



Издательский дом

МЕДИА ПАБЛИШЕР

## Научный журнал "Т-Соm: Телекоммуникации и транспорт"

Журнал включен в перечень периодических научных изданий, рекомендуемый ВАК Минобразования России для публикации научных работ, отражающих основное научное содержание кандидатских и докторских диссертаций

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-55956.

Дата выдачи: 07 ноября 2013 г.

Язык публикации: русский, английский.

Территория распространения:

Российская Федерация, зарубежные страны

Тираж: 1000 экз.

Периодичность выхода: 12 номеров в год

Стоимость одного экземпляра: 1000 руб.

Плата с аспирантов за публикацию рукописи не взимается

Предпечатная подготовка:

ООО "ИД Медиа Паблишер"

Мнения авторов не всегда совпадают с точкой зрения редакции.  
За содержание рекламных материалов редакция ответственности не несет

Материалы, опубликованные в журнале — собственность  
ООО "ИД Медиа Паблишер". Перепечатка, цитирование,  
дублирование на сайтах допускаются только с разрешения издателя

© ООО "ИД Медиа Паблишер", 2024

Адрес редакции и издателя

111024, Россия, Москва, ул. Авиамоторная,  
д. 8, стр. 1, офис 323

e-mail: t-comm@media-publisher.ru

Тел.: +7 (495) 957-77-43

Адрес типографии

Москва, ул. Складочная, д. 3, корп. 6

Индексация журнала:

Ulrich's Periodicals Directory; EBSCO; elibrary.ru (РИНЦ)  
Google Scholar; CyberLeninka (Open Science);

Bielefeld Academic Search Engine (BASE); OCLC WorldCat;  
Registry of Open Access Repositories (ROAR)

Journal is registered by Federal Service for monitoring compliance  
with cultural heritage protection law

ISSN 2072-8743 (Online) ISSN 2072-8735 (Print)

Media Registration Certificate

PI No. FS77-55956. Date of issue: November 7, 2013

Publication language: Russian, English.

Distribution Territory: Russian Federation, foreign countries

All articles and illustrations are copyright. All rights reserved.

No reproduction is permitted in whole or part without the express consent of  
Media Publisher Joint-Stock Company

© "Media Publisher", 2024

Editorial and Publisher Address

111024, Russia, Moscow, Aviamotornaya str. 8, bloc 1, office 323

e-mail: t-comm@media-publisher.ru.

Tel.: +7 (495) 957-77-43

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ МЕДИА ПАБЛИШЕР

(495) 957-77-43  
(926) 218-82-43  
info@media-publisher.ru



ПОЛНЫЙ ЦИКЛ ПОДГОТОВКИ КНИГ, ПЕРИОДИЧЕСКИХ  
ИЗДАНИЙ И РЕКЛАМНОЙ ПРОДУКЦИИ

ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ЛИТЕРАТУРНОЕ  
И ТЕХНИЧЕСКОЕ РЕДАКТИРОВАНИЕ

ВЫСОКОКАЧЕСТВЕННАЯ ОФСЕТНАЯ И ЦИФРОВАЯ ПЕЧАТЬ

[www.media-publisher.ru](http://www.media-publisher.ru)

# T - С о m

Телекоммуникации и транспорт  
ТОМ 18. №2-2024

Дата выхода: 25.02.2024 г.

Журнал включен в перечень периодических научных изданий, рекомендуемых ВАК Минобрзования России для публикации научных работ, отражающих основное научное содержание кандидатских и докторских диссертаций

## Учредитель

ООО "Издательский дом Медиа Паблишер"

Главный редактор  
Тихвинский Валерий Олегович

Издатель  
Дымкова Светлана Сергеевна  
ds@mediapublisher.ru

## Редакционная коллегия

Аджемов Артём Сергеевич  
(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Анютин Александр Павлович  
(д.ф.-м.н., профессор, член программного и оргкомитетов WSEAS), Россия, Мексика

Бугаев Александр Степанович  
(академик РАН), Россия

Вааль Альберт  
(д.т.н., старший научный сотрудник Ганноверского университета им. Лейбница на кафедре коммуникационной техники), Германия

Варламов Олег Витальевич  
(д.т.н., в.н.с. МТУСИ), Россия

Головачев Юлиус  
(управляющий консультант Detecon International GmbH), Германия

Гребенников Андрей Викторович  
(Sumitomo Electric Europe), Великобритания

Данилов Владимир Григорьевич  
(д.ф.-м.н., профессор МИЭМ, НИУ ВШЭ), Россия

Дулкейтс Эрик  
(д.т.н., старший исполнительный директор корпорации Detecon), Силиконовая долина, США

Елизаров Андрей Альбертович  
(д.т.н., профессор МИЭМ, НИУ ВШЭ), Россия

Ибрагимов Байрам  
(д.т.н., профессор Азербайджанского технического университета, АзТУ), Азербайджан

Корбетт Ровэлл  
(д.т.н., директор по исследованиям в научно-исследовательском центре China Mobile Research Institute, профессор университета Назарбаева), Гон-Конг (Китай), США

Кузовкова Татьяна Алексеевна  
(д.э.н., декан экономического факультета МТУСИ), Россия

Нырков Анатолий Павлович  
(д.т.н., профессор, ГУМРФ им. адмирала С.О. Макарова), Россия

Омельянов Георгий Александрович  
(д.ф.-м.н., Университет де Сонора, факультет математики, Эрмосильо), Мексика

Самойлов Александр Георгиевич  
(д.т.н., профессор Владимирского государственного университета им. А.Г. и Н.Г. Столетовых), Россия

Сысоев Николай Николаевич  
(д.ф.-м.н., декан физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова), Россия

Чирев Денис Сергеевич  
(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Шаврин Сергей Сергеевич  
(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Шарп Майлз  
(д.э.н., Европейский институт стандартизации – ETSI), Великобритания

Яшина Марина Викторовна  
(д.т.н., профессор, МТУСИ), Россия

# СОДЕРЖАНИЕ

## СВЯЗЬ

Нетес В.А.

Отказы по общей причине и их влияние на устойчивость сетей и систем связи

4

## ЭЛЕКТРОНИКА. РАДИОТЕХНИКА

Дворников С.С.

Модифицированные конструкции сигналов квадратурной модуляции с трансформированными фазовыми диаграммами

10

Кухаренко А.С.

Способ расчета диаграммы направленности антенной решетки на основе излучателей магнитного типа

24

Фан Тuan Ань, Логвинов В.В.

Анализ свойств синхронного усилителя на автогенераторе по схеме колпичка с помощью системы дифференциальных уравнений

31

## ИНФОРМАТИКА

Карасев Д.Н., Соколов С.В., Решетникова И.В., Северин А.А.

Аппаратное решение задачи стохастической робастной дискретной фильтрации

44

## ПУБЛИКАЦИИ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ

## ЭЛЕКТРОНИКА. РАДИОТЕХНИКА

Богачков И.В.

Построение многоканальных волноводных систем распределения энергии для микроволнового нагрева на основе волноводных тройников с удлинением плеч при минимальном рассогласовании на входе

51

## ТРАНСПОРТ

Евреенова Н.Ю., Калинин К.А.

Моделирование перемещения пассажиропотоков и оптимизация параметров коммуникационных путей

58

# CONTENT

## COMMUNICATIONS

Netes V.A.

Common cause failures and their impact on the stability  
of communication networks and systems

4

## ELECTRONICS. RADIO ENGINEERING

Dvornikov S.S.

Justification of the empirical expression for assessing  
the noise immunity of quadrature modulation signals

10

Kukharenko A.S.

Method for calculating the radiation pattern of an antenna  
array based on magnetic type radiators

24

Phan Tuan Anh, Logvinov V.V.

Using a system of differential equations to analyse properties  
of the synchronous amplifier based on the colpitts oscillator  
scheme

31

## COMPUTER SCIENCE

Karasev D.N., Sokolov S.V., Reshetnikova I.V., Severin A.A.

Hardware solution to the problem of stochastic robust  
discrete filtering

44

## PUBLICATIONS IN ENGLISH

## ELECTRONICS. RADIO ENGINEERING

Bogachkov I.V.

Constructing of multichannel waveguide energy distribution  
systems for the microwave heating based on T-junctions  
with elongated shoulders with minimal input mismatch

51

## TRANSPORT

Evreenova, N.Yu., Kalinin K.A.

Modelling of passenger flows movement and optimization  
of communication ways parameters

58

**T - C o m m**  
Telecommunications and transport  
**Volume 18. No. 2-2024**

Release date: 25.02.2024

The journal is included in the list of scientific  
publications, recommended Higher Attestation  
Commission Russian Ministry of Education for the  
publication of scientific works, which reflect the basic  
scientific content of candidate and doctoral theses.

**Founder:** "Media Publisher", Ltd.

**Publisher:** Svetlana S. Dymkova  
ds@media-publisher.ru

**Editor in Chief:** Dr. Valery O. Tikhvinskiy

**Editorial board**

**Artem S. Adzhemov**

Doctor of sciences, Professor MTUCI, [Russia](#)

**Alexander P. Anyutin**

Doctor of sciences, Professor, member of the program  
and organizing committee WSEAS, [Russia, Mexico](#)

**Alexander S. Bugaev**

Academician of the RAS, [Russia](#)

**Corbett Rowell**

Full Professor: Electronic & Electrical Engineering  
Nazarbayev University, [Hong Kong \(China\), USA](#)

**Denis S. Chirov**

Doctor of sciences, MTUCI, [Russia](#)

**Vladimir G. Danilov**

Doctor of sciences, Professor MIEM, HSE, [Russia](#)

**Eric Dulkeyts**

Ph.D., chief executive officer of the corporation Detecon, [USA](#)

**Julius Golovachyov**

Managing Consultant Detecon International GmbH, [Germany](#)

**Andrey Grebennikov**

Ph.D., Sumitomo Electric Europe, [United Kingdom](#)

**Bayram Ibrahimov**

Ph.D., Professor of Azerbaijan Technical University (AzTU),  
[Azerbaijan](#)

**Tatyana A. Kuzovkova**

Doctor of sciences, MTUCI, [Russia](#)

**Anatoliy P. Nyrkov**

Doctor of sciences, Professor of Admiral Makarov State University  
of Maritime and Inland Shipping, [Russia](#)

**Georgii A. Omel'yanov**

Doctor of sciences, Universidad de Sonora,  
Department of Mathematics, Hermosillo, [Mexico](#)

**Alexander G. Samoilov**

Doctor of sciences, VLSU, [Russia](#)

**Michael Sharpe**

PhD, European Standards Institute – ETSI, [United Kingdom](#)

**Sergey S. Shavrin**

Doctor of sciences, MTUCI, [Russia](#)

**Nikolai N. Sysoev**

Doctor of sciences, Dean of the Faculty of Physics  
of Moscow State University Lomonosov, [Russia](#)

**Oleg V. Varlamov**

Doctor of sciences, MTUCI, [Russia](#)

**Albert Waal**

Ph.D., Senior Research Fellow University of Hanover. Leibniz  
at the Department of Communications Technology, [Germany](#)

**Marina V. Yashina**

Doctor of sciences, Professor MTUCI, [Russia](#)

**Andrey A. Yelizarov**

Doctor of sciences, Professor MIEM, HSE, [Russia](#)

# ОТКАЗЫ ПО ОБЩЕЙ ПРИЧИНЕ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА УСТОЙЧИВОСТЬ СЕТЕЙ И СИСТЕМ СВЯЗИ

DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-2-4-9

**Manuscript received** 10 January 2024;  
**Accepted** 14 February 2024

**Нетес Виктор Александрович,**  
 Московский технический университет связи  
 и информатики, Москва, Россия,  
[v.a.netes@mtuci.ru](mailto:v.a.netes@mtuci.ru)

**Ключевые слова:** устойчивость, надежность,  
 живучесть, вероятностные показатели, зависимые  
 отказы, отказы по общей причине, расчет надежности

Для количественной оценки свойств надежности и живучести, совместно составляющих устойчивость сетей и систем связи, часто используются вероятностные показатели. К их числу относятся, в частности, коэффициент готовности и коэффициент оперативной готовности. При расчетах таких показателей обычно предполагается, что отказы отдельных элементов системы независимы. Это существенно упрощает расчет, однако зачастую такое предположение не соответствует реальности. Дело в том, что могут существовать причины (например, неблагоприятные внешние воздействия, ошибки персонала и др.), которые будут приводить к отказам сразу нескольких элементов системы. Это так называемые отказы по общей причине. В статье описано влияние таких отказов на надежность и живучесть сетей и систем связи. Особенно важен их анализ и учет в случаях, когда необходимо обеспечить высокую надежность и живучесть, поскольку такие отказы существенно снижают эффект от резервирования, обычно применяемого в подобных случаях. Показано, что игнорирование зависимости отказов может приводить к очень грубым ошибкам: истинная вероятность отказа системы может оказаться в десятки, а то и в сотни раз больше расчетной. Предложен метод, позволяющий учитывать отказы по общей причине при расчетах вероятностных показателей, который применим для сложных систем, структура которых не сводится к комбинациям последовательных и параллельных соединений элементов. В его основе лежит известный метод ортогонализации или объединения простых путей с учетом эффекта поглощения. Предложенный метод иллюстрируется примерами.

#### Информация об авторе:

Нетес Виктор Александрович, д.т.н., профессор, кафедра "Сети связи и системы коммутации", Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия

#### Для цитирования:

Нетес В.А. Отказы по общей причине и их влияние на устойчивость сетей и систем связи // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №2. С. 4-9.

#### For citation:

Netes V.A. (2024). Common cause failures and their impact on the stability of communication networks and systems. *T-Comm*, vol. 18, no.2, pp. 4-9. (in Russian)

## Введение

1. Одним из важнейших требований, предъявляемых к системам связи, является обеспечение их устойчивого функционирования. В соответствии с российскими стандартами (ГОСТ Р 53111-2008. Устойчивость функционирования сети связи общего пользования. Требования и методы проверки и ГОСТ Р 70409-2022. Эксплуатация сети связи общего пользования в целях обеспечения целостности и устойчивого функционирования) устойчивость понимается как совокупность двух свойств: надежности и живучести. Надежность характеризует устойчивость к внутренним дестабилизирующем факторам в нормальных условиях эксплуатации, а живучесть – устойчивость к внешним дестабилизирующим воздействиям природного и техногенного характера, выходящим за пределы нормальных условий эксплуатации. Эти два свойства и соотношения между ними были детально рассмотрены и проанализированы в монографии [1].

Для количественной оценки надежности и живучести используются различные показатели (ГОСТ Р 53111-2008) [1], многие из которых имеют вероятностный характер. Расчет таких показателей для больших сетей представляет собой весьма сложную задачу. Поэтому при ее решении часто делаются некоторые предположения, упрощающие расчет. Одним из них является допущение, что отказы отдельных элементов системы независимы между собой. Однако такое предположение далеко не всегда оправданно, и пренебрежение зависимостью между отказами элементов может приводить к грубым ошибкам в оценке показателей надежности и живучести.

Принято выделять два типа зависимости между отказами элементов в системе. В первом случае отказ одного элемента приводит к отказу другого элемента или группы элементов. Такие отказы часто называют каскадными. Во втором случае отказы нескольких элементов обусловлены какой-либо одной общей причиной и возникают одновременно или с небольшой разницей во времени. Их называют отказами по общей причине (ООП). Данная статья посвящена рассмотрению именно таких отказов.

В международном терминологическом стандарте по надежности [2] ООП (common cause failures) определяются как отказы нескольких объектов, вызванные одной причиной, которые в противном случае считались бы независимыми друг от друга. Несколько более подробное определение ООП приведено в российском стандарте [3]: отказы различных объектов, возникающие вследствие одного события (отказа, ошибки персонала, внешнего или внутреннего воздействия), которые без рассмотрения причин считались бы независимыми. ООП определены также в ряде других международных и российских стандартах, обзор и критический анализ этих определений приведен в [4].

Учет ООП является обязательным при проведении вероятностного анализа безопасности [5]. Он применяется в различных отраслях, в первую очередь, в атомной энергетике. Это установлено международными и отечественными нормативными документами в этой области. Для анализа ООП разработан целый ряд математических моделей, краткое описание которых приведено в [5, 6]. В частности, наиболее простой и широко используемой является так называемая модель бета-фактора. В ней предполагается, что для всех

элементов отношение вероятности ООП к полной (общей) вероятности отказа элемента одинаково (этот параметр обозначается греческой буквой  $\beta$ , давшей название модели), и ООП означает отказ сразу всех элементов.

К сожалению, в отрасли связи вопросы анализа ООП проработаны и стандартизированы в гораздо меньшей степени. Зачастую их возможность вообще игнорируется, что может приводить к серьезным ошибкам. В частности, ООП обязательно должны учитываться при оценке живучести, поскольку, как указано в ГОСТ Р 53111-2008, наибольшую угрозу для устойчивости сети электросвязи представляют источники внешних дестабилизирующих факторов пространственного действия, которые могут в течение небольших интервалов времени привести к нарушению работоспособности группы пространственно разнесенных элементов сети электросвязи. Такими источниками природного характера являются, например, крупномасштабные стихийные бедствия: землетрясения, наводнения, ураганы и т.п. Несмотря на это, там же в (ГОСТ Р 53111-2008) для оценки живучести предложен метод, предполагающий независимость отказов элементов сетей связи. Отметим попутно, что сложность, а то и невозможность, сколько-нибудь достоверной оценки вероятностей возникновения подобных событий, их масштабов и ущерба от них вообще делают нецелесообразным использование вероятностных показателей для оценки живучести сетей связи [7].

Для оценки надежности сетей и систем связи традиционно применяются вероятностные показатели, в первую очередь, коэффициент готовности (ГОСТ Р 53111-2008) [3]. При этом учет ООП также может быть весьма важен, особенно в ситуациях, когда требуется обеспечить сверхнадежную связь [8]. Дело в том, что для достижения высокой надежности, как правило, применяются различные виды резервирования, а ООП существенно снижают эффект от его применения [5] (об этом специально сказано в примечании к термину ООП в стандарте [2]). Более подробно это обстоятельство будет рассмотрено и объяснено ниже.

### Влияние зависимости отказов на надежность систем

Первой работой, в которой исследовалось влияние статистической зависимости между отказами элементов на надежность системы, была [9]. В ней было установлено, что если элементы системы подвергаются одинаковым внешним воздействиям, влияющим на их работоспособность (температура, давление, влажность, вибрация и т.п.), то возникает зависимость между отказами элементов, игнорирование которой приводит к погрешностям при оценке надежности системы. При этом для последовательной системы такая оценка надежности оказывается заниженной (т.е. истинная надежность будет выше), а для параллельной системы – завышенной (т.е. истинная надежность будет ниже).

Иногда этот факт для последовательной системы интерпретируют так: ООП повышают надежность такой системы. Однако такая формулировка ошибочна, поскольку никакие отказы, в том числе ООП, не могут повысить надежность. Более подробно эта и другие типичные ошибки, связанные с ООП, проанализированы в [4].

Во второй половине 1960-х годов в работах ряда зарубежных авторов появилось понятие ассоциированных случайных величин, которое стало применяться для отражения

## СВЯЗЬ

зависимости отказов элементов системы. С ним можно ознакомиться в монографии [10] (в ее русском переводе такие случайные величины названы связанными).

В определении ассоциированных случайных величин используется понятие ковариации. Для двух случайных величин  $X$  и  $Y$  их ковариация определяется формулой

$$\text{cov}(X, Y) = E[(X - EX)(Y - EY)] = E(XY) - EX \cdot EY,$$

где  $E$  – математическое ожидание. Если  $X$  и  $Y$  – независимые случайные величины, то  $E(XY) = EX \cdot EY$ , поэтому  $\text{cov}(X, Y) = 0$  (обратное, вообще говоря, неверно). Случайные величины  $X_1, \dots, X_n$  называются ассоциированными (связанными), если для любых пар функций  $f$  и  $g$  от  $n$  переменных, возрастающих по каждой из них,

$$\text{cov}[f(X_1, \dots, X_n), g(X_1, \dots, X_n)] \geq 0.$$

Понятие ассоциированных случайных величин оказалось весьма удачным, оно получило дальнейшее развитие и стало использоваться не только в теории надежности, но и в других областях, в частности в физике и математике.

При анализе надежности систем рассматриваются бинарные случайные величины – индикаторы состояний элементов:  $X_i = 1$ , если  $i$ -й элемент работоспособен,  $X_i = 0$ , если  $i$ -й элемент неработоспособен ( $i = 1, \dots, n$ , где  $n$  – число элементов системы). Во многих практических случаях индикаторы состояний элементов являются скорее не независимыми, а ассоциированными (связанными) случайными величинами [10]. В частности, это справедливо при наличии ООП. Как доказано в [10], во всех таких случаях имеет место установленный в [9] факт. Именно, оценка вероятности работоспособности системы последовательно включенных элементов в предположении их независимости, в то время как на самом деле они статистически связаны, является заниженной по сравнению с истинным значением; аналогичная оценка для параллельной системы оказывается завышенной.

Приведем объяснение причин этих свойств. При наличии статистической связности состояний элементов факт работоспособности некоторого элемента системы повышает вероятности работоспособности остальных элементов, факт отказа какого-то элемента повышает вероятности отказов остальных элементов. Для последовательной системы важно первое обстоятельство, поскольку для работоспособности такой системы необходима работоспособность всех ее элементов. С другой стороны, поскольку для отказа последовательной системы достаточно отказа только одного элемента, то отказы других элементов не ухудшают ситуацию. Поэтому вероятность работоспособности последовательной системы оказывается выше, чем она была бы при независимости элементов. В случае параллельной системы имеет место обратная ситуация. Для ее работоспособности достаточно работоспособности какого-то одного элемента, а для отказа необходимо, чтобы отказали все элементы, поэтому решающую роль играет второе обстоятельство. Поэтому вероятность работоспособности параллельной системы оказывается ниже, чем она была бы при независимости элементов.

Параллельная система – это система с нагруженным резервом, и указанный факт как раз и свидетельствует об отмеченном выше снижении эффекта от применения резерви-

рования при наличии ООП, причем увеличение кратности резервирования, как правило, не улучшает ситуацию. При этом игнорирование зависимости отказов может приводить к очень грубым ошибкам. Численные примеры для параллельной системы [4] показывают, что оценка вероятности отказа без учета ООП может оказаться в сотни раз меньше истинной! Это обстоятельство подчеркивает важность учета ООП в расчетах надежности, особенно в ситуациях, когда к надежности предъявляются высокие требования [8].

### Учет ООП при расчете надежности

В начале 1970-х годов при оценке надежности трактов передачи данных, для которых требовалось обеспечить высокую надежность, стали учитывать возможность одновременных отказов различных каналов связи [11, 12]. Для них использовался термин «коррелированные отказы». Учет таких отказов осуществлялся путем преобразования структурной схемы рассматриваемой системы, в которую вводились условные элементы, представляющие коррелированные отказы.

В простейших случаях введение условных элементов, представляющих ООП, не представляет особых затруднений. Это относится, например, к параллельной системе, в которой общие причины могут приводить к отказам сразу всех элементов (подобные примеры есть в [4, 5, 8]). Однако в более сложных ситуациях могут возникать неприводимые схемы расчета надежности, т.е. такие, которые не сводятся к комбинациям простейших последовательных и параллельных соединений. Далее рассмотрен такой пример.

Пусть для организации высоконадежной связи между пунктами А и В используются три параллельных канала, т.е. имеет место нагруженное резервирование. При этом первый и второй каналы независимы, а третий канал на участке, примыкающем к пункту А, проходит в той же магистрали, что и первый канал, а на участке, примыкающем к пункту В, – в той же магистрали, что и второй канал (рис. 1а). Отказы магистралей, например вызванные обрывами кабеля, приводят к отказам всех каналов в них. Таким образом, в рассматриваемой системе возможны одновременные отказы пар каналов 1 и 3, 2 и 3. Соответствующая схема расчета надежности приведена на рис. 1б.

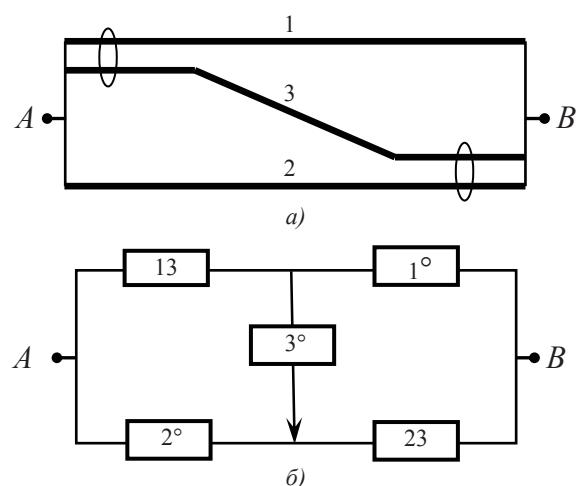


Рис. 1. Система из трех параллельных каналов:  
а – схема прохождения каналов; б – схема расчета надежности

На ней условные элементы 1°, 2° и 3° обозначают индивидуальные отказы каналов 1, 2 и 3 соответственно, а элементы 13 и 23 – одновременные отказы пар каналов 1 и 3, 2 и 3. В получившейся схеме все элементы будут уже независимыми, однако она оказывается неприводимой. Это так называемая мостиковая схема. Более того, в ней приходится вводить ориентацию, что показано на рисунке стрелкой. Это необходимо для учета того, что между точками А и В возможен путь 13–3°–23, соответствующий третьему каналу, но невозможен путь 2°–3°–1°.

Для расчета надежности таких систем удобно использовать метод объединения простых путей с учетом эффекта поглощения или ортогонализации [13]. Преимущество данного метода состоит в том, что он порождает положительные слагаемые, число которых равно числу путей, в то время как в рекомендованном в ГОСТ Р 53111-2008 методе полного перебора путей, основанном на формуле включения-исключения, число слагаемых с увеличением числа путей возрастает экспоненциально, а сумма является знакопеременной. Тот факт, что все слагаемые положительные дает возможность, взяв несколько первых слагаемых, т.е. ограничившись неполной суммой, получить гарантированную нижнюю оценку вероятности работоспособности системы.

Применяющаяся в методе ортогонализации последовательность действий описана ниже в пп. 1-4. При этом используются введенные выше индикаторы состояний элементов системы  $X_i$ , которые можно рассматривать с двух точек зрения. Во-первых, как логические (булевы) переменные, принимающие значения «истина» (1) и «ложь» (0), над которыми возможны логические (булевы) операции: конъюнкция (логическое «и»), дизъюнкция (логическое «или») и отрицание (логическое «не»). Во-вторых, просто как числа 1 и 0, над которыми производятся арифметические операции: сложение, вычитание и умножение. Первый способ удобен для записи условий работоспособности системы, а второй – для расчетов вероятностных показателей надежности (это будет видно из приведенных ниже примеров).

1. Перечисляются все простые пути, т.е. минимальные множества элементов, работоспособность каждого из которых обеспечивает работоспособность всей системы. В рассматриваемом примере их три: 13–1°, 2°–23, 13–3°–23.

2. Условие работоспособности системы записывается через индикаторы состояний элементов виде суммы несущественных (ортогональных) событий, выражющих работоспособность или неработоспособность простых путей:

$$\phi = X_{13}X_{1^\circ} + \overline{X_{13}X_{1^\circ}} \cdot X_{2^\circ}X_{23} + \overline{X_{13}X_{1^\circ}} \cdot \overline{X_{2^\circ}X_{23}} \cdot X_{13}X_{3^\circ}X_{23}$$

(чертка означает отрицание). Смысл этой формулы таков: система работоспособна, если работоспособен 1-й путь, либо 1-й путь неработоспособен, но работоспособен 2-й путь, либо 1-й и 2-й пути неработоспособны, но работоспособен 3-й путь. Ортогональность рассматриваемых при этом событий позволяет записать их дизъюнкцию просто в виде арифметической суммы.

В теории надежности функцию  $\phi(X_1, \dots, X_n)$ , выражающую зависимость состояния системы от состояний ее элементов, обычно называют структурной функцией [10, 13], поскольку она фактически характеризует структуру рассматриваемой системы.

3. Каждое из слагаемых в полученном в п. 2 выражении приводится к бесповторной форме, т.е. такой, в которой каждая из переменных  $X_i$  может присутствовать не более одного раза. Для этого используются следующие правила, справедливые для логических переменных:

$$\overline{xy} \cdot x = \overline{yx}, \quad \overline{x} \cdot \overline{xy} = \overline{x}, \quad \overline{xy} \cdot \overline{xz} = \overline{xyz}.$$

Первое правило выражает тот факт, что если некоторый элемент  $x$  работоспособен, то он не может быть причиной неработоспособности содержащего его пути. Второе правило выражает обратный факт: если элемент  $x$  неработоспособен, то обязательно будет неработоспособен и любой содержащий его путь. Третье равенство не столь очевидно, как первые два, оно может быть получено путем применения дистрибутивного закона  $xy \vee xz = x(y \vee z)$ , законов де Моргана для логических операций (отрицание конъюнкции есть дизъюнкция отрицаний, отрицание дизъюнкции есть конъюнкция отрицаний) и закона двойного отрицания.

Применяя указанные правила к записанному в п. 2 выражению для структурной функции, представим ее в виде суммы бесповторных форм:

$$\phi = X_{13}X_{1^\circ} + \overline{X_{13}X_{1^\circ}} \cdot X_{2^\circ}X_{23} + \overline{X_{13}X_{1^\circ}} \cdot \overline{X_{2^\circ}X_{23}} \cdot X_{13}X_{3^\circ}X_{23}.$$

4.

5. Для нахождения вероятности работоспособности системы в полученное в п. 3 выражение вместо каждой из переменных  $X_i$  подставляется вероятность работоспособности соответствующего элемента  $p_i$ , а операция отрицания заменяется взятием дополнения до единицы:

$$P = p_{13}p_{1^\circ} + (1 - p_{13}p_{1^\circ})p_{2^\circ}p_{23} + (1 - p_{13}p_{1^\circ})(1 - p_{2^\circ})p_{13}p_{3^\circ}p_{23}.$$

Здесь  $p_{i^\circ} = 1 - q_{i^\circ}$ ,  $p_{ij} = 1 - q_{ij}$ , где  $q_{i^\circ}$  – вероятность отказа элемента  $i$  по индивидуальным причинам,  $q_{ij}$  – вероятность одновременного отказа элементов  $i$  и  $j$  по общим причинам.

