрального анализа – от физического воздействия электромагнитного поля на вход прибора до формирования регистрируемого спектра.

С учетом сформулированных критерием предлагается структурная схема дифракционного спектрометра, представленная на рисунке 1.

В общем случае процесс распространения и преобразования оптического пространственного-временного сигнала $s(t, \xi)$ можно описать следующим образом. Дифракционная решетка, имеющая пропускание, описываемое законом $T(\xi)$ выполняет операцию пространственной модуляции сигнала $s(t, \xi)$.

Далее, расположенная линза (фазовый транспарант) и два окружающих ее слоя свободного пространства, образуют оптический когерентный Фурье-процессор.

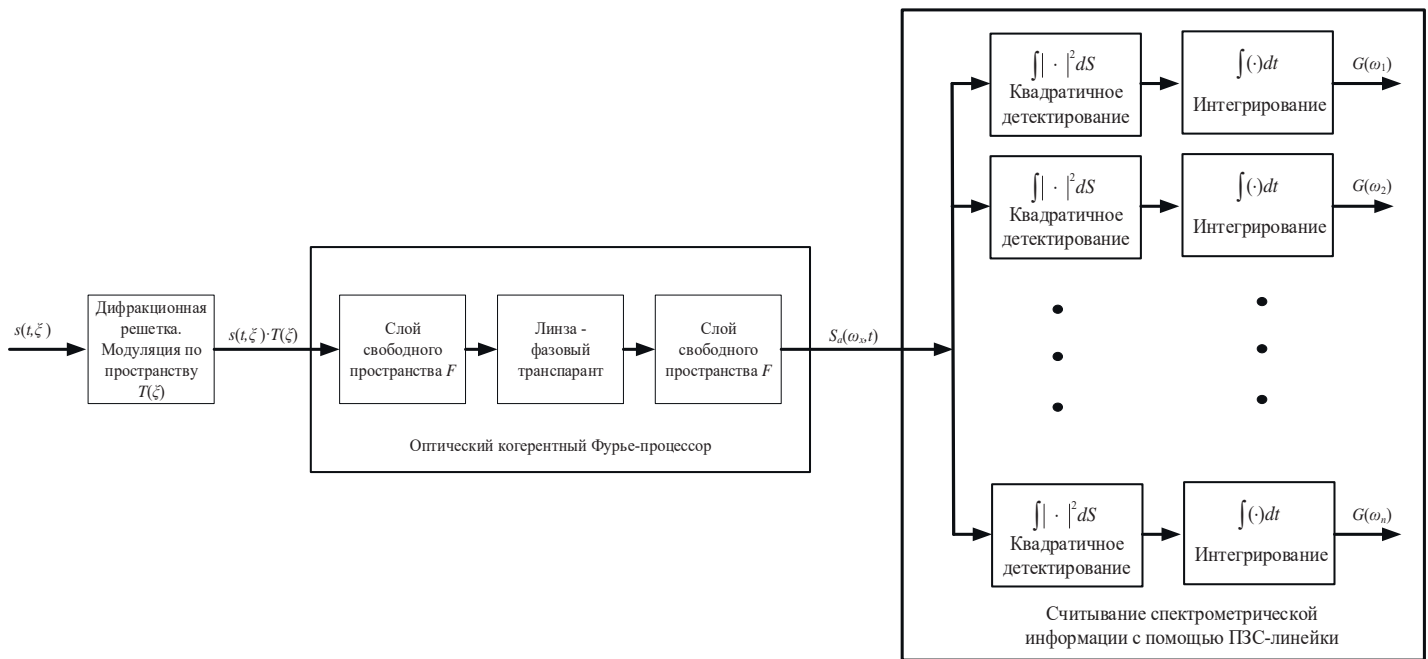


Рис. 1. Структурная схема спектрального прибора с дифракционной решеткой

При воздействии на такой Фурье-процессор однородной плоской монохроматической волны, его действие может быть представлено в форме выражения:

$$S_a(\omega_x, t) = \hat{F}[T(\xi)] = \sqrt{\frac{\omega'}{2\pi c_0 F}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} T(\xi) e^{-i\omega_x \xi} d\xi, \quad (1)$$

где $S_a(\omega_x)$ – спектр пространственных частот, ξ, x – координатные оси входной и выходной плоскостей, $T(\xi)$ – функция пропускания транспаранта, $\omega_x = \frac{\omega' x}{c_0 F}$ – пространствен-

ная частота, ω' – круговая частота падающей на транспарант однородной плоской монохроматической волны, F – фокусное расстояние линзы, L – размер апертуры транспаранта.

Таким образом, на выходе Фурье-процессора формируется сигнал, являющийся комплексным спектром входного сигнала. Этот комплексный спектр $S_a(\omega_x, t)$ далее подвергается операции фотодетектирования на каждом пикселе ПЗС-линейки.

Следует более подробно рассмотреть вопрос получения функции пропускания дифракционной решетки $T(\xi)$. Поскольку в самом простом случае дифракционная решетка представляет собой набор чередующихся прозрачных и непрозрачных элементов, это дает возможность представить функцию пропускания в форме «импульсов» длительностью τ_g и следующих с периодом T_g . Такое представление позволяет записать выражения для разложения функции пропускания в комплексный ряд Фурье [10], необходимость чего будет пояснена ниже:

$$T(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n \exp(in\Omega_g \xi), \quad (2)$$

где $\Omega_g = 2\pi / L$ пространственная «круговая» частота первой гармоники разложения.

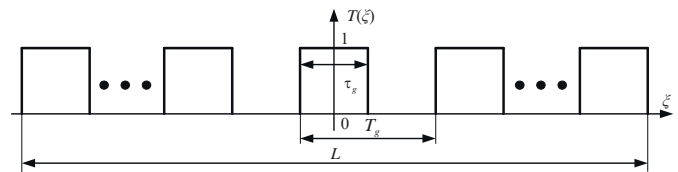


Рис. 2. Представление функции пропускания решетки в форме последовательности «импульсов»

Чтобы установить величину коэффициентов разложения C_n ряда Фурье (2), было предложено использовать одно из фундаментальных соотношений теории сигналов [11], которое позволяет выразить эти коэффициенты через комплексный спектр – в данном контексте представляющего собой спектр пространственных частот. Указанная взаимосвязь формализуется следующим образом:

$$C_n = 2S(n\Omega_g) / L. \quad (3)$$

Таким образом, задача получения коэффициентов разложения сводится к расчету спектральной плотности $S(n\Omega_g)$, что можно реализовать методом определения спектра пачки видеоимпульсов [11]:

$$\begin{aligned} S(\omega_g) &= S_0(\omega_g) \cdot (e^{iN\omega_g T_g} + e^{i(N-1)\omega_g T_g} + \dots + 1 + e^{-i\omega_g T_g} + \dots e^{-iN\omega_g T_g}) = \\ &= S_0(\omega_g) \sum_{n=-N}^N e^{-in\omega_g T_g}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $S_0(\omega_\xi)$ – спектральная плотность одного элемента прозрачности дифракционной решетки, $2N$ – число таких элементов.

С другой стороны,

$$S_0(\omega_\xi) = \int_{-\frac{\tau_g}{2}}^{\frac{\tau_g}{2}} \exp(-i\omega_\xi \xi) d\xi = 2 \frac{\sin(\omega_\xi \frac{\tau_g}{2})}{\omega_\xi}. \quad (5)$$

В выражении (5) сумма может быть представлена в форме ядра Дирихле:

$$\sum_{n=-N}^N e^{-in\omega_\xi T_g} = \frac{\sin[(N + \frac{1}{2})\omega_\xi T_g]}{\sin(\omega_\xi T_g / 2)}. \quad (6)$$

Это дает возможность записать выражение для спектральной плотности для всей решетки:

$$S(\omega_\xi) = S_0(\omega_\xi) \cdot \frac{\sin[(N + \frac{1}{2})\omega_\xi T_g]}{\sin(\omega_\xi T_g / 2)}. \quad (7)$$

Из соотношений (7) и (3) следует, что коэффициенты ряда (2) можно представить в следующем виде:

$$C_n = 4 \frac{\sin(n\Omega_g \frac{\tau_g}{2}) \sin[(N + \frac{1}{2})n\Omega_g T_g]}{n\Omega_g L \cdot \sin\left(n\Omega_g \frac{T_g}{2}\right)}. \quad (8)$$

Более строгий подход приводит к тому, что разложение в ряд Фурье (2) следует записать в виде:

$$T(\xi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp(ik\omega_g \xi) + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq kL/T_g}}^{\infty} C_m \exp(im\Omega_g \xi), \quad (9)$$

где $\omega_g = 2\pi / T_g = 2N\Omega_g$.

Тщательный анализ выражения (9) позволяет установить, что при весьма большой величине L коэффициенты C_k определяются в точках, соответствующих главным значениям ядра Дирихле, что является идеальным случаем представления функции пропускания дифракционной решетки. При этом C_m , входящие во вторую сумму выражения (9), вследствие специфического свойства ядра Дирихле оказываются пренебрежимо малыми по сравнению с указанными выше коэффициентами. Это подтверждается результатами компьютерного моделирования, представленного на рисунке 3.

Для наглядного подтверждения этого факта были выполнены расчеты коэффициентов разложения для следующих параметров: : период $T_g = 5$ мкм и апертура $L = 0,01$ мм (рис. 3а) – 2 штриха, укладываемых в пределах апертуры, $L = 0,1$ мм (рис. 3б) – 20 штрихов и $L = 1$ мм (рис. 3в) – 200 штрихов. Дополнительно в виде огибающих показаны: ядро Дирихле $D(n\Omega_g)$ (синяя сплошная линия) и спектр разложения одного элемента прозрачности дифракционной решетки $S(n\Omega_g)$ (зеленая штриховая линия).

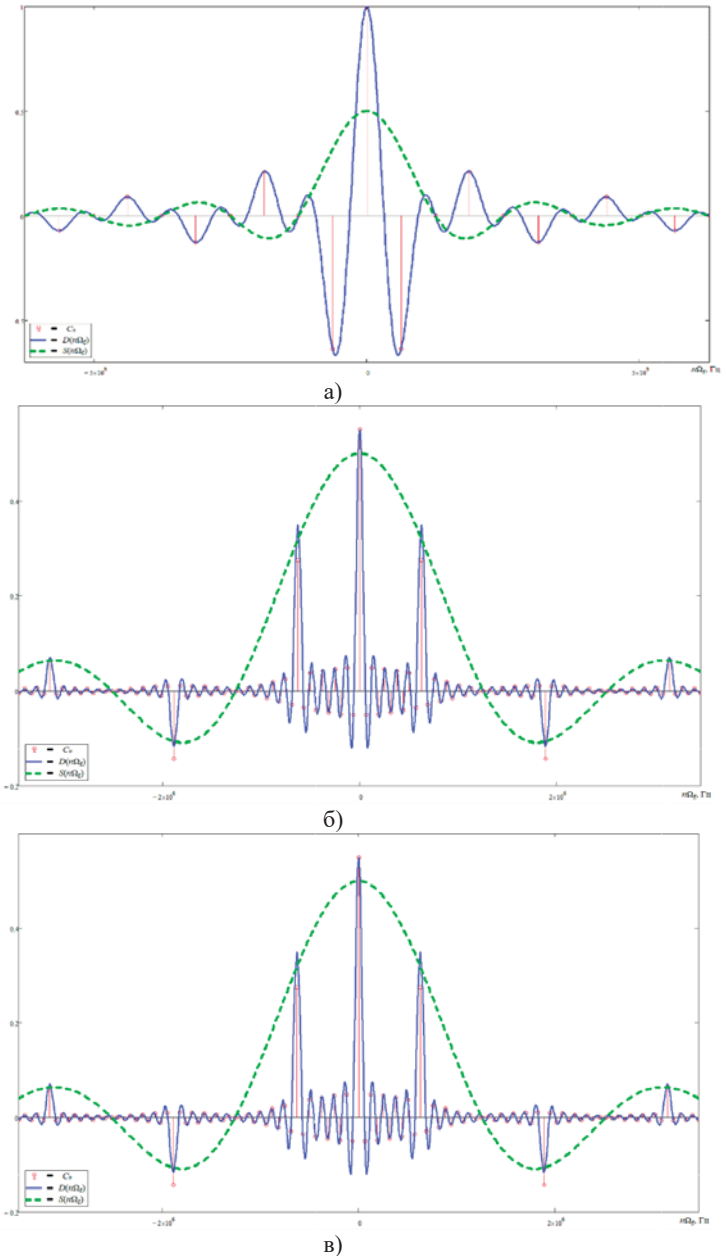


Рис. 3. Результат компьютерных расчетов коэффициентов разложения C_n при $L = 0,01$ (а), $0,1$ (б) и 1 (в) мм

С учётом выявленной закономерности дальнейшее построение математической модели базируется исключительно на первом слагаемом в правой части выражения (9). Это упрощение обосновано физическим смыслом рассматриваемых коэффициентов и подтверждается результатами численного моделирования.

Далее рассмотрение процесса преобразования оптического сигнала требует перехода к комплексному спектру оптического сигнала на основании полученных выражений для функции пропускания решетки и коэффициентов разложения. В качестве входного воздействия при определении аппаратной функции прибора следует использовать однородную плоскую монохроматическую волну $\exp(i\omega't)$ с единичной амплитудой [12]. Подстановка первой суммы выражения (9) в соотношение (1), дает:

$$S_a(\omega_x, t) = \exp(i\omega't) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp(ik\Omega_g \xi) \cdot \exp(-i\omega_x \xi) d\xi \right) =$$

$$= \exp(i\omega't) \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \exp(ik\Omega_g \xi) \cdot \exp(-i\omega_x \xi) d\xi \quad (10)$$

Результат интегрирования в выражении (10) можно представить в форме:

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \exp(ik\Omega_g \xi) \cdot \exp(-i\omega_x \xi) d\xi = 2 \frac{\sin \left[\left(k\Omega_g - \frac{\omega_x}{c_0 F} \right) \frac{L}{2} \right]}{k\Omega_g - \frac{\omega_x}{c_0 F}}. \quad (11)$$

Для удобства выражение под синусом можно преобразовать к виду [77]:

$$\left(k\Omega_g - \frac{\omega_x}{c_0 F} \right) \frac{L}{2} = \left(\frac{k\Omega_g c_0 F}{x} - \omega' \right) \frac{Lx}{2c_0 F} = (\omega(x) - \omega') \frac{T_a(x)}{2}. \quad (12)$$

В итоговом результате (12) можно выделить ряд важных параметров оптической схемы дифракционного прибора.

1) Зависимость пространственной координаты и спектральной частоты:

$$\omega(x) = (k\Omega_g c_0 F / x). \quad (13)$$

2) Так называемое «время» анализа (имеет размерность времени, с), которое соответствует введенному в формуле (9):

$$T_a(x) = Lx / 2c_0 F. \quad (14)$$

Совокупность полученных математических выражений позволяет записать комплексную аппаратную функцию прибора с дифракционной решеткой в виде:

$$K(\omega, \omega', t) = \exp(i\omega't) \sum_{k=-N}^N 2C_k \frac{\sin[(\omega(x) - \omega')T_a(x) / 2]}{(\omega(x) - \omega')x / c_0 F},$$

где N – число учитываемых дифракционных порядков.

В свою очередь, комплексный аппаратный спектр можно записать в форме:

$$S_a(\omega_x, t) = \int_{\Delta\Omega} S(\omega') \exp(i\omega't) \sum_{k=-N}^N 2C_k \frac{\sin[(\omega(x) - \omega')T_a(x) / 2]}{(\omega(x) - \omega')x / c_0 F} d\omega' =$$

$$= \sum_{k=-N}^N 2C_k \int_{\Delta\Omega} S(\omega') \cdot \exp(i\omega't) \cdot \frac{\sin[(\omega(x) - \omega')T_a(x) / 2]}{(\omega(x) - \omega')x / c_0 F} d\omega'. \quad (15)$$

Выражение (15) является очень важным результатом, отражающим формирование многопорядкового комплексного спектра и отвечающего обозначенным в начале этого раздела критериям, предъявляемым к новой модели.

Следует прокомментировать важные аспекты, которые стало возможным описать благодаря предложенному новому подходу. Присутствие множителя k в выражении на временной спектральной частоте объясняет улучшение спектрального разрешения при переходе в более высокие порядки.

При этом, убывание коэффициентов разложения C_k другой стороны приводит к ухудшению отношения сигнал/шум, что ограничивает использование высоких порядков при спектральном анализе.

Наконец, следует отметить, что предложенная модель позволила объяснить изменение спектрального разрешения в пределах даже одного дифракционного порядка. Эта особенность подтверждается результатами компьютерного моделирования аппаратной функции для дифракционных порядков +1, +2 и +3 при двух значениях длины волны: $\lambda = 400$ нм и $\lambda = 550$ нм. Соответствующие данные визуализированы на рисунке 4.

Выражение 15 позволяет также установить математическую форму для важнейшего параметра спектрального прибора – его разрешающей способности $R(\omega)$:

$$R(\omega(x)) = \frac{2\pi \cdot c \cdot F}{\omega(x) \cdot L}. \quad (16)$$

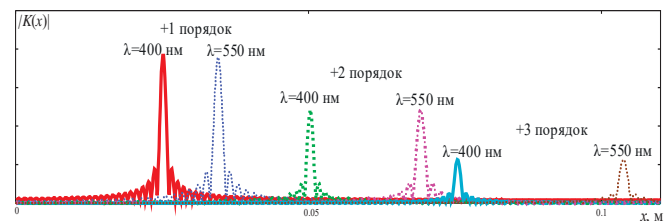


Рис. 4. Изменение аппаратной функции в различных порядках

Следует акцентировать внимание на следующем принципиальном обстоятельстве: перечисленные свойства, хорошо известные в экспериментальной спектроскопии [8], не поддаются обоснованию в рамках традиционного применения принципов геометрической оптики к анализу работы спектрального прибора с дифракционной решеткой.

Благодаря комплексному использованию принципов радиооптики, аппарата теории линейных систем и системного подхода к анализу преобразования оптического сигнала удалось воспроизвести известные экспериментальные закономерности, но и установить взаимосвязь между конструктивными параметрами прибора и его спектральными характеристиками, выявить закономерности изменения разрешающей способности в зависимости от номера дифракционного порядка.

2. Процедура считывания спектрометрической информации

Считывание спектрометрической информации в дифракционных приборах реализуется через работу фотоприемных устройств – ПЗС-линеек. Корректное понимание механизмов формирования измерительного сигнала и его последующей цифровой обработки требует строгого математического описания.

Процесс считывания спектрометрической информации на примере одного пикселя ПЗС-линейки можно представить в виде двух последовательных операций: квадратичного детектирования и временного интегрирования, что представлено на рисунке 5.

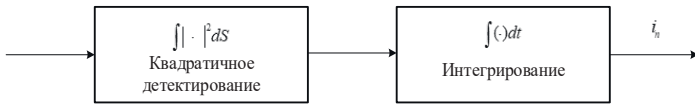


Рис. 5. Эквивалентная структурная схема фотодетектора

Каждый пиксель формирует фототок, пропорциональный интенсивности оптического сигнала на соответствующей пространственной координате спектральной частоте, что может быть записано в форме [13]:

$$i_f = \gamma q_e \frac{p}{\hbar \omega'}, \quad (17)$$

где γ – квантовая эффективность детектора; q_e – заряд электрона; \hbar – постоянная Планка; p – мощность падающего оптического излучения; ω' – спектральная частота.

Для определения мощности p в выражении (17) следует использовать известное выражение для вектора Пойнтинга:

$$p = \iint_{S_f} \mathbf{P} ds, \quad (18)$$

где S_f – площадь чувствительной поверхности фотоприемника, $ds = nds$, здесь \mathbf{n} – единичная нормаль к чувствительной поверхности фотоприемника; \mathbf{P} – вектор Пойнтинга, определяемый как:

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = |\mathbf{E} \times \mathbf{H}| \mathbf{s} = \sqrt{\varepsilon/\mu} \cdot |\mathbf{E}|^2 \mathbf{s} = \sqrt{\mu/\varepsilon} |\mathbf{H}|^2 \mathbf{s}, \quad (19)$$

где \mathbf{E} , \mathbf{H} – электрический и магнитный векторы, соответственно, \mathbf{s} – единичный вектор; ε , μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости, соответственно.

Следует подчеркнуть, что в условиях спектрального анализа излучение, как правило, не является строго монохроматическим. Оно обладает конечной шириной спектра $\Delta\omega$, что требует учитывать специфику работы спектрального устройства. Это означает, что существует пространственная дисперсия частот, и координата x на ПЗС-линейке соответствует определённой спектральной компоненте [14].

Принимая во внимание нелинейную зависимость между координатой на приёмнике и спектральной частотой $S_0(\omega)$ и учитывая конечную ширину каждого элемента ПЗС-структуры, можно утверждать, что он регистрирует не одну частоту, а фильтрует сигнал в пределах определённой полосы спектра.

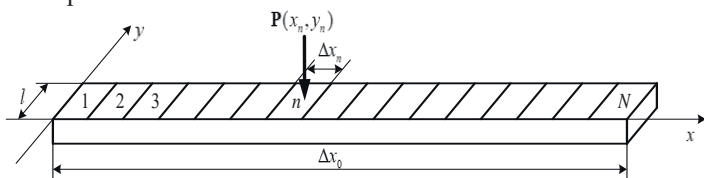


Рис. 6. Процесс фотодетектирования ПЗС-линейкой

Следовательно, на спектральное разрешение прибора влияет не только конфигурация оптической системы, но и конструктивные особенности ПЗС-линейки. Поскольку каждый элемент фотоприёмной структуры (см. рис. 6) обладает

конечными размерами $2\Delta x_n \ll x_n$, он осуществляет частотную фильтрацию в ограниченной полосе спектра, соответствующей своей пространственной протяженности. Таким образом, разрешающая способность спектрометра определяется не только параметрами оптической схемы, но и геометрическими характеристиками ПЗС-линейки. Исходя из этого можно записать разложение в ряд для окрестности точки, соответствующей пикселю x_n :

$$\omega(x_n \pm \Delta x'_n) = \frac{(2\pi c_0 F)}{\tau_g (x_n \pm \Delta x'_n)} \approx \frac{(2\pi c_0 F)}{\tau_g x_n} \mp \frac{(2\pi c_0 F) \Delta x'_n}{\tau_g x_n^2} + \dots, \quad (20)$$

В терминах спектральных частот, каждый элемент осуществляет частотную фильтрацию в полосе частот $\Delta\omega_n$, равную:

$$\Delta\omega_n = k \frac{4\pi c_0 F \Delta x_n}{\tau_g x_n^2} \quad (21)$$

или

$$\Delta x_n = \frac{\tau_g x_n^2 (\Delta\omega_n(x_n))}{4\pi c_0 F}. \quad (22)$$

Таким образом, можно заключить, что каждый элемент ПЗС-линейки является, по сути, частотным фильтром, параметры которого зависят от положения на линейке. Это накладывает определённые требования на алгоритм пересчёта координат в частотную шкалу при цифровой обработке данных.

На рисунке 7 приведены результаты моделирования, которые наглядно показывают изменение разрешающей способности прибора $\Delta\omega_n$, Гц для 1 и 2 порядков. Диапазон анализируемых длин волн при этом составил $\lambda=350\dots 650$ нм.

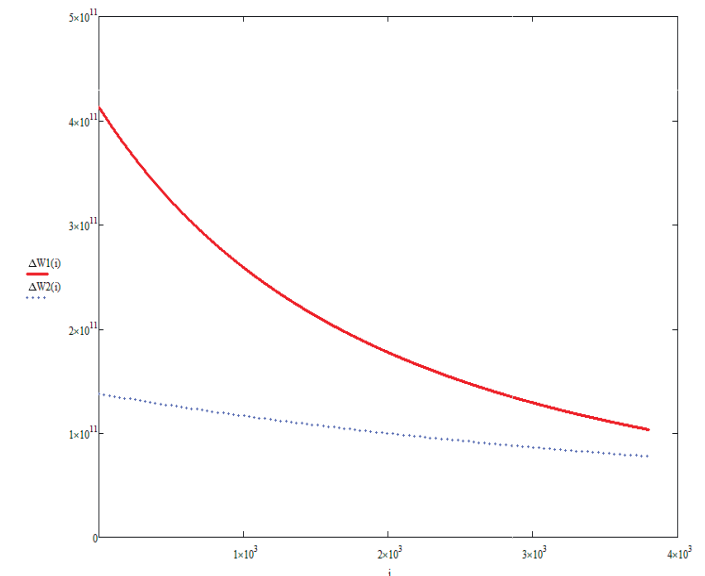


Рис. 7. Изменение разрешающей способности прибора

Следующий этап – разложение частотно-зависимых величин (например, спектральной плотности мощности и вектора Пойнтинга) в ряд Тейлора. Это позволяет получить выражения, пригодные для численного моделирования и анализа. В диапазоне частот $\omega' = \omega_0 \pm \Delta\omega$ величина $1/\omega'$ в формуле (1) представима рядом Тейлора в форме:

$$\frac{1}{\omega'} = \frac{1}{\omega_0 \pm \Delta\omega} = \frac{1}{\omega_0} \left(1 \mp \frac{\Delta\omega}{\omega_0} + \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2 \mp \dots \right). \quad (23)$$

В свою очередь, вектор Пойнтинга может быть представлен в форме ряда:

$$\mathbf{P}(x, y) = \mathbf{P}(x_n, y_n) + \left(x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot \mathbf{P}(x_n, y_n) + \frac{1}{2!} \left(x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \right)^{(2)} \cdot \mathbf{P}(x_n, y_n) + \dots, \quad (24)$$

где x_n, y_n – координаты в плоскости чувствительной поверхности n -го элемента ПЗС-линейки.

Поскольку ширина отдельного элемента ПЗС-линейки мала $\Delta x_n \ll \Delta x_0$, можно ограничиться нулевым порядком в разложении. Тогда формула (1) принимает вид:

$$i_n = \gamma q_e \frac{\sqrt{\varepsilon / \mu} \cdot |\mathbf{E}|^2}{\hbar \omega_0} \Delta S_n, \quad (25)$$

где $\Delta S_n = \Delta x_n l$, здесь $\Delta x_n, l$ – протяженности n -го элемента ПЗС-линейки вдоль оси пространственных частот ω_x и в перпендикулярном направлении, соответственно.

Подставив выражения для электрического поля, соответствующего спектральной компоненте, в уравнение фототока, можно получить интегральное выражение результата фотодетектирования. С учетом пространственного и временного усреднения, характерного для работы ПЗС-структур, результат регистрации интенсивности на выходе спектрометра может быть представлен следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{i}_n &= B \int_{\omega_n - \Delta\omega_n}^{\omega_n + \Delta\omega_n} \frac{\sin^2 \left[(\omega(x) - \omega') \frac{T_a}{2} \right]}{\left[(\omega(x) - \omega') \frac{T_a}{2} \right]^2} G(\omega') d\omega' = \\ &= B \int_{\omega_n - \Delta\omega_n}^{\omega_n + \Delta\omega_n} \text{sinc}^2(\cdot) \cdot G(\omega') d\omega'. \end{aligned} \quad (26)$$

Формально можно описать отклик каждого элемента ПЗС как результат свёртки спектрального сигнала с аппаратной функцией спектрометра, учитывающей разрешающую способность как по времени, так и по пространственной координате. В результате, выходной сигнал спектрометра можно представить в виде матричного уравнения:

$$\|G(\omega_n)\| = B \int_{\omega_n - \Delta\omega_n}^{\omega_n + \Delta\omega_n} \text{diag} \{ A_n(\omega, \omega') \} \cdot \|G(\omega')\| d\omega', \quad (27)$$

где $G(\omega')$ – энергетический спектр анализируемого сигнала; $\text{diag} \{ A_n(\omega, \omega') \}$ – энергетическая аппаратная функция спектрального прибора оптического диапазона в матричной форме; $A_n(\omega, \omega') = \text{sinc}^2(\cdot)$.

Таким образом, каждый выходной отсчёт спектра представляет собой результат интегральной свёртки входного

сигнала с аппаратной функцией соответствующего канала, усреднённой по площади фотоприемного элемента и времени регистрации.

Итогом предложенной модели является то, что спектральная чувствительность каждого элемента системы может быть точно описана с учетом геометрии, времени интегрирования и дифракционных параметров оптической схемы. Это создаёт основу для последующего этапа – корректной цифровой коррекции зарегистрированного сигнала, направленной на восстановление истинной спектральной плотности мощности анализируемого оптического излучения.

Как следует из приведённой выше математической модели, формируемый спектральный сигнал на выходе фотоприемного устройства подвержен ряду искажений, обусловленных как конструктивными особенностями спектрометра, так и физическими ограничениями элементов регистрации. В условиях реального эксперимента эти искажения становятся особенно значимыми и требуют обязательной компенсации с целью повышения достоверности получаемых спектров. В первую очередь это относится к нелинейности спектральной шкалы, нерегулярности чувствительности ПЗС-линейки и особенностям формирования аппаратной функции прибора.