Приведем числовой расчет. Пусть, например, все условные элементы на рис. 1б имеют вероятности работоспособности 0,99. Тогда для вероятностей работоспособности каналов имеем:  $p_1 = p_2 = 0,99^2 = 0,9801$ ,  $p_3 = 0,99^3 = 0,970299$ . Считая отказы каналов независимыми, для вероятности отказа системы получим  $Q_0 = (1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3) = 0,000012$ . Истинная вероятность отказа системы с учетом ООП будет равна  $Q = 1 - P = 1 - 0,99^2 - (1 - 0,99^2) \cdot 0,99^2 - (1 - 0,99)^2 \cdot 0,99^3 = 0,000299$ .

Таким образом,  $Q/Q_0 \approx 24,9$ , т.е. в этом случае игнорирование зависимости ООП занижает оценку вероятности отказа системы почти в 25 раз! При наличии причин, приводящих к отказам сразу всех каналов, ошибка может быть еще больше [4, 5].

В ситуациях, когда исходная система уже имеет неприводимую структуру, что характерно для многих сетей связи, и возможны ООП для различных комбинаций элементов, изображение условных элементов и связей между ними на схеме расчета надежности может оказаться довольно сложной задачей. Поэтому далее дана модификация метода ортогонализации, которая не требует составления схемы расчета с условными элементами. Ее применение показано на примере неприводимой сети, имеющей структуру мостика (рис. 2).

## СВЯЗЬ

В ней требуется обеспечить связь между двумя узлами, выделенными заливкой. Каждая из линий, обозначенных на рисунке цифрами, может отказывать по индивидуальным причинам, кроме того возможны одновременные отказы пар линий, указанных дугами: 1 и 2, 1 и 3, 3 и 5, 4 и 5.

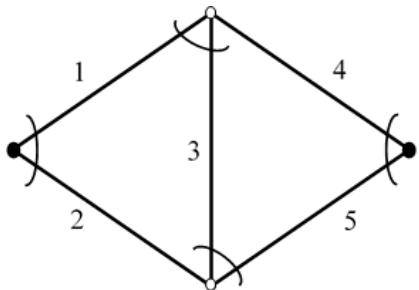


Рис. 2. Мостиковая схема с ООП

Изменение в описанной выше процедуре расчета вносится только в п. 1. Именно, сначала перечисляются простые пути с указанием исходных (физических) элементов. Для рассматриваемого примера таких путей четыре: 1-4, 2-5, 1-3-5, 2-3-4. Затем каждый из этих элементов представляется в виде последовательности условных элементов, характеризующих все возможные для него отказы:  $1 \rightarrow 1^\circ - 12 - 13$ ,  $2 \rightarrow 2^\circ - 12$  и т.п. (обозначения здесь аналогичны тем, которые использовались в предыдущем примере). Эти последовательности подставляются в пути, при этом повторяющиеся элементы в одном и том же пути исключаются. Это дает следующие пути:  $1^\circ - 12 - 13 - 4^\circ - 45$ ,  $2^\circ - 12 - 5^\circ - 35 - 45$ ,  $1^\circ - 12 - 13 - 3^\circ - 35 - 5^\circ - 45$ ,  $2^\circ - 12 - 3^\circ - 35 - 13 - 4^\circ - 45$ . Дальнейшая последовательность действий будет такая же, как в описанных выше пп. 2-4.

В результате для структурной функции системы получим:

$$\begin{aligned} \varphi = & X_{1^\circ} X_{12} X_{13} X_{4^\circ} X_{45} + \overline{X_{1^\circ} X_{12} X_{13} X_{4^\circ} X_{45}} \times \\ & \times X_{2^\circ} X_{12} X_{35} X_{5^\circ} X_{45} + \overline{X_{1^\circ} X_{12} X_{13} X_{4^\circ} X_{45}} \times \\ & \times \overline{X_{2^\circ} X_{12} X_{35} X_{5^\circ} X_{45}} \cdot X_{1^\circ} X_{12} X_{13} X_{3^\circ} X_{35} X_{5^\circ} X_{45} + \\ & + \overline{X_{1^\circ} X_{12} X_{13} X_{4^\circ} X_{45}} \cdot \overline{X_{2^\circ} X_{12} X_{35} X_{5^\circ} X_{45}} \times \\ & \times \overline{X_{1^\circ} X_{12} X_{13} X_{3^\circ} X_{35} X_{5^\circ} X_{45}} \cdot X_{2^\circ} X_{12} X_{35} X_{3^\circ} X_{13} X_{4^\circ} X_{45} = \\ = & X_{1^\circ} X_{12} X_{13} X_{4^\circ} X_{45} + \overline{X_{1^\circ} X_{13} X_{4^\circ}} \cdot X_{2^\circ} X_{12} X_{35} X_{5^\circ} X_{45} + \\ & + \overline{X_{4^\circ}} \cdot \overline{X_{2^\circ}} \cdot X_{1^\circ} X_{12} X_{13} X_{3^\circ} X_{35} X_{5^\circ} X_{45} + \\ & + \overline{X_{1^\circ}} \cdot \overline{X_{5^\circ}} \cdot X_{2^\circ} X_{12} X_{35} X_{3^\circ} X_{13} X_{4^\circ} X_{45}. \end{aligned}$$

Отсюда вероятность работоспособности системы равна

$$\begin{aligned} P = & p_{1^\circ} p_{12} p_{13} p_{4^\circ} p_{45} + (1 - p_{1^\circ} p_{13} p_{4^\circ}) p_{2^\circ} p_{12} p_{35} p_{5^\circ} p_{45} + \\ & + (1 - p_{4^\circ})(1 - p_{2^\circ}) p_{1^\circ} p_{12} p_{13} p_{3^\circ} p_{35} p_{5^\circ} p_{45} + \\ & + (1 - p_{1^\circ})(1 - p_{5^\circ}) p_{2^\circ} p_{12} p_{35} p_{3^\circ} p_{13} p_{4^\circ} p_{45}. \end{aligned}$$

Пусть числовые значения вероятности работоспособности всех физических элементов  $p_i = 0,9$  ( $i = 1, \dots, 5$ ). Тогда в предположении независимости отказов всех элементов вероятность работоспособности системы на рис. 2 будет равна  $P_0 = 0,97848$  [13], откуда вероятность отказа системы

$$Q_0 = 1 - P = 0,02152.$$

Значения вероятностей работоспособности условных элементов выберем так, чтобы обеспечить  $p_i = 0,9$  для всех физических элементов.

Для этого можно взять, например,

$$\begin{aligned} p_{1^\circ} = p_{13} = p_{5^\circ} = p_{35} = \sqrt[4]{0,9} = 0,974004, \\ p_{2^\circ} = p_{12} = p_{3^\circ} = p_{4^\circ} = p_5 = \sqrt[3]{0,9} = 0,948683. \end{aligned}$$

Подставляя эти значения в полученное выше соотношение, получим для истинной вероятности работоспособности системы  $P = 0,893517$ , откуда  $Q = 1 - P = 0,106483$ .

Таким образом,  $Q/Q_0 \approx 4,9$ , т.е. в этом случае игнорирование зависимости ООП занижает оценку вероятности отказа системы почти в пять раз.

В рассмотренных выше примерах было приведено сравнение результатов расчетов надежности систем с учетом и без учета зависимости между отказами элементов, обусловленными общими причинами. Еще более грубой ошибкой является полное игнорирование возможности отказов, обусловленных общими причинами, т.е. учет только индивидуальных причин отказов элементов. Это может приводить к занижению вероятности отказа системы на два-три порядка [4, 5].

## Заключение

В статье рассмотрено влияние отказов по общей причине на надежность и живучесть сетей и систем связи. Такими причинами могут быть неблагоприятные внешние воздействия, ошибки персонала, отказы общих источников электропитания, проявления ошибок в программном обеспечении и другие события, приводящие к одновременному прекращению работы нескольких или даже многих элементов рассматриваемой системы.

Обычно при оценке вероятностных показателей надежности и живучести подобная зависимость между отказами элементов не учитывается. Это упрощает расчет, но может приводить к весьма грубым ошибкам. В частности, возможность отказов по общей причине нельзя игнорировать при оценке живучести. Также весьма важен учет таких отказов в ситуациях, когда требуется обеспечить высокую надежность, поскольку они существенно снижают эффект от применяемого в подобных случаях резервирования.

Приведены числовые примеры, показывающие, что игнорирование зависимости между отказами может завышать оценку вероятности отказа системы в десятки, а то и в сотни раз. Предложена модификация известного метода ортогонализации (объединения простых путей с учетом эффекта поглощения), позволяющая учитывать отказы по общей причине при расчетах надежности.

Для получения необходимых для подобных расчетов исходных данных на этапе проектирования необходимо проводить тщательный анализ всех возможных причин отказов и их последствий, позволяющий определить общие причины, действующие на разные элементы. На этапе эксплуатации при сборе и обработке статистических данных об отказах следует осуществлять выявление и фиксацию зависимых отказов. Для этого могут использоваться средства систем управления устранением неисправностей (Fault Management).

## Литература

1. Надежность и живучесть систем связи / Под ред. Дудника Б.Я. М.: Радио и связь, 1984. 216 с.
2. IEC 60050-192:2015. International Electrotechnical Vocabulary – Part 192: Dependability.
3. ГОСТ Р 27.102–2021. Надёжность в технике. Надёжность объекта. Термины и определения.
4. Немец В.А. Отказы по общей причине: определения и типичные ошибки // Надежность. 2023. Т. 23. № 2. С. 19-25.
5. Аронов И.З. Анализ зависимых отказов – важный способ обеспечения безопасности сложных систем // Методы менеджмента качества. 2004. № 10. С. 49-53.
6. Jones H.W. Common cause failures and ultra reliability // 42nd Intern. Conf. on Environmental Systems. July 2012.
7. Немец В.А. О нормативных требованиях к живучести сетей электросвязи // Вестник связи. 2023. № 1. С. 2–5.
8. Netes V. Ultra-reliable communications: basic concepts, challenges and open issues // Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. Moscow, 2023. Conf. Proc., pp. 1-6.
9. Поляк Ю.Г. О погрешностях прогноза надежности, обусловленных статистической зависимостью между отказами элементов // Электросвязь. 1963. № 4. С. 3-9.
10. Барлоу Р., Прошан Ф. Статистическая теория надежности и испытания на безотказность / Пер. с англ. М.: Наука, 1984. 328 с.
11. Каналы передачи данных / Под ред. Шварцмана В.О. М.: Связь, 1970. 304 с.
12. Шварцман В.О., Михалев Д.Г. Расчет надежностных характеристик трактов передачи данных. М.: Связь, 1975. 152 с.
13. Немец В.А. Основы теории надежности: Учебное пособие для вузов. М.: Горячая линия – Телеком, 2019. 102 с.

## COMMON CAUSE FAILURES AND THEIR IMPACT ON THE STABILITY OF COMMUNICATION NETWORKS AND SYSTEMS

**Victor A. Netes**, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, [v.a.netes@mtuci.ru](mailto:v.a.netes@mtuci.ru)

### Abstract

Probabilistic measures are often used to quantify the properties of dependability and survivability, which together make up the stability of communication networks and systems. These include, in particular, the availability factor and the operational availability factor. When calculating such measures, it is usually assumed that the failures of individual elements of the system are independent. This greatly simplifies the calculation, but often such an assumption does not correspond to reality. The fact is that there may be causes (for example, adverse external influences, staff mistakes, etc.) that will lead to failures of several elements of the system at once. These are so-called common cause failures. The article describes the impact of such failures on the dependability and survivability of communication networks and systems. Their analysis and accounting is especially important in cases where it is necessary to ensure high dependability and survivability, since such failures significantly reduce the effect of redundancy, usually used in such cases. It is shown that ignoring the dependence of failures can lead to very significant errors: the true probability of a system failure may be tens or even hundreds of times greater than the calculated one. A method is proposed that allows taking into account common reason failures when calculating probabilistic measures, which is applicable for complex systems whose structure is not reduced to combinations of series and parallel connections of elements. It is based on the known method of orthogonalization or combining simple paths taking into account the absorption effect. The proposed method is illustrated by examples.

**Keywords:** stability, dependability, survivability, probabilistic measures, dependent failures, common cause failures, dependability calculation.

### References

1. Dependability and Survivability of Communication Systems. Ed. by B.Ya. Dudnik. Moscow: Radio i svyaz, 1984. 216 p. (in Russian)
2. IEC 60050-192:2015. International Electrotechnical Vocabulary - Part 192: Dependability.
3. GOST R 27.102-2021. Dependability in technics. Dependability of item. Terms and definitions. (in Russian)
4. V.A. Netes. Common cause failures: definitions and typical errors. Dependability. 2023. Vol. 23. No. 2, pp. 19-25. (in Russian)
5. I. Z. Aronov. Analysis of dependent failures is an important way of ensuring the safety of complex systems. Metody Menedzhmenta Kachestva. 2004. No. 10, pp. 49-53. (Russian)
6. H.W. Jones. Common cause failures and ultra reliability. 42nd Intern. Conf. on Environmental Systems. July 2012.
7. V.A. Netes. On regulatory requirements for telecommunication networks. Vestnik svyazi. 2023. No. 1, pp. 2-5. (in Russian)
8. V. Netes, Ultra-reliable communications: basic concepts, challenges and open issues. Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. Moscow, 2023, Conf. Proc., pp. 1-6.
9. Yu. G. Pollak. On reliability prediction errors caused by statistical dependence between element failures. Elektrosvyaz, 1963. No. 4, pp. 3-9. (in Russian)
10. R. E. Barlow, F. Proschan. Statistical Theory of Reliability and Life Testing: Probability Models. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1975.
11. Data Communication Channels. Ed. by V.O. Shwartsman. Moscow: Svyaz; 1970, 304 p. (in Russian)
12. V. O. Shwartsman, D. G. Mikhaliou. Calculating the Dependability Characteristics of Data Communication Paths. Moscow, Svyaz, 1975, 152 p. (in Russian)
13. V. A. Netes. Fundamentals of Dependability Theory: A study guide for higher education institutions. Moscow, Goryachaya Liniya - Telecom, 2019. 102 p. (in Russian)

### Information about author:

**Victor A. Netes**, Moscow Technical University of Communication and Informatics, Department of Communication Networks and Switching Systems, professor, D.Sc. in Engineering, Moscow, Russia

# МОДИФИЦИРОВАННЫЕ КОНСТРУКЦИИ СИГНАЛОВ КВАДРАТУРНОЙ МОДУЛЯЦИИ С ТРАНСФОРМИРОВАННЫМИ ФАЗОВЫМИ ДИАГРАММАМИ

DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-2-10-23

**Manuscript received** 10 January 2024;  
**Accepted** 12 February 2024

**Дворников Сергей Сергеевич,**  
Санкт-Петербургский государственный университет  
аэрокосмического приборостроения;  
Военная академия связи им. С.М. Буденного,  
Санкт-Петербург, Россия, [practicdsv@yandex.ru](mailto:practicdsv@yandex.ru)

**Ключевые слова:** квадратурная модуляция,  
помехоустойчивость приема сигналов, формирование и  
обработка сигналов квадратурной модуляции,  
вероятность битовой ошибки, трансформация  
сигнальных созвездий

Рассмотрены общие принципы формирования и обработки сигналов квадратурной модуляции. Представлены аналитические модели синтеза сигналов, а также реализующие их структурные схемы. Показаны особенности приема и обработки сигналов квадратурной модуляции. Акцентировано внимание на особенностях построения демодуляторов сигналов квадратурной модуляции. Демонстрируются фрагменты временного и спектрального представления сигналов различной позиционности. Исследована помехоустойчивость приема сигналов квадратурной модуляции с позиций независимой обработки синфазной и квадратурной составляющих. Получено обобщенное выражение оценки вероятности битовой ошибки для сигналов квадратурной модуляции любого порядка. Представлены сигнальные созвездия базовых конструкций, показаны их различия с гексагональными структурами. Представлена сравнительная оценка помехоустойчивости гексагональных структур по показателям пик-фактора и средней мощности сигнального символа. По результатам исследования трансформации сигнальных созвездий, определяемых стандартом DVB-T2, предложен оригинальный подход, основанный на независимом повороте констелляционных диаграмм в пределах каждого из квадрантов фазовой плоскости. Оценена помехоустойчивость модифицированных сигнальных конструкций. Определены направления дальнейшего исследования.

## Информация об авторе:

**Дворников Сергей Сергеевич**, к.т.н., доцент института радиотехники, электроники и связи (институт 2), Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, научный сотрудник научно-исследовательского отдела Военной академии связи имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного, Санкт-Петербург, Россия. <https://orcid.org/0000-0001-7426-6475>

## Для цитирования:

Дворников С.С. Модифицированные конструкции сигналов квадратурной модуляции с трансформированными фазовыми диаграммами // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №2. С. 10-23.

## For citation:

Dvornikov S.S. (2024) Justification of the empirical expression for assessing the noise immunity of quadrature modulation signals. T-Comm, vol. 18, no.2, pp. 10-23. (in Russian)

## Введение

Сигналы квадратурной модуляции (QAM) широко используются в стандартах цифрового телевидения DVB-T (T2), (C) [1-3], а также применяются в стандартах сетей беспроводного широкополосного доступа IEEE 802.11, распространяемых под коммерческим брендом Wi-Fi [4-6].

Сущность квадратурной модуляции основана на независимом кодировании информационными манипулирующими импульсами сигналов синфазного и квадратурного каналов, с последующим объединением их в единую сигнальную конструкцию [7-9]. В общем случае квадратурная модуляция относится к многоразрядным модуляциям, что позволяет на длительности каждого символа передавать несколько информационных битов, величина  $N$  которых определяется разрядностью кода  $M$ . То есть сигнал вида  $M$ -QAM способен передавать на длительности символа [10, 11]

$$N = \log_2 M \quad (1)$$

информационных битов.

Выбор разрядности кода зависит от уровня шумов в канале и определяется обеспечиваемым отношением сигнал/шум (ОСШ). В настоящее время в модемах, построенных по технологии ADSL, разрядность кода достигает значение  $M = 32768$  [12, 13]. Сигналы квадратурной модуляции принято относить, к так называемым, сигнально-кодовым конструкциям, в которых осуществляется совместное использование избыточного кодирования и методов модуляции [14, 15].

Теоретические основы построения методов квадратурных модуляторов и демодуляторов достаточно глубоко проработаны, что обеспечило их широкое применение в практических приложениях различных областей радиотехники [16-18].

Вместе с тем анализ доступных источников [19-22] позволяет судить о дальнейшем развитии данной области знаний в направлении повышения помехоустойчивости приема сигналов QAM. В частности, за счет изменения их структуры, позволяющей повысить среднюю энергию символов.

Методы трансформации сигнальных созвездий QAM получили успешную апробацию в ходе разработки телевизионного стандарта DVB-T2, что в конечном итоге повысило помехоустойчивость приема [23-26].

Другое направление совершенствования сигналов QAM связано с использованием для их синтеза гексагональных структур, обеспечивающих минимизацию пик-фактора сформированного символа [27-31]. Это направление также способствует повышению помехоустойчивости приема.

С учетом рассмотренной проблематики в настоящей статье представлены результаты исследования возможности трансформации фазовых диаграмм гексагональных структур сигналов QAM, и разработки методического аппарата оценки помехоустойчивости их приема.

## Общие принципы квадратурного синтеза

Сущность квадратурной модуляции определяется раздельной манипуляцией несущих колебаний двух каналов, сдвинутых по фазе на  $\pi/2$  (т.е. находящихся в квадратуре по отношению друг к другу), с последующим их объединением в общем сумматоре [32-33]. В соответствии с такой формулировкой, результирующую сигнальную конструкцию можно представить в следующем виде [8]:

$$s(t) = I(t) \cos(2\pi f_0 t) + Q(t) \sin(2\pi f_0 t), \quad (2)$$

где  $f_0$  – частота несущего колебания, а  $I(t)$  и  $Q(t)$  – манипулирующие последовательности.

Простейшим сигналом QAM является сигнал, разрядность манипуляционного кода которого равна  $M = 2$ . Структурная схема такого модулятора представлена на рисунке 1.

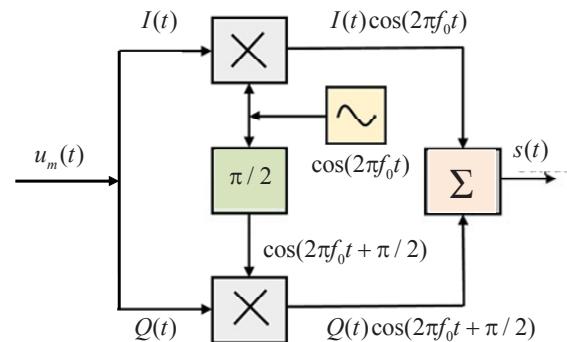


Рис. 1. Структура квадратурного модулятора сигналов 2-QAM

Согласно схеме, представленной на рисунке 1, импульсы информационной последовательности перемножаются с квадратурными составляющими несущего колебания. И затем складываются на сумматоре. Принципиальное отличие квадратурного модулятора 2-QAM от классических модуляторов двухпозиционных сигналов фазовой манипуляции заключается в принципе формирования результирующих сигналов.

Если в классических модуляторах это происходит за счет смены фазы несущего колебания, то в квадратурном – в результате сложения амплитуд его синфазной и квадратурной составляющих.

На рисунке 2 показан временной фрагмент сигнала 2-QAM, а на рисунке 3 изображен его спектр.



Рис. 2. Временной фрагмент сигнала 2-QAM

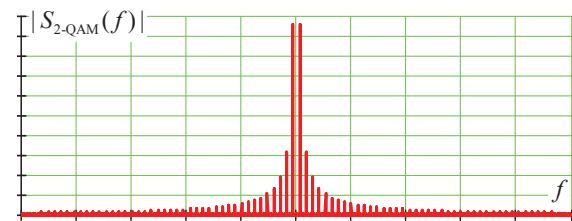


Рис. 3. Спектр сигнала 2-QAM

Поскольку модулятор сигналов 2-QAM слабо раскрывает сущность квадратурного преобразования, то целесообразно особенности его функционирования рассмотреть на примере формирования сигнала 4-QAM.

При формировании сигнала 4-QAM, в соответствии с формулой (2), квадратурные компоненты  $I(t)$  и  $Q(t)$  формируют из исходной информационной битовой последовательности  $u_m(t)$  путем соответствующей ее структуризации (здесь  $m$  – порядковый номер информационного бита) [34].

Структуризация предполагает разделение  $u_m(t)$  на нечетные импульсы  $u_{2m-1}(t)$ , которые используются для манипуляции синфазной составляющей, и четные  $u_{2m}(t)$ , которыми модулируют квадратурную составляющую [35, 36].

На рисунке 4 представлен квадратурный модулятор для синтеза сигналов 4-QAM.

Главным отличием модулятора 2-QAM, от представленного на рисунке 4, является то, что в последнем, на длительности каждого такта квадратурную и синфазную составляющие манипулируют различными информационными битами (соответственно нечетным и четным).

В результате каждый формируемый символ сигнала 4-QAM несет в себе информацию о двух битах.

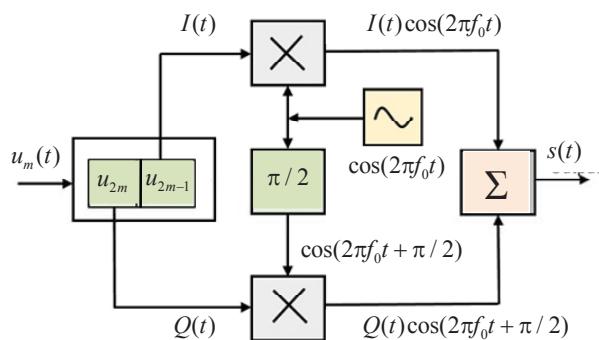


Рис. 4. Структура квадратурного модулятора сигналов 4-QAM

Кроме того, следует отметить, что при разделении информационной манипулирующей последовательности  $u_m(t)$  на синфазную, содержащую только нечетные импульсы  $u_{2m-1}(t)$ , и квадратурную, содержащую только четные составляющие  $u_{2m}(t)$ , длительность импульсов в этих последовательностей, для сохранения изначальной скорости манипуляции увеличивается в два раза [19].

На рисунке 5 показан временной фрагмент сигнала 4-QAM, а на рисунке 6 изображен его спектр.

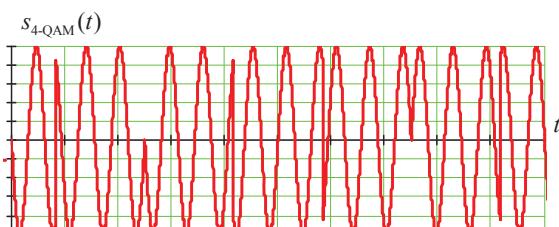


Рис. 5. Временной фрагмент сигнала 4-QAM

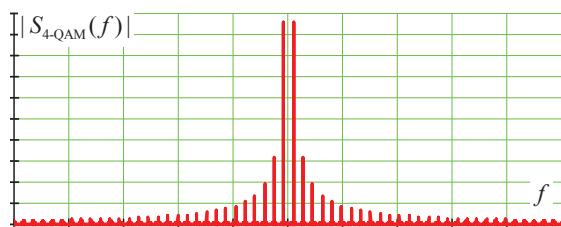


Рис. 6. Спектр сигнала 4-QAM

Достаточно часто сигналы  $I(t)$  и  $Q(t)$  непосредственно ассоциируют с манипулирующими последовательностями  $u_{2m-1}(t)$  и  $u_{2m}(t)$ , что не совсем верно. Согласно структуре модулятора (см. рис. 4), сигнал  $s(t)$  является высокочастотным радиосигналом. Но на практике такое техническое решение сложно реализовать, поэтому сигналы  $I(t)$  и  $Q(t)$ , подаваемые на умножители, уже изначально представляют собой не импульсные последовательности, а низкочастотные манипулированные колебания

$$\begin{cases} I_n(t) = a_n \cos(\Omega_{2m-1})u_{2m-1}(t - (2m-1)T); \\ Q_n(t) = b_n \sin(\Omega_{2m})u_{2m}(t - 2mT), \end{cases} \quad (3)$$

где  $a_n$  и  $b_n$  – амплитудные значения манипулирующих импульсов;  $\Omega$  – полная фаза формирующего исходного низкочастотного колебания;  $T$  – тактовый интервал, посредством выбора которого задается скорость манипуляции.

В выражении (3) нижний индекс  $n$  введен для наглядности процедуры структуризации потоков  $I(t)$  и  $Q(t)$ , поскольку манипулирующие импульсы разделяются в квадратурном и синфазном каналах на четную и нечетную последовательности.

Модуляторы многопозиционных сигналов QAM, как правило, строят на основе способа модуляции наложением (SPM – Supersposed Modulation) [37, 38]. Согласно указанному способу, сигналы QAM более высокого порядка, формируют на основе сигналов QAM более низкого порядка.

В качестве примера, на рисунке 7 показан структурная схема SPM модулятора сигнала 16-QAM, построенная на основе модуляторов сигнала 4-QAM.

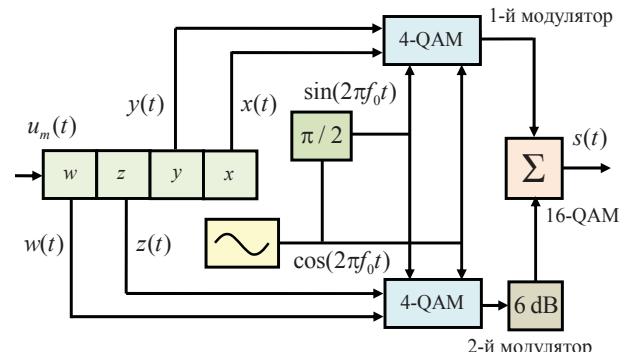


Рис. 7. Структура квадратурного модулятора сигналов 16-QAM

В соответствии со структурой рисунка 7, входную манипулирующую последовательность  $u_m(t)$  разбивают на четыре субпоследовательности  $w(t)$ ,  $z(t)$ ,  $y(t)$ ,  $x(t)$ . На 1-й модулятор 4-QAM подают последовательности  $y(t)$ ,  $x(t)$ , а на 2-й модулятор – последовательности  $w(t)$ ,  $z(t)$ . Учитывая, что 1-й и 2-й модуляторы формируют сигналы 4-QAM, то к ним подают и квадратурную и синфазную составляющую несущего колебания (на рисунке 3 показаны  $\sin$  и  $\cos$ ).

А поскольку для формирования сигнала 16-QAM используют составляющие с амплитудами 1 и  $1/3$ , то перед подачей на сумматор, амплитуду сигнала 4-QAM, поступающего со второго модулятора уменьшают в три раза, т.е. на 6 dB.

Кроме того, каждая составляющая несущего колебания, имеет четыре начальных значений фазы, что как раз и обеспечивает 16 вариантов комбинаций сигнального символа. Но в результате сложения составляющих на сумматоре,

результатирующий сигнал будет иметь три уровня амплитуды и четыре значения начальной фазы, т.е. 16-QAM представляет собой сигнал амплитудно-фазовой манипуляции.

На рисунке 8 показан временной фрагмент сигнала 16-QAM, а на рисунке 9 изображен его спектр.



Рис. 8. Временной фрагмент сигнала 16-QAM

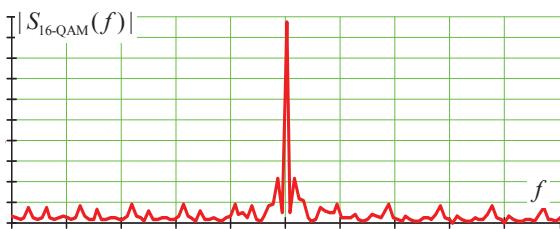


Рис. 9. Спектр сигнала 16-QAM

Аналогичным образом строят SPM модуляторы сигналов QAM с более высокой разрядностью.

### Общие принципы квадратурного приема

Удобство квадратурной модуляции определяется не только на стадии формирования сигналов, но и при их обработке в когерентном демодуляторе [18]. Далее, в качестве примера, рассмотрим прием сигналов 4-QAM. В тракте обработке входной результирующий сигнал будет представлять собой аддитивную смесь полезной составляющей  $s(t)$  в виде сигнала 4-QAM, и совокупности канальных шумов и помех  $n(t)$  [20]

$$z(t) = s(t) + n(t) \quad (4)$$

которая поступает на демодулятор (см. рис. 10).

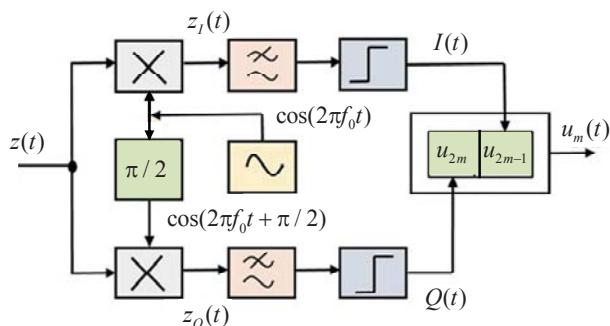


Рис. 10. Структура квадратурного демодулятора сигналов 4-QAM

При описании процедур обработки сигналов квадратурной модуляции, в некоторых публикациях упускают такой важный момент, как необходимость реализации процедур низкочастотной фильтрации в синфазном и квадратурном каналах после снятия несущего колебания. Поскольку без нее выделение полезного сигнала невозможно.

Квадратурный модулятор работает следующим образом. Формирование синфазной  $z_I(t)$  и квадратурной  $z_Q(t)$  составляющих происходит одновременно со снятием высокочастотной несущей путем перемножения принятой реализации  $z(t)$ , с колебанием эталонного генератора  $\cos(2\pi f_0 t)$ .

Для пояснения этой процедуры рассмотрим ее реализацию на примере обработки сигнала в синфазном канале.

Аналитически, сигнал  $z_I(t)$  представим следующим образом:

$$z_I(t) = z(t) \cos(2\pi f_0 t) = I(t) \cos(2\pi f_0 t) \times \cos(2\pi f_0 t) - Q(t) \sin(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_0 t). \quad (5)$$

Далее, используя тригонометрическое преобразование, приведем выражение (5) к виду

$$\begin{aligned} z_I(t) = & 0,5I(t)[1 + \cos(4\pi f_0 t)] - \\ & - 0,5Q(t)\sin(4\pi f_0 t) = 0,5I(t) + \\ & + 0,5[I(t)\cos(4\pi f_0 t) - Q(t)\sin(4\pi f_0 t)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Аналогичным образом снятие высокочастотной несущей входного сигнала происходит и в квадратурном канале.

Заметим, что процедура снятия несущей еще не обеспечивает получение исходной манипулирующей последовательности, поскольку преобразованный сигнал  $z_I(t)$  все еще содержит высокочастотную составляющую. Вот как раз для ее исключения и применяют низкочастотную фильтрацию [39].

Далее отфильтрованные синфазный и квадратурный сигналы в каждом из каналов подают на формирующие устройства, где происходит формирование информационных последовательностей в виде прямоугольных импульсов. Затем с формирователей прямоугольных импульсов синфазного и квадратурного каналов, последовательности наступают на выход демодулятора, где они структурируются в результирующую информационную последовательность  $u_m(t)$ .

Важной особенностью квадратурной модуляции является то, что полоса пропускания суммарного сигнала  $s(t)$  на выходе модулятора по своим параметрам совпадает с полосой пропускания сигналов передач формата DSB (Double-Sideband) [40, 41], имеющих симметричный спектр относительно несущей. Заметим, что спектральная избыточность DSB сигналов потенциально позволяет удвоить информационную емкость при использовании квадратурного метода.

Спектр сигналов, сформированных в квадратуре, в отличие от сигналов DSB, не имеет постоянной составляющей на несущей частоте [42]. Поэтому для сохранения независимости сигналов  $I(t)$  и  $Q(t)$  в демодуляторе, должна быть обеспечена жесткая тактовая синхронизация на приеме в процессе снятия высокочастотной несущей. В случае отсутствия синхронизации в приемо-передающей аппаратуре, возникает фазовое рассогласование между колебанием опорного генератора демодулятора и несущей частоты принимаемого сигнала.

В результате такого рассогласования возникает, так называемый, эффект взаимного проникновения сигнала  $I(t)$  в квадратурный канал, а сигнала  $Q(t)$  в синфазный, вследствие чего возникают перекрестные помехи, ведущие к снижению помехоустойчивости приема [43].

В рассмотренном контексте тактовый сигнал получил название "опорной фазы" [44].

На практике синхронизация в радиолиниях, использующих сигналы на основе квадратурной модуляции, обеспечивается путем дополнительной передачи пилот-сигнала [45]. В интересах исследования спектральных представлений сигналов квадратурной модуляции, преобразуем выражение (2) с учетом следующего равенства

$$\cos(2\pi f_0 t + \pi/2) = -\sin(2\pi f_0 t), \quad (7)$$

и формулы Эйлера [46] к виду

$$s(t) = I(t) \cos(2\pi f_0 t) - Q(t) \sin(2\pi f_0 t) = 0,5 \exp(j2\pi f_0 t)[I(t) + jQ(t)], \quad (8)$$

где  $j$  – знак комплексного представления (сопряжения).

Затем, выполнив преобразование Фурье над выражением (8), получим спектр  $F_s(f)$

$$F_s(f) = 0,5[F_I(f - f_0) + \exp(j2\pi f_0)F_Q(f - f_0)] \quad (9)$$

Здесь  $F_I(f)$  и  $F_Q(f)$  – спектральные представления сигналов  $I(t)$  и  $Q(t)$  после выполнения процедуры преобразования Фурье.

### Помехоустойчивость сигналов квадратурной модуляции

Помехоустойчивость любой сигнальной конструкции определяется энергией, приходящейся на сигнальный символ  $E$  [47, 48].

В общем случае, принимаемый символ сигнала  $M$ -позиционной квадратурной модуляции можно представить как

$$s_i(t) = A_i \cos(2\pi f_0 t + \theta_i), \quad 0 \leq t \leq T_s, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (8)$$

В формуле (8)  $T_s$  – длительность символа,  $A_i$  и  $\theta_i$  – значение его амплитуды и фазы

Поскольку при квадратурной модуляции  $M$ -позиционный сигнальный символ формируется на основе двух компонент  $I$  и  $Q$ , то результирующий сигнал на длительности каждого  $k$  символа представим как их совокупность

$$s(t) = I_k(t) \cos(2\pi f_0 t) - Q_k(t) \sin(2\pi f_0 t). \quad (9)$$

Где

$$\begin{aligned} I_k(t) &= \sum_{k=1}^K I_k u(t - kT_s), \quad I_k = A_k \cos(\theta_k), \\ Q_k(t) &= \sum_{k=1}^K Q_k u(t - kT_s), \quad Q_k = A_k \sin(\theta_k). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $\theta_k$  – фаза на длительности текущего символа  $kT_s \leq t \leq (k+1)T_s$ ;  $A_k$  – амплитуда;  $u(*)$  – прямоугольный импульс с единичной амплитудой, определенной на длительности символа  $T_s$ .

С учетом выражений (9), (10), сигнал  $s_i(t)$ , определяемый формулой (8) запишем как линейную комбинацию двух ортогональных функций:

$$\begin{aligned} s_i(t) &= a_i \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos(2\pi f_0 t) + b_i \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \sin(2\pi f_0 t) = \\ &= s_{1i} \varphi_1(t) + s_{2i} \varphi_2(t), \quad 0 \leq t \leq T_s, \quad i = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (11)$$

где  $s_{1,2}$  и  $\varphi_{1,2}(t)$  – промежуточные компоненты, введенные для удобства представления результатов

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f_0 t), \quad s_{1i} = a_i \sqrt{E_s}, \\ \varphi_2(t) &= \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin(2\pi f_0 t), \quad s_{2i} = b_i \sqrt{E_s}, \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь  $E_s$  – энергия символа с наименьшей амплитудой;  $(a_i, b_i)$  – пара независимых целых чисел, определяющих амплитудные значения положения символа на фазовой плоскости сигнального созвездия.

Тогда средняя энергия  $M$ -позиционного сигнала QAM будет равна

$$E_{cp} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [(a_i^2 + b_i^2) E_s], \quad (13)$$

При приеме на вход демодулятора поступает аддитивная смесь полезного сигнала и канальных шумов, описываемых выражением (4).

А на выходе демодулятора, в результате корреляционной обработки, соответственно, в синфазном и квадратурном каналах получим:

$$\begin{aligned} r_{Ik} &= \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} z(t) \varphi_1(t) dt = \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} [s(t) + n(t)] \varphi_1(t) dt = s_{1i} + n_1, \\ r_{Qk} &= \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} z(t) \varphi_2(t) dt = \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} [s(t) + n(t)] \varphi_2(t) dt = s_{2i} + n_2. \end{aligned} \quad (14)$$

В выражениях (14)  $n_1$  и  $n_2$  – результат корреляции шумовых компонентов, а  $s_{1i}$  и  $s_{2i}$  определяются следующим образом

$$s_{1i} = a_i \sqrt{E_s}; \quad s_{2i} = b_i \sqrt{E_s}. \quad (15)$$

Результаты корреляций ( $r_{Ik}, r_{Qk}$ ) определяет положение точки на фазовой плоскости сигнального созвездия 4, принятого зашумленного сигнала.

В результате сама процедура демодуляция символа сводится к поиску соответствия принятой пары ( $r_{Ik}, r_{Qk}$ ), к одной из разрешенных комбинаций, для данной сигнальной конструкции QAM.

Аналитически данное условие можно представить как

$$\min(l) = \sup_i [(r_{Ik} - s_{1i})^2 + (r_{Qk} - s_{2i})^2]. \quad (16)$$

Для лучшего раскрытия сущности критерия (16), на рисунке 11 представлено сигнальное созвездие 4-QAM, определяемое значениями промежуточных компонент  $s_1, s_2, s_3, s_4$ .

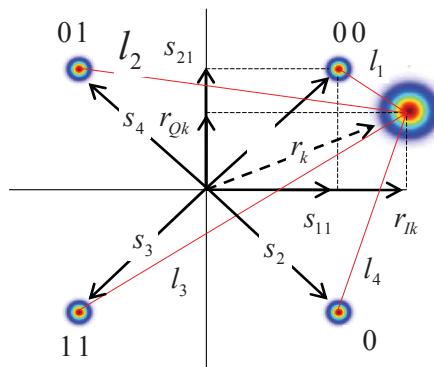


Рис. 11. Сигнальное созвездие сигнала 4-QAM

Здесь же представлено положение принятого сигнального вектора  $r_{Ik}$ , определяемое парой компонент  $(r_{Ik}, r_{Qk})$ , а также значения линейных отклонений  $l_1, l_2, l_3, l_4$  центра  $(r_k, r_{Qk})$ , от допустимых значений для сигнала 4-QAM (фазовые центры допустимых значений получены при отношении сигнал/шум (ОСШ) 25 дБ, а принятого сигнального вектора  $r_k$  – при ОСШ = 16 дБ).

Заметим, что сигнальные конструкции QAM не оптимальны с позиций минимизации пик-фактора [49], но удобны с точки зрения их синтеза и обработки. В интересах дальнейшей оценки помехоустойчивости сигналов квадратурной модуляции рассмотрим вариант 2-QAM. Поскольку у такого сигнала на длительности символа передается один бит, то их символьная и битовая скорости совпадают.

Для оценки помехоустойчивости сигналов 2-QAM воспользуемся методом стохастического моделирования (Монте-Карло) [50]. Согласно такой модели, вероятность неправильного приема бита может быть рассчитана суммой по следующей формуле

$$p_b = p(0|1)p_1 + p(1|0)p_0, \quad (17)$$

где  $p_1$  и  $p_0$  – априорные вероятности проявления символов, соответствующих информационной «1» и «0»;  $p(0|1)$  и  $p(1|0)$  – условные вероятности приема «1», при условии, что была передан «0» и наоборот.

Величины  $p(0|1)$  и  $p(1|0)$  определяются площадью плотностей распределения вероятности, ограниченных значением порога  $G$ . Пример расчета вероятностей  $p(0|1)$  и  $p(1|0)$  представлен на рис. 12, где  $\omega_0(z|H_0)$  и  $\omega_1(z|H_1)$  – плотности распределения вероятностей, соответствующие гипотезе  $H_0$  – прием информационного «0» и  $H_1$  – прием информационной «1».

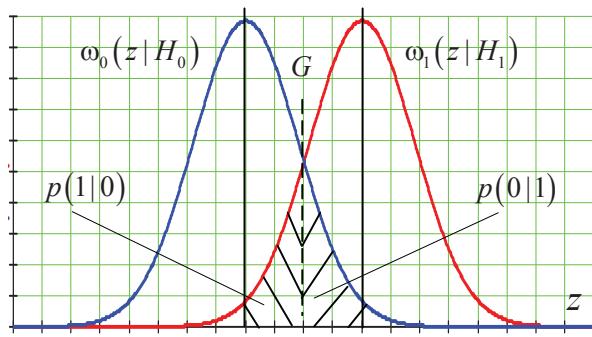


Рис. 12. Плотности распределения вероятностей, характеризующие прием 2-QAM

Аналитически величины  $p(0|1)$  и  $p(1|0)$  могут быть рассчитаны по формуле

$$p(1|0) = 0,5 \operatorname{erfc} \left( \frac{A+G}{\sqrt{N_0/T_s}} \right) \quad p(0|1) = 0,5 \operatorname{erfc} \left( \frac{A-G}{\sqrt{N_0/T_s}} \right). \quad (18)$$

В формуле (19)  $G$  – пороговое значение;  $N_0$  – спектральная плотность мощности шума.

Для рандомизированного канала, при условии, что  $G = 0$ , значения априорных вероятностей  $p_1 = p_0 = 0,5$ . Тогда выражение (17) можно переписать в виде

$$p_b = p_e = 0,5 \operatorname{erfc} \left( \sqrt{E_s / N_0} \right). \quad (19)$$

Здесь  $p_e$  – вероятность символьной ошибки (для 2-QAM вероятность символьной ошибки равна битовой).

Сигналы 4-QAM можно рассматривать как две независимо модулированные квадратурные несущие. Такой подход позволяет, например, четные биты использовать для модуляции синфазной составляющей несущей, а нечетные – для модуляции квадратурной, или наоборот. При этом каждая из поднесущих представляет собой независимый сигнал 2-QAM. В этом случае вероятность символьной ошибки 4-QAM будет равна

$$p_e = 1 - (1 - p_b)^2 = 2p_b - (p_b)^2. \quad (20)$$

Полагая, что  $2p_b \gg (p_b)^2$ , а также учитывая, что  $E_s = 2E_b$ , можно получить выражение для оценки вероятности битовой ошибки, аналогичное формуле (19), что позволяет сделать вывод о равенстве значений вероятностей ошибок сигналов 2-QAM и 4-QAM. Но это становится возможным только при кодировке символов (см. рис. 11), кодом Грея, который обеспечивает различие у соседних двоичных чисел строго в один информационный бит. Или же в два раза повышать мощность, приходящуюся на каждый символ.

Для оценки помехоустойчивости сигналов QAM в [51] предложено использовать матрицы значений  $a_i$  и  $b_n$ , формируемую парами независимых целых чисел  $(a_i, b_i)$ , в соответствии с формулой (12). Но поскольку для сигналов 2-QAM и 4-QAM, такие матрицы не отражают в полной мере принцип формирования фазовых сдвигов сигналов квадратурными методами, так как для 2-QAM матрица будет иметь вид:

$$\{a_k, b_k\} = \begin{bmatrix} (1, 1) \\ (-1, -1) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

а для 4-QAM, соответственно

$$\{a_k, b_k\} = \begin{bmatrix} (-1, 1) & (1, 1) \\ (-1, -1) & (1, 1) \end{bmatrix}. \quad (22)$$

То сосредоточим внимание на сигнальной конструкции 16-QAM, рассмотрим матрицу значений

$$\{a_k, b_k\} = \begin{bmatrix} (-3, 3) & (-1, 3) & (1, 3) & (3, 3) \\ (-3, 1) & (-1, 1) & (1, 1) & (3, 1) \\ (-3, -1) & (-1, -1) & (1, -1) & (3, -1) \\ (-3, -3) & (-1, -3) & (1, -3) & (3, -3) \end{bmatrix} \quad (23)$$

Если полагать, что в сигнальной конструкции 16-QAM частота проявления символов равномерна, то можно рассчитать ее среднюю энергию  $E_{16}$  в единицах энергии наименьшего формирующего импульса  $E_0$  (применительно к рисунку 13, импульс с наименьшей энергией  $E_0$  формируется амплитудными значениями  $a_n$  и  $b_n$ , и представлен амплитудой  $A_0$  а с наибольшей  $E_M$ , формируемый значениями  $a_k$  и  $b_k$ , – амплитудой  $A_M$ ).

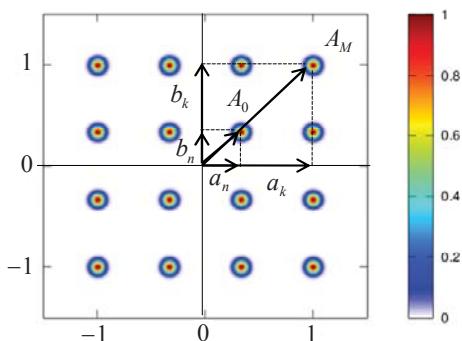


Рис. 13. Сигнальное созвездие сигнала 16-QAM

То используя выражение (13) можно рассчитать среднюю мощность любой конструкции-QAM в единицах вектора минимальной амплитуды  $A_0$ .

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (a_i^2 + b_i^2) E_s / T_s = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left[ (a_i^2 + b_i^2) \frac{A_0^2}{2} \right], \quad (24)$$

для сигнала 2-QAM получим

$$P_{\text{cp 2-QAM}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left[ (a_i^2 + b_i^2) \frac{A_0^2}{2} \right] = A_0^2, \quad (25)$$

а для сигнала 4-QAM, соответственно

$$P_{\text{cp 4-QAM}} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \left[ (a_i^2 + b_i^2) \frac{A_0^2}{2} \right] = A_0^2, \quad (26)$$

Для 2-QAM и 4-QAM значение минимальной и максимальной амплитуды совпадают, т.е.  $A_0 = A_M$ . Однако кардинально картина меняется для сигналов QA более высокого порядка. В частности, для сигнала 16-QAM (см. рис. 13), значение  $P_{\text{cp}}$  составит

$$P_{\text{cp 16-QAM}} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} \left[ (a_i^2 + b_i^2) \frac{A_0^2}{2} \right] = 5A_0^2, \quad (27)$$

Полученный результат обусловлен тем, что  $A_0 \neq A_M$ . Соответственно для 32-QAM

$$P_{\text{cp 32-QAM}} = \frac{1}{32} \sum_{i=1}^{32} \left[ (a_i^2 + b_i^2) \frac{A_0^2}{2} \right] = 10A_0^2, \quad (28)$$

и для 64-QAM

$$P_{\text{cp 64-QAM}} = \frac{1}{64} \sum_{i=1}^{64} \left[ (a_i^2 + b_i^2) \frac{A_0^2}{2} \right] = 21A_0^2, \quad (29)$$

Анализ выражений (25-29) без раскрытия их сущности может привести к неправильным выводам, что средняя мощность сигнала QAM возрастает увеличением его позиционности. Однако это не так, поскольку значения  $A_0$  в указанных формулах являются минимальными только для конкретной конструкции. Например, величина  $A_0$  сигнала 4-QAM в три раза превосходит величина  $A_0$  сигнала 16-QAM, и в семь раз для сигнала 64-QAM.

В таблице 1 приведены значения средней мощности сигналов QAM, пересчитанные во взаимных величинах  $A_0$ .

Таблица 1

Значения средних мощностей, выраженных во взаимных минимальных амплитудах

	4-QAM	16-QAM	32-QAM	64-QAM
4-QAM	1	0,56	0,4	0,43
16-QAM	1,8	1	0,72	0,77
32-QAM	2,5	1,39	1	1,08
64-QAM	2,33	1,3	0,93	1

Согласно данным таблицы 1, значение средней энергии сигнала 4-QAM больше, чем сигнала 16-QAM в единицах минимальной амплитуды вектора фазовой плоскости, используемого для формирования сигнала 16-QAM в 1,8 раза.

Если же сигнал 16-QAM выражать в единицах минимальной амплитуды вектора сигнала 4-QAM, то получим, что его средняя мощность составляет всего 0,56 раза от средней мощности 4-QAM.

Интересным моментом полученных результатов является то, что средняя энергия сигнала 64-QAM превосходит среднюю энергию сигнала 32-QAM. Но это не значит, что помехоустойчивость 32-QAM хуже, чем у 64-QAM, поскольку для оценки помехоустойчивости необходимо знать величину пик-фактора сигнальной конструкции и величину евклидова расстояния [52].

Поэтому в научных исследованиях при оценке помехоустойчивости сигналов квадратурной модуляции достаточно часто используют формулу, предложенную в [51], позволяющую оценить вероятность битовой ошибки в зависимости от отношения сигнал/шум  $h^2 = E_b / N_0$ , где  $E_b$  – энергия, приходящаяся на бит, а  $N_0$  – спектральная плотность мощности шума (далее – ОСШ).

$$p_b = \frac{2(1-L^{-1})}{\log_2 L} Q \left[ \sqrt{\left( \frac{3 \log_2 L}{L^2 - 1} \right)} 2h^2 \right], \quad (30)$$

где  $L$  – количество уровней манипуляции, определяемых для сигнала M-QAM как  $L = \sqrt{M}$ ;  $E_b$  – энергия сигнала, приходящаяся на бит;  $N_0$  – спектральная плотность мощности шума:  $Q$ -функция есть гауссов интеграл ошибок [48]

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right), \quad (31)$$

Однако формула (30) в ее конечном виде не раскрывает сущности помехоустойчивости сигналов QAM. Поэтому, в интересах раскрытия общности сигнальных конструкций, формируемых методом квадратурной модуляции, по отношению к сигналам фазовой и многопозиционной амплитудной

манипуляции, рассмотрим альтернативный подход к оценке помехоустойчивости сигналов квадратурной модуляции, с позиций независимого обнаружения синфазной и квадратурной составляющих на приеме.

Так, вероятность достоверного приема сигнала QAM возможна в случае положительного решения о приеме сигнала как синфазном, так и квадратурном каналах. Поэтому учитывая, что вероятность ошибки  $L$ -уровневой амплитудной манипуляции определяется в соответствии с формулой, представленной в [48] (справедливость формулы обоснована при кодировании уровней кодом Грэя),

$$p_s = \frac{2(\sqrt{M} - 1)}{\sqrt{M}} Q\left(\sqrt{\frac{3E_s}{(M-1)N_0}}\right), \quad (32)$$

то вероятность правильного приема одновременно в обоих каналах квадратурного демодулятора будет определяться как

$$p_0 = (1 - p_s)^2. \quad (33)$$

В формуле (32)  $E_s$  – энергия, приходящаяся на символ сигнала.

Учитывая, что энергия  $E_b$  связана с  $E_s$  следующим соотношением [15]

$$E_s = E_b \log_2(M), \quad (34)$$

то вероятность битовой ошибки приема сигнала QAM с учетом формул (32), (33) и (34) можно представить в следующем виде:

$$p_b = \frac{1 - \left[ 1 - \frac{2(\sqrt{M} - 1)}{\sqrt{M}} Q\left(\sqrt{\frac{3E_b \log_2(M)}{(M-1)N_0}}\right) \right]^2}{\log_2 M}, \quad (35)$$

В (35) деление на  $\log_2 M$  обусловлено тем, что величина  $p_b$  связана с вероятностью ошибки символа  $p_c = 1 - p_0$  следующим образом  $p_c = p_b \log_2 M$ .

Формула (35) является обобщающим выражением для оценки помехоустойчивости сигнальных конструкций M-QAM, поэтому для 4-QAM, т.е. для  $M = 4$ , получаем

$$p_b = Q\left(\sqrt{2h^2}\right) \left[ 1 - 0.5Q\left(\sqrt{2h^2}\right) \right]. \quad (36)$$

Соответственно, для 16-QAM, т.е. для  $M = 16$

$$p_b = \frac{3}{4} Q\left(\sqrt{\frac{4h^2}{5}}\right) - \frac{9}{16} Q^2\left(\sqrt{\frac{4h^2}{5}}\right), \quad (37)$$

где  $h^2 = E_b / N_0$  – ОСШ в канале

А для 64-QAM, т.е. для  $M = 64$ , получим

$$p_b = \frac{7}{12} Q\left(\sqrt{\frac{2h^2}{7}}\right) - \frac{49}{96} Q^2\left(\sqrt{\frac{2h^2}{7}}\right). \quad (38)$$

Когда  $k$  нечетное,  $2^k \neq M$ , то для сигналов квадратурной модуляции типа  $\sqrt{M}$ -QAM не существует точных

аналитических выражений. Однако можем найти верхнюю границу частоты ошибок символов для таких конструкций [51]

$$p_s \leq 4Q\left(\sqrt{\frac{3kh^2}{(M-1)}}\right). \quad (39)$$

Тогда для сигнала 32-QAM, для которого не существует точной формулы расчета вероятности битовой ошибки, можно в соответствии с выражением (39) вычислить верхнюю границу помехоустойчивости

$$p_s \leq 4Q\left(\sqrt{\frac{15h^2}{31}}\right). \quad (40)$$

А так как один символ 32-QAM содержит 5 битов информации, то для перехода к оценке вероятности битовой ошибки получим

$$p_b \leq \frac{4}{5} Q\left(\sqrt{\frac{15h^2}{31}}\right). \quad (41)$$

Результаты проведенного моделирования (см. рис. 14), показали следующее.

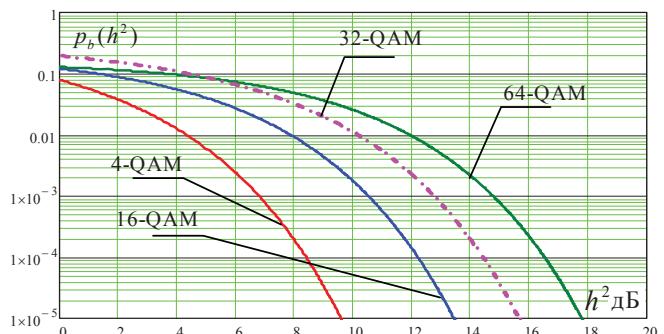


Рис. 14. Вероятность битовой ошибки для сигналов 4-QAM, 16-QAM, 32-QAM и 64-QAM

Оценка помехоустойчивости, полученная по формулам (30) и (41) практически полностью совпадает для сигналов 4-QAM, 16-QAM, 32-QAM и 64-QAM, что указывает на правомерность теоретических результатов и обоснованного подхода оценки вероятности битовой ошибки сигналов QAM с позиций совместного приема квадратурных составляющих.

Аналогичные расчеты, подтверждающие правомерность формул (30) и (35), получены и для сигналов QAM более высокой размерности. Но поскольку такие сигнальные конструкции используются лишь в оптических и проводных каналах связи, то в рамках настоящего исследования они не приводятся.

### Модифицированные сигнальные конструкции с квадратурной модуляцией

Поиск технических решений, направленных на повышение помехоустойчивости приема сигналов квадратурной модуляции, способствовал дальнейшей модификации



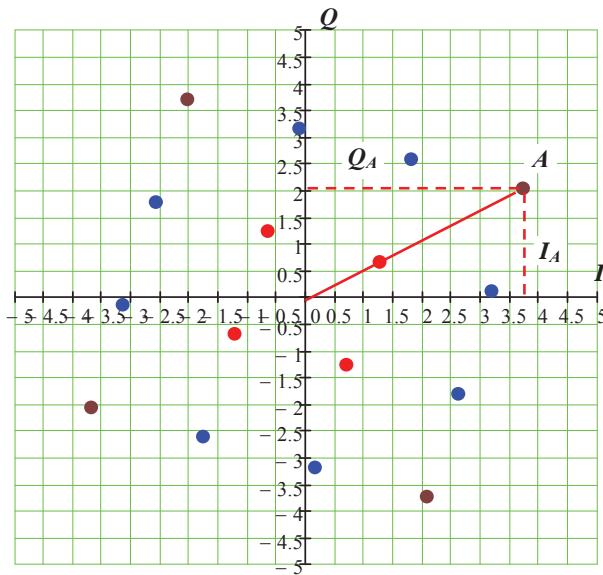


Рис. 16. Трансформированное созвездие сигнала 16-QAM

Для понимания сущности предлагаемой трансформации, рассмотрим ее с позиций оценки пик-фактора произвольного сигнала  $s_r(t)$ , рассчитываемого как отношение максимальной энергии  $E_m$  к ее среднему значению  $E_c$ :

$$\Pi^2 = E_m / E_c . \quad (44)$$

При этом, как было уже показано, для оценки помехоустойчивости помимо пик-фактора необходимо учитывать и МЕР, которое определяет минимальную геометрическую разность между двумя сигналами  $s_r$  и  $s_k$

$$d_{rk} = \sqrt{\sum_{v=1}^N (s_{rv} - s_{kv})^2} . \quad (45)$$

Применительно к сигнальным конструкциям, МЕР можно определить как

$$d_E = \min_{r \neq k} d_{r,k}, \quad r, k = \overline{0, M-1} \text{ при } r \neq k . \quad (46)$$

То есть как наименьшее значение между всеми возможными комбинациями точек сигнального созвездия. В своей совокупности энергетические показатели, определяющие коэффициент помехоустойчивости сигнальной конструкции, можно записать как [20, 23]

$$g_m = \left( \frac{d}{2\sqrt{E_m}} \right)^2 \text{ и } g_c = \left( \frac{d}{2\sqrt{E_c}} \right)^2 , \quad (47)$$

где  $E_m$  и  $E_c$  – максимальное и среднее значение сигнальной конструкции.

Поскольку отношение максимальной энергии и средней энергий к односторонней спектральной плотности шума определяется, соответственно

$$h_m^2 = \frac{E_m}{N_0} \text{ и } h_c^2 = \frac{E_c}{N_0} , \quad (48)$$

то с учетом формулы (44) значение максимальной энергии сигнальной конструкции можно описать следующим образом:

$$h_m^2 = \Pi_c^2 h_c^2 \frac{E_m}{N_0} , \quad (49)$$

Соответственно переход от символьных показателей к битовым показателям позволит записать

$$E_{bm} = \frac{E_m}{\log_2 M} \text{ и } E_{bc} = \frac{E_c}{\log_2 M} . \quad (50)$$

$$h_{bm}^2 = \frac{E_{bm}}{N_0} \text{ и } h_{bc}^2 = \frac{E_{bc}}{N_0} . \quad (51)$$

Согласно полученным выражениям целесообразно осуществлять поворот не всей сигнальной конструкции в целом, а раздельно в пределах каждого квадранта.

Пример такой трансформации представлен на рисунке 17. Для наглядности результата, каждой сигнальные созвездия на рисунках 16 и 17 представлены в координатных проекциях с одинаковым масштабом.