Предложенная ранее математическая модель в явном виде показывает, что спектр, регистрируемый с помощью ПЗС-линейки, не является точным отражением спектрального состава входного сигнала. На это влияет, в том числе, неравномерная чувствительность самого фотоприемного устройства, которая не является постоянной во всем спектральном диапазоне.

На примере ПЗС-линейки TCD1304, с учетом имеющихся открытых данных о её спектральной чувствительности, была проведена её аппроксимация методом наименьших квадратов, в результате чего получено аналитическое выражение зависимости чувствительности от длины волны.

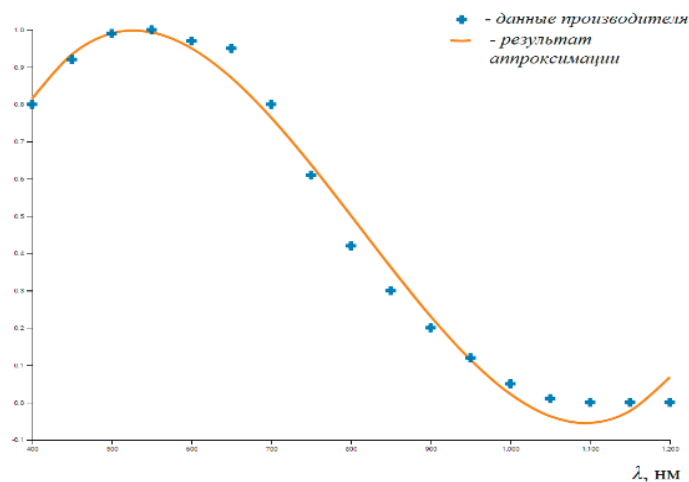


Рис. 8. Спектральная чувствительность ПЗС-линейки

Аналитическая запись аппроксимирующей функции имеет вид:

$$W(\lambda) = -0.000028\lambda^2 + 0.020002\lambda - 3.429690. \quad (28)$$

Это позволяет использовать обратную функцию чувствительности в качестве поправочного множителя к измеренному сигналу.

На основе проведенного анализа был сформирован пошаговый алгоритм коррекции спектроскопических измерений:

1. Нелинейное преобразование шкалы координат – пересчет пространственной координаты элементов ПЗС-линейки в шкалу спектральных частот на основании выражения (13), что учитывает реальные геометрические и дифракционные параметры системы.

2. Коррекция по чувствительности – каждый зарегистрированный отсчет спектра умножается на величину, обратно пропорциональную чувствительности фотодетектора при данной длине волны, с использованием выражения (28).

3. Формирование итогового спектра – результирующий спектр визуализируется или передается в последующий блок обработки, при этом может быть дополнительно интерполирован или сглажен для повышения читаемости.

Результаты применения предложенного алгоритма коррекции представлены на рисунке 9, где показано сравнение исходного и скорректированного спектра, полученного при регистрации сигнала от стандартного источника излучения – лампы LS-1 фирмы Ocean Optics.

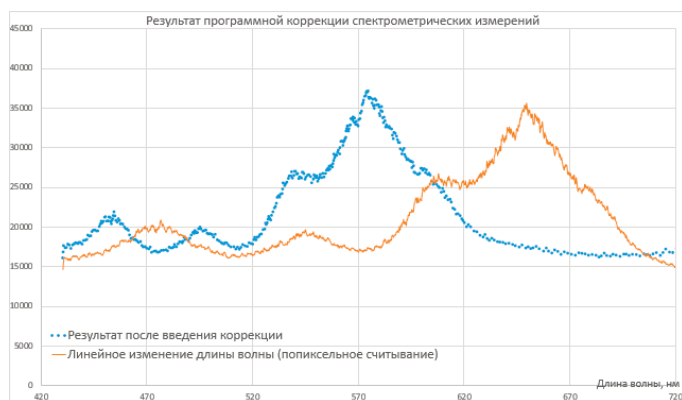


Рис. 9. Результат коррекции спектроскопических измерений

Из анализа рисунка видно, что проведение коррекции существенно меняет форму спектра: ряд локальных максимумов и минимумов, искажённых из-за неравномерной чувствительности, становится адекватно отражённым. Это особенно важно при работе с широкополосными источниками или при количественном анализе распределения энергии по спектру.

Таким образом, реализованная система считывания в сочетании с математически обоснованным алгоритмом коррекции позволяет существенно повысить точность и воспроизводимость спектральных измерений. Это открывает возможности для использования прибора не только в исследовательских, но и в прикладных задачах – от технологического контроля до применений в аэрокосмической отрасли, например, по аналогии с результатами работ, приведенными в [15], а также в составе систем контроля с применением оптического волокна [16, 17].

Заключение

В данной работе рассмотрен комплексный подход к построению модели считывания и последующей коррекции спектроскопической информации в дифракционном решеточном спектрометре. В отличие от классических моделей, не учитывающих особенности пространственно-спектральных

преобразований, предложенное описание опирается на строгий радиооптический анализ, объясняющий многопорядковую природу формирования спектра, нелинейность шкалы пространственных спектральных частот и неравномерность спектральной характеристики ПЗС-линейки.

Предложенная математическая модель, описывающая процесс формирования сигнала на каждом пикселе ПЗС-линейки в условиях временной и пространственной интеграции, сопровождающейся частотной фильтрацией, в совокупности с параметрами оптической схемы спектрометра, позволяет количественно оценить вклад каждого из этих факторов в итоговую разрешающую способность прибора и их влияние на результат считывания спектра.

Результаты данной работы могут быть полезны при создании компактных и недорогих спектрометрических систем с расширенным функционалом, ориентированных на решение задач спектрального анализа, контроля технологических процессов, экологического мониторинга и других приложений, где важны как точность, так и адаптивность к изменяющимся условиям. В частности, предложенные методы могут быть использованы в многоканальных спектрометрах, а также в сочетании с элементами искусственного интеллекта для построения интеллектуальных систем обработки спектров.

В дальнейшем планируется расширить предложенную модель для учёта шумов, возникающих при регистрации, и влияния температурных факторов на стабильность параметров ПЗС-линейки. Также представляется перспективным использование многопорядковой дифракции и анализ возможностей реализации подобных систем в микросборках и интегральных оптоэлектронных платформах.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-2023-0003, «Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга».

Литература

1. Лебедев В.Ф., Мишустин Г.В., Плаксин М.К. Анализ химического состава вина методом лазерно-искровой эмиссионной спектроскопии // Физические основы приборостроения. 2023. № 4. С. 59-65.
2. Сердюк К.В. Моделирование работы анализирующей системы призмного спектрального прибора для контроля физических и физико-химических процессов // Датчики и системы. 2023. № 4-2 (270). С. 13-19.
3. Vaganov M.A., Moskaletz O.D., Kazakov V.I. Automatic control system of combustion processes based on the methods of contactless optical spectroscopy // Proceedings of SPIE. 2019. Vol. 11056. P. 110563A.
4. Кумаев В.В., Казаков В.И. Применение методов оптической спектроскопии в задачах идентификации и контроля микропластика // Инновационное приборостроение. 2024. Т. 3, № 5. С. 51-58.
5. Hebling J., Marton Z. Theory of spectroscopic devices // Journal of the Optical Society of America A. 2006. Vol. 23, pp. 966-972.
6. Тарасов К.И. Спектральные приборы; 2-е изд. Л.: Машиностроение. Ленинградское отд., 1977. 367 с.
7. Скоков И.В. Оптические спектральные приборы: учебное пособие для оптических специальностей вузов. М.: Машиностроение, 1984. 240 с.

8. Раутиан С.Г. Реальные спектральные приборы // Успехи физических наук. 1958. Т. 66. №. 11. С. 475-517.
9. Казаков В.И., Москалец О.Д. Измерение оптических спектров решеточным спектральным прибором в высших дифракционных порядках // Датчики и системы. 2018. №12. С. 22-27.
10. Kazakov V.I., Moskaletz D.O., Moskaletz O.D. Alternative theory of diffraction grating spectral device and its application for calculation of convolution and correlation of optical pulse signals // Proc. SPIE. Vol. 9889, Optical Modelling and Design IV, 2016. P. 988924.
11. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для вузов, 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.
12. Казаков В.И., Москалец О.Д. Комплексные спектры в дифракционном решеточном спектральном приборе // Радиопромышленность. 2016. №4. С. 32-37.
13. Салех Б., Тейх М. Оптика и фотоника. Принципы и применения. Долгопрудный: Издательский дом Интеллект, 2012. 760 с.
14. Kazakov V.I., Moskaletz D.O., Moskaletz O.D., Vaganov M.A. Transformation of a harmonized random process by spectral devices that perform instantaneous spectrum analysis // Proc. SPIE. 2018. Vol. 10680, Optical Sensing and Detection V. P. 1068024.
15. Параскун А.С. Измерительные сигналы и их обработка в спектроскопической системе контроля работы ракетного двигателя // Датчики и системы. 2022. № 5 (264). С. 33-37.
16. Бестугин А.Р., Ваганов М.А., Казаков В.И. Применение оптического волокна в качестве линии передачи анализируемого излучения в системах дистанционной оптической спектроскопии // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Т. 17. № 12. С. 4-14.
17. Сердюк К.В., Москалец О.Д., Казаков В.И. Применение prizmenного спектрального прибора в системе контроля и управления технологическими процессами // Датчики и системы. 2020. № 7 (249). С. 23-29.

FORMATION, TRANSFORMATION, AND DETECTION OF SPECTROSCOPIC INFORMATION IN A DIFFRACTION SPECTROMETER: A RADIO-OPTICAL APPROACH

Vasily I. Kazakov, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, Russia, kvi@guap.ru
Aleksandr R. Bestugin, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, Russia, fresguap@mail.ru

Abstract

This paper presents a study of the formation and processing of spectroscopic information in a diffraction spectrometer. The relevance of this work lies in the need to improve the theoretical foundations of diffraction spectrometers to increase the accuracy and reliability of spectrometric measurements. Existing models based on the principles of geometric optics fail to adequately describe a number of important effects observed during the operation of spectral instruments. A mathematical model of spectral transformation has been developed, based on the principles of radio optics, linear systems theory, and a systems approach. The model describes the formation of a complex spectrum in a diffraction spectrometer from the input aperture to the photodetector. A study of the characteristics of optical signal transformation has been conducted, including an analysis of the formation of spatial spectra and their detection by a CCD array. Patterns of formation of a multi-order spectrum and its characteristics have been established. A method for describing the complex instrumental function of a spectral instrument with a diffraction grating is proposed, taking into account the characteristics of spectrum formation in different diffraction orders. The influence of the instrument's geometric parameters on its spectral characteristics is demonstrated. An algorithm for correcting spectroscopic measurements has been developed, taking into account the nonlinearity of the spectral scale, the nonuniformity of the CCD array sensitivity, and the characteristics of the spectrometer's instrumental function formation. A photodetection process was simulated, taking into account the design features of a CCD array and the parameters of the optical system. The results improve the accuracy and reliability of spectrometric measurements and can be used to create compact spectrometric systems for spectral analysis, process control, and environmental monitoring. The practical significance of this study lies in the potential application of the obtained results in creating compact and inexpensive spectrometric systems for spectral analysis, process control, and environmental monitoring. The proposed methods can be used in multichannel spectrometers and systems with artificial intelligence elements. Prospects for further research include taking into account noise processes during recording and the influence of temperature factors on the stability of CCD array parameters, as well as the possibility of implementing such systems in microassemblies and integrated optoelectronic platforms.

Keywords: spectrum, information processing, diffraction grating, spectrometer, readout, CCD

References

- [1] V.F. Lebedev, G.V. Mishustin, and M.K. Plaksin, "Analysis of wine chemical composition by laser-induced breakdown spectroscopy," *Fizicheskie Osnovy Priborostroeniya*, no. 4, pp. 69-65, 2023.
- [2] K.V. Serdyuk, "Modeling of prism spectral instrument analyzing system for monitoring physical and physico-chemical processes," *Sensors and Systems*, no. 4?2 (270), pp. 13-19, 2023.
- [3] M.A. Vaganov, O.D. Moskaletz, and V.I. Kazakov, "Automatic control system of combustion processes based on the methods of contactless optical spectroscopy," *Proc. SPIE*, vol. 11056, p. 110563A, 2019.
- [4] V.V. Kitaev and V.I. Kazakov, "Application of optical spectroscopy methods in microplastic identification and control," *Innovative Instrumentation*, vol. 3, no. 5, pp. 51-58, 2024.
- [5] J. Hebling and Z. Marton, "Theory of spectroscopic devices," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 23, pp. 966-972, 2006.
- [6] K.I. Tarasov, *Spectral Instruments*, 2nd ed. Leningrad, USSR: Mashinostroenie (Leningrad Branch), 1977, p. 367.
- [7] I.V. Skokov, *Optical Spectral Instruments: Textbook for Optical Specialties*. Moscow, USSR: Mashinostroenie, 1984, p. 240.
- [8] S.G. Rautian, "Real spectral instruments," *Usp. Fiz. Nauk*, vol. 66, no. 11, pp. 475-517, 1958.
- [9] V.I. Kazakov and O.D. Moskaletz, "Measurement of optical spectra by grating spectral instrument in higher diffraction orders," *Sensors and Systems*, no. 12, pp. 22-27, 2018.
- [10] V.I. Kazakov, D.O. Moskaletz, and O.D. Moskaletz, "Alternative theory of diffraction grating spectral device and its application for calculation of convolution and correlation of optical pulse signals," *Proc. SPIE*, vol. 9889, Optical Modelling and Design IV, p. 988924, 2016.
- [11] I.S. Gonorovsky, *Radio Engineering Circuits and Signals: Textbook*, 4th ed., rev. and augm. Moscow, USSR: Radio i Svyaz', 1986, p. 512.
- [12] V.I. Kazakov and O.D. Moskaletz, "Complex spectra in diffraction grating spectral instrument," *Radio Industry*, no. 4, pp. 32-37, 2016.
- [13] B. Saleh and M. Teich, *Optics and Photonics: Principles and Applications*. Dolgoprudny, Russia: Intellect Publishing House, 2012, p. 760.
- [14] V.I. Kazakov, D.O. Moskaletz, O.D. Moskaletz, and M.A. Vaganov, "Transformation of a harmonized random process by spectral devices that perform instantaneous spectrum analysis," *Proc. SPIE*, vol. 10680, Optical Sensing and Detection V, p. 1068024, 2018.
- [15] A.S. Paraskun, "Measuring signals and their processing in spectroscopic control system of rocket engine operation," *Sensors and Systems*, no. 5 (264), pp. 33-37, 2022.
- [16] A.R. Bestugin, M. A. Vaganov, and V.I. Kazakov, "Application of optical fiber as transmission line for analyzed radiation in remote optical spectroscopy systems," *T-Comm*, vol. 17, no. 12, pp. 4-14, 2023.
- [17] K.V. Serdyuk, O.D. Moskaletz, and V.I. Kazakov, "Application of prism spectral instrument in process control and management system," *Sensors and Systems*, no. 7 (249), pp. 23-29, 2020.

Information about authors:

Vasily I. Kazakov, PhD, Associate Professor, Associate Professor, Department of Electronic and Laser Devices Design and Technology, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI), Saint Petersburg, Russia, ORCID: 0000-0002-1617-2275

Aleksandr R. Bestugin, Doctor of Engineering, Professor, Director of the Institute of Radio Engineering and Infocommunication Technologies, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI), Saint Petersburg, Russia, ORCID: 0000-0003-3847-2516

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ ТОРГОВЫХ КОМПАНИЙ

Леохин Юрий Львович,

Московский технический университет связи
и информатики, Москва, Россия, y.l.leokhin@mtuci.ru

Дымкова Светлана Сергеевна,

Московский технический университет связи
и информатики, Москва, Россия, s.s.dymkova@mtuci.ru

Фатхулин Тимур Джалилеви́ч,

Московский технический университет связи
и информатики, Москва, Россия, t.d.fatkhulin@mtuci.ru

Зозуля Ирина Сергеевна,

Московский технический университет связи
и информатики, Москва, Россия

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-12-44-50

Manuscript received 28 August 2025;
Accepted 18 November 2025

Ключевые слова: алгоритм, метод, метрика, эффективность, интеллектуальная поддержка, организационная система, модель

Данная работа представляет собой исследование проблемы прогнозирования объемов продаж в организационных системах торговых компаний. Целью работы является определение наиболее эффективного метода и алгоритма, использующегося для интеллектуального принятия решений об изменении объемов продаж торговой организационной системы. Актуальность данной работы заключается в стремительном росте получаемых объемов информации и данных, а также в необходимости для торговых компаний идти в ногу со временем и в умении своевременно корректировать стратегии бизнеса путем принятия управленческих решений в своих организационных системах. Традиционные методы, основанные на теории вероятностей и математической статистике, не могут эффективно осуществлять прогнозы продаж с учетом вышеуказанных тенденций в мировых бизнес-процессах. Применение современных методов, которые ориентированы на прогнозирование рассматриваемого типа данных, может дать значительное повышение эффективности в решении указанной задачи. Объектом исследования являются объемы продаж торговых компаний. Предмет исследования – метрики оценки качества методов и алгоритмов прогнозирования объемов продаж для принятий управленческих решений в организационных системах торговых компаний. По итогам проведенного исследования выявлены оптимальные методы и алгоритмы, обеспечивающие высокую точность прогнозирования спроса на разнообразные категории продукции. Представлены рекомендации относительно целесообразности тех или иных настроек гиперпараметров моделей, способствующих повышению качества результатов прогнозирования. Сделаны выводы о практическом применении каждого метода и алгоритма, а также указаны направления и перспективы исследований. Основу методологии исследования составили аналитические методы, включая сравнительный анализ, эксперимент и обобщение полученных выводов.

Информация об авторах:

Леохин Юрий Львович, Проректор по научной работе, профессор, д.т.н., Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, orcid.org/0000-0003-3321-4497

Дымкова Светлана Сергеевна, к.т.н., Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, orcid.org/0000-0003-0945-9850

Фатхулин Тимур Джалилеви́ч, доцент, к.т.н., Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, orcid.org/0000-0003-0998-1055

Зозуля Ирина Сергеевна, магистрант, Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, orcid.org/0009-0006-3445-8070

Для цитирования:

Леохин Ю.Л., Дымкова С.С., Фатхулин Т.Д., Зозуля И.С. Методы и алгоритмы интеллектуальной поддержки принятия управленческих решений в организационных системах торговых компаний // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №12. С. 44-50.

For citation:

Yu.L. Leokhin, S.S. Dymkova, T.D. Fatkhulin, I.S. Zozulya, "Methods and algorithms of intellectual support for making management decisions in organizational systems of trading companies," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no.12, pp. 44-50. (in Russian)

Введение

Под организационной системой торговых компаний, занимающихся продажами, обычно понимают формальную структуру, процессы, политики и процедуры, которые регулируют деятельность и функционирование таких организаций. Применение современных методов, использующих все возможности вычислительной техники, позволяет повысить эффективность управления в организационных системах компаний, в том числе при прогнозировании объемов продаж. В свою очередь методы и алгоритмы интеллектуальной поддержки принятия управленческих решений в торговых компаниях позволяют повысить эффективность функционирования организаций. Для прогнозирования таких величин, как объемы продаж тех или иных товаров и услуг, могут использоваться традиционные методы и алгоритмы, базирующиеся на теории вероятностей и математической статистике, а также современные подходы, например, методы машинного обучения. Важно отметить, что в настоящее время методы машинного обучения получают все более широкое применение в разных сферах жизни [1, 9, 13-15, 17-19]. Они позволяют повысить эффективность обработки изображений [14], функционирования сетей связи [2-12, 20, 21], работы производств и складов, где необходима классификация различного рода объектов [9, 22].

Эти методы дают возможность осуществлять более точные долгосрочные прогнозы котировок валют и индексов бирж [15], а также прогнозировать спрос на товары и услуги [9-12, 15]. В будущем совместное использование программно-конфигурируемых сетей и методов машинного обучения позволит добиться значительных успехов при управлении все усложняющимися сетями связи [2-5]. В работах [9, 15] показано, что использование стандартных методов, алгоритмов и моделей не всегда является самым эффективным вариантом. Часто необходима модификация используемых алгоритмов, а затем уже построение на их основе улучшенной модели [1, 9, 15]. Такая модель позволяет добиться максимально эффективной работы в той или иной сфере применения [16, 17].

В современном обществе различные компании предоставляют покупателям много товаров и услуг. Для прогнозирования разных показателей объемов их продаж требуется крайне много сил и затрат, как временных, так и человеческих. На помощь приходят методы машинного обучения, которые систематизируют, находят закономерности и прогнозируют показатели, например, объемы продаж.

Для эффективного прогнозирования необходимо проанализировать и оценить разные методы машинного обучения, подобрать наиболее подходящие для конкретной задачи, исходя из доступных ресурсов для вычислений. В настоящем исследовании планируется выявить методы и алгоритмы машинного обучения, которые будут эффективно прогнозировать объемы продаж, а также определить, необходима ли их дальнейшая модификация.

Для достижения указанной ранее цели исследования необходимо решить следующие взаимосвязанные задачи:

- проанализировать существующие методы, которые могут быть применены для прогнозирования объема продаж;
- определить основные этапы построения моделей прогнозирования;

- определить метрики для оценки эффективности рассматриваемых моделей;
- провести экспериментальные исследования;
- сделать выводы о выбранных моделях и дать рекомендации по их применению.

1 Анализ методов и алгоритмов, используемых для прогнозирования объема продаж

Проведем сравнительный анализ наиболее часто применяемых для прогнозирования объемов продаж методов, алгоритмов и моделей машинного обучения (МО) [9, 18, 19].

Линейная регрессия – базовая модель машинного обучения, которая анализирует независимую переменную и взаимосвязи между независимыми и зависимыми переменными. Данный метод используется уже длительное количество времени и является базовым методом для применения машинного обучения [12]. Linear Regression (линейная регрессия) – данный алгоритм является самым быстрым по скорости и простым в реализации, не требует никаких дополнительных настроек, основан на вычислении линейной зависимости между признаками и целевой переменной. Алгоритм не способен выявлять сложные нелинейные зависимости в данных, однако в настоящем исследовании он применяется в качестве базового алгоритма для сравнения результатов более продвинутых алгоритмов и анализа их производительности, что позволяет провести исследование более полно и объективно [6].

Такие количественные методы, как регрессия и анализ временных рядов, отличаются большей степенью упорядоченности и надежности. Регрессионные методы помогают выявлять взаимосвязи между факторами, влияющими на исследуемый показатель, и самим показателем, создавая таким образом модели, позволяющие спрогнозировать изменения одного параметра на основе изменений других. Анализ временных рядов предназначен для обнаружения повторяющихся структур и динамики в наблюдениях, выполненных последовательно во времени, что полезно для предсказания будущих показателей на основе прошлых данных. Эти два подхода обеспечивают проведение статистического анализа, проверку предположений и повышение качества управленческих решений благодаря высокой степени достоверности и точности заключений.

Модели «Случайный лес» и «Дерево решений» используются для прогнозирования при принятии последовательных альтернативных решений [12]. Random Forest (случайный лес) – ансамблевый алгоритм МО, в котором в качестве базового слабого алгоритма при построении ансамбля применяется обычное бинарное дерево решений, а итоговый прогноз алгоритма строится на основании усреднения прогнозов множества параллельно построенных деревьев, обученных на случайных подвыборках данных [7].

Градиентный бустинг (Gradient Boosting) – более современный и действенный подход машинного обучения, используемый для решения широкого круга задач регрессии и классификации. Данный метод строит предсказательные модели в форме ансамбля слабых предсказывающих моделей – «деревьев» решений [9, 12]. Алгоритмы XGBoost, CatBoost являются представителями другого популярного ансамблевого метода градиентного усиления или градиентного бустинга (от

англ. boosting – повышение, усиление). Вместо параллельного построения деревьев их обучение производится последовательно: каждое следующее дерево учится на ошибках предсказаний предыдущего, таким образом общая ошибка ансамбля постепенно минимизируется. В данном случае применяется принцип градиентного спуска, в котором имеется некоторая целевая функция ошибок, минимизируемая с определенным размером шага (*learning_rate*). Итоговый прогноз представляет собой сумму предсказаний всех деревьев, умноженный на *learning_rate* [13-18].

Нейросетевое моделирование формирует образы, основанные на работе человеческого мозга. Нейросеть представляет собой множество искусственных нейронов, которые объединены слоями, обрабатывающими входящий сигнал и формирующими выходной сигнал. При использовании данного метода можно решать задачи разного рода, например, обработка естественного языка, принятие решений, оптимизация процессов, распознавание образов и изображений и другие. Нейронная сеть LSTM (Long-Short-Term Memory, нейронная сеть с долгосрочной-краткосрочной памятью) – тип рекуррентной нейронной сети, который подходит для обработки последовательных данных, таких как временные ряды.

2 Этапы построения моделей, основанных на рассматриваемых методах и алгоритмах, и метрики оценки их эффективности

Построение моделей машинного обучения (МО) для данного исследования производится с использованием Google Colaboratory. Для исследования был выбран язык программирования Python, т.к. он является высокоуровневым языком программирования с универсальными возможностями и довольно простой реализацией. Данный язык имеет множество библиотек для обработки и визуализации данных, а также множество библиотек для реализации МО.

Для проведения данного исследования будут необходимы следующие библиотеки:

- библиотека Pandas позволяет обрабатывать и анализировать данные разного формата, визуализировать массивы различной сложности;
- библиотека Scikit-learn предназначена для быстрой реализации и сравнения различных алгоритмов машинного обучения без глубокого погружения в низкоуровневые детали;
- для сравнения алгоритмов МО соответствующие библиотеки – XGBoost, CatBoost, LightGBM, Keras.

Для прогнозирования объема продаж разного рода товаров или услуг с применением методов машинного обучения необходимо определить основные этапы построения моделей и рассмотреть их ключевые особенности [1, 15].

Первым этапом построения модели является предварительная обработка данных. Данный этап важен для качества прогноза. Основной задачей этапа является приведение данных к такому виду, чтобы минимизировать проблемы и погрешности, которые могут возникнуть на следующих этапах.

Таким образом, в предварительную обработку данных могут входить такие способы, как стандартизация и нормализация данных для приведения к единому масштабу, преобразование категорий в числовые форматы (*one-hot encoding*, *label encoding* и т.п.), агрегация данных (группировка по месяцам,

категориям, сезонам), заполнение пропусков (*missing values imputation*) – замена отсутствующих значений средним, медианой, модой или специализированными методами, логарифмическое или другое нелинейное преобразование данных для выравнивания распределений, отбор признаков (*feature selection*) – удаление ненужных или избыточных характеристик, что снижает риск переобучения и повышает производительность модели. Качественная подготовка данных улучшает точность и стабильность работы модели, а также уменьшает вероятность появления ошибок в результатах анализа.

Вторым этапом построения модели является анализ данных и выделение значимых признаков. Задачей данного этапа является определение природы имеющихся данных и определение важных факторов, влияющих на прогнозируемый показатель. Важными моментами являются визуализации данных, поиск паттернов и цикличности, применение статистических тестов для выявления значимых факторов.

Третьим этапом построения алгоритма машинного обучения является выбор и обучение модели. На данном этапе важно определить характер и специфику данных. К основным классам моделей относятся:

- регрессионные модели: линейная регрессия, гребневая регрессия, дерево решений, случайный лес, градиентный бустинг (CatBoost, LightGBM, XGBoost).
- временные ряды: ARIMA, SARIMA, Prophet, LSTM (для учёта временной динамики).

При выборе модели необходимо учитывать критерии: простота реализации и прозрачность модели, точность и стабильность результатов, скорость обучения и возможность масштабирования.

Четвертым этапом построения является определение гиперпараметров (от англ. hyper – сверх, т.е. настраиваемые пользователем параметры обучения алгоритма) и подбор лучшей модели. В каждой модели существует свой ряд гиперпараметров, которые определяют поведение и сложность модели. Гиперпараметры необходимо выбрать таким образом, чтобы их комбинация обеспечивала высокую точность прогноза. В их подборе помогают критерии точности такие, как MSE (Mean Squared Error), RMSE (Root Mean Squared Error), MAE (Mean Absolute Error), MAPE (Mean Absolute Percentage Error) и другие.

Далее необходимо провести проверку качества и валидности модели. Проверка качества происходит с помощью оценки поведения модели данных на независимых данных, которые не использовались при обучении, что позволяет определить, не переобучилась ли модель. К метрикам качества относятся MAE (средняя абсолютная ошибка), MAPE (средняя процентная ошибка), R^2 (коэффициент детерминации).

RMSE (Root Mean Square Error) показывает среднеквадратическое отклонение прогноза модели от фактического значения продаж.