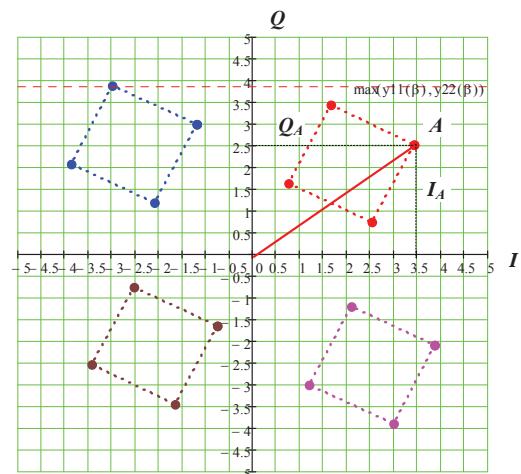


Рис. 16. Трансформированное созвездие сигнала 16-QAM (альтернативный вариант)

Следует отметить, что каждая сигнальная точка созвездия в такой альтернативной трансформации (обозначим такие сигналы как AQAM) также имеет две независимые координаты, как и созвездие, поворот которого осуществлен в соответствии с рекомендациями стандарта DVB-T2.

Однако, при такой трансформации, за счет снижения пик-фактора и повышения средней энергии конструкции обеспечивается повышения помехоустойчивости приема.

В таблицах 5 и 6 представлены результаты оценки выигрыша по показателю средней энергии и пик-фактора.

Таблица 5

Оценка выигрыша сигналов AQAM  
по показателю средней энергии

M	16	64
$\gamma_E$	12,0%	8,5%

Таблица 6

Оценка проигрыша сигналов AQAM  
по показателю пик-фактора

M	16	64
γ <sub>p</sub>	8%	5%

Таким образом, несмотря на глубокую проработку теоретических аспектов синтеза сигнальных конструкций QAM, сохраняется потенциальная возможность повышения помехоустойчивости их приема, что стимулирует к дальнейшему продолжению научных исследований.

### Заключение

Обоснованность предложенного подхода базируется на соответствии результатов аналитического моделирования общизвестным данным.

Разработанный научно-аналитический аппарат открывает новые направления синтеза новых сигнальных конструкций QAM с позиций альтернативной трансформации их констелляционных диаграмм фазовой плоскости. Например, при синтезе сигнальных конструкций с трансформированными созвездиями для сигналов 32-QAM, а также построенных на основе гексагональных решеток различных видов.

Дальнейшее исследование будет связано с разработкой подхода к повышению спектральной эффективности сигнальных конструкций, формируемых методом квадратурного синтеза. В том числе с использованием вейвлет-функций [54].

### Литература

- Стрюк Я.Г. Стандарт цифрового телевидения DVB-T2 // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2012. Т. 6, № 9. С. 133-135.
- Коржихин Е.О., Власюк И.В. Методы снижения пик+фактора в системах наземного цифрового телевизионного вещания стандарта DVB-T2 // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2012. Т. 6, № 9. С. 83-86.
- Дворников С.В., Кузнецов Д.А., Кожевников Д.А. и др. Теоретическое обоснование синтеза ансамбля биортогональных сигналов с повышенной помехоустойчивостью // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2015. № 5. С. 16-20. EDN UMOIYB.
- Mamatou A.M., Chalhoub G. Enhancing the CSMA/CA of IEEE 802.15.4 for better coexistence with IEEE 802.11 // Wireless Networks. 2021. Vol. 27. No. 6. P. 3903-3914. DOI 10.1007/s11276-021-02691-2.
- Легков К. Е. Беспроводные локальные сети IEEE 802.11: механизм распределение скоростей // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2010. Т. 4. № 5. С. 17-19. EDN OKFSGB.
- Бестужин А.Р., Дворников С.В., Крячко А.Ф. и др. Исследование субканальных шумов сигналов, сформированных по технологии ортогонального частотного мультиплексирования // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2018. № 3. С. 123-129. EDN VAIBLL.
- Dovbnya V.G., Koptev D.S., Babanin I.G., Knyazev A.A. Evaluation of the influence of the value of the dynamic range of the radio receiver on the noise immunity of receiving signals with quadrature amplitude modulation // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2021. Т. 15, № 6. С. 65-69.
- Засенко В.Е., Просвирякова Л.В. Формирователь квадратурных составляющих комплексной огибающей сигнала с минимальной частотной модуляцией // Вестник СибГУТИ. 2020. № 2 (50). С. 20-29.
- Дворников С.В., Пшеничников А.В., Манаенко С.С. Помехоустойчивая модель сигнала КАМ-16 с трансформированным созвездием // Информационные технологии. 2015. Т. 21. № 9. С. 685-689. EDN UMHSMF.
- Dovbnya V.G., Koptev D.S., Babanin I.G., Knyazev A.A. Evaluation of the influence of the value of the dynamic range of the radio receiver on the noise immunity of receiving signals with quadrature amplitude modulation // T-Comm. 2021. Vol. 15. No. 6. P. 65-69. DOI 10.36724/2072-8735-2021-15-6-65-69.
- Dvornikov S. Justification of the Empirical Expression for Assessing the Noise Immunity of Quadrature Modulation Signals // Proceedings of Telecommunication Universities. 2023. Vol. 9. No. 1. P. 6-13. – DOI 10.31854/1813-324X-2023-9-1-6-13.
- Семенов О. Квадратурная амплитудная модуляция (QAM): что это такое и где применяется <https://fb.ru/article/431976/kvadraturnaya-amplitudnaya-modulyatsiya-qam-ctho-eto-takoe-i-gde-primenyaetsya> (дата обращения 11.11.2023).
- Constellation mapper – maximum number of bits per constellation BIMAX  $\leq 15$ . <http://www.itu.int/rec/T-REC-G.992.3-200904-I> section 8.6.3 (дата обращения 11.11.2023)
- Prasolov A.A. Digital AGC reference level correction in a wideband quadrature amplitude modulated radio receiver // T-Comm. 2019. Vol. 13, No. 7. P. 54-59. DOI 10.24411/2072-8735-2018-10291.
- Дворников С.В., Кудрявцев А.М. Теоретические основы частотно-временного анализа кратковременных сигналов: монография. СПб.: ВАС, 2010. 240 с.
- Рюмин К.Ю., Амакицев О.И., Амелёнков А.А., Журавлёв А.П. Алгоритм фазирования при демодуляции фазоманипулированных сигналов и сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией // Известия Института инженерной физики. 2022. № 2 (64). С. 35-39.
- Симонгайз В.И. Цифровая система вхождения в связь при приеме радиосигнала с квадратурной фазовой модуляцией // Радиотехника. 2020. Т. 84. № 1 (2). С. 24-34.
- Сузальцева Е.В. Исследование квадратурной реализации BPSK-модуляции (QBPSK) // Сборник избранных статей научной сессии ТУСУР. 2023. № 1-1. С. 41-44. EDN ZBQQXI.
- Поборчая Н.Е. Регуляризующие алгоритмы детектирования сигнала M-QAM в системе с MIMO, основанные на фильтрации Калмана // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Т. 16. № 12. С. 4-10. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-12-4-10. EDN KYPSSX.
- Дворников С.В., Пшеничников А.В., Русин А.А., Дворников А.С. Повышение помехоустойчивости сигналов КАМ-16 с трансформированными созвездиями // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2014. № 2. С. 51-56. EDN TFPSSJ.
- Дворников С.В., Марков Е.В., Маноши Э.А. Повышение помехозащищенности передач декаметровых радиоканалов в условиях непреднамеренных помех // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2021. Т. 15, № 6. С. 4-9. DOI 10.36724/2072-8735-2021-15-6-4-9. EDN KHPWMU.
- Куликов Г.В., Данг С.Х., Куликов А.Г. Влияние погрешностей системы синхронизации на помехоустойчивость приема сигналов с амплитудно-фазовой манипуляцией // Russian Technological Journal. 2023. Т. 11, № 3. С. 30-37. DOI 10.32362/2500-316X-2023-11-3-30-37. EDN PSSTXG.
- Гужва А.Ю., Дворников С.В., Русин А.А., Пшеничников А.В. Методика трансформации сигнального созвездия сигнала КАМ-16 с изменением его формы // Электросвязь. 2015. № 2. С. 28-31. EDN TIRREJ.
- Манаенко С.С., Дворников С.В., Пшеничников А.В. Теоретические аспекты формирования сигнальных конструкций сложной структуры // Информатика и автоматизация. 2022. Т. 21, № 1. С. 68-94. DOI 10.15622/ia.2022.21.3. EDN CEAFL.
- Сидельников Г.М. Помехоустойчивость демодулятора сигнала КАМ-16 при трансформации границ сигнального созвездия в канале с многолучевостью // Вестник Новгородского государственного университета. 2021. № 2(123). С. 76-81. DOI 10.34680/2076-8052.2021.2(123).76-81.
- Дворников С.В., Пшеничников А.В., Эконом В.П. Метод оценки помехоустойчивости сигнальных конструкций квадратурной

модуляции с трансформированными констелляционными диаграммами // Радиопромышленность. 2017. № 1. С. 51-56. EDN XVLHXT.

27. Дворников С.В., Устинов А.А., Русин А.А. и др. Анализ факторов, влияющих на помехоустойчивость сигналов квадратурной амплитудной манипуляции // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2014. № 1. С. 3-11. EDN TFLMUH.

28. Тымшишак Ю.Ф., Ерисов А.А., Михайлук Ю.П. Оценка отношения сигнал-шум при измерениях параметров радиосигналов цифрового эфирного телевидения формата DVB-T2 // Современные проблемы радиоэлектроники и телекоммуникаций. 2021. № 4. С. 143. EDN PKCSKA.

29. Дворников С.В., Жданов А.Ю. Синтез сигналов для телевидения на основе гексагональных решеток // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2022. № 3. С. 101-106. EDN POIZEQ.

30. Драгайло Л.П., Ивойловская А.О. Кодирование методом квадратического Фазового сдвига. Виртуальный прибор системы передачи цифровой информации // Научный Лидер. 2021. № 29(31). С. 46-49.

31. Дворников С.В., Аюков Б.А., Жданов А.Ю. Сигнальные конструкции КАМ-256 на основе гексагональных решеток // Информация и космос. 2022. № 3. С. 6-11. EDN RDUIOD.

32. Овсянникова А.С., Макаров С.Б., Завьялов С.В., Волченко С.В. Оценка степени приближения информационной системы к границам Шеннона путем использования оптимальных по критерию максимальной концентрации энергии в полосе частот сигналов // Радиотехника. 2023. Т. 87, № 1. С. 5-22. DOI 10.18127/j00338486-202301-01.

33. Артюшенко В.М., Волович В.И. Синтез алгоритмов обработки сигналов в условиях воздействия полосовых негауссовых помех. Квадратурная обработка // Радиотехника. 2019. № 3. С. 12-17. DOI 10.18127/j00338486-201903-02.

34. Al Safi A., Bazuin B. FPGA based implementation of BPSK and QPSK modulators using address reverse accumulators // 2016 IEEE 7th Annual Ubiquitous Computing, Electronics & Mobile Communication Conference (UEMCON), pp. 1-6.

35. Ali M., Ahsan T., Armughan A., Bilal H., Farhan A., Rehan C., Mehr D. BER Reduction in QPSK', COMSATS Institute of Information Technology // Journal of Applied Environmental and Biological Sciences, 2017, pp. 57-64

36. Дворников С.В. Теоретические основы синтеза билинейных распределений энергии нестационарных процессов в частотно-временном пространстве (обзор) // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4, № 1. С. 47-60. EDN YUZUOE.

37. Овчинников Р.В., Костров В.В. Эффект наложения при дискретизации непрерывных сигналов // Современные технологии в науке и образовании – СТНО-2018 : Сборник трудов международного научно-технического форума: в 11 томах / Под общ. ред. О.В. Миловзорова. Том 3. Рязань: Рязанский государственный радиотехнический университет, 2018. С. 34-39. EDN XVSNDN.

38. Агиеевич С.Н., Дворников С.В., Гусельников А.С. Описание сигналов в базисах функций сплайн-Виленкина-Кристенсона // Контроль. Диагностика. 2009. № 3. С. 52-57.

39. Гребенюк Ю.А., Пью А.Ч., Печенин Е.А., Шаталов Е.В. Последовательный цифровой КАМ-модем на базе комплексных полосовых БИХ-фильтров с НЧ-прототипами Бесселя // Вестник Воронежского института ФСИН России. 2022. № 3. С. 9-17. EDN RGQPFA.

40. Павлов В.А., Завьялов С.В., Волченко С.В. Особенности реализации классификатора сигналов с аналоговой модуляцией с

помощью нейронных сетей // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8, № 4. С. 196-200. EDN YPVPXN.

41. Дворников А.С., Гудков М.А., Аюков Б.А. и др. Анализ помехоустойчивости передач с однополосной модуляцией в каналах с флуктуационными помехами // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2022. № 4. С. 58-64. EDN PQZSzb.

42. Дворников С.В., Балыков А.А. Предложения по управлению скоростью передачи и помехоустойчивостью сигналов с перестановочной частотной модуляцией // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Т. 14, № 6. С. 20-26. DOI 10.36724/2072-8735-2020-14-6-20-26.

43. Аникин А.С., Цугланов В.В. Оценка уровня перекрестных помех на выходе нелинейного радиопередатчика ретранслятора // Решетневские чтения. 2011. Т. 1. С. 157-158. EDN UNKOLB.

44. Дурнаков А.А., Боков А.С., Иофин А.А., Нагашибаев Д.Ж. Оценка влияния стабильности частоты опорного генератора на точность формирования сигналов в ретрансляционном имитаторе радиосигналов // Труды международного симпозиума "Надежность и качество". 2023. Т. 2. С. 115-119. EDN SFGVTV.

45. Дворников С.В., Дворников С.С., Жеглов К.Д. Помехоустойчивость сигналов однополосной модуляции с управляемым уровнем несущего колебания // Информатика и автоматизация. 2023. Т. 22. № 2. С. 261-288. DOI 10.15622/ia.22.2.2.

46. Дворников С.В. Билинейные распределения с пониженным уровнем интерференционного фона в частотно-временном пространстве (продолжение обзора) // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С. 69-81. EDN XRVQDR.

47. Куликов Г.В., Шамшура А.О., Печенин Е.А., Шаталов Е.В. Анализ помехоустойчивости приема сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией на фоне частотно-манипулированной помехи // Вестник Воронежского института ФСИН России. 2022. № 2. С. 9-15.

48. Прокис Дж. Цифровая связь; пер. с англ.; под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь. 2000. 800 с.

49. Жила А.В., Овсянникова А.С., Завьялов С.В. Оценка эффективности применения ограничения на пик-фактор излучаемых колебаний при синтезе оптимальных спектрально-эффективных сигналов // СПбНТОРЭС: труды ежегодной НТК. 2020. № 1(75). С. 119-122. EDN GTNQZL.

50. Юнусова Л.Д. Анализ методов ценообразования опционов: модель Блэка-Шоулза и метод Монте-Карло // Международный научный журнал. 2020. № 4. С. 64-67. DOI 10.34286/1995-4638-2020-73-4-64-67.

51. Surekha T.P., Ananthapadmanabha T., Puttamadappa C., Kavya A.P. Modeling and Performance Analysis of QAM System. In: Wyld, D.C., Wozniak, M., Chaki, N., Meghanathan, N., Nagamalai, D. (eds) Advances in Network Security and Applications. CNSA 2011. Communications in Computer and Information Science, vol 196. Springer, Berlin, Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-22540-6\\_38](https://doi.org/10.1007/978-3-642-22540-6_38)

52. Andrea Goldsmith. Wireless Communication, Cambridge University Press, 2005.

53. Martínez C., Beivide R., Gabidulin E. Perfect codes for metrics induced by circulant graphs // IEEE Transactions on Information Theory. 2007. Vol. 53, No. 9. P. 3042-3052. DOI 10.1109/TIT.2007.903126.

54. Дворников С.В., Манаенко С.С., Дворников С.С., Погорелов А.А. Синтез фазоманипулированных вейвлет-сигналов // Информационные технологии. 2015. Т. 21. № 2. С. 140-143.

## JUSTIFICATION OF THE EMPIRICAL EXPRESSION FOR ASSESSING THE NOISE IMMUNITY OF QUADRATURE MODULATION SIGNALS

**Sergey S. Dvornikov**, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation;  
Military Academy of Communications, St. Petersburg, Russia, [dvornik.92@mail.ru](mailto:dvornik.92@mail.ru)

### **Abstract**

The general principles of formation and processing of quadrature modulation signals are considered. Analytical models of signal synthesis are presented, as well as block diagrams that implement them. The features of receiving and processing quadrature modulation signals are shown. Attention is focused on the features of constructing demodulators of quadrature modulation signals. Fragments of temporal and spectral representation of signals of various positionality are demonstrated. The noise immunity of quadrature modulation signal reception has been studied from the standpoint of independent processing of in-phase and quadrature components. A generalized expression for estimating the bit error probability for quadrature modulation signals of any order is obtained. Signal constellations of basic structures are presented, their differences with hexagonal structures are shown. A comparative assessment of the noise immunity of hexagonal structures is presented in terms of the crest factor and the average power of the signal symbol. Based on the results of a study of the transformation of signal constellations defined by the DVB-T2 standard, an original approach was proposed based on the independent rotation of constellation diagrams within each of the quadrants of the phase plane. The noise immunity of modified signal structures has been assessed. Directions for further research have been identified.

**Keywords:** quadrature modulation, noise immunity of signal reception, generation and processing of quadrature modulation signals, bit error probability, transformation of signal constellations.

### **References**

1. Ya. G. Stryuk, "Digital television standard DVB-T2 / Ya. G. Stryuk," *T-Comm.* 2012. Vol. 6, No. 9, pp. 133-135.
2. E. O. Korzhikhin, I. V. Vlasyuk, "Methods for reducing the peak+factor in terrestrial digital television broadcasting systems of the DVB-T2 standard," *T-Comm.* 2012. Vol. 6. No. 9, pp. 83-86.
3. S. V. Dvornikov, D. A. Kuznetsov, D. A. Kozhevnikov et al., "Theoretical justification for the synthesis of an ensemble of biorthogonal signals with increased noise immunity," *Questions of radio electronics. Series: Television technology.* 2015. No. 5, pp. 16-20.
4. A. M. Mamadou, G. Chalhoub, "Enhancing the CSMA/CA of IEEE 802.15.4 for better coexistence with IEEE 802.11," *Wireless Networks.* 2021. Vol. 27, No. 6, pp. 3903-3914. DOI 10.1007/s11276-021-02691-2
5. K. E. Legkov, "Wireless local networks IEEE 802.11: speed distribution mechanism," *T-Comm.* 2010. Vol. 4. No. 5, pp. 17-19.
6. A. R. Bestugin, S. V. Dvornikov, A. F. Kryachko et al., "Study of subchannel noise of signals generated using orthogonal frequency multiplexing technology," *Problems of radio electronics. Series: Television technology.* 2018. No. 3, pp. 123-129.
7. V. G. Dovbnya, D. S. Koptev, I. G. Babanin, A. A. Knyazev, "Evaluation of the influence of the value of the dynamic range of the radio receiver on the noise immunity of receiving signals with quadrature amplitude modulation," *T-Comm.* 2021. Vol. 15. No. 6, pp. 65-69.
8. V. E. Zasenko, L. V. Prosviryakova, "Shaper of quadrature components of a complex signal envelope with minimal frequency modulation," *Bulletin of SibGUTI.* 2020. No. 2 (50), pp. 20-29.
9. S. V. Dvornikov, A. V. Pshenichnikov, S. S. Manaenko, "Noise-resistant model of the KAM-16 signal with a transformed constellation," *Information technologies.* 2015. Vol. 21. No. 9, pp. 685-689.
10. V. G. Dovbnya, D. S. Koptev, I. G. Babanin, A. A. Knyazev, "Evaluation of the influence of the value of the dynamic range of the radio receiver on the noise immunity of receiving signals with quadrature amplitude modulation," *T-Comm.* 2021. Vol. 15. No. 6, pp. 65-69. DOI 10.36724/2072-8735-2021-15-6-65-69
11. S. Dvornikov, "Justification of the Empirical Expression for Assessing the Noise Immunity of Quadrature Modulation Signals," *Proceedings of Telecommunication Universities.* 2023. Vol. 9. No. 1, pp. 6-13. DOI 10.31854/1813-324X-2023-9-1-6-13
12. O. Semenov, "Quadrature amplitude modulation (QAM): what is it and where is it used," <https://fb.ru/article/431976/kvadraturnaya-amplitudnaya-modulyatsiya-qam-chto-eto-takoe-i-gde-primenyaetsya> (accessed 11.11.2023)
13. Constellation mapper - maximum number of bits per constellation BIMAX? <http://www.itu.int/rec/T-REC-G.992.3-200904-I> section 8.6.3 (accessed 11.11.2023)
14. A. A. Prasolov, "Digital AGC reference level correction in a wideband quadrature amplitude modulated radio receiver," *T-Comm.* 2019. Vol. 13. No. 7, pp. 54-59. DOI 10.24411/2072-8735-2018-10291
15. S.V. Dvornikov, A.M. Kudryavtsev, "Theoretical foundations of time-frequency analysis of short-term signals," monograph. St. Petersburg: VAS, 2010. 240 p.
16. K.Yu. Ryumshin, O.I. Atakishev, A.A. Amelenkov, A.P. Zhuravlev, "Phasing algorithm for demodulation of phase-shift keyed signals and signals with quadrature amplitude modulation," *Proceedings of the Institute of Engineering Physics.* 2022. No. 2 (64), pp. 35-39.
17. V.I. Simongauz, "Digital system for entering into communication when receiving a radio signal with quadrature phase modulation," *Radio engineering.* 2020. Vol. 84. No. 1 (2), pp. 24-34.
18. E. V. Suzdal'tseva, "Study of quadrature implementation of BPSK modulation (QBPSK)," *Collection of selected articles of the TUSUR scientific session.* 2023. No. 1-1, pp. 41-44.
19. N. E. Poborchaya, "Regularizing algorithms for detecting an M-QAM signal in a system with MIMO, based on Kalman filtering," *T-Comm.* 2022. Vol. 16. No. 12, pp. 4-10. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-12-4-10
20. S. V. Dvornikov, A. V. Pshenichnikov, A. A. Rusin, A. S. Dvornikov, "Increasing the noise immunity of KAM-16 signals with transformed constellations," *Problems of radio electronics. Series: Television technology.* 2014. No. 2, pp. 51-56.
21. S. V. Dvornikov, E. V. Markov, E. A. Manoshi, "Increasing the noise immunity of transmissions of decimeter radio channels in conditions of unintentional interference," *T-Comm.* 2021. Vol. 15. No. 6, pp. 4-9. DOI 10.36724/2072-8735-2021-15-6-4-9
22. G. V. Kulikov, S. H. Dang, A. G. Kulikov, "The influence of synchronization system errors on the noise immunity of receiving signals with amplitude-phase keying," *Russian Technological Journal.* 2023. Vol. 11. No. 3, pp. 30-37. DOI 10.32362/2500-316X-2023-11-3-30-37
23. A. Yu. Guzhva, S. V. Dvornikov, A. A. Rusin, A. V. Pshenichnikov, "Methodology for transforming the signal constellation of the KAM-16 signal with a change in its shape," *Electrosvyaz.* 2015. No. 2, pp. 28-31.
24. S. S. Manaenko, S. V. Dvornikov, A. V. Pshenichnikov, "Theoretical aspects of the formation of signal structures of complex structure," *Informatics and Automation.* 2022. Vol. 21. No. 1, pp. 68-94. DOI 10.15622/ia.2022.21.3

25. G. M. Sidelnikov, "Noise immunity of the KAM-16 signal demodulator during transformation of the boundaries of the signal constellation in a multipath channel," *Bulletin of the Novgorod State University*. 2021. No. 2(123), pp. 76-81. DOI 10.34680/2076-8052.2021.2(123).76-81
26. S. V. Dvornikov, A. V. Pshenichnikov, V. P. Econom, "Method for assessing the noise immunity of signal structures of quadrature modulation with transformed constellation diagrams," *Radio industry*. 2017. No. 1, pp. 51-56.
27. S. V. Dvornikov, A. A. Ustinov, A. A. Rusin et al., "Analysis of factors influencing the noise immunity of quadrature amplitude manipulation signals." *Questions of radio electronics. Series: Television technology*. 2014. No. 1, pp. 3-11.
28. Yu. F. Tymishak, A. A. Erisov, Yu. P. Mikhailyuk, "Estimation of the signal-to-noise ratio when measuring the parameters of radio signals of digital terrestrial television of the DVB-T2 format," *Modern problems of radio electronics and telecommunications*. 2021. No. 4. P. 143.
29. S. V. Dvornikov, A. Yu. Zhdanov, "Synthesis of signals for television based on hexagonal lattices." *Problems of radio electronics. Series: Television technology*. 2022. No. 3, pp. 101-106.
30. L. P. Dragailo, A. O. Ivoilovskaya, "Coding using the quadratic phase shift method. Virtual device of the digital information transmission system," *Scientific Leader*. 2021. No. 29(31), pp. 46-49.
31. S. V. Dvornikov, B. A. Ayukov, A. Yu. Zhdanov, "Signal structures KAM-256 based on hexagonal lattices," *Information and space*. 2022. No. 3, pp. 6-11.
32. A. S. Ovsyannikova, S. B. Makarov, S. V. Zavyalov, S. V. Volvenko, "Assessing the degree of approximation of an information system to the Shannon boundaries by using signals that are optimal according to the criterion of maximum energy concentration in the frequency band," *Radio engineering*. 2023. Vol. 87. No. 1, pp. 5-22. DOI 10.18127/j00338486-202301-01
33. V. M. Artyushenko, V. I. Volovach, "Synthesis of signal processing algorithms under the influence of non-Gaussian band-pass interference. Quadrature processing," *Radio engineering*. 2019. No. 3, pp. 12-17. DOI 10.18127/j00338486-201903-02
34. A. Al Safi, B. Bazuin, "FPGA based implementation of BPSK and QPSK modulators using address reverse accumulators," *2016 IEEE 7th Annual Ubiquitous Computing, Electronics & Mobile Communication Conference (UEMCON)*, 2016, pp. 1-6.
35. M. Ali, T. Ahsan, A. Armughan, H. Bilal, A. Farhan, C. Rehan, and D. Mehr, "BER Reduction in QPSK," *COMSATS Institute of Information Technology Journal of Applied Environmental and Biological Sciences*, 2017, pp. 57-64.
36. S. V. Dvornikov, "Theoretical foundations for the synthesis of bilinear energy distributions of non-stationary processes in frequency-time space (review)," *Proceedings of educational institutions of communication*. 2018. Vol. 4. No. 1, pp. 47-60.
37. R. V. Ovchinnikov, V. V. Kostrov, "Superposition effect when sampling continuous signals," *Modern technologies in science and education - STNO-2018: Collection of proceedings of the international scientific and technical forum*: in 11 volumes, Ryazan, 2018 / Generally ed. O.V. Milovzorova. Vol. 3. Ryazan: Ryazan State Radio Engineering University, 2018, pp. 34-39.
38. S.N. Agievich, S.V. Dvornikov, A.S. Guselnikov, "Description of signals in the basis of spline-Vilenkin-Christenson functions," *Control. Diagnostics*. 2009. No. 3, pp. 52-57.
39. Yu. A. Grebenko, A. Ch. Pyo, E. A. Pechenin, E. V. Shatalov, "Serial digital CAM modem based on complex bandpass IIR filters with low-pass Bessel prototypes," *Bulletin of the Voronezh Institute of the Federal Penitentiary Service of Russia*. 2022. No. 3, pp. 9-17.
40. V. A. Pavlov, S. V. Zavyalov, S. V. Volvenko, "Features of the implementation of a signal classifier with analog modulation using neural networks," *DSPA: Issues in the use of digital signal processing*. 2018. Vol. 8. No. 4, pp. 196-200.
41. A. S. Dvornikov, M. A. Gudkov, B. A. Ayukov et al., "Analysis of the noise immunity of transmissions with single-sideband modulation in channels with fluctuation interference," *Problems of radio electronics. Series: Television technology*. 2022. No. 4, pp. 58-64.
42. S. V. Dvornikov, A. A. Balykov, "Proposals for controlling the transmission speed and noise immunity of signals with permutable frequency modulation," *T-Comm*. 2020. Vol. 14. No. 6, pp. 20-26. DOI 10.36724/2072-8735-2020-14-6-20-26
43. A. S. Anikin, V. V. Tsuganov, "Estimation of the level of crosstalk at the output of a nonlinear radio transmitter repeater," *Reshetnev Readings*. 2011. Vol. 1, pp. 157-158.
44. A. A. Durnakov, A. S. Bokov, A. A. Iofin, D. Zh. Nagashibaev, "Assessing the influence of the stability of the frequency of the reference oscillator on the accuracy of signal generation in a relay simulator of radio signals," *Proceedings of the international symposium "Reliability and quality"*. 2023. Vol. 2, pp. 115-119.
45. S. V. Dvornikov, S. S. Dvornikov, K. D. Zheglov, "Noise immunity of single-sideband modulation signals with a controlled level of carrier oscillation," *Informatics and Automation*. 2023. Vol. 22. No. 2, pp. 261-288. DOI 10.15622/ia.22.2.2
46. S. V. Dvornikov, "Bilinear distributions with a reduced level of interference background in frequency-time space (continuation of the review)," *Proceedings of educational institutions of communication*. 2018. Vol. 4. No. 2, pp. 69-81.
47. G. V. Kulikov, A. O. Shamshura, E. A. Pechenin, E. V. Shatalov, "Analysis of the noise immunity of receiving signals with quadrature amplitude modulation against the background of frequency-keyed interference," *Bulletin of the Voronezh Institute of the Federal Penitentiary Service of Russia*. 2022. No. 2, pp. 9-15.
48. J. Proakis, "Digital communication," edited by D. D. Klovsky. Moscow: Radio and communications. 2000. 800 p.
49. A. V. Zhila, A. S. Ovsyannikova, S. V. Zavyalov, "Evaluation of the effectiveness of applying restrictions on the crest factor of emitted oscillations in the synthesis of optimal spectral-effective signals," *SPbNTORES: proceedings of the annual Scientific and Technical Commission*. 2020. No. 1(75), pp. 119-122.
50. L. D. Yunusova, "Analysis of options pricing methods: the Black-Scholes model and the Monte Carlo method," *International Scientific Journal*. 2020. No. 4, pp. 64-67. DOI 10.34286/1995-4638-2020-73-4-64-67
51. T.P. Surekha, T. Ananthapadmanabha, C. Puttamadappa, A.P. Kavya, "Modeling and Performance Analysis of QAM System," In: Wyld, D.C., Wozniak, M., Chaki, N., Meghanathan, N., Nagamalai, D. (eds) *Advances in Network Security and Applications*. CNSA 2011. Communications in Computer and Information Science. Vol. 196. Springer, Berlin, Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-22540-6\\_38](https://doi.org/10.1007/978-3-642-22540-6_38)
52. Andrea Goldsmith, "Wireless Communication," Cambridge University Press, 2005.
53. C. Martinez, R. Beivide, E. Gabidulin, "Perfect codes for metrics induced by circulant graphs," *IEEE Transactions on Information Theory*. 2007. Vol. 53. No. 9, pp. 3042-3052. DOI 10.1109/TIT.2007.903126
54. S.V. Dvornikov, S.S. Manaenko, S.S.,Dvornikov, A.A. Pogorelov, "Synthesis of phase-shift keyed wavelet signals," *Information technologies*. 2015. Vol. 21. No. 2, pp. 140-143.