Метрика RMSE особенно ценна тем, что из-за возведения ошибок в квадрат показатель сильно вырастает на больших ошибках, что помогает выявлять сильные выбросы. Метрика RMSE выражается в тех же единицах, что и исходные данные, что облегчает интерпретацию данного показателя.

В отличие от RMSE, метрика MAE (Mean Absolute Error) показывает среднее абсолютное значение предсказания от истинного значения и большие ошибки не так сильно влияют на

результат. Данная метрика показывает насколько далеко полученные прогнозы находятся от настоящих значений, получая среднее значение разброса по всему набору данных. MAE имеет то же измерение, что и RMSE.

Показатель R^2 (R-квадрат) отражает долю дисперсии фактических продаж, которую предсказывает модель. Чем выше показатель, тем точнее предсказание. Нулевое значение означает отсутствие взаимосвязи, а единица – полное соответствие модели данным.

Совместное применение указанных метрик позволяет более точно оценить построенную модель и сделать необходимые выводы относительно ее качества. Взаимосвязи между метриками для интерпретации результатов можно охарактеризовать следующим образом:

- низкие значения одновременно всех показателей показывают, что модель слишком простая, но отклонения разброса значений ошибок невелики;
- высокие значения одновременно всех показателей свидетельствуют о том, что в целом модель предсказывает данные, но не улавливает отдельные тенденции и есть выбросы;
- низкое значение R^2 при высоких RMSE и MAE означает, что модель очень плохо прогнозирует данные;
- высокое значение R^2 при низких RMSE и MAE отражает идеально точную модель для прогноза;
- при значительной разнице между RMSE и MAE можно сделать вывод о наличии сильных выбросов;
- при анализе метрик на тренировочной и тестовой выборках хорошие показатели метрик на тренировочном наборе при плохих на тестовом свидетельствуют о переобучении.

3 Экспериментальная оценка эффективности рассматриваемых методов и алгоритмов

На основании ранее рассмотренных этапов построения моделей машинного обучения для прогнозирования объёма продаж алгоритмы были обучены на выборках, полученных с открытой платформы «Kaggle». Проведем 3 эксперимента, содержащие различные наборы данных реальных продаж различных товаров и рассмотрим результаты их эффективности.

Эксперимент №1. В данном эксперименте использован датасет продаж кофейных напитков (информация из открытых ресурсов платформы «Kaggle»: <https://www.kaggle.com/datasets/ihelon/coffee-sales>). Данные представляют собой продажи кофейных напитков (капучино, горячий шоколад, какао, латте, американо и др.) в вендинговых аппаратах. Данные были преобразованы и приведены к единому числовому формату.

Всего в датасете указаны 262 факта продажи в разные временные рамки. Задача состоит в прогнозировании объёмов продаж в ближайшем будущем. В таблице 1 указаны результаты работы алгоритмов на тестовой (test) и обучающей (train) выборках по различным метрикам.

Проанализировав таблицу 1, можно сделать вывод, что лучше всего себя показывает метод XGBoost как до настройки гиперпараметров, так и после. Неплохие результаты по точности показал метод RandomForest, но он все же уступает точности, полученной методом XGBoost после настройки гиперпараметров.

CatBoost показал неплохие результаты работы на тренировочных данных, но на тестовом наборе и после настройки гиперпараметров результаты ухудшились. Самые плохие результаты показал LSTM до и после настройки гиперпараметров. Данный метод сильно переобучился, что дало плохие результаты как на тренировочном, так и на тестовом наборах данных.

На рисунке 1 проиллюстрированы полученные результаты по рассчитанным метрикам после настройки гиперпараметров. Проведенный анализ графиков указывает на то, что алгоритмы на обучающей и тренировочной выборках переобучаются, особенно алгоритмы с градиентным усилением XGBoost, CatBoost. Однако переобучение является неотъемлемой частью машинного обучения из-за выбросов и шумов. Более устойчивым к переобучению оказался Random Forest. LSTM показывает значительную ошибку на тестовом наборе, что еще раз отмечает необходимость усложнения подхода к ее построению, а также увеличения объема данных [11].

При сравнении наиболее точных алгоритмов минимальную разницу между ошибками на тренировочной и тестовой выборках демонстрирует Random Forest. Несмотря на более высокую точность, XGBoost демонстрирует большую переобучаемость. Однако стоит отметить, что Random Forest имеет гораздо меньше возможностей настройки, следовательно, в данном случае, показывает максимально возможную точность. Алгоритмы на основе градиентного спуска имеют большие возможности для повышения точности путем более тонкой настройки гиперпараметров.

При сравнении необходимости конструирования нейронной сети LSTM с настройкой гиперпараметров может потребоваться доработка ресурсоемкости, что даст меньшее количество ошибок и снижение переобучения.

Таким образом, целесообразно рассмотреть XGBoost, продемонстрировавший лучшие показатели на тестовой выборке, несмотря на переобучаемость на тренировочном наборе [5, 9, 13].

Таблица 1

Результаты работы алгоритмов в Эксперименте №1

Алгоритм	Метрика	С настройками		Без настроек	
		train	test	train	test
CatBoost	MAE	0,40	0,92	0,23	0,58
LinearRegression		0,26	0,24	0,26	0,24
LSTM		8,46	9,29	13,36	14,16
RandomForest		0,40	0,44	0,12	0,16
XGBoost		0,00	0,14	0,01	0,14
CatBoost	R ²	0,98	0,90	0,99	0,96
LinearRegression		0,95	0,98	0,95	0,98
LSTM		-3,64	-3,98	-9,93	-10,12
RandomForest		0,96	0,97	0,99	0,99
XGBoost		1,00	0,99	1,00	0,99
CatBoost	RMSE	0,55	1,33	0,32	0,89
LinearRegression		0,92	0,54	0,92	0,54
LSTM		9,13	9,93	14,01	14,84
RandomForest		0,85	0,79	0,47	0,39
XGBoost		0,00	0,41	0,01	0,42

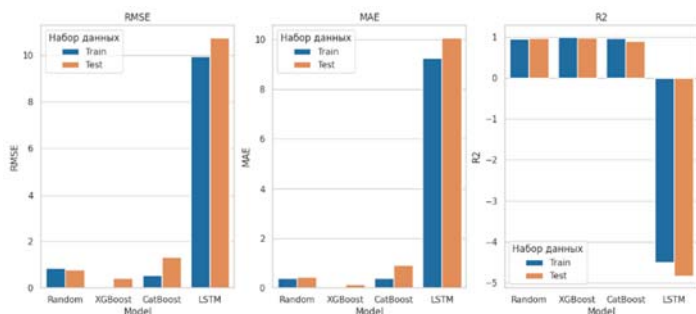


Рис. 1. Результаты проведения Эксперимента №1

Эксперимент №2. В данном эксперименте использован датасет продаж одежды из магазина ZARA (информация из открытых ресурсов платформы «Kaggle»: <https://www.kaggle.com/datasets/xontoloyo/data-penjualan-zara>). Данные представляют собой продажи одежды, аксессуаров и иных вещей из магазина Zara. Данные были предобработаны и приведены к единому числовому формату. Всего в датасете указаны 252 факта продажи в разные временные рамки. Поставлена задача спрогнозировать объёмы продаж в ближайшем будущем. В таблице 2 указаны результаты работы алгоритмов на тестовой (test) и обучающей (train) выборках по различным метрикам.

Проанализировав данные из таблицы 2, можно сделать выводы о том, что лучше всего себя показал Random Forest. Настройка гиперпараметров улучшила показатели Random Forest и XGBoost. Однако, модели XGBoost и CatBoost показывают сильное переобучение как на обучающих, так и на тестовых данных. Следовательно, можно сделать вывод, что лучшее сочетание производительности на тренировочном и тестовом наборе данных показала модель Random Forest.

Таблица 2

Результаты работы алгоритмов в Эксперименте №2

Алгоритм	Метрика	С настройками		Без настроек	
		train	test	train	test
CatBoost	MAE	260,42	570,37	228,07	609,72
LinearRegression		588,75	580,33	588,75	580,33
LSTM		1796,06	1859,80	1800,51	1864,25
RandomForest		322,39	576,87	230,06	586,63
XGBoost		0,42	676,13	9,43	674,41
CatBoost	R ²	0,79	-0,27	0,84	0,40
LinearRegression		0,03	-0,02	0,03	-0,02
LSTM		-6,50	-7,42	-6,54	-7,46
RandomForest		0,70	-0,16	0,84	-0,22
XGBoost		1,00	-0,58	1,00	-0,58
CatBoost	RMSE	320,61	766,02	283,90	807,15
LinearRegression		689,80	687,70	689,80	687,70
LSTM		1929,22	1981,14	1933,36	1985,32
RandomForest		385,34	734,70	278,12	752,30
XGBoost		0,57	857,02	12,80	854,80

На рисунке 2 проиллюстрированы полученные результаты по рассчитанным метрикам после настройки гиперпараметров. Модель LSTM показывает наилучшие результаты на тренировочной выборке данных, но худшие на тестовом наборе, причиной чего может быть переобучение. Модели XGBoost и CatBoost показывают более ровные результаты как на тренировочном, так и на тестовом наборе данных. Следовательно, лучше всего себя показывает XGBoost, так как демонстрирует лучшие результаты и меньшую вероятность переобучения.

Эксперимент №3. В данном эксперименте использован датасет продаж шоколадных изделий (информация из открытых ресурсов платформы «Kaggle»: <https://www.kaggle.com/datasets/atharvasoundankar/chocolate-sales>). Данные представляют собой продажи шоколадных изделий (белого, молочного и темного шоколада). Данные были предобработаны и приведены к единому числовому формату. Всего в датасете указаны 1094 факта продажи в разные временные рамки. Задача спрогнозировать объёмы продаж в ближайшем будущем. В таблице 3 указаны результаты работы алгоритмов на тестовой (test) и обучающей (train) выборках по различным метрикам.

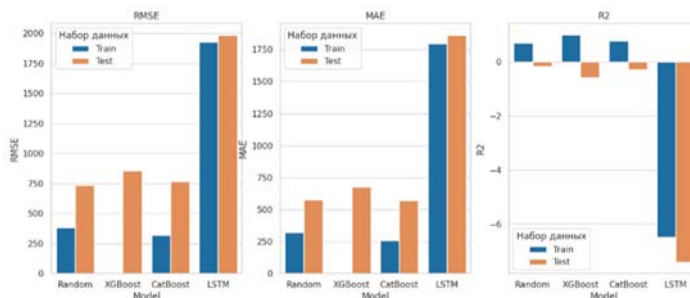


Рис. 2. Результаты проведения Эксперимента №2

Таблица 3

Результаты работы алгоритмов в Эксперименте №3

Алгоритм	Метрика	С настройками		Без настроек	
		train	test	train	test
CatBoost	MAE	2545,29	3356,54	2124,56	3553,72
LinearRegression		3223,27	3333,31	3223,27	3333,31
LSTM		5559,15	5891,64	5569,03	5901,58
RandomForest		2656,43	3313,52	1277,70	3483,51
XGBoost		206,91	4060,16	681,00	4003,61
CatBoost	R ²	0,41	-0,11	0,59	-0,26
LinearRegression		0,05	-0,06	0,05	-0,06
LSTM		-1,83	-2,10	-1,83	-2,10
RandomForest		0,36	-0,07	0,84	-0,19
XGBoost		1,00	-0,66	0,95	-0,59
CatBoost	RMSE	3168,73	4236,75	2631,84	4515,74
LinearRegression		4017,86	4145,17	4017,86	4145,17
LSTM		6914,42	7160,11	6922,41	7168,28
RandomForest		3289,61	4173,40	1643,32	4398,18
XGBoost		272,20	5196,35	899,25	5086,65

Проанализировав данные из таблицы 3, можно сделать выводы о том, что лучше всего себя показал XGBoost. Настройка гиперпараметров улучшила показатели XGBoost, минимизировав ошибки на тренировочном наборе, тем не менее, факт переобучения наблюдается. Однако, модели CatBoost и Random Forest показали улучшенные показатели после настройки гиперпараметров. Модель LSTM показала худшие результаты даже после настройки гиперпараметров по сравнению с линейной регрессией и остальными моделями. Следовательно, можно сделать вывод, что лучшее сочетание производительности на тренировочном и тестовом наборе данных показала модель XGBoost.

На рисунке 3 проиллюстрированы полученные результаты по рассчитанным метрикам после настройки гиперпараметров. Модель LSTM показывает наилучшие результаты на тренировочной выборке данных, но худшие на тестовом наборе, причиной чего может быть переобучение или недостаточная настройка модели. Модели XGBoost и CatBoost показывают более сбалансированные результаты как на тренировочной, так и на тестовой выборке.

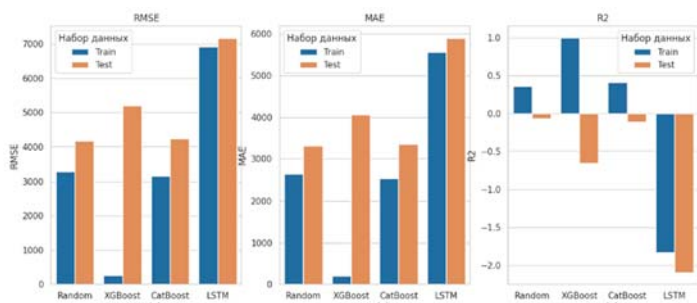


Рис. 3. Результаты проведения Эксперимента №3

Следовательно, лучше всего себя показывает XGBoost, так как демонстрирует лучшие результаты и меньшую вероятность переобучения.

4 Выводы

Таким образом, в настоящей работе были исследованы методы и алгоритмы, применяемые в прогнозировании объёмов продаж различных товаров, что позволяет осуществлять интеллектуальную поддержку принятия управленческих решений в организационных системах торговых компаний. В ходе работы были определены основные гиперпараметры. Для обоснования выбора наиболее подходящих для решения указанной задачи методов, моделей и алгоритмов машинного обучения были проведены теоретические и экспериментальные исследования.

На основании трёх экспериментов были выявлены недостатки алгоритмов и определён лучший из них. Однако даже самые лучшие результаты показывают алгоритмы с минимальными настройками гиперпараметров, так как каждый набор данных имеет свои особенности и изъяны. Наиболее подходящим для прогнозирования объёмов продаж, согласно проведенным экспериментам, является алгоритм XGBoost.

В дальнейших исследованиях для улучшения эффективности, производительности и показателей метрик будет модифицирован алгоритм XGBoost. Алгоритм будет протестирован на уже используемых в экспериментах 1-3 трёх датасетах и также на одном новом датасете.

Литература

1. Фатхулин Т.Д., Зозуля И.С. Исследование методов прогнозирования показателей бизнес-процессов // REDS: Телекоммуникационные устройства и системы. 2025. Т. 15, № 2. С. 12-17.
2. Портнов Э.Л., Фатхулин Т.Д. Технологии достижения высоких скоростей передачи в современных когерентных DWDM-системах связи // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9, - №8. С. 34-37.
3. Деарт В.Ю., Фатхулин Т.Д. Анализ современного состояния транспортных сетей с целью внедрения технологии программно-конфигурируемых сетей (SDN) // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Том 11. №6. С. 4-9.
4. V. Deart and T. Fatkhulin, "Analysis of the functioning of a multi-domain transport software-defined network with controlled optical layer," 2017 21st Conference of Open Innovations Association (FRUCT), Helsinki, Finland, 2017, pp. 79-87, DOI: 10.23919/FRUCT.2017.8250168.
5. Деарт В.Ю., Фатхулин Т.Д. Анализ транспортных программно-конфигурируемых сетей (Т-SDN) с управляемым оптическим уровнем с целью получения модели, позволяющей оценить возможность предоставления сервиса Bandwidth on Demand // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Т.12. №4. С. 35-42.
6. Деарт В.Ю., Фатхулин Т.Д. Анализ процесса создания суперканала с необходимой пропускной способностью в сети,

построенной по технологии транспортных программно-конфигурируемых сетей (Т-SDN) // Т-Comm: телекоммуникации и транспорт. 2018. Том 12. №10. С. 23-30.

7. Leokhin Y.L., Fatkhulin T.D. Approach to Estimating the Probability of Providing "Cloud" Services in the SDN // 2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russia, 2020, pp. 1-9, DOI: 10.1109/IEEECONF48371.2020.9078593.

8. Leokhin Y.L., Fatkhulin T.D. Evaluation of Service Availability in Software-Defined Optical Network // 2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russia, 2021, pp. 1-6, DOI: 10.1109/IEEECONF51389.2021.9416122.

9. Вишневецкий В.М., Леохин Ю.Л., Фатхулин Т.Д., Занегин А.В. Методы машинного обучения в решении задачи прогнозирования спроса на отдельные виды товаров // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №10. С. 34-43.

10. Ринас Н.А., Золкин А.Л., Каберова А.Р., Скибин Ю.В. Влияние автоматизации и искусственного интеллекта на социальное неравенство // Экономика и управление: проблемы, решения. 2025. Т. 7, № 1(154). С. 116-125. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2025.01.07.015. EDN BGBKZZ

11. Беспалова В.В., Каберова А.Р., Белинская Д.Б. [и др.]. Методический подход к управлению устойчивостью развития региона // Экономика и управление: проблемы, решения. 2024. Т. 11, № 11(152). С. 88-93. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2024.11.11.011. EDN GDEJYC

12. Друзуленко В.В., Золкин А.Л., Есина О.И., Каберова А.Р. Влияние численности населения на экономический рост и развитие стран // Экономика и управление: проблемы, решения. 2024. Т. 11, № 9(150). С. 67-75. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2024.09.11.009. EDN ANEUBG

13. Леохин Ю.Л., Фатхулин Т.Д., Занегин А.В. Модификация метода градиентного усиления для прогнозирования спроса на отдельные виды товаров // Научные исследования в космических исследованиях Земли. 2025. Т. 17. № 2. С. 32-41. DOI: 10.36724/2409-5419-2025-17-2-32-41

14. Леохин Ю.Л., Дымкова С.С., Фатхулин Т.Д. Исследование и разработка инструментальных средств повышения качества изображений // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №4. С. 45-56. (in English)

15. Леохин Ю.Л., Дымкова С.С., Фатхулин Т.Д. Методы машинного обучения в прикладных задачах прогнозирования динамично изменяющихся данных // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №8. С. 49-63.

16. Дымкова С.С., Кретова И.С., Варламов О.В. Научометрический анализ результатов рецензирования материалов конференции TIRVED2024 // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №12. С. 19-26.

17. Leokhin Y., Fatkhulin T., Boitsov K. Computer Vision Methods in Applied Problems of Classifying Objects in Images // 2025 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF), St. Petersburg, Russian Federation, 2025, pp. 1-10, DOI: 10.1109/WECONF65186.2025.11017109.

18. Leokhin Y., Fatkhulin T., Zanegin A., Rakhmatova A. Researching the Efficiency of Machine Learning Methods Used in Forecasting Demand for Certain Types of Goods // 2025 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2025, pp. 1-8, DOI: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10948113.

19. Fatkhulin T., Leokhin Y., Zanegin A., Rakhmatova A. Development and Research of a Modified Gradient Boosting Method Effectiveness to Solve Applied Problems of Time-Series Forecasting // 2025 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2025, pp. 1-10, DOI: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10948023.

20. Варламов О.В. Организация одночастотных сетей цифрового радиовещания стандарта DRM. Особенности и результаты практических испытаний // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Том 12. №11. С. 4-20. EDN: YQNCWT

21. Варламов О.В., Варламов В.О., Долгопятова А.В. Международная сеть DRM вещания для создания информационного поля в Арктике // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Том 13. №9. С. 9-16. EDN: CHEXOK

22. Дымкова С.С. Новые принципы организации функционирования систем по продвижению результатов научных исследований // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2017. Т. 8. № 1. С. 34-37. EDN: ZWBOYX

METHODS AND ALGORITHMS OF INTELLECTUAL SUPPORT FOR MAKING MANAGEMENT DECISIONS IN ORGANIZATIONAL SYSTEMS OF TRADING COMPANIES

Yuri L. Leokhin, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, y.l.leokhin@mtuci.ru

Svetlana S. Dymkova, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, s.s.dymkova@mtuci.ru

Timur D. Fatkhulin, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, t.d.fatkhulin@mtuci.ru

Irina S. Zozulya, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, s.s.dymkova@mtuci.ru

Abstract

This paper is a study of the problem of forecasting sales volumes in organizational systems of trading companies. The purpose of the work is to determine the most effective method and algorithm used for intelligent decision-making on changing sales volumes of a trading organizational system. The relevance of this work lies in the rapid growth of the received volumes of information and data, as well as the need for trading companies to keep up with the times and the ability to promptly adjust business strategies by making management decisions in their organizational systems. Traditional methods based on probability theory and mathematical statistics cannot effectively carry out sales forecasts taking into account the above trends in global business processes. The use of modern methods that are focused on forecasting the type of data in question can provide a significant increase in the efficiency of solving this problem. The object of the study is the sales volumes of trading companies. The subject of the study is metrics for assessing the quality of methods and algorithms for forecasting sales volumes for making management decisions in the organizational systems of trading companies. Based on the results of the study, optimal methods and algorithms were identified that provide high accuracy of forecasting demand for various product categories. Recommendations are presented regarding the appropriateness of certain settings of model hyperparameters that contribute to improving the quality of forecasting results. Conclusions are made on the practical application of each method and algorithm, and research directions and prospects are indicated. The research methodology is based on analytical methods, including comparative analysis, experiment, and generalization of the findings.

Keywords: algorithm, method, metric, efficiency, intellectual support, organizational system, model

References

- [1] T. D. Fatkhulin and I. S. Zozulya, "Study of methods for forecasting business process indicators," *REDS: Telecommunication devices and systems*, 2025. Vol. 15, No. 2. pp. 12-17. (in Russian)
- [2] E. L. Portnov and T. D. Fatkhulin, "Technologies aimed at achieving high speed transmission in modern coherent DWDM communication systems," *T-Comm*. 2015. Vol 9. No.8, pp. 34-37. (in Russian)
- [3] V. Yu. Deart and T. D. Fatkhulin, "Analysis of current state of transport networks with the purpose of introducing software defined networks (SDN) technology," *T-Comm*, 2017, vol. 11, no.6, pp. 4-9. (in Russian)
- [4] V. Deart and T. Fatkhulin, "Analysis of the functioning of a multi-domain transport software-defined network with controlled optical layer," *2017 21st Conference of Open Innovations Association (FRUCT)*, Helsinki, Finland, 2017, pp. 79-87, DOI: 10.23919/FRUCT.2017.8250168.
- [5] V. Yu. Deart and T. D. Fatkhulin, "Analysis of transport software-defined networks (T-SDN) with controlled optical layer to obtain a model providing assessment of the possibility of bandwidth on demand service," *T-Comm*, 2018, vol. 12, no.4, pp. 35-42. (in Russian)
- [6] V. Yu. Deart and T. D. Fatkhulin, "Analysis of the process of creating a superchannel with the necessary capacity in the network organized according to transport software-defined networks (T-SDN) technology," *T-Comm*, 2018, vol. 12, no.10, pp. 23-30. (in Russian)
- [7] Y. L. Leokhin and T. D. Fatkhulin, "Approach to Estimating the Probability of Providing "Cloud" Services in the SDN," *2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russia, 2020, pp. 1-9, DOI: 10.1109/IEEECONF48371.2020.9078593.
- [8] Y. L. Leokhin and T. D. Fatkhulin, "Evaluation of Service Availability in Software-Defined Optical Network," *2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russia, 2021, pp. 1-6, DOI: 10.1109/IEEECONF51389.2021.9416122.
- [9] V. M. Vishnevsky, Yu. L. Leokhin, T. D. Fatkhulin and A. V. Zanegin, "Machine learning methods in solving the problem of forecasting demand for specific types of goods," *T-Comm*, vol. 18, no. 10, pp. 34-43. (in Russian)
- [10] N. A. Rinas, A. L. Zolkin, A. R. Kaberova and Yu. V. Skibin, "The Impact of Automation and Artificial Intelligence on Social Inequality," *Economy and Management: Problems, Solutions*, 2025, Vol. 7, No. 1(154), pp. 116-125. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2025.01.07.015. (in Russian)
- [11] V. V. Bepalova, A. R. Kaberova, D. B. Belinskaya [et al.], "Methodological approach to managing the sustainability of regional development," *Economy and Management: Problems, Solutions*, 2024, Vol. 11, No. 11(152), pp. 88-93. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2024.11.11.011. (in Russian)
- [12] V. V. Dragulenko, A. L. Zolkin, O. I. Esina and A. R. Kaberova, "The Impact of Population on Economic Growth and Development of Countries," *Economy and Management: Problems, Solutions*, 2024, Vol. 11, No. 9(150), pp. 67-75. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2024.09.11.009. (in Russian)
- [13] Yu. L. Leokhin, T. D. Fatkhulin, A. V. Zanegin, "The gradient boosting method modification to forecast demand for individual types of goods," *H&ES Reserch*. 2025. Vol. 17. No. 2, pp. 32-41. DOI: 10.36724/2409-5419-2025-17-2-32-41 (in Russian)
- [14] Yu. L. Leokhin, S. S. Dymkova, T. D. Fatkhulin, "Research and development of image improvement tools," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no. 4, pp. 45-56.
- [15] Yu. L. Leokhin, S. S. Dymkova, T. D. Fatkhulin, "Machine learning methods in applied problems of forecasting dynamically changing data", *T-Comm*, 2025, vol. 19, no.8, pp. 49-63. (in Russian)
- [16] S. S. Dymkova, I. S. Kretova and O. V. Varlamov, "Conference papers per-reviewing results: TIRVED-2024 scientometric research," *T-Comm*, vol. 18, no.12 pp. 19-26. (in Russian)
- [17] Y. Leokhin, T. Fatkhulin and K. Boitsov, "Computer Vision Methods in Applied Problems of Classifying Objects in Images," *2025 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF)*, St. Petersburg, Russian Federation, 2025, pp. 1-10, DOI: 10.1109/WECONF65186.2025.11017109.
- [18] Y. Leokhin, T. Fatkhulin, A. Zanegin and A. Rakhmatova, "Researching the Efficiency of Machine Learning Methods Used in Forecasting Demand for Certain Types of Goods," *2025 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russian Federation, 2025, pp. 1-8, DOI: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10948113.
- [19] T. Fatkhulin, Y. Leokhin, A. Zanegin and A. Rakhmatova, "Development and Research of a Modified Gradient Boosting Method Effectiveness to Solve Applied Problems of Time-Series Forecasting," *2025 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russian Federation, 2025, pp. 1-10, DOI: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10948023.
- [20] O.V. Varlamov, "Organization of single frequency DRM digital radio broadcasting networks. Features and results of practical tests," *T-Comm*. 2018. vol. 12, no.11, pp. 4-20.
- [21] O.V. Varlamov, V.O. Varlamov, A.V. Dolgopyatova, "DRM broadcasting international network to create an information field in the Arctic region," *T-Comm*. 2019. vol. 13, no.9, pp. 9-16.
- [22] S. S. Dymkova, "New principles for organizing the functioning of systems to promotion scientific research results," *Synchronization, signal generation and processing systems*, 2017, vol. 8, no. 1, pp. 34-37.

Information about authors:

Yuri L. Leokhin, Vice-Rector for Scientific Work, full professor, Dr. Sc. (Tech.), Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, orcid.org/0000-0003-3321-4497

Svetlana S. Dymkova, Candidate Sc. (Tech.), Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, orcid.org/0000-0003-0945-9850

Timur D. Fatkhulin, Dpt. of MC and IT, Docent, Candidate Sc. (Tech.), Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, orcid.org/0000-0003-0998-1055

Irina S. Zozulya, master's student, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, orcid.org/0009-0006-3445-8070

AN IDENTIFICATION OF G.654-FIBERS BASED ON ANALYSIS OF THE MANDELSTAM – BRILLOUIN SCATTERING CHARACTERISTICS IN OPTICAL FIBERS

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-12-51-58

Manuscript received 07 September 2025;

Accepted 24 November 2025

Igor V. Bogachkov,
Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk, Russia,
bogachkov@mail.ru

Keywords: single-mode optical fiber, Mandelstam - Brillouin scattering, Brillouin reflectogram, Brillouin backscattering frequency profile, G.654-optical fiber, detection of the optical information leakage channel, information security of the fiber-optic telecommunication system

In today's rapidly changing world, the range of manufacturers of various optical materials, which are currently used in the production of optical fibers (OFs), and later optical cables, has significantly expanded in the Russian Federation. Identifying the different types of single-mode optical fibers in previously laid and currently being laid cables and determining their characteristics is a pressing issue. Based on the identified Mandelstam – Brillouin scattering parameters, it is possible to identify sections of the light wave-guides that have differences in the strain parameters. This is the basis of the Brillouin reflectometry method, which is used for early detection of potentially unreliable sections in fiber light wave-guides. At the same time, a particularly important problem is to identify specific types of fibers from different manufacturers that have the same type and common purpose. The data of experimental testing of the frequency parameters of the Mandelstam – Brillouin backscatter in light wave-guides which were contained from different sections of various fiber kinds (with various temperature factors and longitudinal strain) using the Brillouin optical time-domain reflectometer (BOTDR) are analyzed in this work. The special attention was paid to the types of the G.654-fibers (G.654 is a recommendation by ITU-T which determine parameters of single-mode shifted cut-off wavelength fibers), which was developed for high-speed long-distance optical telecommunication systems. Based on experimental researches using BOTDR reflectograms, the values of Brillouin frequency shift (BFS) under normal conditions were calculated for all tested types of G.654 type fibers, and their frequency parameters were determined. The obtained in experimental researches of Brillouin reflectograms (including temperature changes) are presented. Frequency characteristics for each tested type of optical fibers are given in this work. Combining the tested sections of various types of single-mode OF into a common light guide significantly reduces the time to remove frequency and other characteristics of the spectrum. BOTDR reflectograms for the entire light guide are determined simultaneously, and then the frequency parameters (including the spectrum characteristics) for each section are analyzed. The differences between graphs of different fiber types are clearly visible. The differences in the frequency characteristics of the Brillouin backscatter and the values of the BFS can be used to automate the processing of BOTDR reflectograms and the classification of varieties of OFs.