**Information about author:**

**Sergey S. Dvornikov**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Institute of Radio Engineering, Electronics and Communications (Institute 2), St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Researcher of the Research Department of the Military Academy of Communications named after Marshal of the Soviet Union S.M. Budyonny, <https://orcid.org/0000-0001-7426-6475>

# СПОСОБ РАСЧЕТА ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ НА ОСНОВЕ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ МАГНИТНОГО ТИПА

DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-2-24-30

**Manuscript received** 12 January 2024;  
**Accepted** 17 February 2024

**Кухаренко Александр Сергеевич,**  
**Национальный исследовательский университет**  
**"Высшая школа экономики" (НИУ ВШЭ), Москва, Россия,**  
[askukharenko@hse.ru](mailto:askukharenko@hse.ru)

**Ключевые слова:** магнитная антенна,  
 антенная решетка, диаграмма направленности,  
 магнитный излучатель, ближняя зона,  
 формирование поля

В настоящее время в целях повышения информационной емкости каналов беспроводной передачи данных происходит освоение все более высоких частот. Однако не утрачен интерес и к низкочастотным каналам. Обладая не высокой информационной емкостью, они имеют значительно меньшие потери на распространение в свободном пространстве, обеспечивая тем самым большую дальность связи. Существенные трудности при эксплуатации оборудования, использующего низкочастотные каналы связи, возникают из-за габаритных размеров приемных и передающих антенных элементов электрического типа. Альтернативным решением в этом случае может стать применение антенных элементов магнитного типа, габаритные размеры которых при том же значении коэффициента усиления значительно меньше. К сожалению, антенные элементы магнитного типа имеют не равномерную форму диаграммы направленности в азимутальной плоскости, в связи с чем необходимо объединять их в антенные решетки. Подобные конструкции при их разработке требуют проведения расчета и моделирования их электромагнитных параметров при помощи специализированных программных пакетов. Однако это требует большого количества машинного времени и ресурсов. Представленный алгоритм расчета диаграммы направленности решетки, состоящей из антенных элементов магнитного типа, позволяет осуществлять расчет формы диаграммы направленности и значений напряженности магнитного поля в ближней зоне. Необходимые для получения результата вычисления не требуют большого количества машинного времени и позволяют быстро получить необходимые результаты, что существенно сокращает время проведения разработки радиотехнических устройств. Достоверность результатов, получаемых при помощи алгоритма, подтверждена их сравнением с общезвестными. Однако, при реализации и использовании алгоритма следует помнить об имеющихся ограничениях и допущениях, часть из которых могут быть сняты путем введения дополнительных этапов расчета и некоторым усложнением вычислений.

#### Информация об авторе:

**Кухаренко Александр Сергеевич**, к.т.н., доцент, Департамент электронной инженерии Национального исследовательского университета "Высшая школа экономики" (НИУ ВШЭ), Москва, Россия

#### Для цитирования:

Кухаренко А.С. Способ расчета диаграммы направленности антенной решетки на основе излучателей магнитного типа // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №2. С. 24-30.

#### For citation:

Kukharenko A.S. (2024). Method for calculating the radiation pattern of an antenna array based on magnetic type radiators. *T-Comm*, vol. 18, no.2, pp. 24-30. (in Russian)

## Введение

В настоящее время в целях повышения информационной емкости каналов беспроводной передачи данных происходит освоение все более высоких частот [1, 2]. Однако не утрачен интерес и к низкочастотным каналам. Обладая не высокой информационной емкостью, они имеют значительно меньшие потери на распространение в свободном пространстве [3, 4], обеспечивая тем самым большую дальность связи, нежели высокочастотные системы. Одним из таких применений является, например, передача в диапазоне низких частот (НЧ) контрольно-корректирующей информации со стационарной базовой навигационной станции на устройство геопозиционирования, расположенное на мобильном объекте [5].

Существенные трудности при эксплуатации оборудования, использующего низкочастотные каналы связи, возникают из-за габаритных размеров приемных и передающих антенных элементов электрического типа [6], которые в некоторых случаях в целях увеличения их коэффициента усиления и, как следствие, дальности радиосвязи могут достигать нескольких метров. Альтернативным решением в этом случае может стать применение антенных элементов магнитного типа [7, 8], габаритные размеры которых при том же значении коэффициента усиления значительно меньше, нежели габаритные размеры антенных элементов электрического типа, за счет применения магнитных материалов в их конструкции. К сожалению, антенные элементы магнитного типа имеют не равномерную форму диаграммы направленности в азимутальной плоскости. Для получения с их помощью антенных устройств с равномерно распределенным по азимуту коэффициентом усиления необходимо объединять антенные элементы магнитного типа в антенные решетки, распределяя соответствующим образом фазу сигнала между элементами [6, 9].

Поскольку распределение фаз между антennыми элементами решеток не всегда очевидно, подобные конструкции при их разработке требуют проведения расчета и моделирования их электромагнитных параметров при помощи специализированных программных пакетов. Однако, реализованные в этих программных пакетах методы и алгоритмы численного анализа электромагнитных полей имеют низкую сходимость при анализе структур с высокой плотностью и неравномерностью поля, коими являются антенные элементы магнитного типа [10]. Таким образом, моделирование с их помощью подобных антенных систем занимает много машинного времени и ресурсов.

С целью оптимизации процесса проектирования антенных решеток, состоящих из антенных элементов магнитного типа, был разработан алгоритм расчета диаграмм направленности решетки, элементы которой представлены в виде точечных излучателей магнитного поля. Сам алгоритм и ограничения, накладываемые на представление исходных данных для расчета, приведены в данной работе.

## Описание и основные параметры элементарного магнитного излучателя

Магнитные антенны широко применяются в промышленных и любительских радиоприемниках. Объясняется это тем, что они имеют небольшие размеры и хорошо выраженные направленные свойства. Кроме того, они малочувствительны

к электрическим помехам, что особенно ценно в условиях больших городов, где уровень таких помех велик.

Радиоволны, излучаемые антенной радиостанции, представляют собой периодически изменяющееся электромагнитное поле, в котором неразрывно связаны электрическое и магнитное поля. Эти поля – составляющие радиоволн [11]. Назначение антенны состоит в том, чтобы преобразовать энергию электромагнитного поля (радиоволн) в электрические колебания, которые можно усилить приемником.

Простейшей магнитной антенной является рамочная антenna [12], состоящая из одного или нескольких витков провода, имеющих форму рамки. Магнитное поле, пронизывающее плоскость такой антенны, индуцирует в ней электрические колебания – переменную э. д. с. Таким образом, в магнитной антенне происходит преобразование энергии магнитного поля в электрическую.

При введении внутрь витков рамочной антенны магнитного сердечника (например, ферритового), электродвижущая сила (э. д. с.) резко увеличивается. Происходит это потому, что сердечник концентрирует силовые линии поля и рамка пронизывается теперь магнитным потоком большей плотности, чем до введения в нее сердечника. Чем больше магнитная проницаемость сердечника, тем лучше приемные свойства антенны, то есть больше наводимая в ней э. д. с.

В качестве элемента антенной решетки будем рассматривать элементарный магнитный излучатель, конструкция которого представлена на рисунке 1. На сердечнике из магнитного материала (обычно феррита) (1) расположена диэлектрическая прокладка (2), на которую намотана проводящая проволока (3).

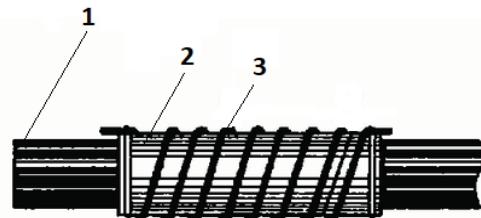


Рис. 1. Конструкция элементарного магнитного излучателя:  
1 – сердечник из магнитного материала; 2 – диэлектрическая прокладка; 3 - проводящая проволока.

Магнитная проницаемость – важнейшая характеристика магнитного материала. У ферритов числовое значение магнитной проницаемости входит в условное обозначение их марок, например, 600НН, 400НН и т.д. Сердечник магнитной антенны обычно представляет собой прямой стержень круглого или прямоугольного сечения. Магнитные свойства таких сердечников оценивают величиной эффективной магнитной проницаемости  $\mu_{\text{eff}}$ . Она зависит от размеров и начальной магнитной проницаемости сердечника. При одинаковых площадях поперечного сечения сердечник большей длины имеет большую  $\mu_{\text{eff}}$ .

Эффективность приемных антенн принято оценивать величиной действующей высоты  $h_d$ . Чем она больше, тем больше э. д. с., наведенная электромагнитным полем в антенне, тем более слабые сигналы можно принять. Этот параметр магнитной антенны зависит от  $\mu_{\text{eff}}$  сердечника, площади его сечения  $S$ , числа витков  $n$  катушки, ее длины  $a$  и диаметра  $d_k$ , а также от расположения катушки на сердечнике и

рабочей длины радиоволны. При увеличении  $\mu_{\text{ф}} S$ ,  $n$ ,  $a$  и уменьшении разницы в диаметрах сердечника и катушки действующая высота антенны увеличивается. Она растет и при уменьшении длины волны. При прочих равных условиях  $h_d$  будет наибольшей, когда катушка расположена на середине сердечника.

Качество катушки индуктивности оценивают ее добротностью – числом, показывающим, во сколько раз индуктивное сопротивление катушки переменному току больше сопротивления ее постоянному току. Сопротивление катушки переменному току, как известно, зависит от ее индуктивности  $L$  и частоты тока, протекающего через нее. Чем больше  $L$  катушки и рабочая частота тока, тем больше ее сопротивление переменному току. Таким образом, если задана частота тока и индуктивность, то добротность катушки можно увеличить путем уменьшения ее сопротивления постоянному току. Сделать это можно различными конструктивными способами (например, наматывать катушку так, чтобы получить нужную индуктивность при меньшей длине провода, увеличивать диаметр катушки и провода), но наибольший эффект дает введение в катушку магнитного сердечника.

#### Описание алгоритма расчета диаграммы направленности решетки, состоящей из антенных элементов магнитного типа

Задача по расчету диаграммы значительно упрощается, если рассматривать антенный элемент или решетку в качестве источника электромагнитного излучения. Согласно принципу взаимности [4, 6], диаграммы направленности антенного устройства, работающего в режиме передачи и приема, совпадают. Таким образом, для расчета диаграммы направленности антенной решетки необходимо сначала определить распределение поля, создаваемого каждым из магнитных излучателей, а затем осуществить векторное сложение полей от всех излучателей решетки в точках расчета диаграммы.

Для элементарного магнитного излучателя в ближней зоне справедливо соотношение [7]:

$$H = (Ih/4\pi r^2)\sin\theta, \quad (1)$$

где:  $H$  – вектор напряженности магнитного поля;  $I$  – вектор тока;  $\theta$  – угол наблюдения;  $r$  – расстояние до излучателя;  $h$  – действующая высота магнитного излучателя:

$$h = (2\pi n_A S_p / \lambda) \mu_A, \quad (2)$$

где:  $n_A$  – число витков элементарного магнитного излучателя;  $S_p$  – площадь витка;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $\mu_A$  – относительная магнитная проницаемость сердечника элементарного магнитного излучателя.

Для расчета напряженности поля, создаваемого излучателем в определенной точке согласно (1) необходимо знать плотность поля, создаваемого в витках излучателя сигналом передатчика (или же сигналом, полученным по эфиру в случае работы антенного элемента в режиме приема). Для этого можно воспользоваться выражением для определения ЭДС наводимой в антенном элементе магнитного типа [7, 8]:

$$e_H = \omega n_A \mu_0 H_0 S_p \mu_A, \quad (3)$$

где:  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота, где  $f$  – частота излучения (или приема) антенны;  $H_0$  – напряженность магнитного поля в антенном элементе магнитного типа.

Поскольку наводимая в антенном элементе магнитного типа ЭДС связана с напряжением на концах ее обмотки выражением [13, 14]:

$$U = (e_H/(R_L + R_S)) R_L, \quad (4)$$

где:  $U$  – амплитуда напряжения на концах обмотки антенного элемента магнитного типа;  $R_S$  – сопротивление обмотки;  $R_L$  – сопротивление нагрузки, к которой подключен антенный элемент.

Определяя из (4) значение ЭДС и заменяя в (1) произведение  $Ih$  выражением для определения напряженности поля катушки, полученным из (3), получаем выражение для расчета диаграммы антенного элемента магнитного типа в ближней зоне:

$$H = ((U/R_L)(R_L + R_S)/(\omega n_A \mu_0 S_p \mu_A))/4\pi r^2 \sin\theta, \quad (5)$$

Поскольку в антенной решетке элементы установлены так, что расстояния от каждого из излучателей и азимутальный угол  $\theta$  не совпадают с расстоянием от центра решетки и азимутальным углом, на которых производится вычисление значения напряженности поля (рис. 2), необходимо определить соответствие расстояний и углов для осуществления корректных вычислений. Для этого рассмотрим геометрию расположения антенного элемента решетки относительно точки расчета напряженности поля, представленную на рисунке 2.

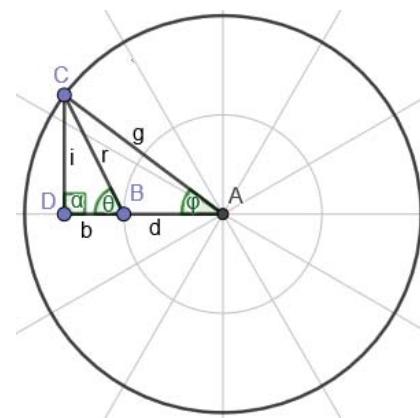


Рис. 2. Расположение элемента антенной решетки относительно точки расчета напряженности поля

Пусть необходимо определить значения напряженности магнитного поля в точках, расположенных на окружности с центром в точке  $A$  и радиусом  $g$ . Антенный элемент, при этом, расположен в точке  $B$  на расстоянии  $d$  от центра окружности. Тогда расстояние до излучателя  $g$  и угол наблюдения  $\theta$ , используемые в (1) и (5) будут однозначно зависеть от радиуса окружности  $g$ , на которой производится расчет значений поля, и азимутального угла  $\varphi$ :

$$\theta = \text{atan}(g \sin\varphi / (g \cos\varphi - d)), \quad (6)$$

$$r = (\cos\varphi - d)/\cos\theta. \quad (7)$$

В случае если элементы решетки с идентичными характеристиками радиально симметрично расположены на окружности радиусом  $d$ , достаточно единожды провести расчет значений поля антенного элемента на окружности радиусом  $g$ . Остальные элементы в этом случае будут иметь такие же значения напряженности поля на окружности радиусом  $g$  с учетом смещения на угол, равный углу между соседними антенными элементами решетки. В противном случае необходимо проводить вычисления значений напряженности для каждого антенного элемента отдельно.

Следует учесть, что на антенные элементы решетки может быть подан сигнал, отличающийся по фазе, что существенно влияет на направление вектора поля и, как следствие, на форму диаграммы направленности решетки. В этом случае добавочная относительно первого элемента решетки фаза  $\alpha$  должна суммироваться с углом  $\theta$  при расчете формы диаграммы ( $\theta_s = \theta + \alpha$ ).

Форма диаграммы антенной решетки получается путем векторного сложения всех порционных значений напряженности поля, создаваемых каждым из антенных элементов в отдельности на окружности радиусом  $g$ .

Блок-схема алгоритма вычисления диаграммы направленности решетки, состоящей из антенных элементов магнитного типа, представлена на рисунке 3.

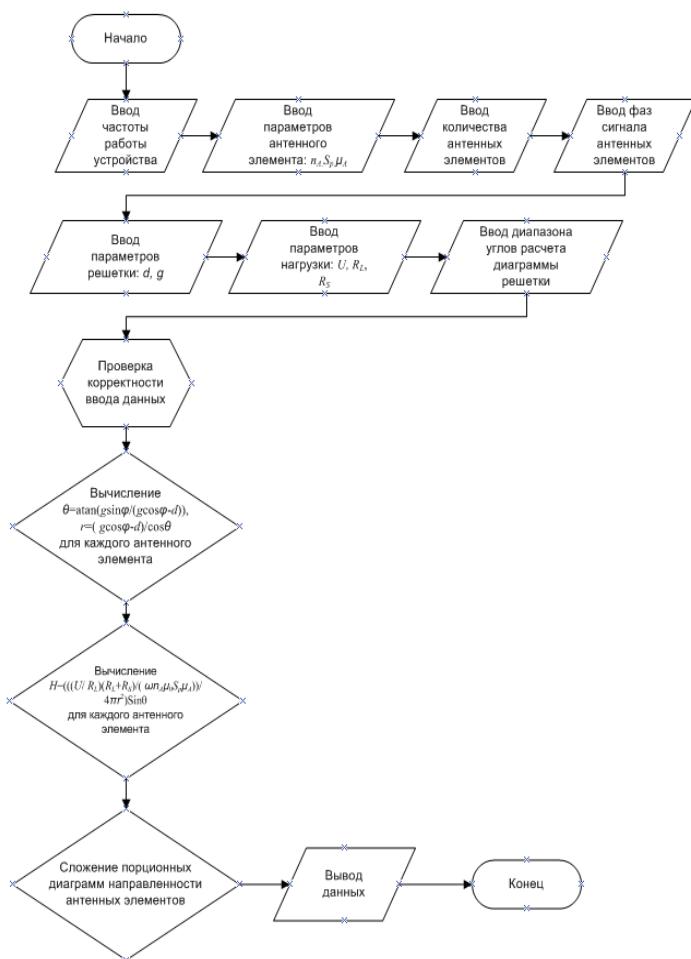


Рис. 3. Блок-схема алгоритма вычисления диаграммы направленности решетки

Пример реализации алгоритма на языке программирования Python [13] представлен на рисунке 4.

```

#Рассчет значений плотности поля
M=np.zeros((360,K))
Hc=np.zeros((360,))
Hr=np.zeros((360,))
Ho=(U*R)/(R+(0.01*na))/(w*na*sp*muo*mua)
e=0
while e<K:
    q=0
    while q<360:
        b=(N/2)*math.cos(ang[q])-(d/2)
        c=(N/2)*math.sin(ang[q])
        Tet=math.atan2(c,b)
        D=(b/math.cos(Tet))/1000
        M[q,e]=(Ho/(4*math.pi*(D**2)))*math.sin(Tet+ksi[e])
        q=q+1
    e=e+1
g=0
while g<K:
    i=0
    while i<360:
        Hc[i]=M[i,g]
        i=i+1
    t=0
    while t<360:
        if (round(360/K)*g-t)>0:
            M[t,g]=Hc[360-(round(360/K)*g)+t]
        else:
            M[t,g]=Hc[t-(round(360/K)*g)]
        t=t+1
    g=g+1
i=0
while i<360:
    j=0
    while j<K:
        Hr[i]=Hr[i]+M[i,j]
        j=j+1
    i=i+1
print(Hr)
  
```

Рис. 4. Фрагмент кода на языке программирования Python, реализующий вычисления диаграммы направленности решетки из антенных элементов магнитного типа

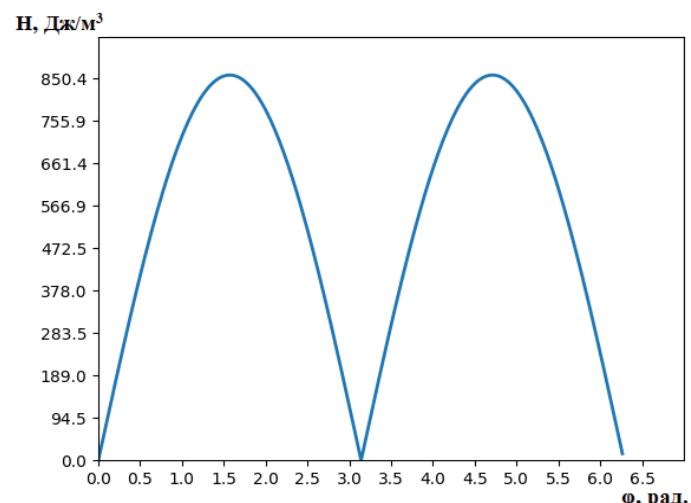


Рис. 5. Рассчитанная форма диаграммы направленности магнитного диполя

В целях проверки качества работы алгоритма и достоверности получаемых результатов расчета, при помощи написанной программы был проведен расчет диаграммы направленности известного излучателя с целью сравнения полученных результатов с известными и проверенными. На рисунке 5 представлен результат расчета при помощи описанного алгоритма, реализованного на программном языке Python [15], диаграммы направленности магнитного диполя. Видно, что рассчитанная форма диаграммы направленности совпадает с общеизвестной [4, 6].

Таким образом, проверено, что результаты, полученные с использованием представленного алгоритма, соответствуют действительности.

### Ограничения в работе алгоритма и задании исходных значений для проведения расчета

При реализации и работе с представленным выше алгоритмом следует помнить о некоторых ограничениях и допущениях.

Уравнения (1) и (5) справедливы для ближней зоны. Поэтому радиус окружности  $g$ , на которой рассчитывается диаграмма направленности, должен быть не больше, чем  $\lambda/10$ .

Антенные элементы магнитного типа при расчете диаграммы направленности рассматриваются как точечные излучатели. Поэтому, размер  $d$  (заданный в мм.) должен быть не менее чем в два раза больше произведения количества витков магнитной антенны на диаметр проволоки (заданный в мм.). В противном случае каждый из витков антенного элемента следует рассматривать как точечный излучатель и рассчитывать индивидуально его порционную диаграмму направленности. По той же причине необходимо соблюдение неравенства  $g > 2d$ .

В представленном листинге кода (рис. 3) рассмотрен случай радиально симметричного расположения антенных элементов магнитного типа на окружности радиусом  $d$ . Во внимание было также принято, что при развороте самого антенного элемента по окружности на тот же угол разворачивается и его поле, что отражается в модуле пересчета фаз кода. При отличном расположении антенных элементов решетки следует изменить соответствующим образом пересчет фаз сигналов антенных элементов.

### Расчет диаграммы направленности в дальней зоне по данным, полученным для ближней зоны

Для расчета диаграммы направленности антенной решетки в дальней зоне по данным, полученным для ближней зоны при помощи описанного выше алгоритма резонно воспользоваться методом реконструкции временных зависимостей [16].

Краевая задача имеет однозначное решение, если на поверхности заданы любые две из шести составляющих электромагнитного поля. Применительно к антенной тематике можно указать два метода решения краевой задачи: интегральный и Фурье, получивший в антенной технике название метода разложения по собственным модам. Различие между обоими методами заключается в последовательности вычислительных операций, а также в удобстве выполнения разного рода оценок.

В интегральном методе решения диаграмма направленности представляется в виде линейного интегрального преобразования от измеренных данных. Аналитический вид зависит только от геометрии поверхности (в нашем случае вычисление происходит на краю в азимутальной плоскости, представляющей собой часть сферической поверхности) сканирования и связан самым непосредственным образом с решением дифракционной задачи о распределении тока, который находится на идеально проводящей поверхности той же конфигурации, что и поверхность сканирования, плоской волной с единичным вектором электромагнитного поля.

Для плоской поверхности сканирования [16]

$$J = 2[n, H], H = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} [e, k'] \exp(-ik' r), \quad (8)$$

где  $H$  – компонента поля плоской волны, падающая на плоскость (рассчитанное значение напряженности магнитного поля в точке по описанному выше алгоритму),  $n$  – нормаль к плоскости,  $k$  – волновое число,  $k'$  – вектор направления.

Точные выражения для  $J$ ,  $a$ , следовательно, и для ядра преобразования в хорошо известны для ряда криволинейных поверхностей, в первую очередь цилиндрической и сферической [16]. Но из-за того, что эти выражения слишком громоздки для практических расчетов на ЭВМ, приходится использовать различные приближения. Прежде всего можно использовать "геометрооптическое" выражение для распределения тока на гладкой поверхности  $S$  [16].

$$J \cong \begin{cases} 2[n, H], r \in S_1 \\ 0, r \in S_2 \end{cases}, \quad (9)$$

где  $S_1, S_2$  – соответственно "освещенная" и "теневая" части поверхности, на которые попадают или не попадают параллельные лучи, падающие с направления  $k'$ ,  $n$  – нормаль к  $S$ .

Путем соответствующих преобразований, описанных в [16], получаем временную зависимость поля в дальней зоне:

$$f(t, k') = \frac{i}{\lambda} \iint_S [k'[nE(t, r)]] \exp(-ik' r) dS, \quad (10)$$

Преобразование измеренных данных временной диаграммы в частотную на частоте  $\omega$  можно осуществляться двумя способами: в частотной и временной областях.

Первый способ заключается в разложении  $E(t, r)$  с помощью преобразования Фурье и последующем применении к спектральным компонентам одной из процедур, разработанных для определения ДН на фиксированной частоте.

$$f(\omega, k') = \frac{i\omega}{2\pi c} \int [k'[n, E(\omega, r)]] \exp\left(i\frac{\omega}{c} k' r\right) d^2 r, \quad (11)$$

Использование выражение (4) для преобразования измеренных в ближней зоне сигналов в диаграмму направленности позволяет использовать разработанный математический аппарат. Но вместе с тем, при таком методе расчета поля в дальней зоне, в каждой точке ближней зоны используется только амплитуда и фаза сигнала. Временная область измеренного сигнала при таком способе вычислений поля в дальней зоне может быть использована только для избавления от переотражений от окружающих предметов при помощи временного окна.

Другой способ расчета, заключается в вычислении временной зависимости поля в дальней зоне и, в случае необходимости, последующем определении ДН на сетке частоте с помощью преобразования Фурье.

$$f(t, k') = \frac{1}{2\pi c} \frac{d}{dt} \iint_S \left[ k' \left[ n, E \left( t - \frac{1}{c}, r, k' \right) \right] \right] d^2 r, \quad (12)$$

Данный метод прежде всего полезен для измерения параметров антенн широкополосных и сверхширокополосных систем связи и радаров, излучающих сложные временные зависимости сигналов.

### Заключение

Таким образом, представленный алгоритм расчета диаграммы направленности решетки, состоящей из антенных элементов магнитного типа, позволяет осуществлять расчет формы диаграммы направленности и значений напряженности магнитного поля в ближней зоне. Необходимые для получения результата вычисления не требуют большого количества машинного времени и позволяют быстро получить необходимые результаты, что существенно сокращает время проведения разработки радиотехнических устройств.

Достоверность результатов, получаемых при помощи алгоритма, подтверждена их сравнением с общеизвестными. Однако, при реализации и использовании алгоритма следует помнить о имеющихся ограничениях и допущениях, часть из которых могут быть сняты путем введения дополнительных этапов расчета и некоторым усложнением вычислений.

### Литература

1. Garg V. Wireless communication and networking. NY.: Morgan Kaufman, 2007. 840 p.
2. Шахнович И. Современные технологии беспроводной связи. М.: Техносфера, 2004. 168 с.

3. Основы теории антенн и распространения радиоволн: Учебное пособие / Под ред. В.П. Кубанова. С.: ИНУЛ-ПГУТИ, 2016. 258 с.

4. Balanis C.A. Antenna theory. Analysis and design. NJ.: John Wiley & Sons, 2016. 1095 p.

5. Аппаратура высокоточного позиционирования по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем: приемники-потребители навигационной информации / Под ред. М. И. Жодзижского. М.: Изд-во МАИ-Принт, 2010. 291 с.

6. Я.Н. Фельд, Л.С. Бененсон. Основы теории антенн: учебное пособие для ВУЗов. 2-е изд., перераб. М.: Дрофа, 2007. 491 с.

7. Курочкин А.Е. Теоретические основы активных магнитных антенн: Учебно-методическое пособие по дисциплине "Радиоприемные устройства" для студентов специальности "Радиотехника". В 2 ч. Ч. 1: Шумовые параметры входных каскадов радиоприемных устройств с магнитной антенной. Мн.: БГУИР, 2002. 50 с.

8. Курочкин А.Е. Теоретические основы активных магнитных антенн: Учебно-методическое пособие по дисциплине «Радиоприемные устройства» для студентов специальности «Радиотехника» всех форм обучения: В 2 ч. Ч. 2. Нелинейные характеристики входных каскадов радиоприемных устройств с магнитной антенной. Мн.: БГУИР, 2003. 56 с.

9. Скobelев С.П. Фазированные антенные решетки с секторальными парциальными диаграммами направленности. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 320 с.

10. Банков С.Е., Гутцайт Э.М., Курушин А.А. Решение оптических и СВЧ задач с помощью HFSS. М.: ООО «Оркада», 2012. 240 с.

11. Полянский И.С. Теория электромагнитного поля и распространение радиоволн. М: Горячая линия – Телеком, 2023. 272 с.

12. Баранов С.А. Устройства СВЧ и антенны. М.: Горячая линия – Теком, 2022. 344 с.

13. Белоцерковский Г.Б. Основы радиотехники и антенны. М.: Радио и связь, 1983.

14. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника: Учебное пособие для ВУЗов. М.: Издательский центр «Академия», 2007. 544 с.

15. Даусон М. Программируем на Python. СПб.: Питер, 2022. 416 с.

16. Скулкин С.П. Методы расчета пространственно-временных характеристик сверхширокополосных апертурных антенн: дис. На соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Нижний Новгород, 2016. 253 с.