Information about author:

Igor V. Bogachkov, Professor of "Communication means and information security" department of the Omsk State Technical University (OmSTU), Adv. Dr., Docent, Senior Member IEEE, Omsk, Russia, bogachkov@mail.ru. ORCID ID 0000-0002-7019-1784

Для цитирования:

Богачков И.В. Выявление разновидностей одномодовых оптических волокон со смещённой длиной волны отсечки на основе анализа характеристик рассеяния Мандельштама – Бриллюэна // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №12. С. 51-58.

For citation:

Igor V. Bogachkov, "An Identification of G.654-Fibers Based on Analysis of the Mandelstam – Brillouin Scattering Characteristics in Optical Fibers," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no. 12, pp. 51-58.

In today's rapidly changing world, the list of producers of the optical substances (such as “blanks”, “preforms”), using in the manufacturing of optical fibers considerably is expanded in Russia.

Identifying the various kinds of optical fibers in laid and currently being laid cables and detecting their characteristics is the pressing issue [1-6].

Mandelstam – Brillouin scattering is the fundamental nonlinear optical phenomenon which appears when light interacts with acoustic waves in a material environment. Based on the identified Mandelstam – Brillouin back-scattering (MBB) parameters (such as the changes in the power level of the back-reflected signal, the frequency graphs of Mandelstam – Brillouin back scatter, the Brillouin frequency shift (BFS), etc.) it is possible to identify sections of the light wave-guides that have differences in the strain parameters of optical fibers [6-15]. This is the basis of the Brillouin reflectometry method, which is used for early detection of potentially unreliable sections in fiber light wave-guides [3-6]. The frequency of the main maximum (“peak”) of the MBB spectrum characteristic is determined as the Brillouin frequency shift (BFS).

The linear dependence of BFS on temperature influence is used in distributed temperature sensors. And linear dependence of BFS on longitudinal tension is used in strain sensors for monitoring bridges (pipelines, etc.) and for monitoring of physical state of optical fibers. The power of the Brillouin back-scatter light-wave signal depends on the electrostriction coefficient of the material and the acoustic-optical interaction.

It should also be noted that some methods of forming information leakage channels from optical fiber, based on temperature, mechanical and acoustic actions on the fiber, can be detected using the analysis of Brillouin backscatter parameters [5, 6].

The methods for determining BFS are as follows: a coherent detection, a time-domain correlation analysis, and a heterodyne detection. A coherent detection method that provide a sub-centimeter spatial resolution, which is critical for monitoring microstructural changes. A time-domain correlation analysis, which allows high-resolution measurements up to 100 km. A heterodyne detection is used for accurate BFS measurement with a high spatial resolution of up to 0.1 MHz. This method is based on mixing probing and Stokes propagated light signals with subsequent spectral signal analysis, and is used in the Brillouin optical time-domain reflectometer (BOTDR) [3-6], which experimental results for various kinds of optical fibers (OFs) are analyzed in this work.

At the same time, a particularly important problem is to identify specific types of fibers from different manufacturers that have the same type and common purpose.

The physical properties of the optical fiber core material play a crucial role for resulting spectrum parameters of the Mandelstam – Brillouin scattering. Doping the optical fiber core with various alloying additives we can a significant change of the parameters of the speed of hyper-acoustic waves, MBB frequency characteristics and Brillouin frequency shift.

The experimental research data of the frequency parameters of the Mandelstam – Brillouin back scatter in light wave-guides which were contained from different sections of various fiber kinds (with various temperature factors and longitudinal strain) using the Brillouin optical time-domain reflectometer (BOTDR) are analyzed in this work.

The special attention was paid to the types of the G.654-fibers (G.654 is a recommendation by ITU-T which determine parameters of single-mode shifted cut-off wavelength fibers), which was developed for high-speed long-distance optical telecommunication systems. This type of fibers has low losses. The lower values of specific attenuation were obtained (up to 0.168 dB/km at the wavelength (λ) of 1.55 μm) in later versions of G.654-fibers [4].

Since noticeable changes in the MBB characteristics can be detected in various kinds of the G.654-fibers, it is necessary to measure Brillouin reflectograms at various conditions and influences on G.654-fibers, etc.

The results of the author's earlier studies of OF-G.654 and other single-mode OF are presented in [3-6, 13, 14].

With the assistance of CJSC “Moskabel-Fujikura” (Moscow), using BOTDR “Ando AQ 8603” experimental researches were carried out for all testing types of fibers.

The type G.654-E of fibers with cut-off wavelength has been thoroughly tested. This fiber type is characterized by ultra-low attenuation, low macrobending losses, and a large effective area.

The G.654 fibers of various producers were made available for the experimental researches in collaboration with CJSC “Moskabel-Fujikura” company and the JSC “Optic Fiber Systems” company employees.

The light wave-guide was formed from normalizing coil (the first OF (the recommendation by ITU-T is G.652), which length is 1 km approximately) and the sections of the testing fiber varieties, which were connected in series.

The main experiments assume that the test material is at room temperature and is not subjected to any mechanical stress (the so-called – “normal conditions”).

The spatial distribution of the MBB spectrum (BOTDR 3D-reflectogram) for the light wave-guide, which was made up of OF-G.652 and OF-G.654-E-Sar (The fiber of the JSC “Optical Fiber Systems” – Saransk), is presented in Fig. 1. In the right lower corner, the MBB frequency characteristic and Brillouin frequency shift value (f_B) of this (G.654-E-Sar) fiber in Fig. 1 are shown.

In all reflectograms presented below, in the lower left corners of the graphs, the lower frequency value of the scan range is presented as “Start” (in the case in Fig. 1, the initial frequency is 10.900 GHz), the finish (upper) frequency value of the scan range is indicated as “Stop” (in this example for Fig. 1, the frequency is 11.145 GHz), and the scan frequency step (“Sweep”) in this example for Fig. 1 is 5 MHz.

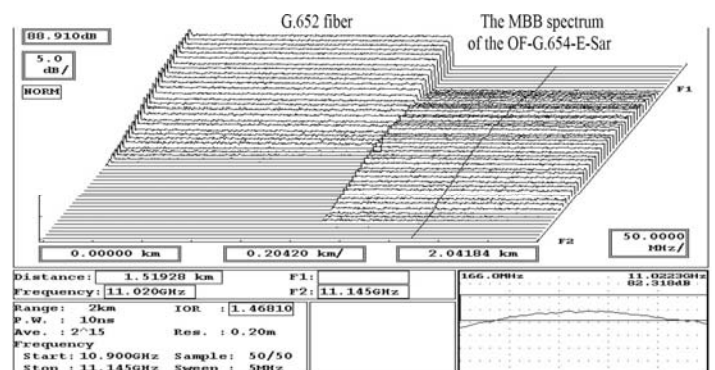


Fig. 1. The BOTDR 3D-reflectogram of the MBB frequency characteristic of the G.654-E-Sar fiber

The corresponding BOTDR-multireflectogram of the G.654-E-Sar fiber in Fig. 2 is presented.

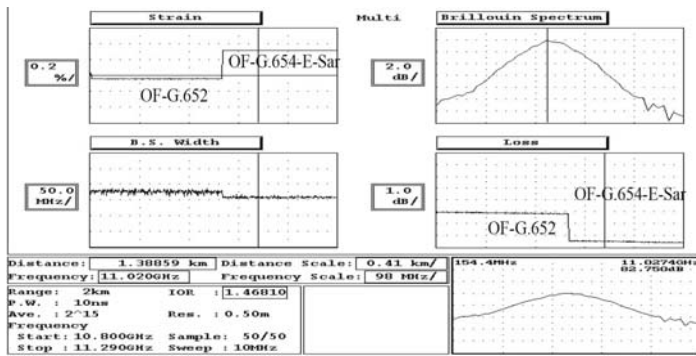


Fig. 2. The Brillouin multi-reflectogram of the G.654-E-Sar fiber

In Fig. 2 we can observe “Strain” – the dependence of tension on the length of the light wave-guide. “Brillouin Spectrum” in Fig. 2 is the MBB frequency characteristic, “B.S. Width” is the width of the MBB frequency characteristic, and “Loss” is the back-reflected MBB signal level along the light wave-guide.

Fig.3 shows a 3D BOTDR reflectogram (in the section of the light wave-guide after OF-G.652, the following varieties of G.654 fibers are connected together:

“Fujikura nature” (abbreviated designation is “FujN” – the attenuation coefficient at the wavelength of 1.55 μm was 0.167 dB/km),

“Corning ULL” fiber (abbreviated designation is as “Cor” – the attenuation coefficient at the wavelength of 1.55 μm was 0.187 dB/km), and fiber “Fujikura guide TM” (abbreviated as “OF-FujT” – “HTC-110” was the attenuation coefficient 0.167 dB/km at the wavelength of 1.55 μm, and the attenuation coefficient of “HTC-125” was 0.164 dB/km at the wavelength of 1.55 μm).

It should be noted that the “Strain” dependences in the BOTDR “Ando AQ 8603” is calculated by the formula:

$$\text{“Strain”} [\%] = (f_B [\text{GHz}] - f_0 [\text{GHz}]) / 0.493 [\text{GHz} / \%] \propto (f_B - f_0) / f_0, \quad (1)$$

where the reference frequency value (f_0) is typically set (by default) for G.652 fiber under the normal conditions (f_0 is 10.85 GHz), and coefficient “0.493 [GHz / %]” is determined by the light source’s wavelength of 1.55 microns.

Therefore, it is advisable to interpret this graph in this case as the relative change in BFS along the light wave-guide.

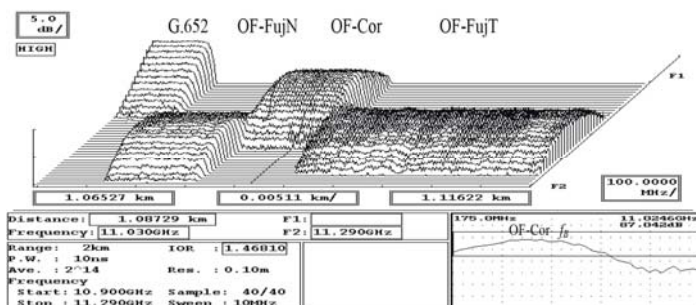


Fig. 3. The reflectogram of the MBB frequency characteristic of the light wave-guide with G.654 fiber sections of various kinds

Fig. 4 the corresponding multireflectogram indicating the characteristic areas is presented.

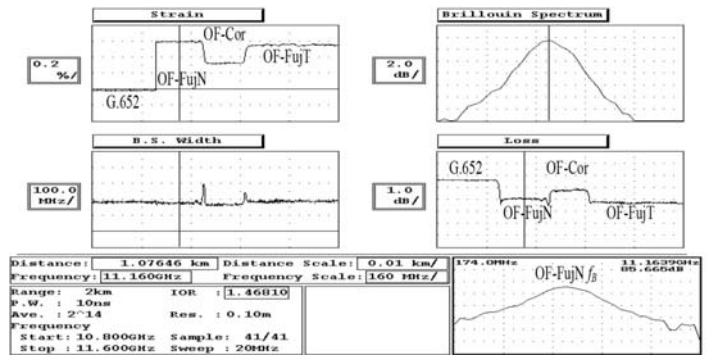


Fig. 4. Brillouin multireflectogram for the light wave-guide with G.654 of different types

The MBB frequency characteristic and Brillouin frequency shift value of the G.654-E-FujN fiber in the right lower corner of this figure are shown. The value of the BFS under normal conditions for OF-FujN was 11.16 GHz, for OF-Cor was 11.03 GHz, and for OF-FujT was 11.14 GHz. The differences in the characteristics of MBB frequency characteristic and BFS are clearly visible.

Characteristic “spikes” oftentimes are observed on multireflectograms in the of MBB spectral width dependencies (“B.S. Width”) along the light wave-guide length at the junctions of different fiber types (and also under varying temperatures along the single fiber section). This is mainly due to the fact that such locations (e.g., fiber splice points) have a length much smaller than the spatial resolution of BOTDR. Consequently, this leads to the “overlap” of the MBB spectrums in these locations, resulting in spectral broadening and, accordingly, a “spike” on the graphs. Changes in “Loss” graphs can also be observed when there are differences in the optical properties of the fibers being joined.

When splicing sections of the single fiber under identical conditions, such an effect is not observed on the spectral width (“B.S. Width”) graphs along the optical wave-guide. Only small “step-like” changes, related to the quality of the spliced joint, may be observed on the “Loss” graphs.

Figure 5 shows the 3D BOTDR reflectogram of the MBB frequency characteristic along the light wave-guide (G.652 is a normalizing coil; the remaining G.654 are: “Fujikura guide H” (G.654-E, abbreviated designation is “FujH” – the attenuation coefficient at the wavelength of 1.55 μm was 0.167 dB/km), “Fujikura Pure Advance 80” (G.654-C, abbreviated designation is “FujP80” – the attenuation coefficient at the wavelength of 1.55 μm was 0.166 dB/km), “Fujikura Pure Advance 110” (G.654-E, abbreviated designation is “FujP110” – the attenuation coefficient at the wavelength of 1.55 μm was 0.165 dB/km), and erbium doped optical fiber – (abbreviated designation is “ErDF”).

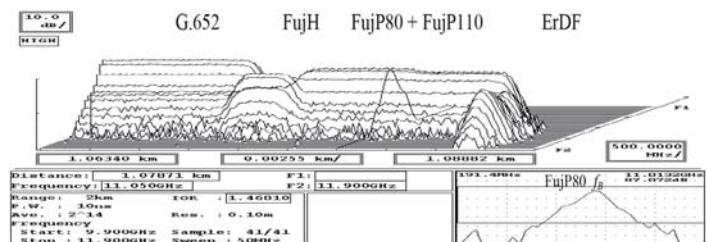


Fig. 5. The BOTDR 3D-reflectogram of the MBB frequency characteristic of the light wave-guide with G.654 sections of different types

The MBB frequency characteristic and Brillouin frequency shift value of the “FujP80” fiber in the right lower corner of this figure are shown. The corresponding Brillouin multireflectogram is presented in Fig. 6.

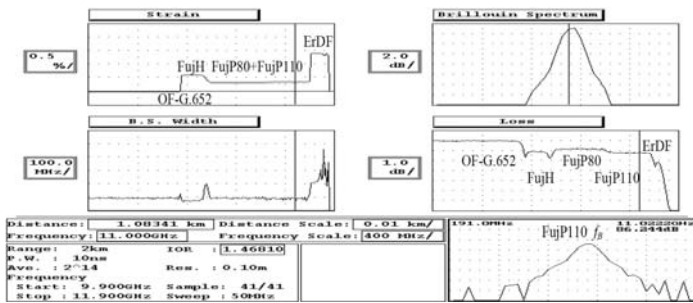


Fig. 6. Brillouin multireflectogram of the light wave-guide with G.654 sections of different types

The MBB frequency characteristic and Brillouin frequency shift value of the “FujP10” fiber in the right lower corner of this figure are shown. The value of the BFS under normal conditions for the “FujH” fiber was 11.17 GHz, for the “FujP80” fiber is 11.01 GHz, and for the “FujP10” fiber is 11.02 GHz.

ErDF was used as an “absorber” of the residual signal. The “outlier” on the graph of the level of the back-reflected signal of ErDF in the end of the light wave-guide is distinguished.

The sections of the light wave-guide containing locations with various fiber types have different MBB frequency characteristics and BFS values, allowing the researcher to distinguish between sections with different fiber types.

It is possible to set the initial value for each variety (under normal conditions) BFS (f_{B0}) of G.654 fibers, according to the researched 3D-reflectograms of the MBB spectrum of the BOTDR.

The values of the “peaks” (“maximums” of the spectrum parameters) of the MBB frequency characteristics for all tested types of G.654 fibers recommendations from different manufacturers are shown in Table 1. Results of some other G.654 fiber kinds researched earlier [4, 5] are presented too.

Table 1 shows that all the researched fibers have the frequency shift greater than 11 GHz, and that different types of fibers have different in the MBB frequency characteristics and BFS values. For example, under normal conditions, the Brillouin frequency shift value of the conventional G.652 fiber (a cut-off wavelength is 1.26 μm , as well as for fiber G.657) is approximately 10.4 GHz, for the G.652 fiber with a cutoff wavelength of 1.35 μm (provided by the Saransk “Optical Fiber Systems”), it is 10.78 GHz, and the BFS of the G.652 fiber with a cutoff wavelength of 1.23 μm (provided by the JSC “Optical Fiber Systems”) is 10.81 GHz.

Table 1

Types of G.654-fibers (a cut-off wavelength is at least 1.53 microns)	Average values of the f_{B0} , GHz
G.654-E-FujH	11.17
G.654-E-FujN	11.16
G.654-E-FujT	11.15
G.654 Corning ULL	11.04
G.654-E-FujP110	11.03
G.654-C-FujP80	11.02
G.654-E-Sar	11.02

The differences between the fiber varieties in their MBB characteristics and BFS values are related to the difference in the structure of the core layers (albeit insignificant) in thickness, composition, and the degree of concentration of the substances used in them [3-14].

Experimental Brillouin reflectograms were also measured when heating the light wave-guide composed of the tested types of fibers (including G.654 fibers) to the temperature of +70°C.

Figure 7 shows the 3D BOTDR reflectogram of the MBB frequency characteristic along the light wave-guide (with heated sections) composed of the following fibers: G.652, “FujN”, “Cor”, and “ErDF”. Heated regions stand out on the graphs owing to substantial alterations in spectral characteristics. The displacement of the frequency characteristics of MBB (and respectively the BFS values) is observed in the positive direction of the frequency axis on the reflectograms.

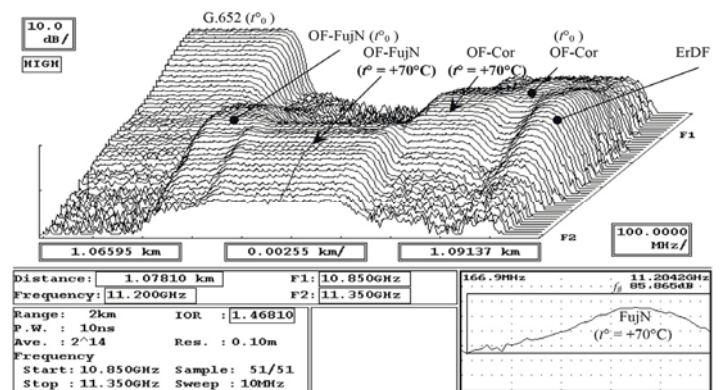


Fig. 7. The BOTDR 3D-reflectogram of the MBB frequency characteristic of the light wave-guide with heated sections of the “FujN” and “Cor” fibers

Figure 8 shows the 3D BOTDR reflectogram of the MBB frequency characteristic along the light wave-guide (with heated sections) composed of the following fibers: G.652, “FujN”, “FujP80”, “FujP110” and “ErDF”.

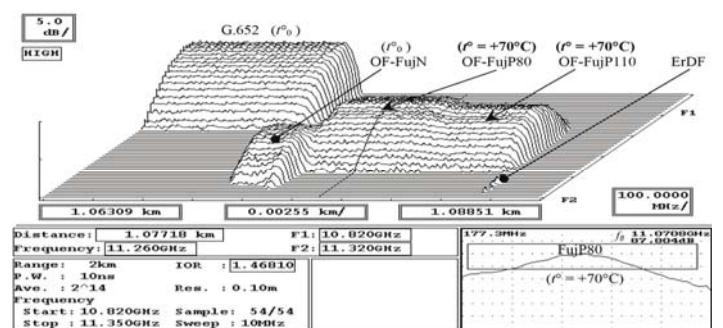


Fig. 8. The BOTDR 3D-reflectogram of the MBB frequency characteristic of the light wave-guide with heated sections of the “FujN”, “FujP80” and “FujP110” fibers

The corresponding Brillouin multireflectogram is presented in Fig. 9.

The “Strain” dependencies of the multireflectograms was observed an increase of the tension in heated sectors. At the same time, the “Loss” graphs of the multireflectograms clearly visible an increase in the level of the back-reflected MBB signal in heated sectors.

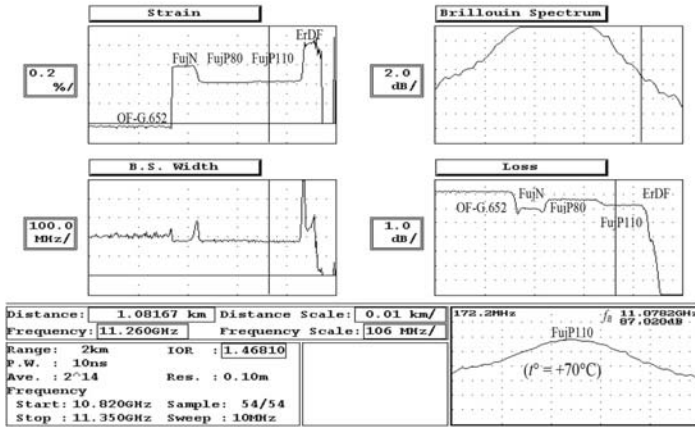


Fig. 9. The Brillouin multireflectogram of the light wave-guide with heated sections of the “FujN”, “FujP80” and “FujP110” fibers

The dependence of the BFS displacement on temperature (t°) is described by the following formula:

$$t^\circ - t_0^\circ [^\circ\text{C}] = (f_B [\text{GHz}] - f_{B0} [\text{GHz}]) / 1.07 [\text{GHz}/^\circ\text{C}] \propto (f_B - f_{B0}) / f_{B0}, \quad (2)$$

where t_0° is the temperature of the unheated section, $f_{B0} = f_B(t_0^\circ)$.

The average value of the BFS displacements for all tested fibers was approximately 0.05 GHz. For the “FujN” fiber BFS was observed at the frequency of 11.20 GHz (at $f_{B0} = 11.16$ GHz). For the fiber “Cor” it was 11.09 GHz (f_{B0} is 11.04 GHz), for the “FujP80” fiber it was 11.07 GHz (at $f_{B0} = 11.02$ GHz), for the “FujP110” fiber it was 11.08 GHz (f_{B0} is 11.03 GHz).

The Brillouin frequency shift f_B in the optical fiber is the fundamental parameter in distributed sensing and telecommunication systems. It is determined by the acoustic-optical interaction between the incident light and thermally induced acoustic waves propagating along the fiber core. This interaction produces the frequency-shifted back signal (MBB), the characteristics of which depend on the optical and mechanical properties of the medium. $F(r)$ is of the main optical mode amplitude distribution of the fiber [7].

The main light mode behavior $L(r)$ is defined by next formula:

$$\frac{\partial^2 L(r)}{\partial r^2} + \frac{\partial L(r)}{r \partial r} + \left(n(r) \left(\frac{\omega_L}{c} \right)^2 - (\beta_L)^2 \right) L(r) = 0. \quad (3)$$

where β_L is the phase coefficient, $\omega_L = 2\pi f_L = 2\pi c / \lambda_L$ (λ_L is the laser wavelength), $n(r)$ is the refractive index as function of the fiber radius, c is the velocity of light.

In case of several fiber layers, the optical properties of which are different, $F(r)$ should be found by formulas:

$$F(r) = \begin{cases} A_0 J_0(u_j r) & , \text{if } r \leq a_1; \\ A_{j1} J_0(u_j r) + A_{j2} N_0(u_j r) & , \text{if } a_{j-1} < r \leq a_j; \\ A_N J_0(a_{N-1} u_j) K_0(wr) / K_0(a_{N-1} w) & , \text{if } a_{N-1} < r < a_N = b; \end{cases} \quad (4)$$

where $u_j = \sqrt{n_j^2 \omega_L^2 / c^2 - \beta^2}$, n_j is the optical refractive factor of the j th layer with the radius from a_{j-1} to a_j , $w = \sqrt{\beta^2 - n_{cl}^2 \omega_L^2 / c^2}$, n_{cl} is the optical cladding refractive factor, J_0 and N_0 are respec-

tively Bessel functions of the first and second types (an order is “0”), A_{jk} are values, which are determined based on the optical boundary conditions.

There are many acoustic modes in the optical fiber.

The overlap factor of the acousto-optic interaction (I_{AOm}) is determined as the ratio of the light effective area (A_L) to the acoustic-optical interaction area (A_{Am}) of the acoustic mode of the m th order by next formulas:

$$I_{AOm} = A_L / A_{Am}, \quad A_{Am} = \left(\frac{\{L^2(r)\}}{\{L^2(r) \cdot \xi_m^2(r)\}} \right)^2 \{ \xi_m^2(r) \},$$

$$A_L = \frac{\{L^2(r)\}^2}{\{L^4(r)\}}, \quad (5)$$

where is an, and $\xi_m(r)$ is the amplitude distribution over the cross section of the fiber of the acoustic mode of the m -th order in the case of axial symmetry [7, 8]. All values are averaged over the fiber cross-section [9, 11].

The strength of the acoustic-optical interplay is determined by the spatial distribution of the acousto-optic interaction area over the fiber’s cross-section. This factor is important for describing the MBB characteristics of the given fiber structure. Only one optical mode is propagated in single-mode optical fibers.

When describing the MBB phenomenon, it is important to consider the spatial interaction of the single optical mode with multiple lower-order acoustical modes [6-11].

The acoustic modes $\xi_m(r)$ behavior (m th is the acoustic mode order) in the case of axial symmetry of the fiber structure is defined from the solution of wave equations (similar to (3), but for acoustic waves):

$$\frac{\partial^2 \xi_m(r)}{\partial r^2} + \frac{\partial \xi_m(r)}{r \partial r} + \left(\frac{\omega_{Am}^2}{v_A^2(r)} - k_A^2 \right) \xi_m(r) = 0. \quad (6)$$

where $\omega_A \approx k_A \sqrt{v_A^2 - i \omega_A \Gamma}$ is the acoustic cyclic frequency,

$k_A \approx \frac{\omega_A}{v_A} + \frac{i \Gamma}{2 v_A k_A^2}$, Γ is damping factor [7], and v_A is the hyper-

acoustic wave velocity. If certain characteristics differ for various modes, the index (m) is added in their designations when solving equation (6).

The longitudinal velocity (v_{Azj}) and the radial (transversal) velocity (v_{Arj}) of the hyper-acoustic wave [6-11], which can be differ in each layer with various acoustic properties in the fiber structure, are determined by the next formula (“ z ” is the longitudinal axis of the propagating signal):

$$v_{Az}, v_{Ar} = \begin{cases} v_{Az1}, v_{Ar1} & , \text{if } r \leq a_1; \\ v_{Azj}, v_{Arj} & , \text{if } a_{j-1} < r \leq a_j; \\ v_{AzN}, v_{ArN} & , \text{if } a_{N-1} < r \leq b; \end{cases} \quad (7)$$

The v_{Azj} and v_{Arj} related the coefficients of Lamé in the j th layer [12].

The acoustic boundary conditions link these components at the boundaries of each pair of layers [8, 9, 12]. The acoustical factor (n_{Aj}) at the j th and $(j+1)$ th fiber layers is determined as ratio $v_{Aj}/v_{A_{zj+1}}$.

If the velocity of the acoustic wave in the fiber cladding is higher than in the fiber core ($v_{Azl} < v_A < v_{Azj}$), then acoustic waves are concentrated predominantly in the fiber core in this case [7-12].