## METHOD FOR CALCULATING THE RADIATION PATTERN OF AN ANTENNA ARRAY BASED ON MAGNETIC TYPE RADIATORS

**Alexander S. Kukharenko**, National Research University "Higher School of Economics" (HSE), Moscow, Russia,  
[askukharenko@hse.ru](mailto:askukharenko@hse.ru)

### Abstract

Currently, in order to increase the information capacity of wireless data transmission channels, higher and higher frequencies are being mastered. However, interest in low-frequency channels has not been lost either. Possessing a low information capacity, they have significantly lower propagation losses in free space, thereby providing a greater communication range than high-frequency systems. Significant difficulties in the operation of equipment using low-frequency communication channels arise due to the overall dimensions of the receiving and transmitting antenna elements of the electric type, which in some cases, in order to increase their gain and, as a result, the radio communication range can reach several meters. An alternative solution in this case can be the use of magnetic-type antenna elements, the overall dimensions of which, at the same gain value, are much smaller than the overall dimensions of electrical-type antenna elements, due to the use of magnetic materials in their design. Unfortunately, magnetic-type antenna elements have a non-uniform shape of the radiation pattern in the azimuthal plane. To obtain with their help antenna devices with a gain uniformly distributed along the azimuth, it is necessary to combine magnetic-type antenna elements into antenna arrays, distributing the signal phase

between the elements accordingly. Since the distribution of phases between antenna elements of arrays is not always obvious, such designs during their development require the calculation and simulation of their electromagnetic parameters using specialized software packages. However, the methods and algorithms for the numerical analysis of electromagnetic fields implemented in these software packages have low convergence in the analysis of structures with a high density and non-uniformity of the field, which are magnetic-type antenna elements. Thus, modeling such antenna systems with their help takes a lot of computer time and resources. In order to optimize the process of designing antenna arrays consisting of magnetic type antenna elements, an algorithm was developed for calculating the radiation patterns of an array, the elements of which are presented in the form of magnetic field point emitters. The algorithm for calculating the radiation pattern of an array consisting of antenna elements of the magnetic type, presented in the paper, makes it possible to calculate the shape of near field radiation pattern and the values of the magnetic field strength in the near zone. The calculations necessary to obtain the result do not require a large amount of computer time and allow you to quickly obtain the necessary results, which significantly reduces the time for the development of radio engineering devices. The reliability of the results obtained using the algorithm is confirmed by their comparison with the well-known ones. However, when implementing and using the algorithm, one should be aware of the existing limitations and assumptions, some of which can be removed by introducing additional calculation steps and some complication of calculations.

**Keywords:** magnetic antenna, antenna array, radiation pattern, magnetic emitter, near field, field formation

### References

1. V. Garg, "Wireless communication and networking," NY.: Morgan Kaufman, 2007. 840 p.
2. I. Shakhnovich, "Modern wireless communication technologies," Moscow: Technosphere, 2004. 168 p.
3. Fundamentals of the theory of antennas and radio wave propagation: Textbook / Ed. V.P. Kubanova. Samara: PGUTI, 2016. 258 p.
4. C. A. Balanis, "Antenna theory. Analysis and design," NJ.: John Wiley & Sons, 2016. 1095 p.
5. High-precision positioning equipment based on signals from global navigation satellite systems: receivers-consumers of navigation information / Ed. M.I. Zhodzizhsky. Moscow: MAI-Print Publishing House, 2010. 291 p.
6. Ya. N. Feld, L. S. Benensonia, "Fundamentals of antenna theory: a textbook for universities," 2nd ed., revised. Moscow: Drofa, 2007. 491 p.
7. A.E. Kurochkin, "Theoretical foundations of active magnetic antennas: Educational and methodological manual on the discipline "Radio Receiving Devices" for students of the specialty "Radio Engineering", In 2 hours. Part I: Noise parameters of the input stages of radio receiving devices with a magnetic antenna. Minsk: BSUIR, 2002. 50 p.
8. A.E. Kurochkin, "Theoretical foundations of active magnetic antennas: Educational and methodological manual on the discipline "Radio Receiving Devices" for students of the specialty "Radio Engineering" of all forms of study," In 2 parts. Part 2. Nonlinear characteristics of the input stages of radio receiving devices with a magnetic antenna. Minsk: BSUIR, 2003. 56 p.
9. S. P. Skobelev, "Phased array antennas with sectoral partial radiation patterns," Moscow: FIZMATLIT, 2010. 320 p.
10. S. E. Bankov, E. M. Gutzeit, A. A. Kurushin, "Solving optical and microwave problems using HFSS," Moscow: Orkada LLC, 2012. 240 p.
11. I. S. Polyansky, "The theory of the electromagnetic field and the propagation of radio waves," Moscow: Hotline – Telecom, 2023. 272 p.
12. S. A. Baranov, "Microwave devices and antennas," Moscow: Hotline – Telecom, 2022. 344 p.
13. G. B. Belotserkovsky, "Basics of radio engineering and antennas," Moscow: Radio and communications, 1983.
14. A. S. Kasatkin, M. V. Nemtsov, "Electrical engineering: Textbook for universities. Moscow: Publishing center "Academy", 2007. 544 p.
15. M. Dawson, "We program in Python," St. Petersburg: Peter, 2022. 416 p.
16. S. P. Skulkin, "Methods for calculating the spatio-temporal characteristics of ultra-wideband aperture antennas: dis. For the degree of Doctor of Physical and Mathematical Sciences," Nizhny Novgorod, 2016. 253 p.

### Information about author:

**Rinat R. Diyazitdinov**, Associate professor of the department Networks and Communication Systems, Povelzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia

# АНАЛИЗ СВОЙСТВ СИНХРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ НА АВТОГЕНЕРАТОРЕ ПО СХЕМЕ КОЛПИТЦА С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-2-31-43

**Фан Тuan Ань,**  
Московский технический университет связи  
и информатики (МТУСИ), Москва, Россия,  
[alexpta96@gmail.com](mailto:alexpta96@gmail.com)

**Логвинов Василий Васильевич,**  
Московский технический университет связи  
и информатики (МТУСИ), Москва, Россия,  
[adlerbasil@rambler.ru](mailto:adlerbasil@rambler.ru)

**Manuscript received** 11 January 2024;  
**Accepted** 20 February 2024

**Ключевые слова:** синхронный усилитель,  
автогенератор Колпитца, синхронизация сигналов,  
комплементарная пара МОП - транзисторов, система  
дифференциальных уравнений, метод Рунге-Кутта

В статье приводятся результаты сравнительного анализа упрощенной математической модели синхронного усилителя на основе автогенератора Колпитца, выполненного на МОП транзисторе (металл – окисел – полупроводник) с применением матричной системы MATLAB и модели синхронного усилителя на комплементарной паре МОП транзисторов в среде MICROCAP с использованием PSPICE моделей активных компонентов. Численное моделирование синхронного усилителя выполнялось с использованием эквивалентной МОП транзистора первого уровня на большом сигнале с учетом эффекта подложки. Схема усилителя описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, которая решается методом Рунге-Кутта, на входе которого действует усиливающий (синхронизирующий) фазоманипулированный сигнал. При этом время изменения фазы входного воздействия на  $\pi$  происходило в течении одного, двух периодов генерируемых колебаний при различных значениях начальной фазы входного сигнала. Результаты, полученные при решении системы дифференциальных уравнений сравниваются с результатами моделирования синхронного усилителя на комплементарной паре МОП транзисторов в среде MICROCAP, идентичных используемому в системе MATLAB при той же рабочей точке. Исследование математической модели синхронного усилителя и принципиальной схемы выполнялось во временной области после достижения установившегося режима автогенератора, что исключало влияние переходных процессов при действии на его входе фазоманипулированного сигнала.

## Для цитирования:

Фан Тuan Ань, Логвинов В.В. Анализ свойств синхронного усилителя на автогенераторе по схеме колпитца с помощью системы дифференциальных уравнений // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №2. С. 31-43.

## For citation:

Phan Tuan Anh, Logvinov V.V. (2024). Using a system of differential equations to analyse properties of the synchronous amplifier based on the colpitts oscillator scheme. *T-Comm*, vol. 18, no.2, pp. 31-43. (in Russian)

## Введение

Построение современных цифровых систем передачи данных, телевизионного и звукового вещания, радиодоступа невозможно без синхронизации взаимодействующих узлов и устройств в частотной и временной области [1-4]. Жесткие требования на высокую стабильность частоты ( $\delta f = 10^{-7} - 10^{-9}$ ) в приемных и передающих устройствах обеспечивается применением опорных местных генераторов, стабилизованных кварцем и синтезаторов частот, охваченных системой ФАПЧ (фазовая автоподстройка частоты) [5,6]. Приемная и передающая аппаратура систем позиционирования в пространстве и обнаружения объектов должна обладать относительной нестабильностью генерируемой частоты, составляющей величину до  $\delta f = 10^{-10} - 10^{-12}$ , что можно обеспечить лишь применением опорных генераторов, использующих систему термостабилизированной кварцевой стабилизации [7] и даже применением оптических квантовых генераторов автогенераторов, охваченных системой ФАПЧ.

Применение синхронизации позволяет поддерживать высокую стабильность частоты в генераторах, управляемых напряжением (ГУН) приемников, дискретных преобразователях Фурье, преобразователях частоты и др. [8,9].

В данной статье рассматриваются свойства синхронизированного автогенератора (АГ), когда в качестве источника синхронизирующего воздействия используется не только как высокостабильный источник гармонического сигнала, что повышает стабильность частоты АГ, а как источник гармонического тока, фаза которого изменяется по некоторому закону. В этом случае синхронизированный АГ можно считать усилителем ФМ (фазомодулированного) сигнала, обладающим высокой стабильностью амплитуды и частоты усиливаемого сигнала. Синхронный усилитель выполнен на основе схемы генератора Колпитца [10], реализованного на комплементарной паре МОП транзисторов (рис. 1).

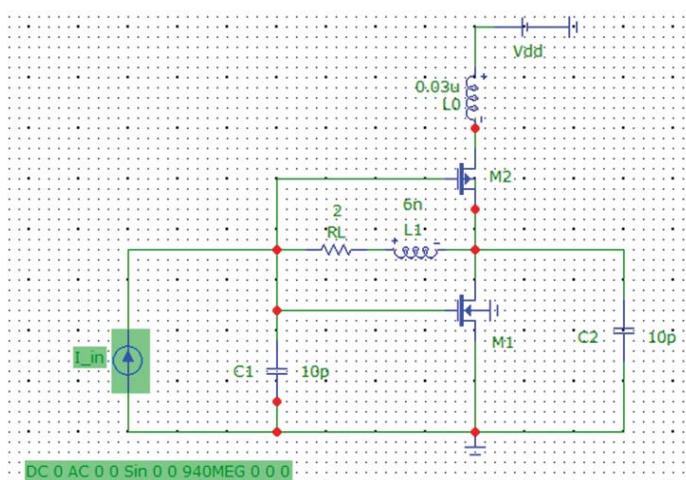


Рис. 1. Принципиальная схема синхронного усилителя на комплементарной паре МОП транзисторов

Исследование свойств синхронного усилителя предваряет сборка приведенной схемы в среде MICROCAP, параметры МОП транзисторов (рис. 2) и режима по постоянному току (рис. 3) которой обеспечивают автогенерацию колебаний на частота примерно 942 МГц (при амплитуде тока входного сигнала  $I_{ex} = 0$ ).

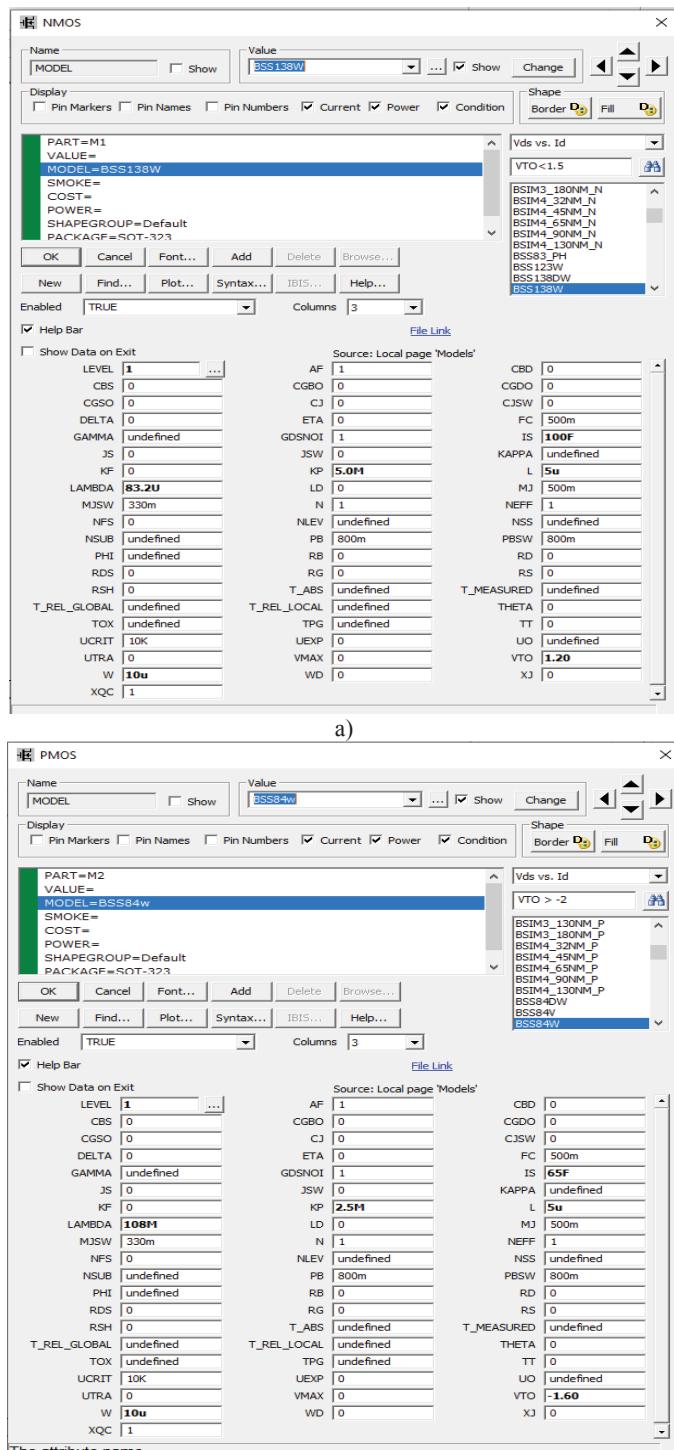


Рис. 2. Подменю параметров моделей МОП транзисторов:  
а) n – канала, б) p – канала

Для выполнения моделирования автогенератора, а затем и синхронного усилителя в среде MICROCAP, используются PSPICE модели МОП транзисторов BSS138W и BSS84V, соответственно n – канала и p – канала (рис. 2).

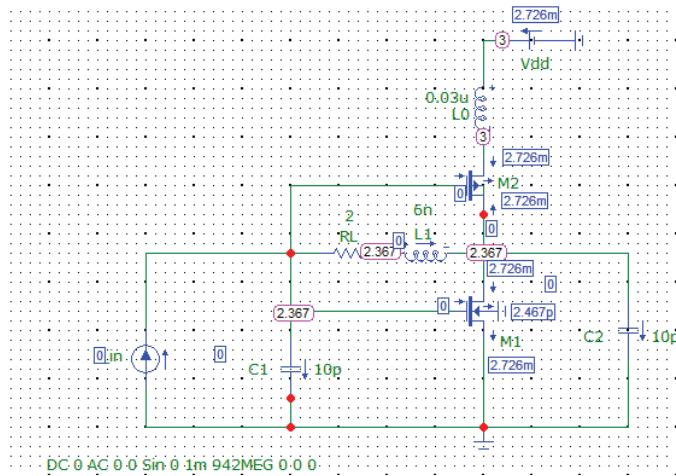


Рис. 3. Постоянныe напряжения в узлах и токи в ветвях для рабочей точки  $I_c = 2,7 \text{ мА}$ ,  $U_{ci} = 2,4 \text{ В}$  в схеме синхронного усилителя

Затем выполняется моделирование в среде MICROCAP электрической схемы синхронного усилителя (рис. 1) при воздействии входного гармонического сигнала с амплитудой  $I_{ax} = 1 \text{ мА}$  при частоте входного сигнала, близко совпадающей с частотой автогенерации и отличающейся от нее для того, чтобы определить полосу частот, обеспечивающую режим синхронизации, т.е полосы частот захвата и удержания.

В следующем разделе, используя модель МОП транзистора  $n$  – канала первого уровня, исследуем свойства синхронного усилителя СВЧ сигнала, описанного системой дифференциальных уравнений используя матричную системы компьютерной математики MATLAB [11]. В математической модели были учтены свойства транзистора на большом сигнале при равенстве напряжений и токов схемы математической модели усилителя и его имитационной модели.

Затем выполняется исследование свойств описанных моделей синхронного усилителя при действии на его входе фазоманипулированного СВЧ сигнала [12], фаза которого изменяется от нуля до  $\pi$  на временном отрезке сравнимом с периодом автоколебаний.

#### Моделирование синхронного усилителя на комплементарной паре моп транзисторов в среде microcap

В качестве квазипериодической автоколебательной системы мы будем использовать автогенератор Колпитца на основе комплементарной пары МОП транзисторов, обладающей минимальным числом компонентов, что особенно важно при их построении в СВЧ диапазоне, когда сильно

влияние паразитных параметров схемы, особенно при использовании интегральной технологии. Больше того, часто при конструировании таких устройств входные и выходные параметры МОП транзистора [13] могут использоватьсь как элементы резонансного контура генератора ( $C_1, C_2$ , рис. 1) и всего одна индуктивность без учета влияния дополнительных элементов подключения внешних цепей. Генератор Колпитца является одной из схем электронных автогенераторов, использующих комбинацию одной индуктивности ( $L_1$ ) с двумя конденсаторами ( $C_1$  и  $C_2$ ), определяющих генерируемую частоту. Одной из главных особенностей этого генератора является его простота. Основные показатели такого автогенератора: частота генерации, ее зависимость от внешних условий, коэффициент шума автогенератора, управление частотой генерации с помощью варикапа и амплитуда выходного напряжения были подробно исследованы в [14-17].

Свойства синхронного усилителя исследовались при воздействии гармонического сигнала, создаваемого источником тока (рис. 1), математическая модель которого описана в подменю Current Source (рис. 4), формирующего сигнал с частотой  $f_{ax} = 942 \text{ МГц}$  и нулевой начальной фазой, что обеспечивает режим синхронизации с сигналом генератора.

Результаты моделирования автогенератора ( $I_{ax} = 0$ , рис. 1) в среде Microcap во временной области приведены на рисунке 5а и в частотной – на рисунке 5б. Форма напряжения в узле стока МОП транзистора  $n$  – канала и спектр выходного напряжения на конденсаторе  $C_2$  показаны на рисунке 5а,б показывают, что колебания достаточно близки к гармоническим с амплитудой 1,8 В, что подтверждается спектром выходного сигнала в середине ( $f_e = 942,5 \text{ МГц}$ ) рабочей полосы принимаемых частот абонентского терминала системы LTE [18].

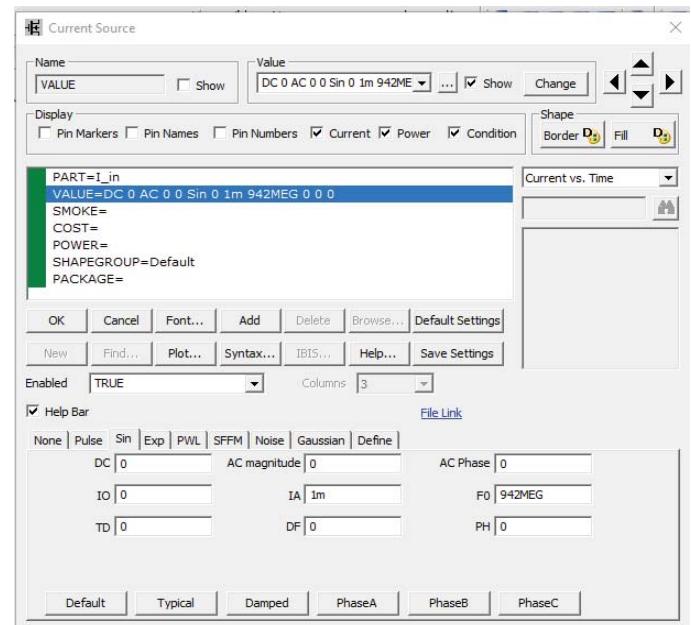


Рис. 4. Подменю задания параметров источника входного сигнала

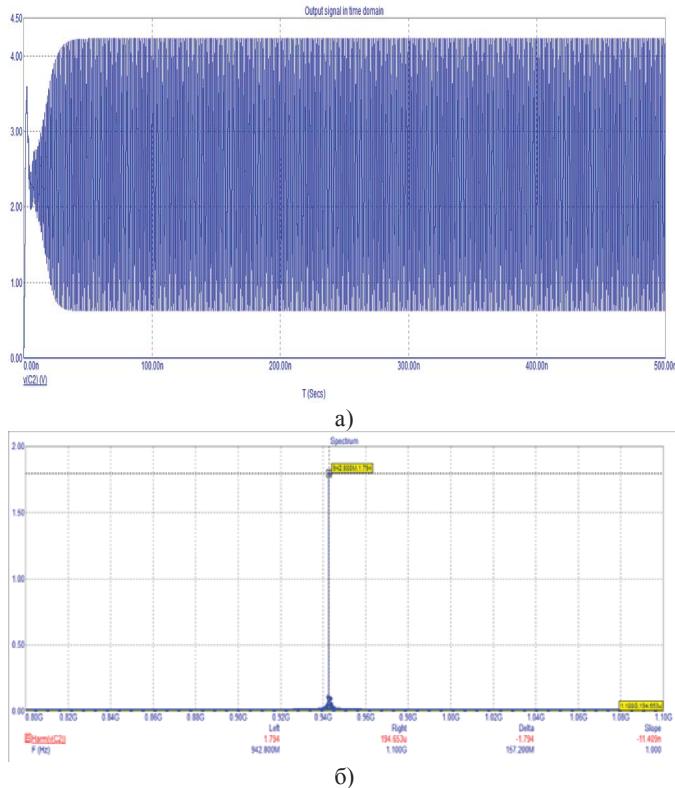


Рис. 5. Форма выходного напряжения автогенератора во временной области (а) и спектр амплитуд выходного напряжения в установившемся режиме (б) (при  $I_{ex} = 0$ )

Как показывает рисунок 5б спектр выходного напряжения обладает ярко выраженной составляющей первой гармоники выходного сигнала и пренебрежимо малыми шумовыми составляющими.

Переход из режима автоколебаний в режим синхронного усиления входного гармонического сигнала:

$$i_{ex}(t) = I_{ex} \sin(\omega_{ex} t + \varphi_{ex}) = I_{ex} \sin(2\pi f_{ex} t + \varphi_{ex}) \quad (1)$$

происходит при задании амплитуды входного тока (рис. 1), отличной от нуля ( $I_{ex} = 1mA$ ) от высокостабильного источника с частотой  $f_{ex} = 942MHz$  и нулевой начальной фазой (рис. 4), обеспечивающего режим синхронизации с сигналом автогенератора.

Усиленный сигнал снимается с конденсатора С2, показанный на рисунке 6а в установившемся режиме с постоянной амплитудой и формой, присущей гармоническому сигналу, что отражается на спектре выходного сигнала. Спектр выходного сигнала, полученный в результате использования процедуры преобразования Фурье выходного сигнала в среде MICROCAP, показан на рисунке 6б.

Сигнал на выходе синхронного усилителя близок к гармоническому с амплитудой 1,9 В, а его спектр обладает одной дискретной составляющей на частоте входного воздействия 942 МГц. Частота колебаний выходного сигнала синхронного усилителя определяется частотой усиливающегося сигнала  $f_{ex}$ .

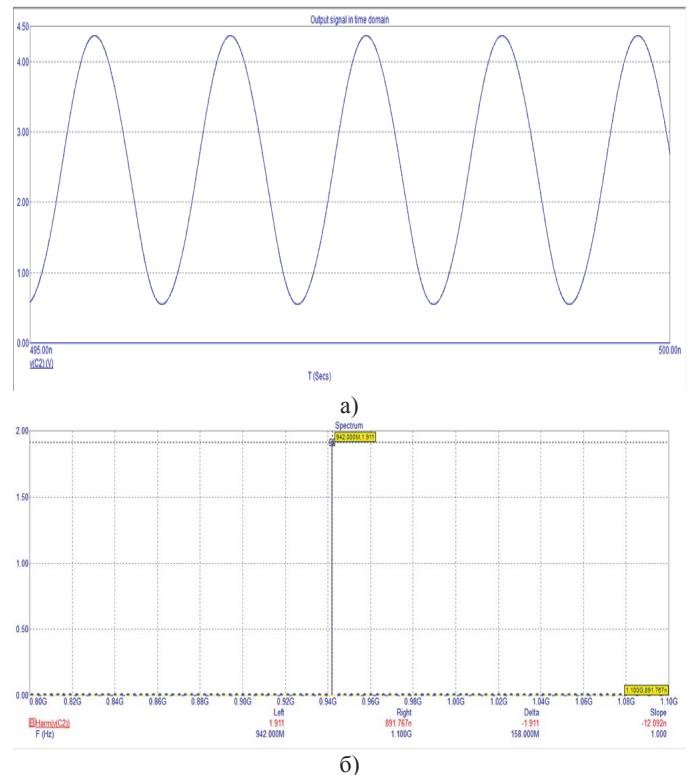
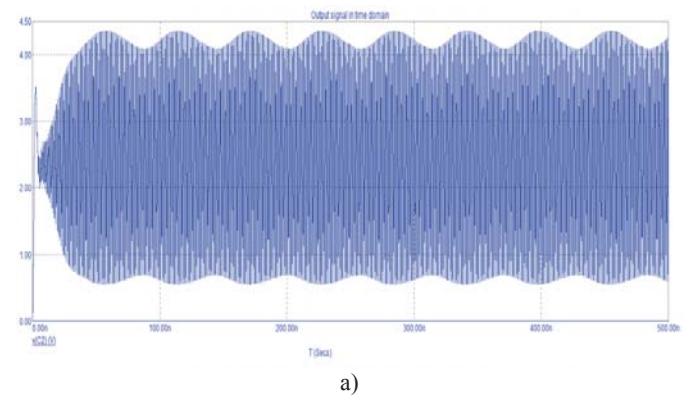


Рис. 6. Результаты анализа синхронного усилителя во временной и частотной областях:  
а) выходное напряжение; б) спектр усиленного сигнала

Некоторое отличие частоты усиливаемого сигнала, которое может существовать в реальных условиях, при этом обеспечивает режим захвата сигнала автогенератора высокостабильным внешним источником, что при заданном режиме АЭ и параметрах усиливаемого сигнала, составляет не менее 7 МГц [15]. Синхронный режим имеет место только в определенной полосе частот  $\Delta f$  от частоты автогенератора, когда слабый усиливаемый сигнал захватывает и удерживает мощный сигнал автогенератора, обеспечивая их синхронность. Такая область частот называется полосой захвата или удержания, которая несколько больше полосы захвата [19].

Вне ее существуют два независимых частоте колебания на частоте автоколебаний  $f_e$  и входного сигнала  $f_{ex}$ . За границы полосы захвата возникает режим биения (рис. 7).



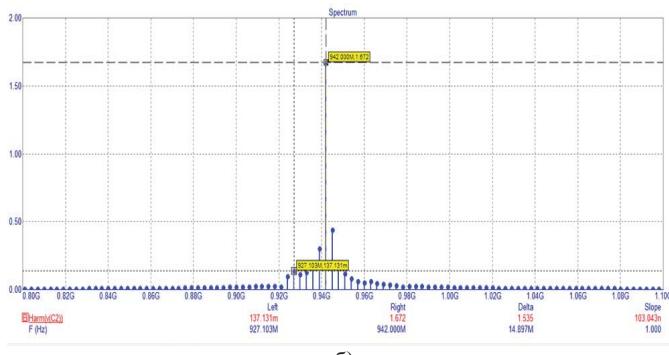


Рис. 7. Сигнал на выходе синхронного усилителя вне полосы захвата: а) форма сигнала; б) спектр выходного сигнала

Спектр выходного сигнала рассыпается, т.е. возникает большое число комбинационных составляющих, что обусловлено перемножением составляющих напряжения с частотами  $f_e$  и  $f_{ex}$  на нелинейности АЭ генератора.

Таким образом, с помощью среды Microcap проанализированы свойства синхронного усилителя во временной и частотной областях.

В следующем разделе мы построим математическую модель синхронного усилителя и решим эту систему дифференциальных уравнений с помощью MATLAB.

На основе приведенных выше результатов моделирования оценим точность численных решений.

### Описание свойств синхронного усилителя системой дифференциальных уравнений

Структура МОП транзистора  $n$  – канала первого уровня описывается эквивалентной схемой для режима больших сигналов (рис. 8) с управляемым источником тока стока  $i_D = f(u_{GS}, u_{th})$ , источником тока для канала и парой диодов для p-n перехода [20, 21].

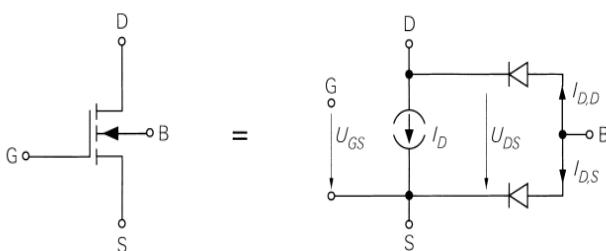


Рис. 8. Эквивалентная схема МОП транзистора  $n$  – канала в режиме больших сигналов

Известно, что между управляющим напряжением транзистора и его током стока существует нелинейная зависимость, описываемая системой уравнений (2), связывающие ток стока МОП транзистора ( $i_D$  – drain current) с управляющим напряжением на затворе ( $u_{GS}$  – gate – source voltage). Для модели  $n$ -канального МОП-транзистора первого уровня используются следующие уравнения [20]:

$$i_D = \begin{cases} 0 & , v_{C1} < v_{th,n} \\ K'_n \frac{W}{L} v_{C2} (v_{C1} - v_{th,n} - v_{C2}) & , v_{C1} \geq v_{th,n} \text{ и } v_{C2} \leq v_{DS,ab,n} \\ K'_n \frac{W}{2L} (v_{C1} - v_{th,n})^2 & , v_{C1} \geq v_{th,n} \text{ и } v_{C2} \geq v_{DS,ab,n} \end{cases} \quad (2)$$

где:

- $v_{DS,ab,n} = v_{GS} - v_{th,n}$  – напряжение МОП транзистора  $n$  – канала в режиме насыщения;
- $v_{C1} = v_{gs}$  – напряжение затвор – исток (gate – source voltage), равное напряжению на первом конденсаторе C1;
- $v_{C2} = v_{ds}$  – напряжение сток – исток (gate – source voltage), равное напряжению на втором конденсаторе C2;
- $v_{th,n}$  – напряжение отсечки МОП транзистора  $n$  – канала;
- $K'_n$  – удельная крутизна МОП транзистора  $n$  – канала;
- W, L – ширина и длина канала МОП транзистора.

Влияние подложки на большом сигнале для стандартной технологии, используемой при реализации МОП транзистора, отражается включением в его эквивалентную схему обратно включенных диодов подложки между затвором, стоком и общей шиной.