The displacement vector components (U_z and U_r) in the case $v_{Az1} < v_A < v_{Azj} \dots$ (and respectively $v_{Ar1} < v_A < v_{Arj} \dots$) are found by the following system of expressions:

$$U_z(r) = \begin{cases} A_{11}J_0(h_1r) + B_{11}J_0(k_1r), & \text{if } r \leq a_1, \\ A_{21}I_0(\tilde{h}_2r) + A_{22}K_0(\tilde{h}_2r) + B_{21}J_0(k_2r) + B_{22}N_0(k_2r), & \text{if } a_1 < r \leq a_2, \\ A_{j1}I_0(\tilde{h}_jr) + A_{j2}K_0(\tilde{h}_jr) + B_{j1}J_0(k_jr) + B_{j2}N_0(k_jr), & \text{if } a_{j-1} < r \leq a_j, \\ A_{N1}I_0(\tilde{h}_Nr) + A_{N2}K_0(\tilde{h}_Nr) + B_{N1}J_0(k_Nr) + B_{N2}N_0(k_Nr), & \text{if } a_{N-1} < r \leq a_N, \end{cases} \quad (8)$$

$$U_r(r) = \begin{cases} A_{11}\tilde{h}_1J_0'(h_1r) + B_{11}k_1J_0'(k_1r) & \text{if } r \leq a_1, \\ A_{21}\tilde{h}_2I_0'(\tilde{h}_2r) + A_{22}\tilde{h}_2K_0'(\tilde{h}_2r) + B_{21}k_2J_0'(k_2r) + B_{22}k_2N_0'(k_2r) & \text{if } a_1 < r \leq a_2, \\ A_{j1}\tilde{h}_jI_0'(\tilde{h}_jr) + A_{j2}\tilde{h}_jK_0'(\tilde{h}_jr) + B_{j1}k_jJ_0'(k_jr) + B_{j2}k_jN_0'(k_jr) & \text{if } a_{j-1} < r \leq a_j, \\ A_{N1}\tilde{h}_NI_0'(\tilde{h}_Nr) + A_{N2}\tilde{h}_NK_0'(\tilde{h}_Nr) + B_{N1}k_NJ_0'(k_Nr) + B_{N2}k_NN_0'(k_Nr) & \text{if } a_{N-1} < r \leq a_N, \end{cases} \quad (9)$$

where I_0 and K_0 are respectively modified Bessel functions of the first and second types (an order is "0"), $h_j = \sqrt{\omega_A^2 / v_{zj}^2 - k_A^2}$, $k_j = \sqrt{\omega_A^2 / v_{rj}^2 - k_A^2}$, $\tilde{h}_j = ih_j$, $\tilde{h}_j = \sqrt{k_A^2 - \omega_A^2 / v_{zj}^2}$, $U_r(r) = \partial U_z(r) / \partial(r)$ [5, 8, 13], and $J_0'(hr) = \partial J_0(hr) / \partial(hr)$, $K_0'(hr) = \partial J_0(hr) / \partial(hr)$, $I_0'(hr) = \partial I_0(hr) / \partial(hr)$, $N_0'(kr) = \partial N_0(kr) / \partial(kr)$ are the first derivatives of the corresponding Bessel functions, "i" ($i = \sqrt{-1}$) is "imaginary unit".

The A_{jk} and B_{jk} coefficients are determined from ratios of the acoustic indicators k_A and k_j , and the acoustic boundary conditions of neighboring layers [8, 9].

If acoustic velocities in layers are higher ($v_{Azj} > v_A$), it is necessary to perform the following replacement in (8) and (9):

$$J_0(h_jr) \rightarrow I_0(\tilde{h}_jr), \quad N_0(h_jr) \rightarrow K_0(\tilde{h}_jr), \quad h_j \rightarrow \tilde{h}_j. \quad (10)$$

If the velocity of the acoustic wave in the core is higher than in the cladding ($v_{Az1} > v_A > v_{Azj}$), then acoustic waves penetrate from the fiber core into the fiber cladding [6-8]. The arguments (\tilde{h}_j) of the modified Bessel functions for the corresponding layers in this case ($v_A > v_{Azj}$) become "imaginary". This corresponds to the transition in some relevant lines of the system of equations (8) and (9) to ordinary Bessel functions of the real argument (h_j).

It is necessary in this case to perform the reverse replacement in (8) and (9):

$$\tilde{h}_j \rightarrow h_j, \quad I_0(\tilde{h}_jr) \rightarrow J_0(h_jr), \quad K_0(\tilde{h}_jr) \rightarrow N_0(h_jr). \quad (11)$$

The factors (g_{Am}) of the acoustical-optical scattering in the optical fiber for each acoustic modes (which order is "m") are

calculated using the next formula:

$$g_{Am} = p_{12} \omega_L \beta_m \int_0^b L^2(r) U_z(r) r k_{Am} dr \quad \text{or} \\ = p_{12} \omega_L \beta_m \int_0^b \rho_m(r, z) r \xi_m(r) L^2(r) dr, \quad (12)$$

where $p_{12} \approx 0.27$, β_m – is the acoustical mode (which order is "m") coefficient of the phase; $\rho_m(r, z)$ is the longitudinal medium density function along optical wave-guide of the acoustical mode (which order is "m") [6-8].

Every acoustical mode parameters are calculated by the next expressions:

$$A_{Am}(\omega) = \frac{g_{Am}^2}{4\pi} \frac{\Gamma_m}{(\omega - \omega_L + \omega_m)^2 + 0.25 \cdot \Gamma_m^2} \quad \text{or} \\ = \frac{I_{AOm}}{4} \frac{\Gamma_m^2}{(f - f_L - f_m)^2 + 0.25 \cdot \Gamma_m^2}. \quad (13)$$

The concluding MBB spectrum characteristic is achieved by merging the frequency dependencies from each mode. It is assumed that the contribution from each acoustic modes are independent [6-12].

Combining the tested sections of various types of single-mode fibers into a common light wave-guide significantly reduces the time to remove frequency and other characteristics of the MBB. BOTDR reflectograms for the entire light wave-guide are determined simultaneously, and then the MBB parameters (including the MBB frequency characteristics) for each section are analyzed.

The differences between the OF-G.654 graphs of different types are clearly visible (Fig. 1-6, Table 1).

The values of BFS under different temperature conditions were calculated for all tested types of G.654 fibers, and their MBB parameters were determined (Table 1), based on experimental BOTDR reflectograms.

Analyzing the MBB frequency characteristics for all studied types of G.654 fibers, it can be noted that in all cases there is a single pronounced maximum, which was also observed in the various types of G.652 and G.657 fibers.

For example, the fibers G.653 (a cut-off wavelength is 1.31 microns), G.655 (a cut-off wavelength is 1.48 microns) and ErDF have from one to three additional (side) "peaks" of different levels [4-6].

The differences in the MBB frequency characteristics and the BFS values (Table 1) can be used to automate the processing of BOTDR reflectograms and the classification of varieties of fibers.

Incorporating of fiber segments of various types in the light wave-guides when using the BOTDR allows them to be used as a "label" ("marker"), including in passive optical networks (PONs) to identify optical channels after optical splitters.

References

- [1] F. L. Barkov, Y. A. Konstantinov, A. I. Krivosheev, "A novel method of spectra processing for Brillouin optical time domain reflectometry," *Fibers*, 2020. Vol. 8, No. 9, pp. 1-11. DOI: 10.3390/FIB8090060

- [2] A.I. Krivosheev, F.L. Barkov, Y.A. Konstantinov, et al., "State-of-the-Art Methods for Determining the Frequency Shift of Brillouin Scattering in Fiber-Optic Metrology and Sensing," *Instrum Exp Tech*, 2022. Vol. 65, pp. 687-710. DOI: 10.1134/S0020441222050268
- [3] I. V. Bogachkov, "Research of the features of Mandelstam – Brillouin backscattering in optical fibers of various types," *T-Comm*, 2019. Vol. 13. No. 1, pp. 60-65. DOI: 10.24411/2072-8735-2018-10216
- [4] I. V. Bogachkov, N. I. Gorlov, "Experimental investigations into characteristics of Mandelstam–Brillouin scattering in single-mode optical fiber of various types," *Instruments and Experimental Techniques*, 2023. Vol. 66, No. 5, pp. 775-781. DOI: 10.1134/S0020441223050068
- [5] I. V. Bogachkov, N. I. Gorlov, "Research of the optical fibers structure influence on the acousto-optic interaction characteristics and the Brillouin scattering spectrum profile," *Journal of Physics: Conference Series*, 2022. Vol. 2182(1), 012088, pp. 1-9. DOI: 10.1088/1742-6596/2182/1/012088
- [6] I. V. Bogachkov, N. I. Gorlov, "Research of the influence of optical fibers structure on the spectral characteristics of Mandelstam – Brillouin scattering," *Journal of Physics: Conference Series*, 2021. Vol. 1791, pp. 1-8. DOI: 10.1088/1742-6596/1791/1/012039
- [7] A. B. Ruffin, M.-J. Li, X. Chen, A. Kobayakov, F. Annunziata, "Brillouin gain analysis for fibers with different refractive indices," *Opt. Lett.* 2005. Vol. 30, pp. 3123-3125.
- [8] Y. Koyamada, S. Sato, S. Nakamura, H. Sotobayashi, W. Chujo, "Simulating and designing Brillouin gain spectrum in single-mode fibers," *Lightwave Technol.* 2004. Vol. 22, pp. 631-639.
- [9] P. D. Dragic, "Estimating the effect of Ge doping on the acoustic damping coefficient via a highly Ge-doped MCVD silica fiber," *J. Opt. Soc. Am. B*. 2009. V. 26, pp. 1614-1620.
- [10] L. Tartara, C. Codemard, J. Maran, R. Cherif, M. Zghal, "Full Modal Analysis of the Brillouin Gain Spectrum of an Optical Fiber," *Optics Com.* 2009. Vol. 282, pp. 2431-2436.
- [11] K. Park, Y. Jeong, "A quasi-mode interpretation of acoustic radiation modes for analyzing Brillouin gain of acoustically antiguiding optical fibers," *Optics Express*. 2014. Vol. 22. No. 7, pp. 2-13.
- [12] P.-C. Law, Y.-Sh. Liu, A. Croteau, P.D. Dragic, "Acoustic coefficients of P2O5-doped silica fiber: acoustic velocity, acoustic attenuation, and thermo-acoustic coefficient," *Optical Materials Express*. 2011. Vol. 1. No. 4, pp. 686-699.
- [13] I. V. Bogachkov, N. I. Gorlov, "The Mandelstam – Brillouin backscatter spectrum profile evaluation in optical fibers of various types," *XV International Scientific and Technical Conference "Actual Problems of Electronic Instrument Engineering" – Proceedings*. Novosibirsk, 2021, pp. 422-427. DOI 10.1109/APEIE52976.2021.9647468
- [14] N. I. Gorlov, I. V. Bogachkov, "An Analysis of the Influence of the Physical Layers Structure of Optical Fibers on the Mandelstam – Brillouin Scattering Characteristics," *Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SINKHROINFO-2020) – Proceedings*, Kaliningrad, 2020, pp. 1–4. DOI: 10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166063
- [15] I.V. Bogachkov, "A detection of strained sections in optical fibers on basis of the Brillouin reflectometry method," *T-Comm*. 2016. Vol. 10. No.12, pp. 85-91. EDN: XKNRVF

ВЫЯВЛЕНИЕ РАЗНОВИДНОСТЕЙ ОДНОМОДОВЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН СО СМЕЩЕННОЙ ДЛИНОЙ ВОЛНЫ ОТСЕЧКИ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ХАРАКТЕРИСТИК РАССЯНИЯ МАНДЕЛЬШТАМА – БРИЛЛЮЭНА

Богачков Игорь Викторович, Омский государственный технический университет (ОмГТУ), Омск, Россия, bogachkov@mail.ru

Аннотация

В современном быстро изменяющемся мире существенно расширился состав производителей различных оптических материалов ("заготовок", "преформ"), которые являются основой при производстве оптических кабелей (ОК) и волокон (ОВ) на территории Российской Федерации в настоящее время. К важным задачам относится классификация разновидностей ОВ в ОК и определение их физических параметров. На основании найденных параметров рассеяния Мандельштама - Бриллюэна (РМБ) можно выявить участки волоконных световодов, которые имеют отличия в продольных растяжениях. Это является основой метода бриллюэновской рефлектометрии, который используется для ранней диагностики потенциально ненадежных участков в волоконных световодах. При этом особо важной проблемой является выявление конкретных видов волокон различных изготовителей, которые при этом имеют одинаковый тип и имеют общую область назначения. В данной статье были проанализированы данные экспериментальных исследований частотных (спектральных) характеристик РМБ в световодах, содержащих различные участки из одномодовых ОВ разных типов при разных условиях функционирования (различных температурных и продольных растягивающих воздействиях) с помощью бриллюэновского рефлектометра с зондированием во временной области (BOTDR). ОВ различных типов и изготовителей, для которых были проведены экспериментальные исследования и построены бриллюэновские рефлектограммы, которые позволили определить необходимые характеристики физического состояния ОВ, были представлены ЗАО "Москабель - Фуджикура" (г. Москва) и АО "Оптиковолокonné Системы" (г. Саранск). Особый интерес представляет ОВ рекомендации G.654, которое отличается от обычных ОВ (рекомендации G.652 и т. п. для одномодовых ОВ) смещением длиной волны отсечки. Одновременное исследование характеристик РМБ участков ОВ разных типов, объединённых в единый световод, позволяет значительно ускорить выявление частотных характеристик РМБ, а далее и распределения натяжения, затухания и т.д. по всей длине световода. Также необходимо определить частотные характеристики РМБ для каждой отличающейся секции световода. Представлены итоговые результаты обработки результатов измерений (в том числе при температурных изменениях). На их основании возможно выявить конкретный тип одномодового ОВ, а также автоматизировать обработку данных и определение необходимых характеристик РМБ и физического состояния ОВ.

Ключевые слова: одномодовое оптическое волокно, рассеяние Мандельштама – Бриллюэна, бриллюэновская рефлектограмма, профиль бриллюэновского спектра, оптическое волокно рекомендации G.654, обнаружение оптического канала утечки информации, информационная безопасность волоконно-оптической системы связи

Литература

1. *Barkov F.L., Konstantinov Y.A., Krivosheev A.I.* A novel method of spectra processing for Brillouin optical time domain reflectometry // *Fibers*, 2020. Vol. 8, No. 9, pp. 1-11. DOI: 10.3390/FIB8090060
2. *Krivosheev A.I., Barkov F.L., Konstantinov Y.A. et al.* State-of-the-Art Methods for Determining the Frequency Shift of Brillouin Scattering in Fiber-Optic Metrology and Sensing // *Instrum Exp Tech*, 2022. Vol. 65, pp. 687-710. DOI: 10.1134/S0020441222050268
3. *Bogachkov I.V.* Research of the features of Mandelstam - Brillouin backscattering in optical fibers of various types // *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*, 2019. Т. 13. № 1. С. 60-65. DOI: 10.24411/2072-8735-2018-10216
4. *Богачков И.В., Горлов Н.И.* Экспериментальные исследования характеристик рассеяния Мандельштама-Бриллюэна в одномодовых оптических волокнах различных видов // *Приборы и техника эксперимента*, 2023. № 5. С. 70-77. DOI: 10.31857/S0032816223050063
5. *Богачков И.В., Майстренко В.А., Горлов Н.И.* Исследование влияния структуры оптических волокон на характеристики акустооптического взаимодействия // *Динамика систем, механизмов и машин*, 2021. Т. 9, № 3. С. 86-94.
6. *Богачков И.В., Горлов Н.И.* Исследование влияния структуры оптических волокон на спектральные характеристики рассеяния Мандельштама - Бриллюэна // *Динамика систем, механизмов и машин*, 2020. Т. 8, № 4. С. 98-105.
7. *Ruffin A.B., Li M.-J., Chen X., Kobayakov A., Annunziata F.* Brillouin gain analysis for fibers with different refractive indices // *Opt. Lett.* 2005. Vol. 30., pp. 3123-3125.
8. *Koyamada Y., Sato S., Nakamura S., Sotobayashi H., Chujo W.* Simulating and designing Brillouin gain spectrum in single-mode fibers // *Lightwave Technol.* 2004. Vol. 22, pp. 631-639.
9. *Dragic P.D.* Estimating the effect of Ge doping on the acoustic damping coefficient via a highly Ge-doped MCVD silica fiber // *J. Opt. Soc. Am. B*. 2009. Vol. 26, pp. 1614-1620.
10. *Tartara L., Codemard C., Maran J., Cherif R., Zghal M.* Full Modal Analysis of the Brillouin Gain Spectrum of an Optical Fiber // *Optics Com.* 2009. Vol. 282, pp. 2431-2436.
11. *Park K., Jeong Y.* A quasi-mode interpretation of acoustic radiation modes for analyzing Brillouin gain of acoustically antiguiding optical fibers // *Optics Express*. 2014. Vol. 22, № 7, pp. 2-13.
12. *Law P.-C., Liu Y.-Sh., Croteau A., Dragic P.D.* Acoustic coefficients of P2O5-doped silica fiber: acoustic velocity, acoustic attenuation, and thermoacoustic coefficient // *Optical Materials Express*. 2011. Vol. 1, № 4, pp. 686-699.
13. *Bogachkov I.V., Gorlov N.I.* The Mandelstam – Brillouin backscatter spectrum profile evaluation in optical fibers of various types // *XV International Scientific and Technical Conference "Actual Problems Of Electronic Instrument Engineering" Proceedings*. Novosibirsk, 2021, pp. 422-427. DOI 10.1109/APEIES2976.2021.9647468
14. *Богачков И.В., Горлов Н.И.* Анализ влияния структуры физических слоёв оптических волокон на характеристики рассеяния Мандельштама - Бриллюэна // *Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов*, 2020. №3. С. 64-69.
15. *Богачков И.В.* Обнаружение натяжённых участков в оптических волокнах на основе метода бриллюэновской рефлектометрии // *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*. 2016. Том 10. №12. С. 85-91. EDN: XKNRVF

Информация об авторе:

Богачков Игорь Викторович, доктор технических наук, доцент; профессор кафедры "Средства связи и информационная безопасность", Омский государственный технический университет (ОмГТУ), Омск, Россия, Senior Member IEEE, ORCID ID 0000-0002-7019-1784

THE ALGORITHM FOR COHERENT PROCESSING OF WIDEBAND NON-BINARY SIGNAL-CODE STRUCTURES FOR SPEECH TRANSMISSION IN A DECAMETER RADIO CHANNEL

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-12-59-76

Vladimir O. Varlamov,
Moscow Technical University of Communications and Informatics,
Moscow, Russia, f.vvo@bk.ru

Evgeniy M. Lobov,
Moscow Technical University of Communications and Informatics,
Moscow, Russia, e.m.lobov@mtuci.ru

Manuscript received 14 September 2025;
Accepted 20 November 2025

Keywords: HF communication, non-binary orthogonal signal-code structures, wideband signal, Kalman filter, a posteriori probabilities

This article presents the results of developing an algorithm for coherent processing of wideband non-binary orthogonal signal-code structures for voice transmission in a decimeter radio channel. The structure of a radiogram, including preamble and data symbols, is presented, taking into account message length limitations for real-time voice transmission. An ensemble of orthogonal wideband phase-shift keyed signals is used as signals. The noise-correcting code used is a non-binary low-density parity-check code whose Galois field dimension is matched to the number of signals in the ensemble. Decoding is performed using a belief propagation algorithm, which involves calculating a posteriori probabilities for each possible transmitted symbol, taking into account observations. The article presents analytical expressions for calculating these probabilities, taking into account multipath signal propagation, assuming separation of the paths without their mutual interference, and also taking into account different a priori uncertainties regarding the complex channel transmission coefficients for each path. Three types of a priori information are assumed: fully known complex channel gains, an unknown phase shift of the channel gains, or an unknown phase shift and level of the channel gains. A fourth, widely used, quadratic ray summation option is also considered. In coherent processing, complex channel gains are assumed to be known or measured in some way. This article considers several options for measuring complex channel gains: using a separate measurement channel using the maximum likelihood method and using a Kalman filter. In one version, the Kalman filter operates on data from a separate measurement channel, while in another version, it operates on preamble symbols and on radiogram data symbols with feedback on decisions regarding the data symbols. Using the Waterson model of the ionospheric channel, this article substantiates the autoregressive order of the Kalman filter from the perspective of algorithm complexity and achievable noise immunity. Noise immunity curves are presented for the coherent processing algorithm using the Kalman filter and non-coherent processing algorithms. The corresponding energy gain is estimated.

Information about authors:

Vladimir O. Varlamov, Assistant of the Department of Radio Engineering Systems, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, <https://orcid.org/0000-0003-1607-9166>

Evgeniy M. Lobov, Professor of the Department of Radio Engineering Systems, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, <https://orcid.org/0000-0002-4165-9421>

Для цитирования:

Варламов В.О., Лобов Е.М. Алгоритм когерентной обработки широкополосных не двоичных сигнально-кодированных конструкций для передачи речи в декаметровом радиоканале // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №12. С. 59-76.

For citation:

V.O. Varlamov, E.M. Lobov, "The algorithm for coherent processing of wideband non-binary signal-code structures for speech transmission in a decimeter radio channel," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no. 12, pp. 59-76.

Introduction

In the contemporary world high frequency (HF) communication is widely used for organizing radio links in remote and hard-to-reach regions around the world. Apart from that, HF communication is applied for regions that have seriously suffered from destruction caused by natural disasters. The high reliability and cost-effectiveness make HF communication the optimal solution in both cases described above. The second area where HF radio links have found the application is communication in the Arctic and Antarctic. For instance, the Rosatom State Corporation has an interest in restoring the HF communication network to establish separate communication channels with the naval fleet of nuclear marine propulsions and land-based subscribers (see, for example, media reports [1]). The transmitted information consists of digital data and voice in real time.

One of the main drawbacks of the conventional HF communication is the availability of transmitted information, due to the opportunity to receive radio signals reflected from the ionosphere over vast areas of the globe. Consequently, challenges in ensuring the confidentiality of the transmitted information can be observed. The most reliable way to provide confidentiality at the physical level, i.e., without the use of cryptographic protection of information, is to employ complex spread-spectrum modulation techniques to generate noise-like signals, and the use of special algorithms for processing such signals [1-4].

Earlier in 2020, MTUCI staff, including the authors of this article, conducted research in which wideband non-binary signal-code structures for real-time speech transmission were proposed [5]. However, the signal processing algorithm used in the work mentioned above assumes quasi-optimal non-coherent processing with quadratic summation of multipath components and the use of average estimation of channel coefficients instead of their true values [6-8]. Clearly, as shown in [9-13] for Rayleigh fading channels and in particular for narrowband HF channels [14-16, 28, 29] the noise immunity of digital radio link can be improved by adopting an optimal coherent processing algorithm.

The aim of the article is to develop an algorithm for coherent processing of wideband non-binary signal-code structures for speech transmission in a HF radio channel. Based on the methods proposed in [17-19] for joint optimal filtering of many channel parameters under conditions of a priori uncertainty and the algorithms presented in [20-22] for an ionospheric channel dispersion characteristic slope optimal filtering, the developed algorithm can be improved by jointly taking into account the results of optimal filtering of the channel coefficients and the slope of the dispersion characteristic.

Observation model for receiving one symbol of a radiogram

In this article we assume that multipath components can be separated without influencing each other (ideal separation of the beams). In this case, the output of the correlation receiver for each processed multipath component can be written as a vector of statistics

$$\hat{y}_{i,j} = E_s \dot{h}_j \delta_{ik} + \dot{n}_{i,j}, \quad (1)$$

where $\hat{y}_{i,j}$ is the signal at the output of the i -th correlator, processing the j -th multipath component while the symbol with the

index k ($k = 1, \dots, 2^m$) is being received, m is a bit depth of non-binary symbols, \dot{h}_j is the channel gain for the j -th multipath component, E_s is energy of the received symbol, δ_{ik} is a Kronecker symbol, $\dot{n}_{i,j}$ is the noise part of statistics. It is assumed that all transmitted symbols have the same energy level E_s .

The channel gains \dot{h}_j are independent complex Gaussian variables for different multipath components and, in general, they are dependent in accordance with the Waterson model within one multipath component (diversity branch) for adjacent symbols in time [23].

The values $\dot{n}_{i,j}$ are complex Gaussian variables with zero mean and variance of the real and imaginary parts equal to σ_u^2 .

The variance σ_u^2 is

$$\sigma_u^2 = E_s \sigma_n^2 = \frac{E_s N_0}{2}, \quad (2)$$

where σ_n^2 is the variance of the noise at the output of the correlator, $\frac{N_0}{2}$ is the level of the two-sided spectral power density of quasi-white noise in the main frequency range.

The instantaneous signal-to-noise ratio (SNR) for one multipath component is

$$SNR_j = |\dot{h}_j|^2 \frac{E_s}{N_0}. \quad (3)$$

The SNR for one multipath component, taking into account averaging over Rayleigh fading realizations, is

$$SNR_{mean,j} = 2\sigma_{A,j}^2 \frac{E_s}{N_0}. \quad (4)$$

where $\sigma_{A,j}^2$ is a parameter of the Rayleigh distribution of $|\dot{h}_j|$ for the j -th multipath component.

The total maximum SNR for optimal coherent reception of all multipath components [24] is

$$SNR_{mrc} = \frac{E_s}{N_0} \sum_{j=1}^{N_d} |\dot{h}_j|^2, \quad (5)$$

where N_d is number of multipath components (number of diversity branches).

The total average SNR is

$$SNR_{mean} = \left\langle \frac{E_s}{N_0} \right\rangle = \frac{E_s}{N_0} \sum_{j=1}^{N_d} (2\sigma_{A,j}^2). \quad (6)$$

The average SNR per bit taking into account the redundancy of the error-correcting code (coding rate r) and the symbol bit depth m :

$$\frac{E_b}{N_0} = \left\langle \frac{E_s}{N_0} \right\rangle \frac{1}{r \cdot m}. \quad (7)$$

General expressions for calculating posterior probabilities

First, the simple case of single-path propagation is considered. Then we extend it to the multipath case. The most complete statistics for making a decision on each symbol for each position of the received code block of a non-binary code is a set of posterior probabilities. So, in order to process the block, N vectors of 2^m posterior probabilities are demanded

$$P(c_k / \mathbf{y}), k = 1, \dots, 2^m, \quad (8)$$

where $\mathbf{y} = [\dot{y}_1, \dot{y}_2, \dots, \dot{y}_{2^m}]^T$ is a vector of 2^m outputs of a correlator processing a signal in a radiogram during the reception interval of one symbol out of N , c_k is a proposed received symbol. Decoding a code block of a non-binary LDPC code using the belief propagation algorithm requires computing the mentioned probabilities.

According to the product rule of probabilities

$$dP(\mathbf{y}, c_k) = W(\mathbf{y}, c_k) d\mathbf{y} = P(c_k / \mathbf{y}) W(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad (9)$$

where $dP(\mathbf{y}, c_k) = W(\mathbf{y}, c_k) d\mathbf{y}$ is the probability that the symbol c_k was transmitted and the observation vector was in volume $d\mathbf{y}$ relative to a point \mathbf{y} in $2M$ -dimensional space simultaneously ($M = 2^m$ complex observable numbers \mathbf{y} are $2M = 2^{m+1}$ real numbers and belong to the corresponding space), $W(\mathbf{y})$ is a $2M$ -dimensional unconditional probability density of the observation vector \mathbf{y} , $W(\mathbf{y}) d\mathbf{y}$ is a probability that the observation vector is in the volume $d\mathbf{y}$ relative to a point \mathbf{y} in $2M$ -dimensional space.

We can rewrite (8) as

$$P(c_k / \mathbf{y}) = \frac{W(\mathbf{y}, c_k) d\mathbf{y}}{W(\mathbf{y}) d\mathbf{y}} = \frac{W(\mathbf{y} / c_k) P(c_k)}{\sum_{l=1}^{2^m} W(\mathbf{y} / c_l) P(c_l)}, \quad (10)$$

where $P(c_k)$, $k = 1, \dots, 2^m$ are a priori probabilities of transmitting a symbol c_k from M available options, independent of the actions of the observer and the methods of processing the received signal, $W(\mathbf{y} / c_k)$ is a likelihood function of the hypothesis about the reception of a symbol c_k with the observed sample \mathbf{y} (conditional probability density of the sample \mathbf{y} when transmitting a symbol c_k).

Expression (10) is known as the inverse probability formula (Bayes' rule). The denominator of (10) uses the law of total probability.

$$W(\mathbf{y}) d\mathbf{y} = \sum_{l=1}^{2^m} W(\mathbf{y} / c_l) P(c_l) d\mathbf{y}. \quad (11)$$

The values of the observation vector $\mathbf{y} = [\dot{y}_1, \dot{y}_2, \dots, \dot{y}_{2^m}]^T$ are uncorrelated, due to the approximation of orthogonality of the sig-

nals (they are as coordinate functions in the orthogonal decomposition of a random process [25]), Gaussian complex variables (and therefore independent).

Therefore

$$W(\mathbf{y} / c_k) = \prod_{u=1}^{2^m} W(\dot{y}_u / c_k) \quad (12)$$

where $W(\dot{y}_u / c_k)$ is the likelihood function of the hypothesis about the transmission of a symbol c_k when observing \dot{y}_u at the output of the processing device of the u -th variant of the orthogonal signal.

We assume that the transmission of any of the $M = 2^m$ symbols is a priori equally probable, then the following is true:

$$P(c_k) = P(c_l) = \frac{1}{M} = \frac{1}{2^m} \quad \forall k, l \quad (13)$$

Taking into account (12) and (13), (10) can be rewritten as

$$P(c_k / \mathbf{y}) = \frac{W(\mathbf{y} / c_k)}{\sum_{l=1}^{2^m} W(\mathbf{y} / c_l)} = \frac{\prod_{u=1}^{2^m} W(\dot{y}_u / c_k)}{\sum_{l=1}^{2^m} \prod_{u=1}^{2^m} W(\dot{y}_u / c_l)} = \frac{\left(\prod_{\substack{u=1 \\ u \neq k}}^{2^m} W(\dot{y}_u / c_k) \right) W(\dot{y}_k / c_k)}{\sum_{l=1}^{2^m} \left[\left(\prod_{\substack{u=1 \\ u \neq l}}^{2^m} W(\dot{y}_u / c_l) \right) W(\dot{y}_l / c_l) \right]}, \quad (14)$$

where $W(\dot{y}_u / c_k)$ is the likelihood function of the hypothesis about the reception of a symbol c_k when observing \dot{y}_u at the output of the u -th correlator. It is obvious that for non-coinciding indices u and k the likelihood function is determined by the noise probability density

$$W(\dot{y}_u / c_k) = W_n(\dot{y}_u) \quad \text{при } u \neq k \quad (15)$$

Dividing the numerator by the denominator, and taking into account that $2^m - 2$ multipliers in each term of the denominator coincide with the multipliers of the numerator (with indices different from k and l), it can be obtained that

$$P(c_k / \mathbf{y}) = \frac{W(\dot{y}_k / c_k)}{W_n(\dot{y}_k)} \frac{1}{\sum_{l=1}^{2^m} \left(\frac{W(\dot{y}_l / c_l)}{W_n(\dot{y}_l)} \right)} \quad (16)$$

Making hard decisions for each non-binary symbol using the maximum a posteriori probability criterion can be written as

$$\hat{c}_k = \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} [P(c_k / \mathbf{y})] = \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} \left[\frac{W(\dot{y}_k / c_k)}{W_n(\dot{y}_k)} \right] \quad (17)$$

This corresponds to the criterion of maximum likelihood ratio, calculated for each variant of the transmitted symbol.

To simplify the calculations, formula (16) should be rewritten as

$$P(c_k / \mathbf{y}) = \frac{1.0}{\sum_{l=1}^{2^m} \left(\frac{W(\dot{y}_l / c_l)}{W_n(\dot{y}_l)} \frac{W_n(\dot{y}_k)}{W(\dot{y}_k / c_k)} \right)} \quad (18)$$

The denominator of the fraction (18) calculates the sum of the ratios of the likelihood ratios for each possible pair of symbols, one of which is the assumed received symbol c_k .

In multipath propagation conditions, the use of broadband signals allows the separation and addition of multipath components, which is a form of diversity reception. The diversity effect is achieved because individual multipath components propagate along different trajectories in the Earth's ionosphere, reflecting off different layers of the ionosphere and undergoing birefringence due to the anisotropy of the environment.

Processing each j -th branch of the diversity (multipath component of the signal), the vector \mathbf{y}_j is observed, and it is necessary to calculate the posterior probabilities for each symbol, taking into account observations from all branches of the diversity:

$$P(c_k / \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_d) = \frac{W(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_d, c_k)}{W(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_d)} \quad (19)$$

$$= \frac{W(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_d / c_k) P(c_k)}{\sum_{l=1}^{2^m} W(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_d / c_l) P(c_l)}$$

Next it can be obtained

$$P(c_k / \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_d) = \frac{\frac{W(\bar{y}_k / c_k)}{W_n(\bar{y}_k)}}{\sum_{l=1}^{2^m} \left(\frac{W(\bar{y}_l / c_l)}{W_n(\bar{y}_l)} \right)} \quad (20)$$

$$= \frac{1.0}{\sum_{l=1}^{2^m} \left(\frac{W(\bar{y}_l / c_l)}{W_n(\bar{y}_l)} \frac{W_n(\bar{y}_k)}{W(\bar{y}_k / c_k)} \right)},$$

where \bar{y}_l is the vector of responses of the l -th correlators for all branches of the diversity (values $\dot{y}_{l,1}, \dot{y}_{l,2}, \dots, \dot{y}_{l,N_d}$), N_d is the number of branches of diversity (the number of multipath components), $W(\bar{y}_l / c_l)$ is the likelihood function of the hypothesis about the reception of a symbol c_l during observations \bar{y}_l , $W_n(\bar{y}_l)$ is the joint probability density function of the noise responses of the l -th correlators of all N_d diversity branches.

In conditions of multi-channel diversity reception, taking into account the independence of noise in the channels, the following is true

$$\frac{W(\bar{y}_l / c_l)}{W_n(\bar{y}_l)} = \prod_{j=1}^{N_d} \frac{W(\dot{y}_{l,j} / c_l)}{W_n(\dot{y}_{l,j})}, \quad (21)$$

then

$$P(c_k / \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_d) = \frac{\prod_{j=1}^{N_d} \frac{W(\dot{y}_{k,j} / c_k)}{W_n(\dot{y}_{k,j})}}{\sum_{l=1}^{2^m} \left(\prod_{j=1}^{N_d} \frac{W(\dot{y}_{l,j} / c_l)}{W_n(\dot{y}_{l,j})} \right)} \quad (22)$$

$$= \frac{1.0}{\sum_{l=1}^{2^m} \left(\prod_{j=1}^{N_d} \left[\frac{W(\dot{y}_{l,j} / c_l)}{W_n(\dot{y}_{l,j})} \frac{W_n(\dot{y}_{k,j})}{W(\dot{y}_{k,j} / c_k)} \right] \right)}.$$

The decision rule (17) under conditions of multipath diversity reception can be rewritten as

$$\hat{c}_k = \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} \left[P(c_k / \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_d) \right] = \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} \left[\frac{W(\bar{y}_k / c_k)}{W_n(\bar{y}_k)} \right] \quad (23)$$

$$= \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} \left[\prod_{j=1}^{N_d} \frac{W(\dot{y}_{k,j} / c_k)}{W_n(\dot{y}_{k,j})} \right]$$

Particular expressions for calculating posterior probabilities

Coherent processing with fully known channel parameters

The likelihood function can be written as

$$W(\dot{y}_{k,j} / c_k) = W_n(\dot{y}_{k,j} - E_s \dot{h}_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_u}} e^{-\frac{(\dot{y}_{k,j, \text{re}} - E_s \dot{h}_{j, \text{re}})^2}{2\sigma_u^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_u}} e^{-\frac{(\dot{y}_{k,j, \text{im}} - E_s \dot{h}_{j, \text{im}})^2}{2\sigma_u^2}} \quad (24)$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_u}} \right)^2 e^{-\frac{|\dot{y}_{k,j}|^2 - 2E_s \text{Re}(\dot{y}_{k,j} \dot{h}_j^*) + E_s^2 |\dot{h}_j|^2}{2\sigma_u^2}}$$

The noise probability density calculated for the observations is

$$W_n(\dot{y}_{k,j}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_u}} e^{-\frac{\dot{y}_{k,j, \text{re}}^2}{2\sigma_u^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_u}} e^{-\frac{\dot{y}_{k,j, \text{im}}^2}{2\sigma_u^2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_u}} \right)^2 e^{-\frac{|\dot{y}_{k,j}|^2}{2\sigma_u^2}}. \quad (25)$$

Then, the likelihood ratio can be written as

$$\frac{W(\dot{y}_{k,j} / c_k)}{W_n(\dot{y}_{k,j})} = e^{\frac{2E_s \text{Re}(\dot{y}_{k,j} \dot{h}_j^*) - E_s^2 |\dot{h}_j|^2}{2\sigma_u^2}} = e^{\frac{E_s \text{Re}(\dot{y}_{k,j} \dot{h}_j^*)}{\sigma_u^2}} e^{-\frac{E_s^2 |\dot{h}_j|^2}{2\sigma_u^2}}. \quad (26)$$

Taking into account the responses of the correlators for other multipath components we can obtain

$$\frac{W(\bar{y}_k / c_k)}{W_n(\bar{y}_k)} = \prod_{j=1}^{N_d} \frac{W(\dot{y}_{k,j} / c_k)}{W_n(\dot{y}_{k,j})} = e^{\sum_{j=1}^{N_d} \frac{E_s \text{Re}(\dot{y}_{k,j} \dot{h}_j^*)}{\sigma_u^2}} e^{-\sum_{j=1}^{N_d} \frac{E_s^2 |\dot{h}_j|^2}{2\sigma_u^2}} \quad (27)$$

The ratio of the likelihood ratios is equal to

$$\frac{W(\bar{y}_l / c_l) W_n(\bar{y}_k)}{W_n(\bar{y}_l) W(\bar{y}_k / c_k)} = \prod_{j=1}^{N_d} \left[\frac{W(\dot{y}_{l,j} / c_l) W_n(\dot{y}_{k,j})}{W_n(\dot{y}_{l,j}) W(\dot{y}_{k,j} / c_k)} \right] = e^{\sum_{j=1}^{N_d} \frac{E_s \operatorname{Re}(\dot{y}_{l,j} \dot{y}_{k,j}^*)}{\sigma_u^2}} \quad (28)$$

Taking hard decisions according to (23) and taking into account the monotonicity of the exponent leads to the rule

$$\hat{c}_k = \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} [P(c_k / \mathbf{y})] = \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} \left[\sum_{j=1}^{N_d} \operatorname{Re}(\dot{y}_{k,j} \dot{h}_j^*) \right]. \quad (29)$$

Decision rule (29) is known as the optimal coherent diversity reception rule, which ensures the maximum signal-to-noise ratio (in English literature, the MRC algorithm – maximum ratio combining). To use rule (29), the information about the noise variance and the channel multiplier values for each multipath component \dot{h}_j must be available. The channel multiplier \dot{h}_j determines the change in signal amplitude by $|\dot{h}_j|$ and the signal phase shift by $\varphi_{h,j} = \arg(\dot{h}_j)$ due to fading.

Incoherent processing with unknown phase shift

In cases when it is not possible to measure the phase shift and use its measured value in the expressions written above, decision rules and formulas for calculating posterior probabilities that are invariant to the value of the phase shift are used. The method for synthesizing such rules is well known and widely used in statistical radio engineering [26].

The likelihood ratio (26) is conditional, where the phase shift $\varphi_{h,j}$ is one of conditions, so we can write

$$\frac{W(\dot{y}_{k,j} / c_k, \varphi_{h,j})}{W_n(\dot{y}_{k,j})} = e^{\frac{E_s \operatorname{Re}(\dot{y}_{k,j} \dot{h}_j^*)}{\sigma_u^2}} e^{\frac{E_s^2 |\dot{h}_j|^2}{2\sigma_u^2}} = e^{\frac{E_s |\dot{h}_j| |\dot{y}_{k,j}| \cos(\arg(\dot{y}_{k,j}) - \varphi_{h,j})}{\sigma_u^2}} e^{\frac{E_s^2 |\dot{h}_j|^2}{2\sigma_u^2}}. \quad (30)$$

The phase shift $\varphi_{h,j}$ is assumed to be a random variable with some probability density $W_\varphi(\varphi_{h,j})$. Then the joint conditional probability density of the observation \dot{y}_k and the value of the phase shift $\varphi_{h,j}$ during symbol transmission c_k can be written in the form

$$W(\dot{y}_{k,j}, \varphi_{h,j} / c_k) = W(\dot{y}_{k,j} / c_k, \varphi_{h,j}) W_\varphi(\varphi_{h,j}). \quad (31)$$

Therefore, using the consistency rule, we can get rid of the dependence on the phase shift $\varphi_{h,j}$ by integrating over it:

$$\begin{aligned} W(\dot{y}_{k,j} / c_k) &= \int_{-\pi}^{\pi} W(\dot{y}_{k,j}, \varphi_{h,j} / c_k) d\varphi_{h,j} = \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} W(\dot{y}_{k,j} / c_k, \varphi_{h,j}) W_\varphi(\varphi_{h,j}) d\varphi_{h,j} = \langle W(\dot{y}_{k,j} / c_k, \varphi_{h,j}) \rangle, \end{aligned} \quad (32)$$

where the symbol $\langle \rangle$ means averaging. Indeed, the conditional probability density (24), as a function of the phase shift $\varphi_{h,j}$, is averaged over $\varphi_{h,j}$ in the sense of finding the mathematical expectation taking into account the probability density $W_\varphi(\varphi_{h,j})$.

Likewise, the likelihood ratio can be averaged (30)

$$\begin{aligned} \frac{W(\dot{y}_{k,j} / c_k)}{W_n(\dot{y}_{k,j})} &= \left\langle \frac{W(\dot{y}_{k,j} / c_k, \varphi_{h,j})}{W_n(\dot{y}_{k,j})} \right\rangle = \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{W(\dot{y}_{k,j} / c_k, \varphi_{h,j})}{W_n(\dot{y}_{k,j})} W_\varphi(\varphi_{h,j}) d\varphi_{h,j} \end{aligned} \quad (33)$$

The average likelihood ratio can be found according to (33) taking into account that the initial phase is distributed uniformly. It means that

$$W_\varphi(\varphi_{h,j}) = \frac{1}{2\pi}, \quad -\pi \leq \varphi_{h,j} < \pi. \quad (34)$$

Then, it can be obtained that

$$\begin{aligned} \frac{W(\dot{y}_{k,j} / c_k)}{W_n(\dot{y}_{k,j})} &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{W(\dot{y}_{k,j} / c_k, \varphi_{h,j})}{W_n(\dot{y}_{k,j})} W_\varphi(\varphi_{h,j}) d\varphi_{h,j} \\ &= e^{-\frac{E_s^2 |\dot{h}_j|^2}{2\sigma_u^2}} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\frac{E_s |\dot{h}_j| |\dot{y}_{k,j}| \cos(\arg(\dot{y}_{k,j}) - \varphi_{h,j})}{\sigma_u^2}} d\varphi_{h,j} = \\ &= e^{-\frac{E_s^2 |\dot{h}_j|^2}{2\sigma_u^2}} I_0 \left(\frac{E_s |\dot{h}_j| |\dot{y}_{k,j}|}{\sigma_u^2} \right). \end{aligned} \quad (35)$$

In (35) the integral representation of the modified Bessel function of the first kind of zero order was used in the form

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{x \cos \varphi_0} d\varphi_0. \quad (36)$$

The decision rule can be obtained relying on (23) as

$$\begin{aligned} \hat{c}_k &= \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} [P(c_k / \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_d)] = \\ &= \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} \left[\prod_{j=1}^{N_d} e^{-\frac{E_s^2 |\dot{h}_j|^2}{2\sigma_u^2}} I_0 \left(\frac{E_s |\dot{h}_j| |\dot{y}_{k,j}|}{\sigma_u^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

The ratio of the likelihood ratios can be written as

$$\frac{W(\bar{y}_l / c_l) W_n(\bar{y}_k)}{W_n(\bar{y}_l) W(\bar{y}_k / c_k)} = \prod_{j=1}^{N_d} \left[I_0 \left(\frac{E_s |\dot{h}_j| |\dot{y}_{l,j}|}{\sigma_u^2} \right) \left[I_0 \left(\frac{E_s |\dot{h}_j| |\dot{y}_{k,j}|}{\sigma_u^2} \right) \right]^{-1} \right] \quad (38)$$

Incoherent processing with unknown phase shift and averaging over signal level

Consider modules of channel coefficients $|\dot{h}_j|$ as random variables with a Rayleigh distribution with a distribution parameter σ_{Aj}^2 :

$$W_{hj}(|\dot{h}_j|) = \frac{|\dot{h}_j|}{\sigma_{Aj}^2} e^{-\frac{|\dot{h}_j|^2}{2\sigma_{Aj}^2}}. \quad (39)$$

Next, the likelihood ratio should be averaged (35) over $|\dot{h}_j|$. So, we can obtain

$$\frac{W(\dot{y}_{k,j}/c_k)}{W_n(\dot{y}_{k,j})} = \int_0^\infty \frac{W(\dot{y}_{k,j}/c_k, |h_j|)}{W_n(\dot{y}_{k,j})} W_{hj}(|h_j|) d|h_j| = \frac{1}{2\sigma_{Aj}^2} e^{-\frac{|\dot{y}_{k,j}|^2 \frac{\sigma_{Aj}^2 E_s^2}{2\sigma_u^2(\sigma_{Aj}^2 E_s^2 + \sigma_u^2)}}{2\sigma_{Aj}^2}}. \quad (40)$$

Taking into account (40), the expression (21) can be rewritten

$$\frac{W(\bar{y}_l/c_l)}{W_n(\bar{y}_l)} = \prod_{j=1}^{N_d} \frac{W(\dot{y}_{l,j}/c_l)}{W_n(\dot{y}_{l,j})} = \prod_{j=1}^{N_d} \frac{1}{2\sigma_{Aj}^2} e^{-\frac{|\dot{y}_{l,j}|^2 \frac{\sigma_{Aj}^2 E_s^2}{2\sigma_u^2(\sigma_{Aj}^2 E_s^2 + \sigma_u^2)}}{2\sigma_{Aj}^2}}. \quad (41)$$

Thus

$$\frac{W(\dot{y}_{l,j}/c_l)}{W_n(\dot{y}_{l,j})} \frac{W_n(\dot{y}_{k,j})}{W(\dot{y}_{k,j}/c_k)} = e^{-\frac{(|\dot{y}_{k,j}|^2 - |\dot{y}_{l,j}|^2) \frac{\sigma_{Aj}^2 E_s^2}{2\sigma_u^2(\sigma_{Aj}^2 E_s^2 + \sigma_u^2)}}{2\sigma_{Aj}^2}}, \quad (42)$$

and

$$\frac{W(\bar{y}_l/c_l)}{W_n(\bar{y}_l)} \frac{W_n(\bar{y}_k)}{W(\bar{y}_k/c_k)} = e^{-\frac{\sum_{j=1}^{N_d} (|\dot{y}_{k,j}|^2 - |\dot{y}_{l,j}|^2) \frac{\sigma_{Aj}^2 E_s^2}{2\sigma_u^2(\sigma_{Aj}^2 E_s^2 + \sigma_u^2)}}{2\sigma_{Aj}^2}}. \quad (43)$$

Hence, according to (23), the decision rule can be written as

$$\hat{c}_k = \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} [P(c_k / \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_d)] = \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} \left[\prod_{j=1}^{N_d} \frac{1}{2\sigma_{Aj}^2} e^{-\frac{|\dot{y}_{k,j}|^2 \frac{\sigma_{Aj}^2 E_s^2}{2\sigma_u^2(\sigma_{Aj}^2 E_s^2 + \sigma_u^2)}}{2\sigma_{Aj}^2}} \right]. \quad (44)$$

If the fading in all beams has the same intensity, then $\sigma_{Aj}^2 = \sigma_A^2, \forall j = 1, \dots, N_d$ and the decision rule is to find the maximum of the sum of the squared modules of the correlator responses

$$\hat{c}_k = \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} \left[e^{-\frac{\sigma_A^2 E_s^2}{2\sigma_u^2(\sigma_A^2 E_s^2 + \sigma_u^2)} \sum_{j=1}^{N_d} |\dot{y}_{k,j}|^2} \right] = \arg \max_{k=1, \dots, 2^m} \left[\sum_{j=1}^{N_d} |\dot{y}_{k,j}|^2 \right]. \quad (45)$$

Incoherent processing with quadratic addition

Quadratic addition according to (45) is used when the distribution law of $|h_j|$ is a priori unknown. In this case, it is the optimal decision-making option [24].

Using the observation model, centered and non-centered chi-square distributions, expressions for the likelihood ratio can be obtained as [6-8]

$$\frac{W(\bar{y}_l/c_l)}{W_n(\bar{y}_l)} \frac{W_n(\bar{y}_k)}{W(\bar{y}_k/c_k)} = \left(\frac{|\dot{y}_l|^2}{|\dot{y}_k|^2} \right)^{\frac{1-N_d}{2}} I_{N_d-1} \left(\sqrt{\frac{E_s^2 \sum_{j=1}^{N_d} |\dot{y}_l|^2}{\sigma_u^2} \frac{\sum_{j=1}^{N_d} |\dot{y}_k|^2}{\sigma_u^2}} \right) \times \left[I_{N_d-1} \left(\sqrt{\frac{E_s^2 \sum_{j=1}^{N_d} |\dot{y}_k|^2}{\sigma_u^2} \frac{\sum_{j=1}^{N_d} |\dot{y}_l|^2}{\sigma_u^2}} \right) \right]^{-1} \quad (46)$$

where $I_{N_d-1}(x)$ is the modified Bessel function of the first kind and $N_d - 1$ order,

$$|\dot{y}_k|^2 = \sum_{j=1}^{N_d} |\dot{y}_{k,j}|^2, \quad |\dot{y}_l|^2 = \sum_{j=1}^{N_d} |\dot{y}_{l,j}|^2. \quad (47)$$

Clearly that for $N_d = 1$ the expression (46) transfers to (38).

The algorithm for coherent processing of non-binary wideband signal-code structures with simultaneous estimation of channel coefficients

Observation model for radiogram reception

The length of the radiogram is N non-binary symbols, of which N_{pr} symbols are the known symbols of preamble and N_{data} information (data) symbols, and

$$N = N_{pr} + N_{data}. \quad (48)$$

Preamble symbols are required for radiogram detection and synchronization. So, they are transmitted before the data symbols. The parameters of the radiogram and signal-code structures are presented below [5]. The data transfer rate corresponds to the vocoder rate – 700 bit/s. The radiogram length is 160 ms, the symbol capacity $m = 6$, the number of preamble symbols $N_{pr} = 16$, the number of data symbols $N_{data} = 44$, and the total number of radiogram symbols $N = 60$. The relative coding rate is $r = 0.5$. The length of the pseudo-random sequences (PRS), the PRS symbol transfer rate, and the spectrum width of the signal-code structure are presented in Table 1.

Table 1

Calculated data of wideband signals based on the NB-LDPC in the 80 kHz band

№	Symbol transfer rate, kBod	Spectral width, kHz	Length of the pseudo-random sequences
1	50	80	128
2	100	160	256
3	200	320	512

The model of the received signal in the single-path case can be written as

$$\dot{y}(k, n) = \delta(k, d(n)) \dot{h}(n) E_s + \dot{u}(k, n), \quad n = 0, \dots, N-1, \quad k = 0, \dots, 2^m - 1 \quad (49)$$

where $\dot{y}(k, n)$ is the matrix of complex responses of correlators, in general case the size of the matrix is $M \times N$, $\dot{u}(k, n)$ is the matrix of complex Gaussian noise samples at the output of the correlators, the size is $M \times N$, $\dot{h}(n)$ is a complex channel gain, $d(n)$ is a transmitted non-binary symbol (from 0 to 2^m-1) at time n ,

$$\delta(k, n) = \begin{cases} 1, & k = n \\ 0, & k \neq n \end{cases} \quad (50)$$

– ronecker delta. The noise samples, as before, are centered, independent in different correlator responses, at different times and in two channels (real and imaginary components), with the same dispersion σ_u^2 .

Thus, a matrix of numbers $\dot{y}(k, n)$ is processed at the reception point. The matrix $\dot{y}(k, n)$ contains noise samples, and in each column of the matrix, one value contains the signal component of the response $\dot{h}(n)E_s$. The position of the response in the corresponding column (i.e., the row number) is determined by the transmitted symbol $d(n)$ at the corresponding time n (which coincides with the column number).

If there are N_d multipath components, the observation model will include N_d matrices of size $M \times N$:

$$\dot{y}_j(k, n) = \delta(k, d(n))\dot{h}_j(n)E_s + \dot{u}_j(k, n),$$

$$n=0, \dots, N-1, k=0, \dots, 2^m-1, j=1, \dots, N_d \quad (51)$$

The main goal of the article is to synthesize an algorithm for processing the received sample with simultaneous evaluation of channel coefficients $\dot{h}(n)$, making “hard” decisions regarding the transmitted symbols $d(n)$ and calculating the posterior probabilities discussed above.

The process $\dot{h}_j(n)$ is assumed to vary sufficiently slowly according to the Waterson channel model that a Kalman filter can be applied to refine maximum likelihood estimates of $\dot{h}(n)$ during preamble processing and subsequent extrapolation at the time of reception of data symbols.

In the absence of any information about the channel coefficients $\dot{h}(n)$, non-coherent demodulation can be performed by finding the maximum among the sum of the squares of the correlator responses at a fixed point in time according to (45), i.e.

$$\hat{d}(n) = \arg \max_{k=0, \dots, 2^m-1} \left(\sum_{j=1}^{N_d} |\dot{y}_j(k, n)|^2 \right). \quad (52)$$

Algorithm (52) is optimal for Rayleigh fading and for an unknown fading distribution if $\sigma_{A,j}^2$ are the same.

If channel coefficients $\dot{h}_j(n)$ are reliably known, the decision rule can be formulated in the form of a coherent demodulation algorithm according to (29)

$$\hat{d}(n) = \arg \max_{k=0, \dots, 2^m-1} \left(\operatorname{Re} \left(\sum_{j=1}^{N_d} \dot{y}_j(k, n)\dot{h}_j^*(n) \right) \right). \quad (53)$$

Thus, the values of $\dot{h}_j(n)$ have to be known in order to perform coherent demodulation that provides better noise immunity. Therefore, it is necessary to estimate channel coefficients $\dot{h}_j(n)$ during the demodulation process.

Algorithm for estimating channel coefficients using the maximum likelihood criterion

Additionally, the presence of a separate channel for measuring the coefficients $\dot{h}_j(n)$ for each multipath component is assumed in order to compare different processing options. At the output of the channel, we can observe

$$\dot{y}_{j, \text{measure}}(n) = \dot{h}_j(n)E_s + \dot{u}_{j, \text{measure}}(n), n=0, \dots, N-1, \quad (54)$$

where $\dot{u}_{j, \text{measure}}(n)$ is complex samples of Gaussian noise. Noise samples $\dot{u}_{j, \text{measure}}(n)$ are centered, the variance of the real and imaginary parts is the same as that of the samples $\dot{u}(k, n)$.

The maximum likelihood estimation of the channel coefficients using the measurement channel (54) is determined as

$$\hat{\dot{h}}_j(n) = \frac{\dot{y}_{j, \text{measure}}(n)}{E_s}, n=0, \dots, N-1 \quad (55)$$

The algorithm for estimating channel coefficients using a Kalman filter based on measurement channel data

The simplest dynamic model of change of the coefficients $\dot{h}(n)$ can be written as

$$\dot{h}_j(n) = \rho \dot{h}_j(n-1) + \dot{\xi}_j(n), \quad (56)$$

where ρ is a correlation coefficient of channel coefficients $\dot{h}_j(n)$ at adjacent points in time, $\dot{\xi}_j(n)$ is noise of a dynamic system with variance $\sigma_{\xi,j}^2$ (Gaussian centered, uncorrelated), and

$$\sigma_{\xi,j}^2 = (1 - \rho^2) \sigma_{A,j}^2, \quad (57)$$

where $\sigma_{A,j}^2$ is a variance of real and imaginary parts of $\dot{h}_j(n)$ for each $n=0, \dots, N-1$. The initial value of the channel coefficient $\dot{h}_j(0)$ is calculated as

$$\dot{h}_j(0) = \frac{\sigma_{A,j}}{\sigma_{\xi,j}} \dot{\xi}_j(0). \quad (58)$$

Using the measurement channel of channel gains (54) and the dynamic model (56), we can perform optimal filtering of the channel coefficients $\dot{h}_j(n)$ for each multipath component independently and then perform coherent demodulation according to (53) utilizing the obtained estimates.

The vector-matrix notations which are conventional to optimal filtering theory are introduced below

$$\mathbf{H} = E_s, \mathbf{F} = \rho, \quad (59)$$

– 1x1 matrices,

$$\mathbf{h}_{n,j} = \dot{h}_j(n), \mathbf{y}_{n,j} = \dot{y}_{j, \text{measure}}(n), \quad (60)$$

– complex vectors of size 1x1, depending on the moment of time $n=0, \dots, N-1, j=1, \dots, N_d$

$$\mathbf{Q}_j = \sigma_{\xi,j}^2, \mathbf{R} = \sigma_u^2, \quad (61)$$

– 1x1 matrices describing the variance of noise of the dynamic system and observations, respectively, $j=1, \dots, N_d$.

Then filtering the channel coefficients $\hat{h}_j(n)$ for each j -th multipath component is consist of performing the following sequence of actions.