На рисунке 8 представлена расположение и полярность таких диодов. Влияние подложки на большом сигнале для стандартной технологии, используемой при реализации МОП транзистора, отражается включением в его эквивалентную схему обратно включенных диодов подложки между затвором, стоком и общей шиной.

$$i_{D,D} = I_{S,D} \left( e^{\frac{U_{BD}}{nU_T}} - 1 \right) \quad (3)$$

где

- $I_{S,D}$  – обратные токи отсечки;
- $n \approx 1$  – коэффициент эмиссии;
- $U_T = kT/q = 26 \text{ мВ}$  – температурное напряжение при комнатной температуре  $T = 300 \text{ К}$ ;
- $U_{BD}$  – напряжение подложки – стока.

На основе модели МОП транзистора на большом сигнале мы построим эквивалентную схему синхронного усилителя на основе модели первого уровня  $n$ -канального МОП транзистора, изображенную на рисунке 9.

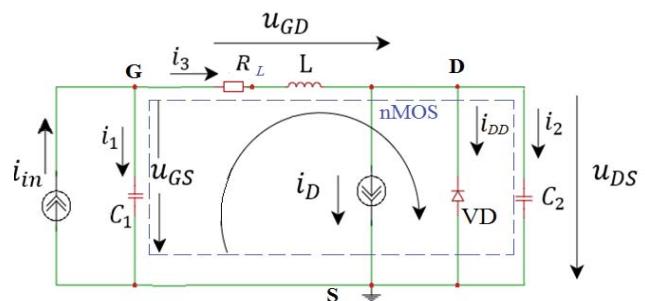


Рис. 9. Эквивалентная схема синхронного усилителя на  $n$ -канальном МОП транзисторе

Учитывая обозначения напряжений и токов на схеме рисунка 9, используя правила Кирхгофа, мы можем написать:

$$i_{ex} - i_{C1} - i_{L1} = 0 \quad (4)$$

где:  $i_{ex}(t) = I_{ex} \cos(\omega_{ex}t + \varphi_{ex})$  - внешний ток.

$$i_{L1} - i_{cm} - i_{C2} = 0 \quad (5)$$

где:  $i_{cm} = i_D + i_{D,D}$ . Значения  $i_D$  и  $i_{D,D}$  определяются с помощью уравнений (2) и (3).

Применяя правила Кирхгофа для контура  $C1 - RL - L - C2$ , мы получили следующее уравнение:

$$v_{L1} + R_L i_{L1} = v_{C1} - v_{C2} \quad (6)$$

Из (4), (5) и (6) имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} i_{C1} = i_{ex} - i_{L1} \\ i_{C2} = i_{L1} - i_{cm} \\ v_{L1} = v_{C1} - v_{C2} - v_{RL} = v_{C1} - v_{C2} - R_L i_{L1} \end{cases} \quad (7)$$

Учитывая, что  $i(t) = C \frac{dv}{dt}$  и  $v(t) = L \frac{di}{dt}$ , мы можем получить дифференциальные уравнения для напряжений конденсатора  $v_{C1}$ ,  $v_{C2}$  и тока индуктора  $i_{L1}$ , соответственно.

$$\begin{cases} \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1}{C1} i_{C1} \\ \frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{1}{C2} i_{C2} \\ \frac{di_{L1}}{dt} = \frac{1}{L1} v_{L1} \end{cases} \quad (8)$$

Поставим (7) в (8), получим систему дифференциальных уравнений исследуемого синхронного усилителя:

$$\begin{cases} \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1}{C1} (i_{ex} - i_{L1}) \\ \frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{1}{C2} (i_{L1} - i_{cm}) \\ \frac{di_{L1}}{dt} = \frac{1}{L1} (v_{C1} - v_{C2} - R_L i_{L1}) \end{cases} \quad (9)$$

Математическая модель синхронного усилителя описывается системой из трех дифференциальных уравнений (9). Первые два дифференциальных уравнения записаны для напряжения на конденсаторах. Последнее уравнение написано для тока через индуктивность.

Система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая функциональную связь между напряжениями и токами в компонентах цепи не может быть решена аналитическими методами, например, методом медленно меняющихся амплитуд, малого параметра решается и поэтому численными методами.

Исследование свойств синхронного усилителя (фактически автогенератора, синхронизированного сложным фазоманипулированным сигналом) на большом сигнале требует прежде всего обеспечения условия самовозбуждения, т.е. превышения напряжения на затворе МОП транзистора, напряжения отсечки  $v_{C1} > v_{th,n}$  и последующим переходом транзистора в режим насыщения (2).

Получение корректных результатов интегрирования системы (9) опирается правильно выбранные начальные условия для рабочей точки, соответствующей проведенному анализу принципиальной схемы синхронного усилителя в среде MicroCap.

В качестве начальных условий выбрано отсутствие напряжения всех конденсаторах в момент включения источника питания равны нулю и ток через индуктивность тоже равен нулю, что определяется системой уравнений (10):

$$\begin{cases} v_{C1}(0) = 0 \\ v_{C2}(0) = 0 \\ i_{L1}(0) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Решения системы дифференциальных уравнений выполняется с использованием метода Рунге-Кутта, входящего в пакет специальных компьютерных программ MATLAB. Алгоритм программы показан на рисунке 10.

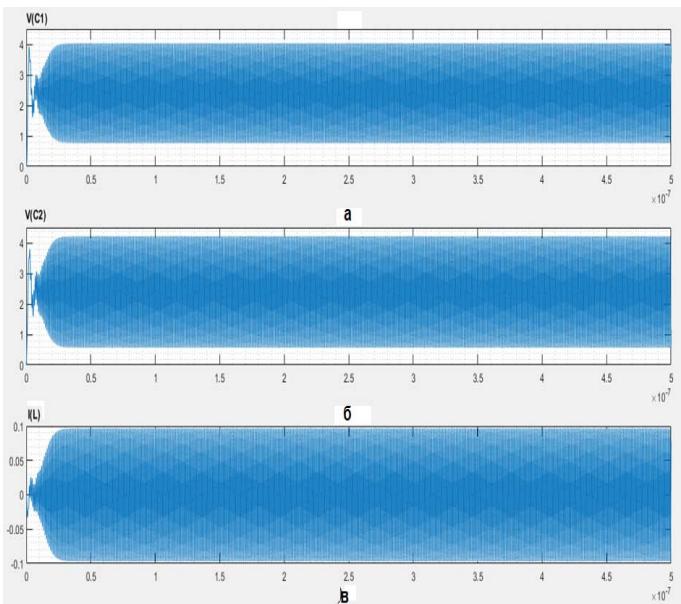
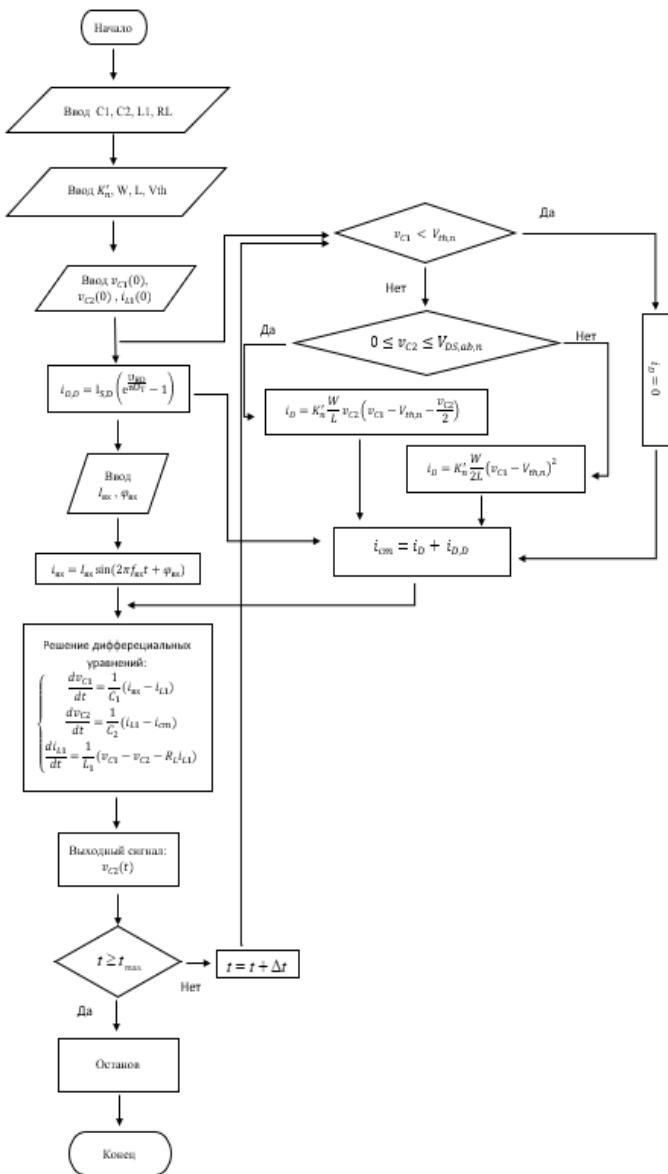
Для определения коэффициентов, входящих в систему уравнений (9) используем значения компонентов принципиальной схемы синхронного усилителя на рисунке 1 обладающего следующими значениями:  $L1 = 6$  (нГн),  $RL = 2$  (Ом),  $C1 = 10$  (пФ) и  $C2 = 10$  (пФ).

В основе расчета лежат три условия, вытекающие из уравнения 2. Если напряжение на затворе меньше напряжения отпирания, то ток стока равен нулю (транзистор заперт). Если рабочая точка транзистора перемещается в линейную область под действием возникающего сигнала, начиная от шумовых значений до отрезков косинусоид, и на каждом периоде проверяется двустороннее условие в уравнении (2). Колебания нарастают по амплитуде. И когда оно нарушается из-за действия положительной обратной связи, переходя к описанию транзистора третьим уравнением, соответствующим области насыщения.

Мы будем использовать метод Рунге – Кутта [22] третьего порядка в MATLAB для решения системы дифференциальных уравнений синхронного усилителя, используя алгоритм, приведенный на рисунке 10.

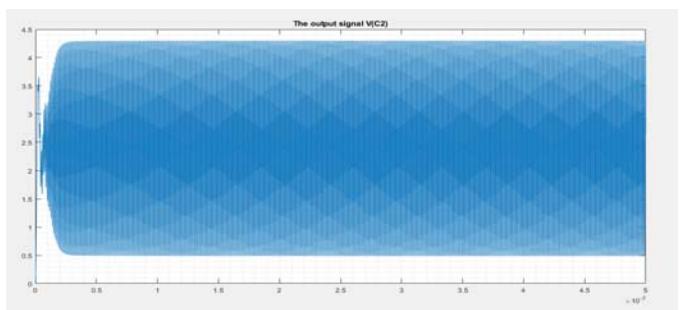
Результаты моделирования системы (9) отражаются на эпюрах тока через индуктивность  $L1$  и напряжений на конденсаторах  $C1, C2$  (рис. 11).

В автономном режиме (при отсутствии входного сигнала,  $I_{ex} = 0$ ). Формы напряжений на затворе МОП транзистора  $n$  – канала ( $V(C1)$ ) и на выходе автогенератора ( $V(C2)$ ) и ток через индуктивность ( $i(L1)$ ) показаны на рисунке 9а-с, соответственно. Они получились при решении системы (9) при  $I_{ex} = 0$ .

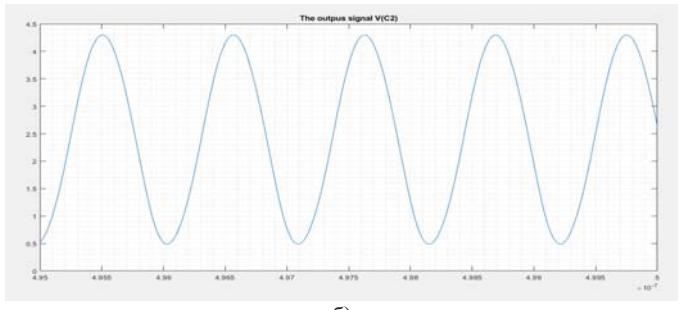


**Рис. 11.** Результаты решения системы дифференциальных уравнений для режима автогенератора:

а) напряжение C1; б) напряжение C2; в) ток через индуктивность L1



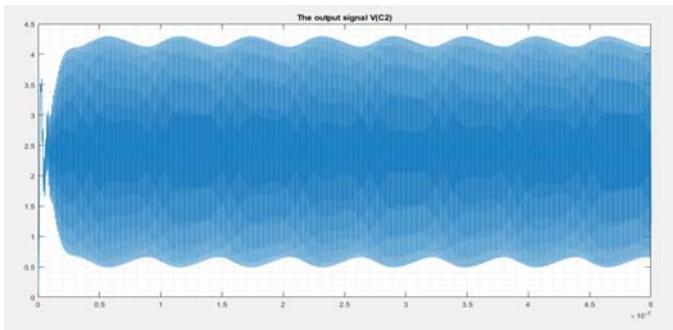
а)



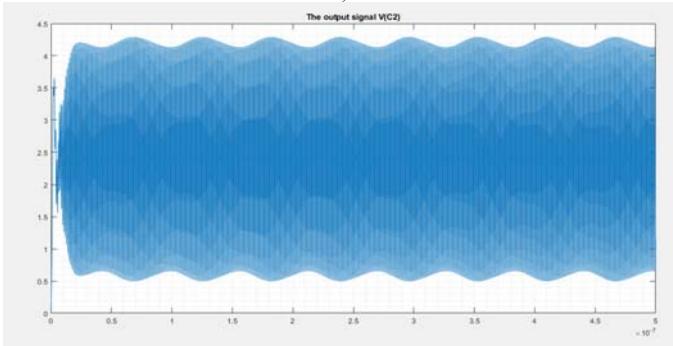
б)

**Рис. 12.** Сигнал на выходе синхронного усилителя (V(C2)) во временной области: а)  $t = 0 - 500$  нс; б)  $t = 495$  нс – 500 нс

На рисунке 13 показаны результаты решения выходных сигналов при внешнем воздействии вне границы полосы синхронизации  $f_{ex} = 925$  и 960 МГц.



а)



б)

**Рис. 13.** Выходной сигнал синхронного усилителя при решении системы дифференциальных уравнений во временной области:

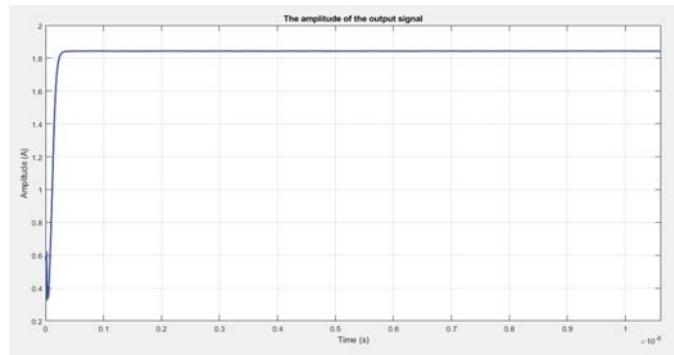
а)  $f_{ex} = 925$  МГц и б)  $f_{ex} = 960$  МГц

Из приведенных выше результатов можно сделать вывод о том, что результаты решения математических дифференциальных уравнений (9) с помощью MATLAB полностью совпадают с результатами моделирования в среде MICROCAP. Поэтому мы можем использовать эту математическую модель для анализа свойств синхронного усилителя и применять для расчета параметров систем связи, в которых он используется.

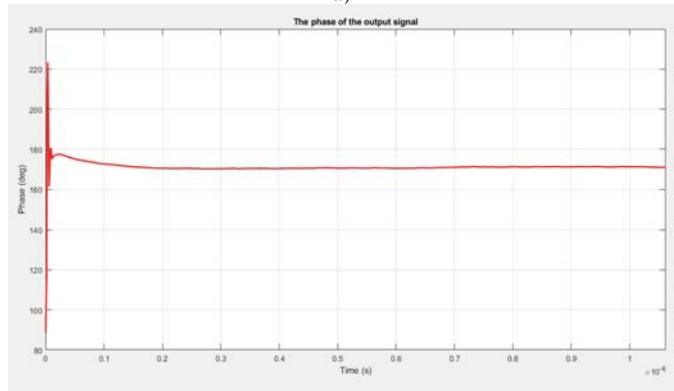
#### Расчет фазы выходного сигнала от фазы входного тока

В приведенных выше случаях расчета амплитуда и фаза входного сигнала всегда остаются неизменными во время ( $I_{ex} = 1$  мА и  $\phi_{ex} = 0$ ). Тогда амплитуда и фаза выходного сигнала во время анализа показаны на рисунке 14. Видно, что во установившемся режиме работы амплитуда и фаза выходного сигнала будут постоянными ( $U_{вых} = 1,9$  В и  $\phi_{вых} = 170$  град.). Время установления амплитуды ( $t_{ycm} \approx 30$  нс) быстрее чем время установления фазы ( $t_{ycm} \approx 200$  нс).

Процесс перехода этих показателей в стационарное состояние занимает различное время, что необходимо учитывать при выборе момента времени, когда можно считать, что переходные процессы в усилителе закончились и можно начинать исследовать поведение фазы выходного сигнала, при действии на его входе фазоманипулированного сигнала, что составляет примерно 200 нс.



а)



б)

**Рис. 14.** Характер изменения амплитуды (а) и фазы (б) выходного сигналов при действии на входе усилителя гармонического сигнала с постоянной амплитудой и фазой

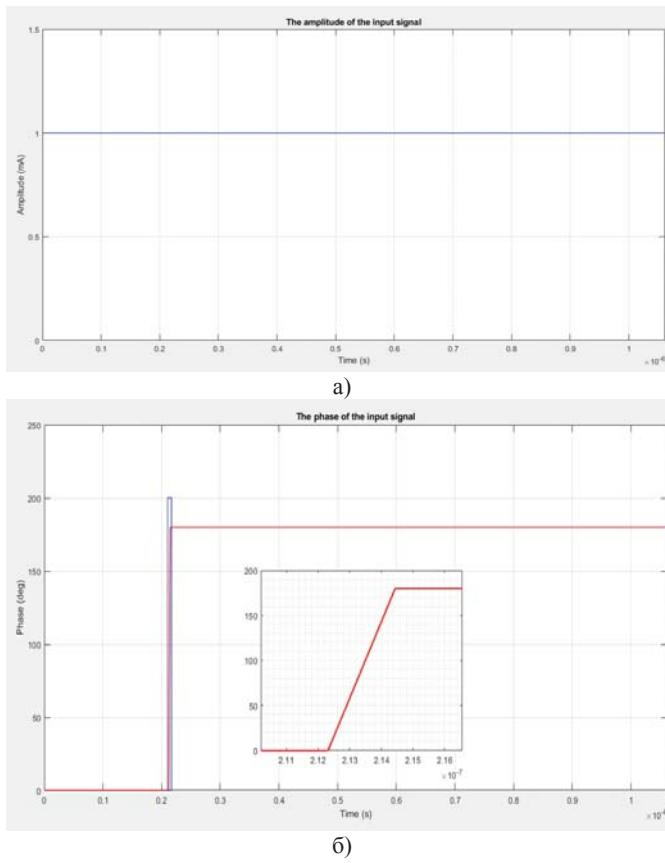
Для установившегося режима синхронного усилителя, исследуется изменение фазы выходного напряжения при воздействии входного сигнала, фаза которого изменяется по закону:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \varphi_1, & t < t_0 \\ \frac{\varphi_2(t-t_0)}{\Delta t} + \varphi_1, & t_0 \leq t \leq t_0 + \Delta t \\ \varphi_2, & t > t_0 \end{cases} \quad (11)$$

где:  $t_0 = 200T_{ex}$ , когда переходные процессы в усилителе завершены,  $\Delta t = 2T_{ex}$ ,  $T_{ex} = \frac{1}{f_{ex}}$  – период входного сигнала.

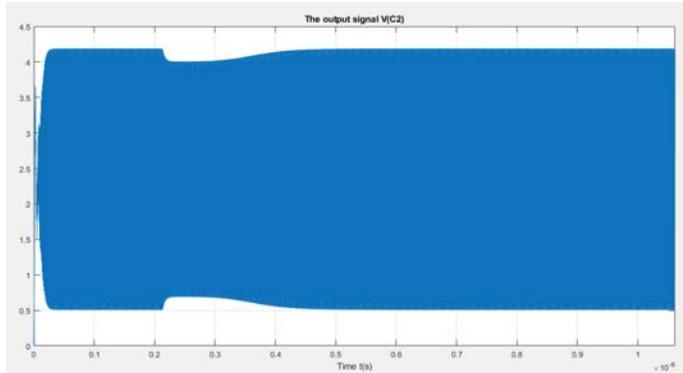
Это значит, что фаза входного тока изменяется по линейному закону от начального значения  $\varphi_1$  до конечного значения  $\varphi_2$ , с временем нарастания  $\Delta t$  и начальным временем изменения фазы  $t_0$ . При этом амплитуда входного сигнала постоянно равна 1mA. На рисунке 15 показаны амплитуды и фазы входного тока при  $\varphi_1 = 0$  и  $\varphi_2 = \pi$ .

Для этого закона изменения входного сигнала (11) решалась система уравнений (9) с помощью матричной системы MATLAB.



**Рис. 15.** Характер изменения амплитуды (а) и фазы (б) входного сигналов при изменении его на  $\pi$  по закону (11)

Результатом решения этой системы явилась эпюра выходного сигнала, приведенная на рисунке 16, для времени переключения фаза входного сигнала, составляющего  $\Delta t = 20$  нс (рис. 15).



**Рис. 16.** Эпюра выходного сигнала во временной области при изменении фазы входного сигнала

Существует несколько способов измерения фазы сигнала, которые исследованы в работах [23-25]. Конкретный выбор техники обычно основывается на параметрах исследуемого сигнала. В работе был использовано быстрое преобразование Фурье среде MATLAB с предварительным преобразованием сигнала в цифровую форму.

Аналоговый сигнал  $x(t)$  преобразуется в частотную область (используя функции `fft` или `cpsd`). Затем рассчитывается характер изменения фазы выходного сигнала в области рабочих частот.

В данной работе мы используем FFT функцию (Fast Fourier Transform, Быстрое Преобразование Фурье - БПФ) [26], которое позволяет определить амплитуду и фазы квазигармонических сигналов. Для того чтобы представить сигнал непрерывного времени  $x(t)$  в памяти компьютера, нам необходимо выполнить дискретизацию выходного сигнала синхронного усилителя с достаточно высокой частотой (согласно теореме дискретизации Котельникова). Полученный цифровой сигнал преобразуются в частотную область с помощью функции БПФ.

В результате вычисления комплексного дискретного преобразования Фурье (ДПФ) сигнал  $x(t)$  представляется в виде последовательности комплексных чисел  $X_{re} + j.X_{im}$ . Получается амплитудный спектр.

$$|X_{[k]}| = \sqrt{X_{re}^2 + X_{im}^2} \quad (12)$$

Фаза спектральных компонентов вычисляется как

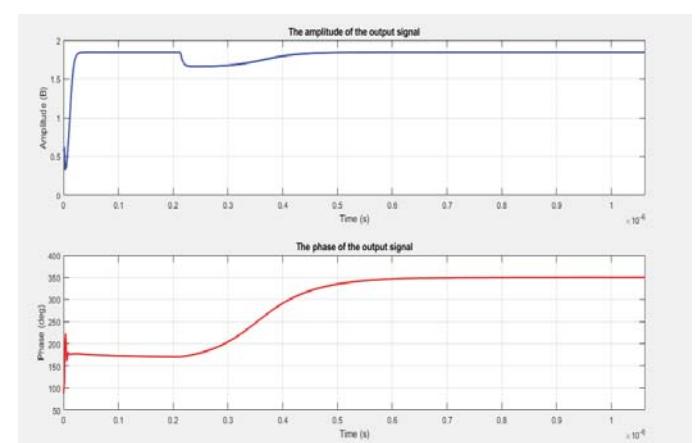
$$\Phi(X_{[k]}) = \tan^{-1}\left(\frac{X_{im}}{X_{re}}\right) \quad (13)$$

Для получения графика изменения фазы во времени для выходного сигнала, можно поступить так:

1. Разделить этого сигнала на  $N$  окон, ширина которых равна длительности периода колебаний (с помощью функции `reshape` в MATLAB).

2. Для каждого окна вычислить функцию БПФ (с помощью `fft`).

3. Функция БПФ помогает определить амплитуду и фазу на длине каждого периода колебаний с частотой сигнала.



**Рис. 17.** Характер изменения амплитуды и фазы на выходе СУ в режиме синхронизации при изменении фазы входного сигнала на  $\pi$

Когда фаза входного сигнала изменяется по закону (11) от начального значения 0 до значения  $\pi$  при постоянной амплитуде, то полученный амплитуда и фаза выходного сигнала приведены на рисунке 17.

В нашей случае исследования при небольшой амплитуде внешнего тока ( $I_{ex} = 1 \text{ mA}$ ) амплитуда выходного сигнала устанавливается быстрее фазы. Кроме этого, в моменте изменения фазы входного сигнала амплитуда выходного сигнала уменьшается. Это иллюстрируется высшие рисунки.

Мы проводили анализ выходного сигнала в различных случаях изменения фазы входного сигнала на  $\pi$  с разными начальными значениями ( $\phi_i = 0, \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{4}$ ). Эти изменения фазы входного сигнала показаны на рисунке 18.

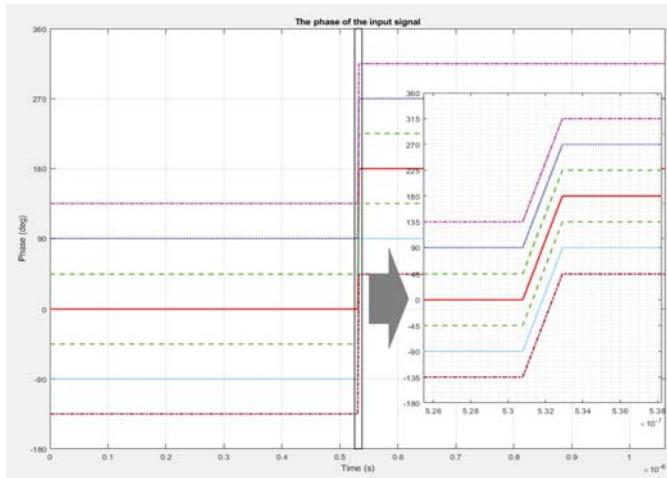
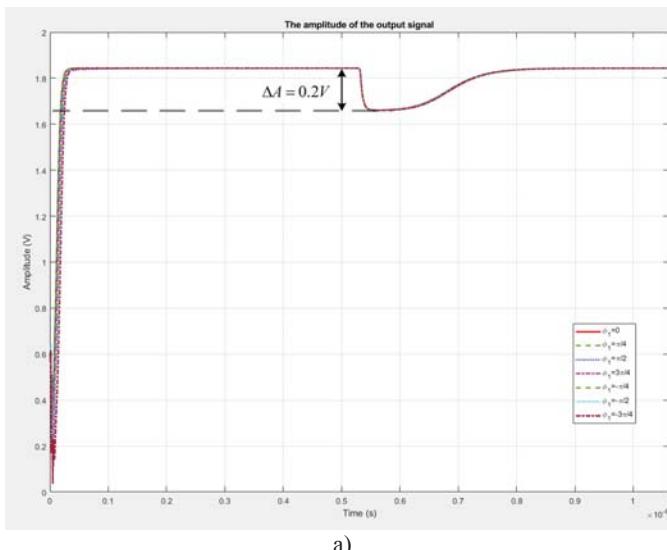


Рис. 18. Характер изменения фазы входного сигнала

Для устранения влияния переходного процесса на характер изменения амплитуды и фазы сигнала на выходе СУ они рассчитаны при большем значении момента начала переключения фаза входного сигнала:  $t_0 = 500T_0$ .

Результаты выходного сигнала в моделирования в среде MATLAB приведены на рисунке 19. Можно увидеть, что время установления фазы на выходе СУ составляет примерно 400 нс.



a)

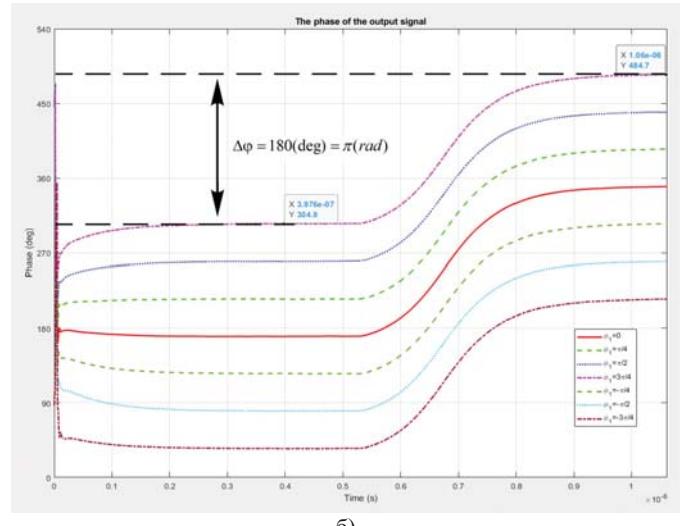


Рис. 19. Характер изменения амплитуды и фазы на выходе СУ при разных значениях фазы входного сигнала с начальным временем изменения фазы  $t_0 = 500T_0$

Таким образом, результаты численного решения систем дифференциальных уравнений, описывающих модель синхронного усилителя показывают, что изменение фазы входного сигнала приводит к повторению с некоторой точностью фазы выходного сигнала за время  $\Delta t_{уст} \approx 400 \text{ нс}$ . Процесс установления фазы на выходе СУ сопровождается также изменением его амплитуды, вследствие амплитудно-фазовой конверсии. При этом изменение амплитуды сигнала на выходе синхронного усилителя составляет всего примерно 10% и обладает небольшой зависимостью от начальной фазы воздействующего сигнала. В данной части мы проводили имитационное моделирование фазы выходного сигнала синхронного усилителя при различных законах изменения фазы входного сигнала.

### Заключение

В данной статье предложена и исследована математическая модель электрической схемы синхронного усилителя с использованием модели первого уровня МОП транзистора на большом сигнале. Расчеты, выполненные с применением математической модели синхронного усилителя, решаемой с помощью MATLAB, сравниваются с результатами моделирования на MICROCAP для идентичных параметров компонентов схемы и рабочего режима, которые показали корректность полученных результатов для гармонического характера входного сигнала. На основе системы дифференциальных уравнений получены временные диаграммы, описывающие характер изменения амплитуды и фазы сигнала на выходе синхронного усилителя при действии на его входе сигнала с двоичной фазовой манипуляцией.