Predicting the value of the channel coefficient estimation based on the dynamic model and the estimation obtained in the previous step

$$\hat{\mathbf{h}}_{n,j}^- = \mathbf{F}\hat{\mathbf{h}}_{n-1,j} \quad (62)$$

Prediction of the covariance (error) matrix of the channel coefficient estimation, based on the estimated value of the covariance (error) matrix of the channel coefficient estimation obtained in the previous step

$$\hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- = \mathbf{F}\hat{\mathbf{P}}_{n-1,j}^T \mathbf{F}^T + \mathbf{Q}_j \quad (63)$$

Calculating the Kalman filter gain matrix

$$\mathbf{K}_{n,j} = \hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- \mathbf{H}^T \left(\mathbf{H} \hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R} \right)^{-1} \quad (64)$$

Prediction of the expected observations at the current step

$$\hat{\mathbf{y}}_{n,j}^- = \mathbf{H}\hat{\mathbf{h}}_{n,j}^- \quad (65)$$

Refinement of the estimation by adding a weighted residual of observations to the previously predicted estimation value

$$\hat{\mathbf{h}}_{n,j} = \hat{\mathbf{h}}_{n,j}^- + \mathbf{K}_{n,j} \left(\mathbf{y}_{n,j} - \hat{\mathbf{y}}_{n,j}^- \right) \quad (66)$$

Updating the covariance (error) matrix of the channel coefficient estimation

$$\hat{\mathbf{P}}_{n,j} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{n,j} \mathbf{H} \right) \hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- \quad (67)$$

Initial conditions are

$$\hat{\mathbf{h}}_{0,j} = \hat{h}_j(0) = \frac{\dot{y}_{j,measure}(0)}{E_s} \quad (68)$$

– ML estimation of the channel coefficient $\hat{h}_j(0)$ at the initial moment of time,

$$\hat{\mathbf{P}}_{0,j} = \frac{\sigma_u^2}{E_s^2} \quad (69)$$

– the variance of ML estimation of the channel coefficient $\hat{h}_j(0)$ at the initial moment of time (real and imaginary components).

The algorithm for estimating channel coefficients using a Kalman filter based on data symbols

Filtering channel coefficients directly from the radiogram (radiogram includes preambles and data symbols) has its own points and features since data symbols are unknown in contrast with symbols of the preamble. As preamble symbols are known, using them allows selecting the correlator response, which contains the signal component at the current moment, from the observation matrix (49).

Filtering channel coefficients directly from the radiogram can be described using following sequence of steps.

Predicting the channel coefficient estimation based on the dynamic model and the estimation obtained in the previous step

$$\hat{\mathbf{h}}_{n,j}^- = \mathbf{F}\hat{\mathbf{h}}_{n-1,j} \quad (70)$$

Prediction of the covariance (error) matrix of the channel coefficient estimation, based on the estimated value of the covariance (error) matrix of the channel coefficient estimation obtained in the previous step

$$\hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- = \mathbf{F}\hat{\mathbf{P}}_{n-1,j}^T \mathbf{F}^T + \mathbf{Q}_j \quad (71)$$

Calculating the Kalman filter gain matrix

$$\mathbf{K}_{n,j} = \hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- \mathbf{H}^T \left(\mathbf{H} \hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R} \right)^{-1} \quad (72)$$

Prediction of the expected observations at the current step

$$\hat{\mathbf{y}}_{n,j}^- = \mathbf{H}\hat{\mathbf{h}}_{n,j}^- \quad (73)$$

If a symbol of preamble is processed, the observation values from a known row of the observation matrix are selected

$$\mathbf{y}_{n,j} = \dot{y}_j(d(n), n) \quad (74)$$

If a data symbol is processed, a decision is made using the predictive estimation of the channel coefficient according to (70) as

$$\hat{d}^-(n) = \arg \max_{k=0, \dots, 2^m-1} \left(\operatorname{Re} \left(\sum_{j=1}^{N_d} \dot{y}_j(k, n) \left(\hat{h}_j^-(n) \right)^* \right) \right), \quad (75)$$

$$\hat{h}_j^-(n) \equiv \hat{\mathbf{h}}_{n,j}^- \quad (75)$$

Then the appropriate measurement is selected in order to refine the estimation

$$\mathbf{y}_{n,j} = \dot{y}_j(\hat{d}^-(n), n) \quad (76)$$

Refinement of the estimation by adding a weighted residual of observations to the previously predicted estimation value

$$\hat{\mathbf{h}}_{n,j} = \hat{\mathbf{h}}_{n,j}^- + \mathbf{K}_{n,j} \left(\mathbf{y}_{n,j} - \hat{\mathbf{y}}_{n,j}^- \right) \quad (77)$$

Updating the covariance (error) matrix of the channel coefficient estimation

$$\hat{\mathbf{P}}_{n,j} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{n,j} \mathbf{H} \right) \hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- \quad (78)$$

The estimations of channel coefficients obtained according to (66) or (77) are used for coherent demodulation according to (53).

Comparison of noise immunity of signal processing algorithms

Using simulation, four different options for processing the observed sample without taking into account error-correcting coding have been compared:

- a coherent demodulation algorithm with known channel gains according to (53);
- a non-coherent demodulation algorithm with unknown channel gains according to (52);
- a coherent demodulation algorithm (52) taking into account the channel coefficient estimation according to (55) using the maximum likelihood method;

– a coherent demodulation algorithm with channel coefficient estimation $\hat{h}(n)$ using a Kalman filter based on preamble symbols and data symbols.

Figure 1 shows the symbol error rate (SER) in a single-path channel in case of estimating channel coefficients directly from radiogram symbols – from preamble symbols and from data symbols (taking into account decision-making on them).

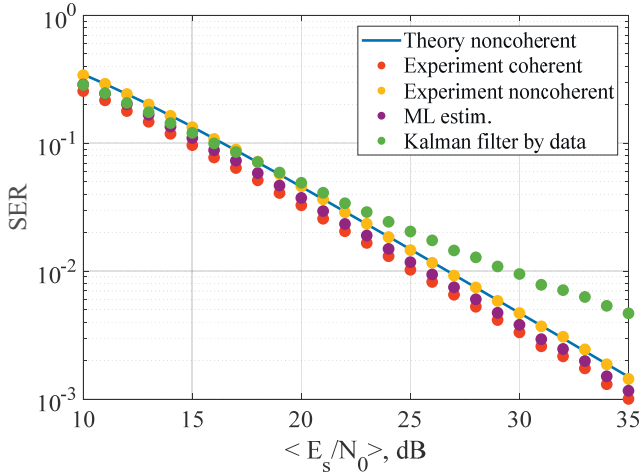


Fig. 1. SER, the estimation of channel coefficients obtained from preamble data symbols

The figure shows that the estimation of channel coefficients based on a radiogram significantly loses noise immunity of information reception due to errors in decision-making, which affect the quality of the estimation (which in turn affects the quality of decision-making on data symbols).

The Watterson channel coefficients are not ordinary Markov sequences, so their statistical properties do not correspond to first-order autoregression. Indeed, the correlation function of a Gaussian Markov process is described by an exponentially decaying function, whereas the Watterson channel model assumes a Gaussian function as the correlation function.

Thus, the model of the dynamic system used in the filtering algorithm does not match the channel model, which is a source of filtering errors [27]. Furthermore, first-order autoregression allows predicting the channel coefficient using only a single previous channel coefficient estimation. If the previous estimation deviates significantly from the true value due to an error in the data symbol, the quality of the current channel coefficient prediction based solely on this previous estimation will also be poor.

It can be concluded that the construction of autoregression model of a higher order is necessary in order to satisfy the Watterson channel model.

Formation of the autoregressive observation model and justification of its parameters

One of the options for making the dynamic model closer to the properties of a real process is to increase the order of autoregression to $N_{ar} > 1$, so that

$$\dot{h}_j(n) = \sum_{k=1}^{N_{ar}} \alpha_k \dot{h}_j(n-k) + \dot{\xi}_j(n), \quad (79)$$

where α_k are autoregression coefficients, N_{ar} is the order of autoregression.

To increase the convenience of mathematical description, we should switch to vector-matrix notation. We define the vectors of the current and previous states in the form of vectors of size $N_{ar} \times 1$:

$$\mathbf{h}_{n,j} = [\dot{h}_j(n), \dot{h}_j(n-1), \dots, \dot{h}_j(n-N_{ar}+1)]^T, \quad (80)$$

$$\mathbf{h}_{n-1,j} = [\dot{h}_j(n-1), \dot{h}_j(n-2), \dots, \dot{h}_j(n-N_{ar})]^T.$$

Hence, the dynamic model can be written as

$$\mathbf{h}_{n,j} = \mathbf{F}\mathbf{h}_{n-1,j} + \mathbf{e}_{n,j}, \quad (81)$$

where

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \alpha_{N_{ar}-1} & \alpha_{N_{ar}} \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (82)$$

is the matrix which size is $N_{ar} \times N_{ar}$,

$$\mathbf{e}_{n,j} = [\dot{\xi}_j(n), 0, 0, \dots, 0]^T, \quad (83)$$

is the vector which size is $N_{ar} \times 1$.

The coefficients α_k can be found through the solution of the Yule-Walker equation:

$$\mathbf{R}\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\rho}, \quad (84)$$

where

$$\boldsymbol{\rho} = [\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_{N_{ar}}]^T, \quad (85)$$

is the vector of correlation coefficients ρ_k between real (or imaginary) parts of $\dot{h}_j(n)$ and $\dot{h}_j(n-k)$,

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{N_{ar}}]^T, \quad (86)$$

is the vector of the required coefficients,

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{N_{ar}-2} & \rho_{N_{ar}-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{N_{ar}-3} & \rho_{N_{ar}-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{N_{ar}-4} & \rho_{N_{ar}-3} \\ \rho_3 & \rho_2 & \rho_1 & \dots & \rho_{N_{ar}-5} & \rho_{N_{ar}-4} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{N_{ar}-1} & \rho_{N_{ar}-2} & \rho_{N_{ar}-3} & \dots & \rho_1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (87)$$

is equation matrix.

The solution of the equation (84) can be obtained as

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\rho}. \quad (88)$$

Next, we will find the coefficients for the fourth-order autoregression for the Watterson channel. For simplicity, we assume that the magneto-ionic components are separated ideally, and the frequency shift can be neglected. So, the expression for the correlation function can be simplified to

$$C(\Delta t) = e^{-2\pi^2 \sigma_{sia}^2 (\Delta t)^2}, \quad (89)$$

and the spectral power density of the random process that models fading [23], respectively, to

$$S_c(\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{sia}} e^{-\frac{\nu^2}{2\sigma_{sia}^2}} \quad (90)$$

Thus, taking into account (89), it can be obtained that

$$\rho_k = C(kT_s) = e^{-2\pi^2 \sigma_{sia}^2 (kT_s)^2}. \quad (91)$$

Calculations can show that the autoregression that directly exploits coefficients calculated according to (87) – (91) is unstable, i.e., to an unstable IIR filter whose coefficients are the autoregression coefficients. This can be explained by the fact that the filter that provides an exact match between the square of its amplitude-frequency response (AFR) and (90) is not physically feasible. The AFR of such a filter is described by a Gaussian function, and, consequently, the impulse response is described by a Gaussian function that is not bounded on the abscissa.

Before forming the autoregressive model and calculating its coefficients, a model for calculating the channel coefficients in the form of a moving average should be developed. The coefficients in the model are a finite number of samples of the filter impulse response, providing a power spectral density of the generated random process close to (90).

Therefore, we can obtain that

$$\rho_k = \frac{\sum_{n=0}^{L-k} b_n b_{n+k}}{\sum_{j=0}^L b_j^2}, \quad (92)$$

where L is a number of mentioned coefficients (odd number), b_j , $j = 0, \dots, L$ – filter impulse response coefficients determined by the formula

$$b_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{S_c(\nu)} e^{j\nu(n-(L-1)/2)T_s} d\nu. \quad (93)$$

The coefficients b_j can also be obtained using frequency sampling algorithm by sampling the filter's frequency response $\sqrt{S_c(\nu)}$ in the frequency domain and calculating the inverse fast Fourier transform.

Thus, using (92), instead of (91), allows obtaining stable autoregressive models.

The autoregressive model allows calculating the variance of the dynamic system noise for the required variance of the observed channel coefficients at the autoregressive output (which deter-

mines the signal level and signal-to-noise ratio). Indeed, the autoregressive model can be represented as a recursive filter at the input of which is the noise of the dynamic system (see Fig. 2).

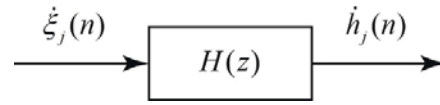


Fig. 2. Autoregressive model as a recursive filter

The transfer function of the filter and its complex frequency response are determined by the autoregressive coefficients, respectively, as

$$H(z) = \frac{1}{1 - \sum_{k=1}^{N_{ar}} \alpha_k z^{-k}}, \quad (94)$$

$$\dot{H}(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{1}{1 - \sum_{k=1}^{N_{ar}} \alpha_k e^{-j\hat{\omega}k}}, \quad (95)$$

where $\hat{\omega}$ is normalized frequency. Assuming the noise of the dynamic system to be white in the main frequency range and Gaussian, the variance of the noise can be written as (its real and imaginary parts)

$$\sigma_{\xi,j}^2 = \frac{N_{\xi 0,j}}{2} F_s, \quad (96)$$

where $\frac{N_{\xi 0,j}}{2}$ is two-sided spectral power density of the noise of the dynamic system $F_s = 1/T_s$ is the sampling rate, with which samples of channel coefficients are generated (equal to the bit rate).

The dispersion of the formed channel coefficients (real and imaginary parts) is determined by the expression

$$\begin{aligned} \sigma_{A,j}^2 &= \frac{N_{\xi 0,j}}{2} \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_s/2}^{\omega_s/2} |\dot{H}(e^{j\omega T_s})|^2 d\omega = \\ &= \frac{N_{\xi 0,j}}{2} F_s \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\dot{H}(e^{j\hat{\omega}})|^2 d\hat{\omega} = \\ &= \sigma_{\xi,j}^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\dot{H}(e^{j\hat{\omega}})|^2 d\hat{\omega} \end{aligned} \quad (97)$$

where $\omega_s = 2\pi F_s$.

Then the variance of the noise of the dynamic system for a given variance of the channel coefficients can be calculated using the formula

$$\sigma_{\xi,j}^2 = \sigma_{A,j}^2 \frac{2\pi}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\dot{H}(e^{j\hat{\omega}})|^2 d\hat{\omega}} \quad (98)$$

It should be noted that autoregression of order $q > 1$ has two advantages:

– predicting the next value of the filtered parameter $\hat{h}_j^-(n)$ is carried out using $q > 1$ previous estimations $\hat{h}_j^-(n-1)$, $\hat{h}_j^-(n-2)$, ..., $\hat{h}_j^-(n-q)$;

– the estimation of $\hat{h}_j^-(n)$ taking into account the refinement according to (66) (or (77)) is carried out sequentially according to $q > 1$ the measurements $\dot{y}_j(k, n)$, $\dot{y}_j(k, n+1)$, ..., $\dot{y}_j(k, n+q-1)$, where k is the number of the index of the decision made (or the preamble number).

The main disadvantage of this approach is the significant increase in computational complexity, due to the dimensions of the vectors and matrices included in the main expressions of the Kalman filter algorithm. However, it should be noted, that the computational complexity does not increase as much as might be expected. For example, in (64) and (72), the increase in the autoregressive order does not lead to the increase in the dimension of the inverted matrix. In the examples considered, (64) and (72) always invert a scalar, regardless of the autoregressive order. Matrices \mathbf{F} , \mathbf{H} and \mathbf{Q} have many zero elements (see example below), which simplifies the required matrix calculations.

Next, we consider an example of a fourth-order autoregression

$$\begin{aligned} \dot{h}_j(n) = & \alpha_1 \dot{h}_j(n-1) + \alpha_2 \dot{h}_j(n-2) + \alpha_3 \dot{h}_j(n-3) + \\ & + \alpha_4 \dot{h}_j(n-4) + \xi_j(n). \end{aligned} \quad (99)$$

The matrices required for the Kalman filter to operate are determined by the expressions:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = [E_s, 0, 0, 0] \quad (100)$$

$$\mathbf{Q}_j = \begin{pmatrix} \sigma_{\xi_j}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R} = \sigma_u^2 \quad (101)$$

Matrices (100)-(101) contain many zero values, which eliminates some arithmetic operations and reduces the computational complexity of the algorithm. The estimation of the computational complexity of the channel coefficient estimation algorithm will be provided next, taking all information the above into account.

Prediction of the estimation of the channel coefficient is conducted according to the formula

$$\hat{\mathbf{h}}_{n,j}^- = \mathbf{F} \hat{\mathbf{h}}_{n-1,j}^- = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{h}_j^-(n-1) \\ \hat{h}_j^-(n-2) \\ \hat{h}_j^-(n-3) \\ \hat{h}_j^-(n-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{h}_j^-(n) \\ \hat{h}_j^-(n-1) \\ \hat{h}_j^-(n-2) \\ \hat{h}_j^-(n-3) \end{pmatrix} \quad (102)$$

This requires only $2N_{ar}$ multiplications and $2(N_{ar}-1)$ additions to calculate the coefficient $\hat{h}_j^-(n)$, taking into account the complexity of the coefficients and the real nature of the factors α_k , $k=1, \dots, N_{ar}$. We do not count multiplications by units.

The prediction of the covariance (error) matrix is determined by the formula

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- = & \mathbf{F} \hat{\mathbf{P}}_{n-1,j}^- \mathbf{F}^T + \mathbf{Q}_j = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \\ & \times \hat{\mathbf{P}}_{n-1,j}^- \begin{pmatrix} \alpha_1 & 1 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & 0 & 1 & 0 \\ \alpha_3 & 0 & 0 & 1 \\ \alpha_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{\xi_j}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

This requires N_{ar}^2 multiplications and $N_{ar}(N_{ar}-1)$ additions for multiplying $\mathbf{F} \hat{\mathbf{P}}_{n-1,j}^-$, and, then, N_{ar}^2 multiplications and $N_{ar}(N_{ar}-1)$ additions for multiplying by \mathbf{F}^T , and just one addition when summing with \mathbf{Q}_j . Finally, $2N_{ar}^2$ multiplications, $2N_{ar}(N_{ar}-1)+1$ additions are demanded. It should be mentioned, that the complexity of the product of matrices does not grow cubically with their size, as it is in the general, but quadratically.

We will consider the computational complexity of calculating the matrix of Kalman filter gain coefficients

$$\mathbf{K}_{n,j} = \hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}$$

in parts.

The product of $\hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- \mathbf{H}^T$ requires only N_{ap} multiplications due to the form of \mathbf{H} (see (100)). The product of $\mathbf{H} \hat{\mathbf{P}}_{n,j}^- \mathbf{H}^T$ is equal to $E_s^2 \hat{P}_{n,j}^-(1,1)$, so only one multiplication is needed since square of signal energy E_s^2 can be calculated in advance. Thus, the expression in brackets before the inversion is a scalar, and its calculation requires only one multiplication and one addition. So, the computationally expensive matrix inversion is eliminated. Instead of it, a single scalar inversion is performed.

Prediction of the expected observations at the current step is calculated as

$$\hat{\mathbf{y}}_{n,j}^- = \mathbf{H} \hat{\mathbf{h}}_{n,j}^-$$

It demands 2 multiplications (taking into account that vectors are complex).

Refining the estimation using the formula

$$\hat{\mathbf{h}}_{n,j} = \hat{\mathbf{h}}_{n,j}^- + \mathbf{K}_{n,j} (\mathbf{y}_{n,j} - \hat{\mathbf{y}}_{n,j}^-)$$

requires $2N_{ar}$ multiplications and $2N_{ar}+2$ additions.

Also, the computational complexity of covariance (error) matrix of the channel coefficient estimation

$$\hat{\mathbf{P}}_{n,j} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{n,j} \mathbf{H}) \hat{\mathbf{P}}_{n,j}^-$$

should be considered. The product of $\mathbf{K}_{n,j} \mathbf{H}$ requires N_{ap} multiplications. Calculation of the $(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{n,j} \mathbf{H})$ demands N_{ar} additions. The result of $(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{n,j} \mathbf{H})$ leads to the matrix

$$(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{n,j} \mathbf{H}) = \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_2 & 1 & 0 & 0 \\ \beta_3 & 0 & 1 & 0 \\ \beta_4 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (103)$$

where β_k , $k = 1, \dots, N_{ar}$ has values different from one or zero. The product of (103) and matrix $\hat{\mathbf{P}}_{n,j}^-$ requires N_{ar}^2 multiplications and $N_{ar}(N_{ar} - 1)$ additions.

Finally, the total number of computational operations (multiplications R_{prod} and additions R_{sum}) with real numbers are

$$R_{prod} = 3N_{ar}^2 + 5N_{ar} + 3, \quad (104)$$

$$R_{sum} = 3N_{ar}^2 + 2N_{ar} + 2. \quad (105)$$

Thus, the computational complexity of the algorithm of the channel coefficient estimation is proportional to $3N_{ar}^2$ and grows quadratically with the autoregressive order, rather than cubically, as might be expected with matrix multiplication. The time-consuming matrix inversion operation is eliminated; instead, it is replaced by scalar inversion.

Figure 3 shows graphs of the number of arithmetic operations plotted using formulas (104) and (105). Figure 4 shows the increase in computational complexity versus the increase in the autoregressive order by one unit. For example, a value of ~ 1.6 for $N_{ar} = 4$ means that increasing the autoregressive order from 3 to 4 lead to the increase in computational complexity by a factor of ~ 1.6 , i.e., by approximately 60%.

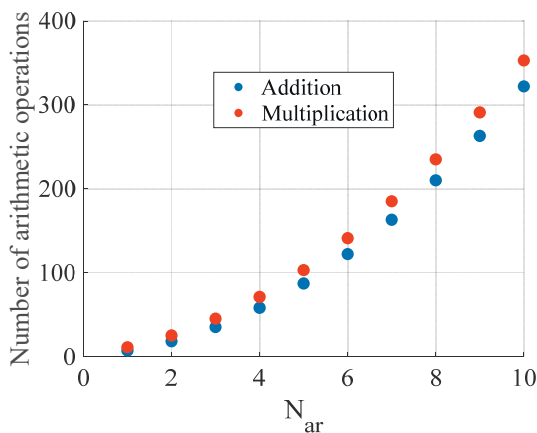


Fig. 3. Number of arithmetic operations

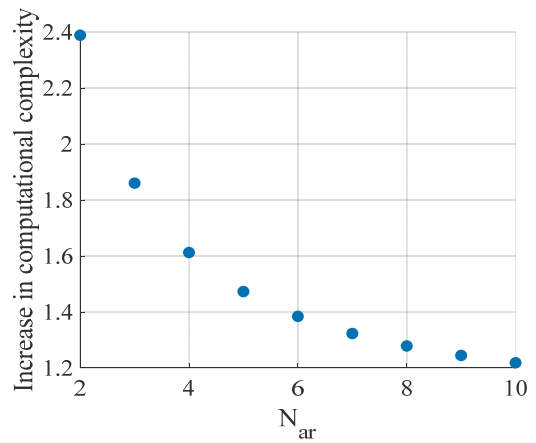


Fig. 4. The increase in computational complexity

Figures 5-7 shows graphs of the symbol error rate before the decoder when processing a radiogram which is used in the modem prototype [5]. It can be seen that estimating the channel coefficients using a Kalman filter based on data with third-order autoregression does not provide better noise immunity than estimating the channel coefficients using the maximum likelihood method based on the measurement channel.

Using higher-order autoregressions (4th and higher) provides better noise immunity than the ML estimator at low signal-to-noise ratios. However, 5th- and 6th-order autoregressions demonstrate nearly identical noise immunity.

As the SNR level increases, noise immunity decreases and becomes worse than for ML estimations. This stems from the factor that the gain from filtering decreases dramatically since the error in the resulting estimations caused by errors in decision making regarding data symbols.

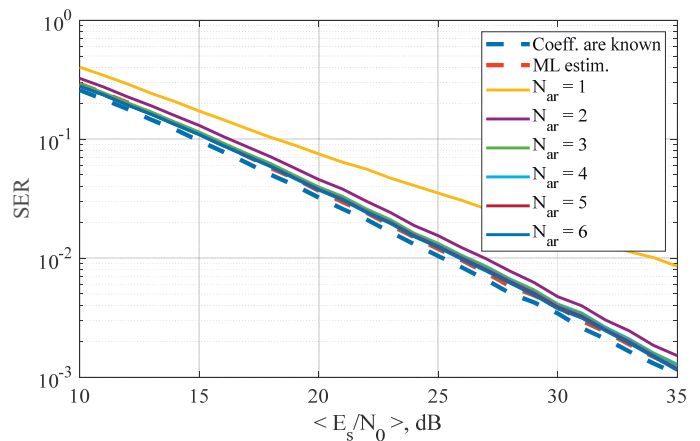


Fig. 5. Symbol error rate, Watson channel coefficients are estimated by filters with different order of autoregression

The difference in SNR for identical noise immunity between 3rd- and 4th-order autoregressions at low SNRs is approximately 0.2 dB and 0.1 dB at high SNRs. The similar difference between 4th- and 6th-order autoregressions. It is less than 0.1 dB and approximately 0.25 dB.

The proportion of correctly received radiograms after decoding the code words of the NB-LDPC code versus the autoregression length N_{ap} is shown in Figure 8, and the estimation of the bit error rate is shown in Figure 8. The difference in SNR with the

same noise immunity (the proportion of correctly received blocks is about 0.95, BER between 0.001 and 0.01) between the autoregressions of the 3rd and 4th orders is from 0.3 dB to 0.5 dB. Between the autoregressions of the 4th, 5th and 6th orders, the difference is insignificant.

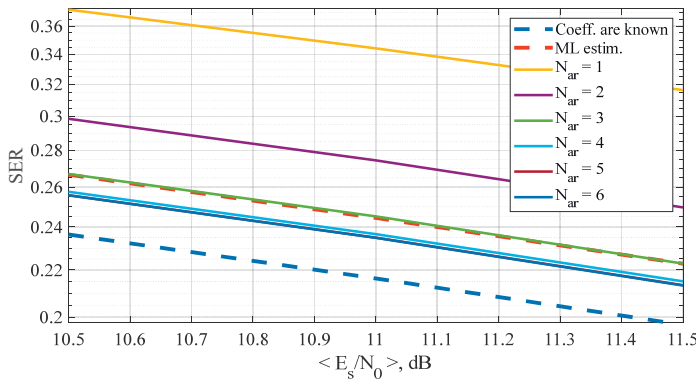


Fig. 6. Symbol error rate for low SNR, Watson channel coefficients are estimated by filters with different order of autoregression

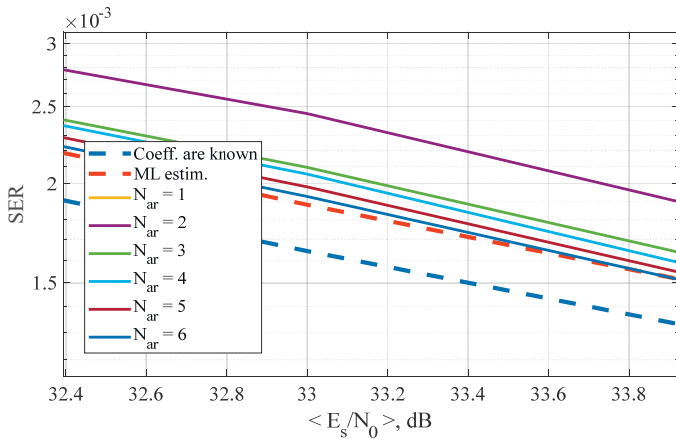


Fig. 7. Symbol error rate for high SNR, Watson channel coefficients are estimated by filters with different order of autoregression

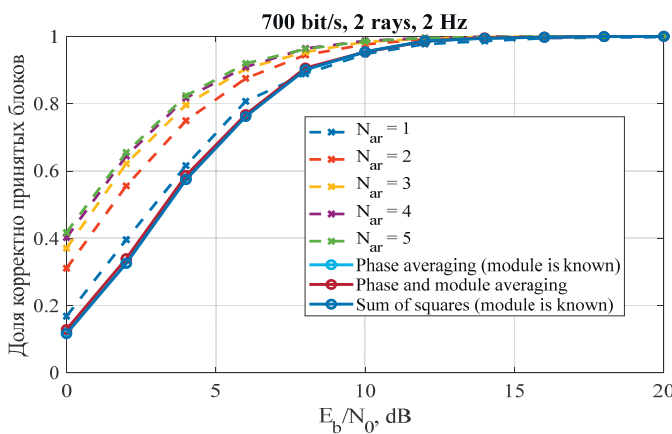


Fig. 8. The proportion of correctly received radiograms, different types of autoregression, the Doppler spread is 2.0 Hz

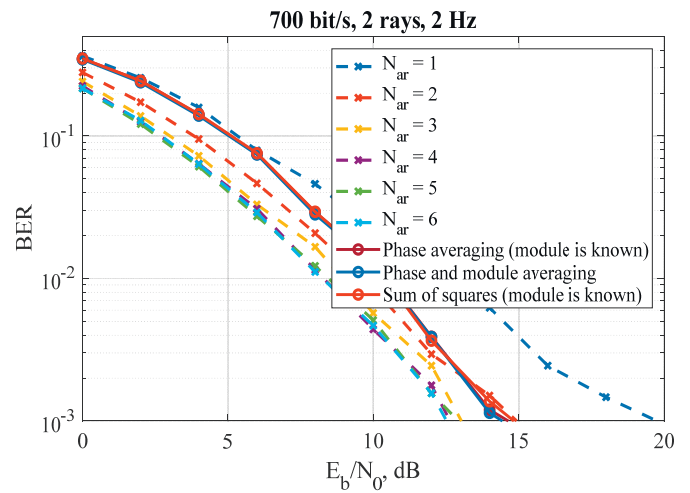


Fig. 9. Bit error rate, different types of autoregression, the Doppler spread is 2.0 Hz

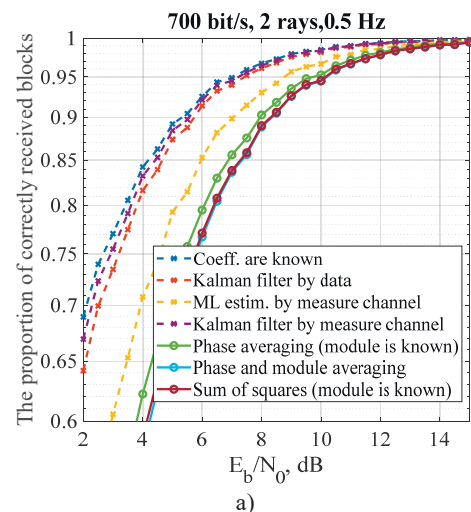
The obtained results indicate that increasing the autoregressive coefficient above the fourth order does not provide a significant increase in noise immunity, but increases computational complexity by 47%.

Therefore, for further research and application, we will use the Kalman filter with a fourth-order autoregression model.

Estimation of the noise immunity of algorithms for coherent processing of non-binary wideband signal-code structures

Figures 10-12 show the noise immunity curves for processing a radiogram implemented in the modem prototype [5] for two different Doppler spread (0.5 and 2.0 Hz) in a dual-beam ionospheric channel.

The indicators of the quality of noise immunity are the proportion of correctly received radiograms (code blocks), the bit error rate, and the symbol error rate.



a)

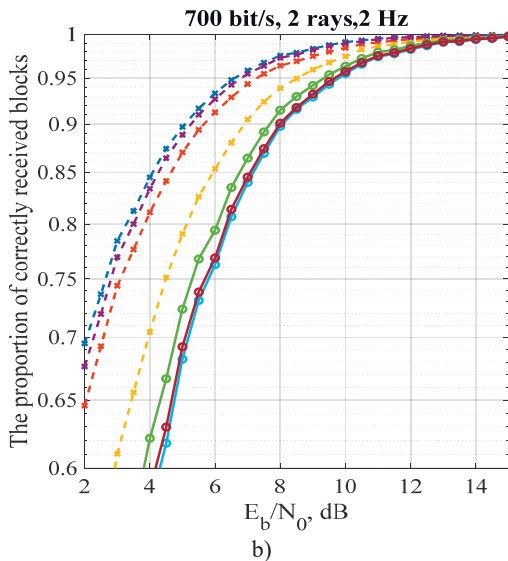


Fig. 10. The proportion of correctly received blocks, Doppler spread is 0.5 Hz (a) and 2.0 Hz (b)

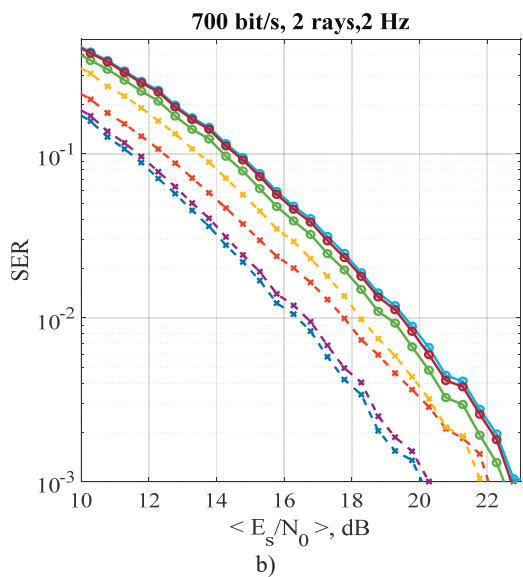
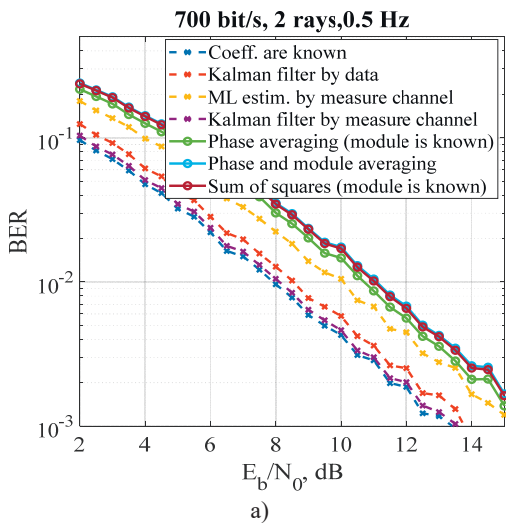
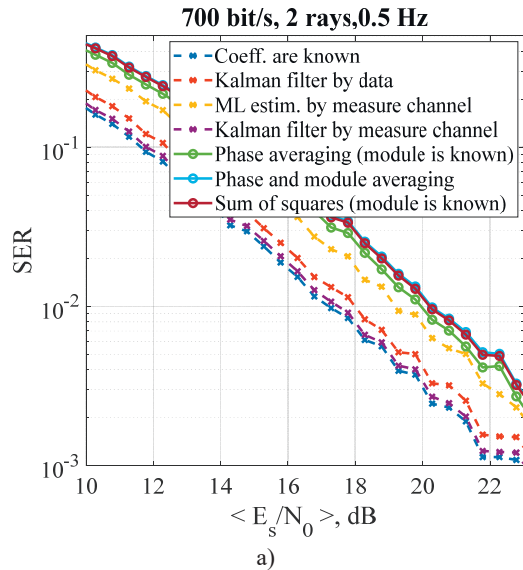


Fig. 12. Symbol error rate, Doppler spread is 0.5 Hz (a) and 2.0 Hz (b)

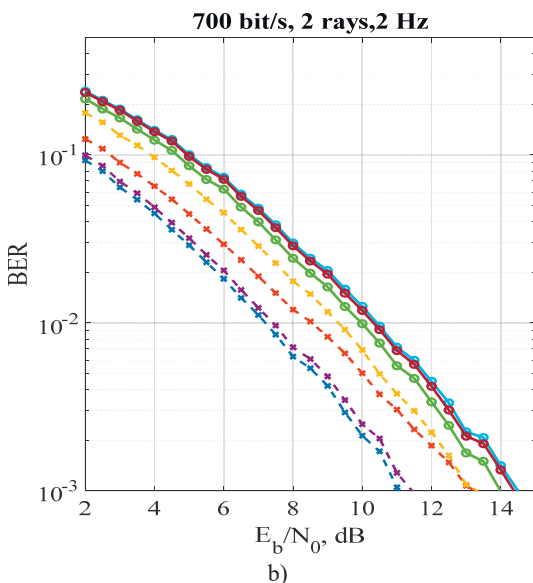


Fig. 11. Bit error rate, Doppler spread is 0.5 Hz (a) and 2.0 Hz (b)

Radiogram processing has been performed using non-coherent algorithms, generating posterior probabilities taking into account (38), (43), (46), and the coherent algorithm. For the coherent algorithm, various values of channel coefficients were used: known values, values obtained via the measurement channel, values obtained via the measurement channel and processed by the Kalman filter, and values obtained by processing radiogram samples by the Kalman filter (based on the preamble and data).

A comparison of the noise immunity curves shows that the coherent processing algorithm with Kalman filtering on the data provides an energy gain of about 2.4 dB compared to the quadratic addition algorithm, which is implemented in the modem prototype [5], at a level of the proportion of correctly received blocks of 0.98 and a Doppler spread is 0.5 Hz. A similar benefit is observed if we analyze the graphs of the bit and symbol error rates (if the same SNR is taken as the starting point for the coherent algorithm as for the proportion of correctly received blocks). For faster fading (Doppler spread is 2.0 Hz), the energy gain is 1.7 dB according to the graphs demonstrating the proportion of correctly received blocks and 1.5 dB according to the graphs of the error rates.

Conclusion

The article considers algorithms for processing wideband non-binary signal-code structures under conditions of partial or complete a priori uncertainty regarding the channel coefficients for each multipath component of the received signal.

Expressions are obtained for calculating the posterior probabilities for each variant of a non-binary symbol, taking into account multipath signal propagation under the following conditions:

- precise knowledge of the channel coefficients for each multipath component;
- averaging over the initial phase of the multipath components, assuming their uniform distribution;
- averaging over the phase and absolute value of the channel coefficients, assuming a Rayleigh distribution of absolute values;
- averaging only over the absolute value of the channel coefficients, given a known initial phase;
- quadratic addition of the multipath components with known absolute values of the channel coefficients (the variant implemented in the modem prototype [5]).

The algorithm has been developed for coherent processing of radiograms transmitted by wideband non-binary signal-code structures. This algorithm uses estimations of channel coefficients for each multipath component provided by the Kalman filter that works on radiogram preambles and transmitted data symbols (with corresponding decision-making).

To conduct comparative noise immunity assessments and validate key aspects of the algorithm, coherent reception options are also considered, in which channel coefficients are estimated using the maximum likelihood method on a separate available measurement channel and additional processing of these estimations by the Kalman filter. In real applications, a separate measurement channel is not available.

The example of radiograms from a modem model has shown that the first-order autoregression is insufficient for receiving radiograms with noise immunity comparable to the levels achievable using maximum likelihood estimations of channel coefficients.

To improve the noise immunity, a higher-order autoregressive model has been constructed based on the Waterson ionospheric channel model by solving the Yule-Walker equation. Evaluation of the noise immunity and algorithm complexity for optimal filtering with increasing autoregressive order under dual-beam ionospheric channel conditions have shown that a fourth-order autoregressive model is sufficient. Increasing the autoregressive order beyond fourth does not significantly improve noise immunity, but increases computational complexity by 47%.

The noise immunity estimations for the developed algorithm have been obtained in the form of curves representing the proportion of correctly received radiograms and the symbol and bit error rates versus the average signal-to-noise ratio in a two-beam ionospheric channel. A comparison of the noise immunity shows that the coherent processing algorithm with Kalman filtering utilizing data provides the energy gain of about 2.4 dB compared to the quadratic addition algorithm, which is implemented in the modem prototype at a level of the proportion of correctly received blocks equal to 0.98 and a Doppler spread is 0.5 Hz. The similar level of the benefit is observed in the analysis of the graphs of the bit and symbol error rates (if the same SNR as for the proportion of cor-

rectly received blocks is chosen as the starting point for the coherent algorithm). For faster fading (Doppler spread is 2.0 Hz), the energy gain is 1.7 dB according to the graphs of the proportion of correctly received blocks and 1.5 dB according to the graphs of the error rates.

Thus, the developed algorithm provides an energy gain of up to 2.4 dB compared to known, implemented analogs.

References

1. E. Khabibulina, "The Ministry of Digital Development, Communications and Mass Media and the Ministry of Industry and Trade have proposed revising the project for a single communications operator in the Arctic", *Forbes*, Nov. 14, 2023. [Online]. Available: <https://www.forbes.ru/tekhnologii/500374-minicifry-i-minpromtorg-predlozili-dorabotat-proekt-edinogo-operatora-svazi-v-arktike>
2. E.M. Lobov, V.I. Lipatkin, E.O. Lobova, and D.S. Chirov, "The results of the development of a computationally efficient algorithm for joint detection of signals and estimation of their parameters in conditions of a wideband ionospheric channel," *Digital signal processing*, 2024, no. 2, pp. 11-18.
3. V. O. Varlamov, "Methodology for determining the error correction code rate of the HF range digital voice radio link", *T-Comm*, 2025, vol. 19, no.2, pp. 23-30. doi: 10.36724/2072-8735-2025-19-2-23-30.
4. E.M. Lobov, N.A. Kandaurov, E.O. Lobova, V.I. Lipatkin, D.N. Shubin and V.O. Varlamov, "Modern methods of processing broadband signals of radio communication lines under conditions of dispersion distortions in the Earth's ionosphere," *Thesis of the XXVIII All-Russian Open Scientific Conference*, Yoshkar-Ola, May 16-19, 2023, pp. 43-50, 2023.
5. Scientific and technical report "A study into the possibility of constructing covert radio links for voice transmission in the frequency range from 1.5 MHz to 30 MHz", Moscow. MTUCI. 2023, 185 p. (In Russian)
6. E.M. Lobov, D.N. Shubin, "Research of noise immunity of signal-code construction based on family of orthogonal wideband phase-keying signals and non-binary ldpc-code for communication through ionosphere channel", *DSPA*, 2016, vol. 6, no. 3, pp. 533-537.
7. E.M. Lobov, I.S. Kosilov, N.A. Kandaurov, B.A. Elskov "The performance estimation method of the signal-code structures based on wideband orthogonal signals family and non-binary LDPC-code in the ionosphere CHANNEL," *T-Comm*, 2014, vol. 8, no.8, pp. 55-59.
8. E.M. Lobov, N.A. Kandaurov, I.S. Kosilov, "Method of wideband complex signal-code structures performance evaluating with simulation under ionospheric channel", *REDS: Telecommunications systems and information*, 2014, vol. 4, no. 2, pp. 108-112.
9. K.E. Baddour, N.C. Beaulieu, "Autoregressive modeling for fading channel simulation", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 4, no. 4, pp. 1650-1662, July 2005, doi: 10.1109/TWC.2005.850327.
10. Jain R. Kalman, "Filter Based Channel Estimation," *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*. Vol. 3, Issue 4, 2014, pp. 277-282.
11. L. Lindbom, A. Ahlen, M. Sternad, M. Falkenstrom, "Tracking of time-varying mobile radio channels. II. A case study", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 1, pp. 156-167, Jan. 2002, doi: 10.1109/26.975781.
12. M. McGuire, M. Sima, "Low-order Kalman filters for channel estimation", *2005 IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing*, 2005., Victoria, BC, Canada, 2005, pp. 352-355, doi: 10.1109/PACRIM.2005.1517298.
13. R. Parseh, K. Kansanen, "Diversity Effects in Kalman Filtering Over Rayleigh Fading Channels", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 63, no. 23, pp. 6329-6342, Dec.1, 2015, doi: 10.1109/TSP.2015.2464196.
14. A. Abdaoui, H. Vu-thien, C. Goutelard, A. A. Bouallegue, "Kalman based SISO equalizer for HF ionospheric channel", *Proceedings of*

the 3rd IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (IEEE Cat. No.03EX795), Darmstadt, Germany, 2003, pp. 526-530, doi: 10.1109/ISSPIT.2003.1341174.

15. F. Arikan, O. Arikan, "Adaptive tracking of narrowband HF channel response", *Radio Science*, vol. 38, no. 6, pp. 16-1-16-9, Dec. 2003, doi: 10.1029/2003RS002879.

16. R. A. Safaya, "Multipath Channel Estimation Algorithm using a Kalman filter: Master's thesis", *Illinois Institute of Technology*. Chicago, 1997, p. 81.

17. N.E. Poborchaya, "Development of effective methods and algorithms for estimation of communication channel parameters under conditions of a priori uncertainty: author's thesis", Doctor of Engineering Science: 05.12.04. M., 2021, 397 p.

18. N.E. Poborchaya, E.O. Lobova, "Kalman filter use analysis in signal detection procedure in system with MIMO and direct conversion receiver", *H&ES Research*. 2022. Vol. 14. No. 2, pp. 4-9, doi: 10.36724/2409-5419-2022-14-2-4-9.

19. N.E. Poborchaya, A.V. Pestryakov, "Synthesis and analysis of the signal distortion estimation algorithm for the MIMO systems under the conditions of prior uncertainty", *T-Comm*, 2019, vol. 13, no.10, pp. 13-20. (in Russian)

20. V. O. Varlamov, N. A. Kandaurov, E. O. Lobova, E. M. Lobov, "Comparison of the quality of optimal filtering of the slope of the dispersion characteristic by the stratonovich filter and the unscented kalman filter", *T-Comm*, 2023, vol. 17, no.1, pp. 12-19, doi: 10.36724/2072-8735-2023-17-1-12-19.

21. E.O. Lobova, V.O. Varlamov, E. M. Lobov, "Comparison of optimal filtering algorithms of the channel dispersion slope and the signal

phase shift", *Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications*. 2023. Vol. 6, No. 1, pp. 235-239, doi: 10.1109/SYNCHROINFO57872.2023.10178533.

22. E. M. Lobov, E. O. Lobova, V. O. Varlamov, "Synthesis of the Optimal Dispersion Slope and Phase Joint Filtering Algorithm for the Broadband Signal in the Ionospheric Radio Channel", *Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*. 2023. Vol. 6, No. 1, pp. 283-287, doi: 10.1109/IEEE-CONF56737.2023.10092032.

23. C. Watterson, J. Juroshek, W. Bensema, "Experimental Confirmation of an HF Channel Model", *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. 18, no. 6, pp. 792-803.

24. L.M. Fink, "Discrete message transmission theory," 2nd edition, revised and supplemented. Moscow: Sov. Radio, 1970, 728 p.

25. B.R. Levin, "Theoretical bases of static radio engineering," Moscow: Sov Radio, 1966, 728 p.

26. B.R. Levin, "Theoretical foundations of statistical radio engineering," In three volumes. Book two. 2nd edition, revised and supplemented. Moscow: Sov. Radio, 1975, 392 p.

27. A.I. Solonina, D.A. Ulahovich, S.M. Arbuzov, E.B. Solovyova, "Osnovi cifrovoy obrabotki signalov" Basics of digital signal processing, 2 Edition, SPB, 2005, pp. 589-620, 768 p.

28. O.V. Varlamov, "Organization of single frequency DRM digital radio broadcasting networks. Features and results of practical tests," *T-Comm*. 2018. vol. 12, no.11, pp. 4-20.

29. O.V. Varlamov, V.O. Varlamov, A.V. Dolgopyatova, "DRM broadcasting international network to create an information field in the Arctic region," *T-Comm*. 2019. vol. 13, no.9, pp. 9-16.

АЛГОРИТМ КОГЕРЕНТНОЙ ОБРАБОТКИ ШИРОКОПОЛОСНЫХ НЕДВОИЧНЫХ СИГНАЛЬНО-КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ РЕЧИ В ДЕКАМЕТРОВОМ РАДИОКАНАЛЕ

Варламов Владимир Олегович, Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия,

varlamov@srd.mtuci.ru

Лобов Евгений Михайлович, Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия,

e.m.lobov@mtuci.ru

Аннотация

В настоящей статье приводятся результаты разработки алгоритма когерентной обработки широкополосных недвоичных ортогональных сигнально-кодowych конструкций для передачи речи в дециметровом радиоканале. Приводится структура радиограммы, включающая в себя символы преамбулы и символы данных с учетом ограничений на длину сообщения при передаче речи в реальном масштабе времени. В качестве сигналов, используется ансамбль ортогональных широкополосных фазоманипулированных сигналов. Используемый помехоустойчивый код - недвоичный код с низкой плотностью проверок на четность, размерность поля Галуа которого согласована с числом сигналов в упомянутом ансамбле. Декодирование проводится алгоритмом распространения доверия, который предполагает вычисление апостериорных вероятностей по каждому варианту возможного переданного символа с учетом наблюдений. В статье приведены аналитические выражения для вычисления указанных вероятностей с учетом многолучевого распространения сигнала, при условии разделения лучей без их взаимного влияния, а также с учетом различной априорной неопределенности относительно комплексных коэффициентов передачи канала для каждого луча. Предполагается три варианта априорной информации: полностью известные комплексные коэффициенты передачи канала, неизвестный фазовый сдвиг коэффициентов передачи канала или неизвестный фазовый сдвиг и уровень коэффициентов передачи канала. Дополнительно рассматривается четвертый, широко используемый вариант квадратичного сложения лучей. При когерентной обработке комплексные коэффициенты передачи канала предполагаются известными или измеренными

каким-либо образом. В статье рассматривается несколько вариантов измерения комплексных коэффициентов передачи канала: по отдельному каналу измерений методом максимального правдоподобия и с использованием фильтра Калмана, который в одном варианте работает по данным отдельного канала измерения, в другом варианте - по символам преамбулы и по символам данных радиограммы с обратной связью по решениям относительно символов данных. С использованием модели Вотерсона ионосферного канала в статье обосновывается порядок авторегрессии фильтра Калмана с позиции сложности алгоритма и достижимой помехоустойчивости. Приводятся кривые помехоустойчивости алгоритмом когерентной обработки с использованием фильтра Калмана и алгоритмов некогерентной обработки. Оценивается соответствующей энергетический выигрыш.

Ключевые слова: декаметровый диапазон, недвоичные ортогональные сигнально-кодовые конструкции, широкополосный сигнал, фильтр Калмана, апостериорные вероятности

Литература

1. Минцифры и Минпромторг предложили доработать проект единого оператора связи в Арктике [Электронный ресурс] // Форбс: [сайт]. URL: <https://www.forbes.ru/tekhnologii/500374-mincifry-i-minpromtorg-predlozili-dorabotat-proekt-edinogo-operatora-svazi-v-arktike> (дата обращения: 01.09.2025).
2. Лобов Е.М., Липаткин В.И., Лобова Е.О., Чиров Д.С. Результаты разработки вычислительно эффективного алгоритма совместного обнаружения сигналов и оценивания их параметров в условиях широкополосного ионосферного канала // Цифровая обработка сигналов. 2024. № 2. С. 11-18. EDN LWJDYS.
3. Варламов В.О. Методика определения скорости помехоустойчивого кода цифровой голосовой радиолнии ДКМВ диапазона // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Т. 19, № 2. С. 23-30. DOI 10.36724/2072-8735-2025-19-2-23-30. EDN GWRXQI.
4. Лобов Е.М., Кандауров Н.А., Лобова Е.О. и др. Современные методы обработки широкополосных сигналов радиолний связи в условиях дисперсионных искажений в ионосфере Земли // Распространение радиоволн : Сборник докладов XXVIII Всероссийской открытой научной конференции, Йошкар-Ола, 16-19 мая 2023 г. Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2023. С. 43-50. EDN XBZDWE.
5. Исследование возможности построения скрытных радиолний для передачи речи в диапазоне частот от 1,5 МГц до 30 МГц // Отчет о НИР, МТУСИ, 2023, 185 с.
6. Лобов Е.М., Шубин Д.Н. Исследование помехоустойчивости сигнально-кодовых конструкций на основе семейства ортогональных шумоподобных фазоманипулированных сигналов и недвоичного LDPC-кода для передачи информации через ионосферный радиоканал // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2016. Т. 6. № 3. С. 533-537.
7. Лобов Е.М., Кандауров Н.А., Косилов И.С., Елсуков Б.А. Метод определения помехоустойчивости сложных сигнально-кодовых конструкций на основе семейства широкополосных ортогональных сигналов и недвоичного LDPC-кода в условиях ионосферного канала // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. №8, 2014. С. 55-59.
8. Лобов Е.М., Кандауров Н.А., Косилов И.С. Метод определения с помощью имитационного моделирования помехоустойчивости сложных широкополосных сигнально-кодовых конструкций в условиях ионосферного канала // REDS: Телекоммуникационные устройства и системы. 2014. Т. 4. № 2. С. 108-112.
9. Baddour K.E., Beaulieu N.C. Autoregressive modeling for fading channel simulation // IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 4, no. 4, pp. 1650-1662, July 2005, doi: 10.1109/TWC.2005.850327.
10. Jain R. Kalman Filter Based Channel Estimation // International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT). Vol. 3, Issue 4, 2014, pp. 277-282.
11. Lindbom L., Ahlen A., Sternad M., Falkenstrom M. Tracking of time-varying mobile radio channels. II. A case study // IEEE Transactions on Communications, vol. 50, no. 1, pp. 156-167, Jan. 2002, doi: 10.1109/26.975781.
12. McGuire M., Sima M. Low-order Kalman filters for channel estimation // 2005 IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing, 2005., Victoria, BC, Canada, 2005, pp. 352-355, doi: 10.1109/PACRIM.2005.1517298.
13. Parseh R., Kansanen K. Diversity Effects in Kalman Filtering Over Rayleigh Fading Channels // IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 63, no. 23, pp. 6329-6342, Dec. 1, 2015, doi: 10.1109/TSP.2015.2464196.
14. Abdaoui A., Vu-thien H., Goutelard C., Bouallegue A.A. Kalman based SISO equalizer for HF ionospheric channel // Proceedings of the 3rd IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (IEEE Cat. No.03EX795), Darmstadt, Germany, 2003, pp. 526-530, doi: 10.1109/ISSPIT.2003.1341174.
15. Arikani F., Arikani O. Adaptive tracking of narrowband HF channel response // Radio Science, vol. 38, no. 6, pp. 16-1-16-9, Dec. 2003, doi: 10.1029/2003RS002879.

16. Safaya R.A. Multipath Channel Estimation Algorithm using a Kalman filter: Master's thesis. Illinois Institute of Technology. Chicago, 1997, p. 81.
17. *Поборчая Н.Е.* Разработка эффективных методов и алгоритмов оценивания параметров канала связи в условиях априорной неопределенности : специальность 05.12.04 "Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения" : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Поборчая Наталья Евгеньевна, 2021. 397 с. EDN VQQWPU.
18. *Поборчая Н.Е., Лобова Е.О.* Анализ использования фильтра Калмана в процедуре детектирования сигнала в системе с MIMO и приемником прямого преобразования // Научные технологии в космических исследованиях Земли. 2022. Т. 14, № 2. С. 4-9. DOI 10.36724/2409-5419-2022-14-2-4-9. EDN JDZLZU.
19. *Поборчая Н.Е., Пестряков А.В.* Синтез и анализ алгоритмов оценки искажений сигнала в системе с MIMO в условиях априорной неопределенности // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Том 13. №10. С. 13-20.
20. *Варламов В.О., Кандауров Н.А., Лобова Е.О., Лобов Е.М.* Сравнение качества оптимальной фильтрации наклона дисперсионной характеристики фильтром Стратоновича и сигма-точечным фильтром Калмана // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Т. 17, № 1. С. 12-19. DOI 10.36724/2072-8735-2023-17-1-12-19. EDN ROHOSI.
21. *Lobova E.O., Varlamov V.O., Lobov E.M.* Comparison of optimal filtering algorithms of the channel dispersion slope and the signal phase shift // Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications. 2023. Vol. 6, No. 1, pp. 235-239. DOI 10.1109/SYN-CHROINFO57872.2023.10178533. EDN LFVYBB.
22. *Lobov E.M., Lobova E.O., Varlamov V.O.* Synthesis of the Optimal Dispersion Slope and Phase Joint Filtering Algorithm for the Broadband Signal in the Ionospheric Radio Channel // Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. 2023. Vol. 6, No. 1, pp. 283-287. DOI 10.1109/IEEECONF56737.2023.10092032. EDN YRJGTN.
23. *Watterson C., Juroshek J., Bensema W.* Experimental Confirmation of an HF Channel Model // IEEE Transactions on Communication Technology, vol. 18, no. 6, pp. 792-803.
24. *Финк Л.М.* Теория передачи дискретных сообщений Изд. 2-е, переработанное, дополненное. М.: Сов. Радио, 1970. 728 с.
25. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. Книга 1. М.: Советское радио, 1966. 728 с.
26. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. Книга 2. М.: Советское радио, 1975. 392 с.
27. *Солонина А.И., Улахович Д.А., Арбузов С.М., Соловьева Е.Б.* Основы цифровой обработки сигналов. 2-е изд. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 753 с.
28. *Варламов О.В.* Организация одночастотных сетей цифрового радиовещания стандарта DRM. Особенности и результаты практических испытаний // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Том 12. №11. С. 4-20. EDN: YQNCWT
29. *Варламов О.В., Варламов В.О., Долгопятова А.В.* Международная сеть DRM вещания для создания информационного поля в Арктике // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Том 13. №9. С. 9-16. EDN: CHEXOK

Информация об авторах:

Варламов Владимир Олегович, ассистент кафедры "Радиотехнические системы", Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, 0000-0003-1607-9166

Лобов Евгений Михайлович, профессор кафедры "Радиотехнические системы", Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, 0000-0002-4165-9421