Основываясь на результатах анализа в данной статье, мы можем изучить и применить схему исследованного синхронного усилителя в современных и перспективных системах передачи данных.

## Литература

1. Рыжков А.В., Шварц М.Л. Современные тенденции развития систем сетевой синхронизации в сетях электросвязи. От плазмохронных до когерентных сетей // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов, 2021. Т. 12. № 4. С. 27-38.
2. Peng G., Li R., He Y., Han Z. Timing and Frequency Synchronization Using CAZAC Sequences for OFDM Systems // Sensors 2023, vol. 23, no. 06, 2023.
3. Chauhan A., Gairola S., Panda M. K. and Bhatt H. N. Time Domain Analysis of Grid Synchronization Techniques: A Review // 2022 IEEE Global Conference on Computing, Power and Communication Technologies (GlobConPT), New Delhi, India, 2022.
4. Xin Wang, Zhenghao Li, Xu Zhao, Jie Gan, Baozhi Zhang, and Han Liu. Simplified time synchronization method for 5G NR system in high-frequency offset environment // Proceedings of the 2023 5<sup>th</sup> International Conference on Information Technology and Computer Communications (ITCC '23). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 2023.
5. Shang L., Dong X., Liu C. and Gong Z. Fast Grid Frequency and Voltage Control of Battery Energy Storage System Based on the Amplitude-Phase-Locked-Loop // IEEE Transactions on Smart Grid, vol. 13, no. 2, pp. 941-953, March 2022.
6. Xu J., Qian H., Qian Q. and Xie S. Modeling, Stability, and Design of the Single-Phase SOGI-Based Phase-Locked Loop Considering the Frequency Feedback Loop Effect // IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 38, no. 1, pp. 987-1002, Jan. 2023.
7. Li M., Xie C., Li S. and Hu R. Study on High Stability Single Oven Controlled Crystal Oscillator // 2022 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT), Harbin, China, 2022.
8. Фомин Н.Н., Андреев В.С., Логвинов В.В. и др. Радиотехнические устройства СВЧ на синхронизированных генераторах. М.: Радио и связь, 1991.
9. Logvinov V.V., Smolskiy S.M. Radio Receivers for Systems of Fixed and Mobile Communications. Springer International Publishing, 2022.
10. Rohde, Ulrich L., et al. The Design of Modern Microwave Oscillators for Wireless Applications: Theory and Optimization. Germany: Wiley, 2005.
11. Б. П. Дьяконов, MATLAB и SIMULINK для радиоинженеров. М.: ДМК Пресс, 2016. 916 с.
12. Суржиков В.Ф., Компаницев А.В. Физическое исследование помехоустойчивости фазоманипулированных сигналов в каналах СВЧ-связи // Мир науки, культуры, образования, №. 2 (93), 2022. С. 137-141.
13. Prado EO, Bolsi PC, Sartori HC, Pinheiro JR. An Overview about Si, Superjunction, SiC and GaN Power MOSFET Technologies in Power Electronics Applications // Energies, vol. 15, no. 14. 2022.
14. Logvinov V.V. and Anh P.T. Controlled Microwave Autogenerator on a Complementary Pair of Mosfet Transistors // 2022 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Arkhangelsk, Russian Federation, 2022.
15. Фан Т.А., Логвинов В.В. Исследование свойств синхронного свч усилителя, выполненного на комплементарной паре МОП транзисторов // Телекоммуникации и информационные технологии, 2023. Т. 10. № 1. С. 196-205.
16. Anh P.T. and Logvinov V.V. Analysis of the Synchronous Amplifier Properties Using Matlab and Simulation in Microcap Environment // 2023 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Pskov, Russian Federation, 2023.
17. Фан Т.А., Логвинов В.В. Управляемый СВЧ автогенератор на комплементарной паре МОП-транзисторов // Телекоммуникации и информационные технологии, 2022. Т. 9. № 2. С. 166-173.
18. Гайнутдинов И. Р., Фаттахов Р. И., Гайсин А. К. Исследование нисходящего канала физического уровня LTE и создание модели системы связи с OFDM на основе USRP // Управление в современных системах : Сборник трудов XII Всероссийской (национальной) научно-практической конференции научных, научно-педагогических работников и аспирантов, Челябинск, 14 декабря 2022 года. Челябинск: Южно-Уральский технологический университет, 2022. С. 428-439.
19. Sefraoui, Hanane, Khalid Salmi, and Abdelhak Ziyyat. Basic Concepts of a Phase-Locked Loop Control System // International Journal of Online & Biomedical Engineering, vol. 18, no. 13. 2022.
20. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника // 12 е изд. Том I: Пер. с нем. М.: ДМК Пресс, 2008. 832 с.
21. Денисенко, Виктор. Компактные модели МОП-транзисторов для SPICE в микро- иnanoэлектронике // Litres, 2022.
22. Курганская Л. В., Горелов Ю. Н. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (метод Рунге-Кутты) // Самара: Изд-во Самар. ун-та 1. 2023.
23. Yang J. R. Measurement of Amplitude and Phase Differences Between Two RF Signals by Using Signal Power Detection // IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 24, no. 3, pp. 206-208, March 2014.
24. Зайцева И. Н. Алгоритм определения сдвига фаз гармонических сигналов с использованием стохастической дискретизации // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика, но. 3. 2019, pp. 90-96.
25. Яковлева Т. В. Метод определения фазового сдвига квазигармонических сигналов, основанный на анализе огибающей // Компьютерная оптика, vol. 41, no. 6. 2017, pp. 950-956.
26. Mathuranathan. Plot FFT using Matlab – FFT of sine wave & cosine wave // GaussianWaves (Signal Processing for Communication Systems), 2014.

## USING A SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS TO ANALYSE PROPERTIES OF THE SYNCHRONOUS AMPLIFIER BASED ON THE COLPITTS OSCILLATOR SCHEME

**Phan Tuan Anh**, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, [alexpta96@gmail.com](mailto:alexpta96@gmail.com)  
**Vasily V. Logvinov**, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, [adlerbasil@rambler.ru](mailto:adlerbasil@rambler.ru)

### Abstract

The paper presents the results of a comparative analysis of a simplified mathematical model of a synchronous amplifier based on a Colpitts auto-generator made on a MOS transistor (metal-oxide-semiconductor) using the MATLAB matrix system and a model of the synchronous amplifier on a complementary pair of MOS transistors in the MICROCAP environment using PSPICE models of active components. Mathematical modeling of the synchronous amplifier was achieved using the equivalent MOS transistor of the first level on a large signal, taking into consideration the substrate effect. The amplifier circuit is described by a system of first-order nonlinear differential equations, which is solved by the Runge – Kutta method, with an amplified (synchronizing) phase-manipulated signal applied at the input. In this case, the time of change of phase of the input influence on  $\pi$  occurred during one, two periods of generated oscillations at different values of the initial phase of the input signal. The results obtained by solving the system of differential equations are compared with the results of modeling a synchronous amplifier on a complementary pair of MOS transistors in the MICROCAP environment, which is identical to the one used in the MATLAB system at the same operating point. The study of the mathematical model of the synchronous amplifier and the circuit diagram was carried out in the time domain after the auto-generator reached the steady-state mode, which excluded the influence of transients at the action of the phase-manipulated signal at its input.

**Keywords:** synchronous amplifier, Colpitts auto-generator, signal synchronization, complementary pair of MOS transistors, system of differential equations, Runge-Kutta method.

### References

1. A.V. Ryzhkov, M.L. Shvarts, "Modern tendencies of development of network synchronisation systems in telecommunication networks. From plesiochronous to coherent networks," *Systems of synchronisation, formation and signal processing*, 2021, pp. 27-38.
2. G. Peng, R. Li, Y. He, Z. Han, "Timing and Frequency Synchronisation Using CAZAC Sequences for OFDM Systems," *Sensors*, 2023. Vol. 23. No. 06.
3. A. Chauhan, S. Gairola, M. K. Panda, H. N. Bhatt, "Time Domain Analysis of Grid Synchronisation Techniques: A Review," *2022 IEEE Global Conference on Computing, Power and Communication Technologies (GlobConPT)*, New Delhi, India, 2022.
4. Xin Wang, Zhenghao Li, Xu Zhao, Jie Gan, Baozhi Zhang, and Han Liu, "A simplified time synchronisation method for 5G NR system under high frequency offset conditions," *Proceedings of the 2023 5th International Conference on Information Technology and Computer Communications (ITCC '23)*. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 2023.
5. L. Shang, X. Dong, C. Liu, Z. Gong, "Fast Grid Frequency and Voltage Control of Battery Energy Storage System Based on the Amplitude-Phase-Locked-Loop," *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2022. Vol. 13. No. 2, pp. 941-953.
6. J. Xu, H. Qian, Q. Qian, S. Xie, "Modeling, Stability, and Design of the Single-Phase SOGI-Based Phase-Locked Loop Considering the Frequency Feedback Loop Effect," *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2023. Vol. 38. No. 1, pp. 987-1002.
7. M. Li, C. Xie, S. Li, R. Hu, "Study on High Stability Single Oven Controlled Crystal Oscillator," *2022 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMWT)*, 2022. Harbin, China.
8. N.N. Fomin, V.S. Andreev, V.V. Logvinov, et al., "Microwave radio engineering devices on synchronised generators," Moscow: RiS, 1991.
9. V.V. Logvinov, S.M. Smolskiy, "Radio Receivers for Systems of Fixed and Mobile Communications. Springer International Publishing," 2022.
10. Ulrich L. Rohde, et al., "The Design of Modern Microwave Oscillators for Wireless Applications: Theory and Optimisation," 2005, Germany: Wiley.
11. V. P. Dyakonov, "MATLAB and SIMULINK for radio engineers," Moscow: DMK Press, 2016. 916 p.
12. V. F. Surzhikov, A. V. Kompaniytsev, "Physical study of noise immunity of phasomanipulated signals in microwave communication channels," *Mir nauki, kultura, obrazovanie*, 2022. No. 2 (93), pp. 137-141.

13. E. O Prado, P. C. Bolsi, H. C. Sartori, J. R. Pinheiro, "An Overview about Si, Superjunction, SiC and GaN Power MOSFET Technologies in Power Electronics Applications," *Energies*, 2022. Vol. 15. No. 14.
14. V. V. Logvinov, P. T. Anh, "Controlled Microwave Autogenerator on a Complementary Pair of Mosfet Transistors," *2022 Systems of Signal Synchronisation, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO)*, 2022. Arkhangelsk, Russia.
15. T. A. Phan, V. V. Logvinov, "Investigation of properties of the synchronous microwave amplifier made on a complementary pair of MOS transistors," *Telecommunications and Information Technologies*, 2023, pp. 196-205.
16. P. T. Anh, V. V. Logvinov, "Analysis of the Synchronous Amplifier Properties Using Matlab and Simulation in Microcap Environment," *2023 Systems of Signal Synchronisation, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO)*, 2023. Pskov, Russia.
17. T. A. Phan, V. V. Logvinov, "The controllable RF oscillator on a supplementary couple of MOSFETs," *Telecommunications and Information Technologies*, 2022, pp. 166-173.
18. I. R. Gainutdinov, R. I. Fattakhov, A. A. Gaisin, "Investigation of LTE physical layer downlink channel and creation of communication system model with OFDM based on USRP," *Management in modern systems : Proceedings of the XII All-Russian (national) scientific-practical conference of scientific, scientific-pedagogical workers and graduate students*, Chelyabinsk: South Ural Technological University, 2022, pp. 428-439.
19. Sefraoui, Hanane, Khalid Salmi, Abdelhak Ziyyat, "Basic Concepts of a Phase-Locked Loop Control System," *International Journal of Online & Biomedical Engineering*, 2022. Vol. 18. No. 13.
20. U. Titze, K. Schenk, "Semiconductor Circuit Engineering," Moscow: DMK. Press, 2008. 832 p.
21. Victor Denisenko, "Compact models of MOSFETs for SPICE in micro- and nanoelectronics,". Litres, 2022.
22. L. V. V. Kurgan, Y. N. Gorelov, "Numerical methods for solving ordinary differential equations (Runge-Kutta method)," Samara: Samara University Press, 2023.
23. J. R. Yang, "Measurement of Amplitude and Phase Differences Between Two RF Signals by Using Signal Power Detection," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 2014. Vol. 24. No. 3, pp. 206-208.
24. I. N. Zaitseva, "Algorithm for determining the phase shift of harmonic signals using stochastic discretisation," *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics*, 2019. No. 3, pp. 90-96.
25. T. V. Yakovleva, "Method for determining the phase shift of quasi-harmonic signals based on envelope analysis," *Computer Optics*, 2017. Vol. 41. No. 6, pp. 950-956.
26. Mathurananthan, "Plot FFT using Matlab - FFT of sine wave & cosine wave," *GaussianWaves (Signal Processing for Communication Systems)*, 2014.

# АППАРАТНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ РОБАСТНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-2-44-50

**Карасев Денис Николаевич,**  
Московский технический университет связи и информатики,  
Москва, Россия

**Соколов Сергей Викторович,**  
Московский технический университет связи и информатики,  
Москва, Россия

**Решетникова Ирина Витальевна,**  
Московский технический университет связи и информатики,  
Москва, Россия, [irina\\_reshetnikova@mail.ru](mailto:irina_reshetnikova@mail.ru)

**Северин Антон Андреевич,**  
Московский технический университет связи и информатики,  
Москва, Россия

**Manuscript received** 14 January 2024;  
**Accepted** 18 February 2024

**Ключевые слова:** робастная фильтрация,  
стохастические нелинейные дискретные системы,  
класс распределений с ограниченными средними  
квадратами

Для дискретных нелинейных стохастических систем, возмущаемых шумами с неизвестными плотностями распределения, решена задача их робастного рекуррентного оценивания на основе локально-оптимального критерия робастности оценки. Важной особенностью разработанного робастного алгоритма оценки является его размерность, совпадающая с размерностью оцениваемого объекта (в то время как размерность современных алгоритмов фильтрации значительно превышает размерность вектора состояния объекта). Это позволяет резко сократить вычислительные затраты при реализации предложенного алгоритма, что весьма актуально для бортовых навигационно-управляющих систем. Еще большее быстродействие процесса оценивания с использованием данного алгоритма можно обеспечить на основе аппаратной реализации разработанной схемы оценивания, структура и принцип действия которой подробно рассмотрены в данной статье. Как сам алгоритм робастной оценки, так и его аппаратная реализация, могут быть эффективно использованы в самых различных практических приложениях – радиотехнике, инфокоммуникационных системах, системах навигации и управления и пр.

## Для цитирования:

Карасев Д.Н., Соколов С.В., Решетникова И.В., Северин А.А. Аппаратное решение задачи стохастической робастной дискретной фильтрации // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №2. С. 44-50.

## For citation:

Karasev D.N., Sokolov S.V., Reshetnikova I.V., Severin A.A. (2024) Hardware solution to the problem of stochastic robust discrete filtering. T-Comm, vol. 18, no. 2, pp. 44-50. (in Russian)

## Введение

Оценка дискретных нелинейных стохастических систем при помощи методов дискретной стохастической фильтрации базируется на использовании самых различных математических алгоритмов, определяющих оценку состояния системы на основе наблюдаемых данных.

Наибольшее распространение в настоящее время получили дискретные стохастические фильтры, основанные на схеме фильтра Калмана, которая наиболее широко применяется при оценке состояния линейных динамических систем.

В случае дискретных нелинейных систем фильтр Калмана модифицируется с учетом соответствующей нелинейности. Для этого используются различные методы: линеаризация, разнообразная аппроксимация нелинейных функций и пр. Например, наиболее часто используемые алгоритмы – расширенный фильтр Калмана (Extended Kalman Filter, EKF) и многочастичный ("корпускулярный") фильтр (Particle Filter).

Расширенный фильтр Калмана позволяет работать с нелинейными системами, используя линеаризацию нелинейных функций на основе разложения Тейлора и применяя основные принципы теории стохастической фильтрации для оценки вектора состояния системы.

Многочастичный ("корпускулярный") фильтр основан на методе стохастического моделирования и обработки данных (методе Монте-Карло) и использует множество частиц (или гипотез) для представления распределения состояния системы совместно с методами выборки и резэмплинга для обновления и уточнения оценки состояния [1,2].

В отличие от классического алгоритма фильтра Калмана, многочастичный фильтр не требует предположений о статистических характеристиках шума и системы, используя ансамбль частиц, которые представляют возможные состояния системы (каждая частица имеет свою весовую функцию, которая отражает вероятность состояния системы).

В процессе фильтрации частицы обновляются в соответствии с измерениями и моделью системы. Затем, используя весовые функции, производится перераспределение частиц, чтобы отразить изменение вероятности состояния системы. Таким образом, многочастичный фильтр позволяет эффективно моделировать сложные неопределенности и шумы и дает более точные оценки состояния системы.

Принципиальным недостатком данных фильтров является необходимость большого количества вычислительных ресурсов при практической реализации, что связано с необходимостью обработки большого количества дискретных точек. В результате, указанные дискретные стохастические фильтры могут быть неэффективными при обработке временных рядов с большим количеством шума или сложными структурами данных. Также недостатком таких фильтров является их чувствительность к начальным условиям и параметрам модели, что может привести к неточным результатам и непредсказуемому поведению фильтра [3-8].

В целом, выбор оптимального алгоритма фильтрации зависит от конкретной задачи и требований к точности и устойчивости. Классические методы, такие как фильтр Калмана, могут соответствовать данным требованиям в простых случаях. Однако, для сложных систем и шумов многоча-

стичный фильтр может быть более предпочтителен, несмотря на его вычислительную сложность. В конечном счете, выбор алгоритма фильтрации должен быть основан на анализе требований и особенностей задачи [9].

Как альтернативное направление вышеперечисленным фильтрам, все большее распространение получают робастные фильтры.

Изначально термин "робастность" использовался в различных областях техники и технологий для описания способности системы сохранять свои качества и функциональность в условиях изменяющихся факторов или неблагоприятных воздействий. В контексте теории фильтрации робастность означает способность системы обнаруживать и эффективно фильтровать полезный сигнал в условиях неизвестных шумов, иными словами, робастность фильтра означает его способность минимизировать нежелательный эффект от воздействия шума на полезный сигнал, обеспечивая при этом достаточный уровень чувствительности для обнаружения и воспроизведения полезной информации.

Среди новых подходов к построению алгоритмов робастной фильтрации следует выделить:

- метод на основе усреднения: этот метод объединяет несколько измерений или оценок для получения более надежного результата. Например, использует линейную комбинацию предыдущей оценки и нового измерения для получения актуальной оценки [10];

- метод на основе совместного использования метода взвешенных функций и критерия максимальной коррентропии: этот метод учитывает уровень надежности каждой оценки или измерения и использует его для определения веса, который будет присвоен каждой оценке при объединении. Например, алгоритм взвешенного среднего учитывает качество каждого измерения и вычисляет среднее значение с учетом этого качества [11];

- методы робастной фильтрации при известных ковариациях случайных возмущений, основанные на методах  $H_2$ -,  $H_\infty$ - и  $H_2/H_\infty$ -оптимизации, которые позволяют учесть возможные неопределенности и шумы в измерениях для достижения наилучшей оценки состояний системы. Так, метод  $H_2$ -оптимизации основан на минимизации среднеквадратической ошибки оценки и применяется, когда ошибки измерений имеют гауссовское распределение и известны их ковариации. Данный метод позволяет построить оптимальную матрицу фильтра Калмана, минимизирующую среднеквадратическую ошибку. В свою очередь, метод  $H_\infty$ -оптимизации основан на минимаксном подходе к оптимальной фильтрации. Он используется, когда ошибки измерений имеют ограниченные или неизвестные статистические характеристики. В этом случае оптимальная фильтрация сводится к решению матричного неравенства Люстерника-Беллмана-Калмана для получения матрицы фильтра. Метод  $H_2/H_\infty$ -оптимизации комбинирует преимущества методов  $H_2$ - и  $H_\infty$ -оптимизации, позволяя учесть известные ковариации случайных возмущений, а также ограничения и неопределенности параметров системы – для чего решается смешанная задача минимизации среднеквадратической ошибки оценки и максимизации ограничения на ошибку [12-14];

- метод робастной фильтрации "Гамма": использует гамма-распределение для оценки разброса данных и присваивает больший вес более "робастным" наблюдениям [15-19];

– метод робастной фильтрации MAD, используемый для оценки разброса значений в данных. Этот метод помогает идентифицировать аномальные значения, исключая их из процедуры фильтрации [20, 21] и др.

Анализ всех перечисленных и др. методов и алгоритмов робастной оценки позволяет сформулировать следующие их преимущества и недостатки:

### **A. преимущества:**

– устойчивость к выбросам. Робастные методы и алгоритмы предназначены для обработки данных, содержащих выбросы или ошибки, и могут обнаруживать и игнорировать различные аномалии, что делает их более надежными при анализе реальных данных;

– способность сохранять информацию при неоднородности данных. Робастные методы обеспечивают более точные оценки, так как могут сохранять информацию о неоднородных данных, что позволяет избежать потери информации или искажения результатов;

– гибкость и применимость к различным задачам. Робастные методы и алгоритмы могут быть применимы во многих областях, включая статистику, машинное обучение, финансы и др. Они могут использоваться для различных задач фильтрации данных, таких как удаление выбросов, оценка сигнала, аппроксимация и т. д.

### **B. недостатки:**

– вычислительная сложность. Некоторые робастные методы могут требовать большого количества вычислительных ресурсов при их реализации, что может быть проблематичным при обработке больших объемов данных или при обработке в реальном времени;

– потеря точности. В ряде случаев робастные методы могут потерять точность оценивания или представления данных, удаляя выбросы, которые на самом деле являются значимыми для исследования или анализа данных;

– неоднозначность результатов. Робастные методы могут давать различные результаты в зависимости от выбранного алгоритма или подхода. Это может привести к неоднозначным или непредсказуемым результатам, которые могут затруднить интерпретацию или использование полученных оценок.

Таким образом, дальнейшее развитие методов робастной фильтрации как с точки зрения расширения их функциональных возможностей, так и сокращения вычислительных затрат на реализацию алгоритма оценки, представляет не только теоретический, но и практический интерес.

Ниже рассмотрим один из возможных подходов к решению данной задачи.

### **Постановка задачи**

Пусть нелинейный дискретный объект, вектор состояния которого  $X_k$  оценивается, описывается стохастическим разностным уравнением вида:

$$X_k = f(X_{k-1}, k) + f_0(X_{k-1}, k)W_{k-1}, \quad (1)$$

где  $f(X_{k-1}, k), f_0(X_{k-1}, k)$  – известные векторная и матричная функции размерности, соответственно,  $N$  и  $N*M$ ,

$W_{k-1}$  – вектор-шум объекта размерности  $M$  компоненты которого имеют плотность распределения  $\rho$ , принадлежащую классу распределений с ограниченными вторыми моментами (средними квадратами) ( $\int_{-\infty}^{\infty} w^2 \rho(w) dw < \infty$ ) [22],

и измеряется наблюдателем

$$z_k = C_k X_k + V_k, \quad (2)$$

где  $z_k$  – вектор измерений размерности  $K$ ;  $C_k$  – известная матрица размерности  $K*N$ ;  $V_k$  – вектор помехи измерения размерности  $K$ , компоненты которого имеют плотность распределения, определенную также в классе распределений с ограниченными вторыми моментами (средними квадратами) [22].

В данном случае акцент делается на том, что известен класс распределения, но не его вид. Чтобы минимизировать ошибки оценивания в максимально неблагоприятной ситуации, которую определяет данный класс распределения, далее будем искать оценку вектора состояния  $\hat{X}_k$  в следующей постановке, отличной от традиционной [23,24]. В классической постановке задача решается путем определения оценки из условия минимизации функционала  $\sum_{i=1}^k F[z_i - C_i \hat{X}_i]$ .

Функция  $F$  выбирается, исходя из наиболее неблагоприятного класса распределения помехи измерения. Однако, при решении такой задачи неизбежны вычислительные сложности, связанные с поиском глобального минимума многомерной нелинейной случайной функции.

Подобная проблема порождает необходимость разработки таких робастных фильтров, которые наряду с возможностью фильтрации в условиях помех измерения с неопределенными вероятностными распределениями в классе распределений с ограниченными средними квадратами обеспечивают приемлемый уровень вычислительных затрат, в частности, за счет реализации фильтра в виде рекуррентной схемы.

### **Синтез алгоритма робастной фильтрации**

Ближайшим аналогом к рассматриваемому далее подходу к разработке робастных фильтров является алгоритм наименьших квадратов с адаптацией весов, позволяющий определить вес каждого измерения в зависимости от его значимости и надежности.

Опираясь на форму уравнения (1), описывающего динамику стохастического вектора состояния  $X_k$ , оценку  $\hat{X}_k$  вектора  $X_k$  будем искать в следующей рекуррентной форме:

$$\hat{X}_k = f(\hat{X}_{k-1}, k) + f_0(\hat{X}_{k-1}, k) U_k(\hat{X}_{k-1}, z_k, k), \quad (3)$$

где  $U_k(\hat{X}_{k-1}, z_k, k)$  – вектор-функция, определяемая из условия обеспечения робастности оценки (3), т.е. минимума ошибок оценивания при наиболее неблагоприятном классе распределения помехи измерения.

Как показано в [25], при выборе в качестве минимаксного критерия оптимальности  $J$  минимизируемого функционала:

$$J_k = [z_k - C_k \hat{X}_k]^T [z_k - C_k \hat{X}_k] + U_k (\hat{X}_{k-1}, z_k, k)^T U_k (\hat{X}_{k-1}, z_k, k) \quad (4)$$

уравнение искомого робастного дискретного стохастического фильтра имеет вид:

$$\begin{aligned} \hat{X}_k = & (E + f_0(\hat{X}_{k-1}, k) f_0(\hat{X}_{k-1}, k)^T C_k^T C_k)^{-1} (f(\hat{X}_{k-1}, k) + \\ & + f_0(\hat{X}_{k-1}, k) f_0(\hat{X}_{k-1}, k)^T C_k^T z_k), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $E$  – единичная матрица размерности  $N$ .

Наибольшего быстродействия при реализации предложенной схемы фильтрации (5) можно достичь при ее аппаратной реализации, которую и рассмотрим ниже.

### Аппаратная реализация робастного дискретного стохастического фильтра

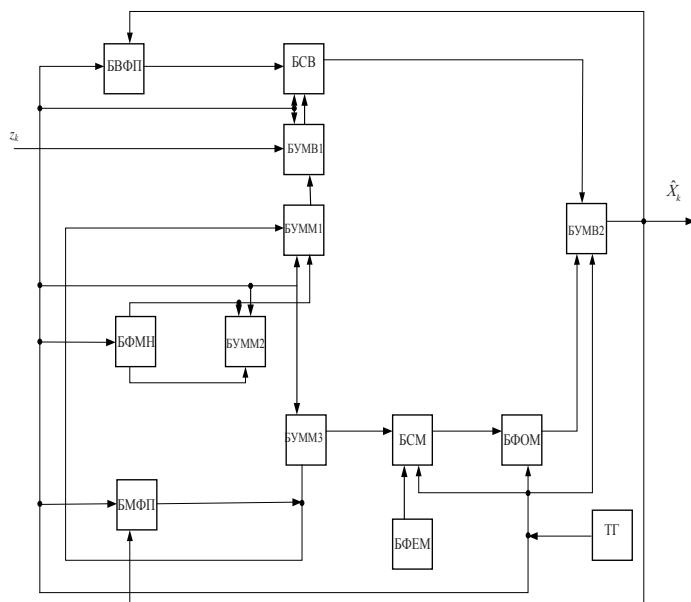


Рис. 1. Структурная схема робастного дискретного стохастического фильтра

Структурная схема робастного дискретного стохастического фильтра (далее – устройства) приведена на рисунке 1, где использованы следующие обозначения его функциональных блоков:

- Б ФП: блок векторного функционального преобразования  $f(\hat{X}_{k-1}, k)$  размерности  $N$ ,
- БФМН: блок формирования матрицы наблюдения  $C_k$  размерности  $K*N$ ,
- БМФП: блок матричного функционального преобразования  $f_0(\hat{X}_{k-1}, k) f_0^T(\hat{X}_{k-1}, k)$  размерности  $N*N$ ,
- БСВ: блок суммирования векторов размерности  $N$ ,
- БУМВ1: первый блок умножения матрицы размерности  $N*K$  на вектор размерности  $K$ ,
- БУМВ2: второй блок умножения матрицы размерности  $N*N$  на вектор размерности  $N$ ,

– БУММ1: первый блок умножения матрицы размерности  $N*N$  на матрицу размерности  $N*K$ ,

– БУММ2: второй блок умножения матрицы размерности  $N*K$  на матрицу размерности  $K*N$ ,

– БУММ3: третий блок умножения матрицы размерности  $N*N$  на матрицу размерности  $N*N$ ,

– Б М: блок суммирования матриц размерности  $N*N$ ,

– БФЕМ: блок формирования единичной матрицы размерности  $N*N$ ,

– БФОМ: блок формирования обратной матрицы размерности  $N*N$ ,

– Г: тактовый генератор.

Выход тактового генератора ТГ подключен ко входам синхронизации всех блоков устройства, за исключением блока формирования единичной матрицы БФЕМ. Входом устройства является векторный вход первого блока умножения матрицы на вектор БУМВ1. Выход первого блока умножения матрицы на вектор БУМВ1 подключен к первому входу блока суммирования векторов БСВ, второй вход которого соединен с выходом блока векторного функционального преобразования БВФП, а матричный вход первого блока умножения матрицы на вектор БУМВ1 соединен с выходом первого блока умножения матрицы на матрицу БУММ1, первый вход которого соединен с выходом блока матричного функционального преобразования БМФП, а второй вход соединен с транспонированным выходом блока формирования матрицы наблюдения БФМН (транспонирование матрицы выходных сигналов БФМН реализуется за счет соответствующей коммутации его выходов на подключаемые входы блоков БУММ1, БУММ2).

Прямой выход блока формирования матрицы наблюдения БФМН подключен ко входу множителя второго блока умножения матрицы на матрицу БУММ2, транспонированный выход – ко входу множимого второго блока умножения матрицы на матрицу БУММ2, выход которого подключен ко входу множителя третьего блока умножения матрицы на матрицу БУММ3, вход множимого которого соединен с выходом блока матричного функционального преобразования БМФП, а выход подключен к первому входу блока суммирования матриц БСМ. Второй вход блока суммирования матриц БСМ соединен с выходом блока формирования единичной матрицы БФЕМ, а выход подключен ко выходу блока формирования обратной матрицы БФОМ.

Выход блока формирования обратной матрицы БФОМ подключен к матричному входу второго блока умножения матрицы на вектор БУМВ2, векторный вход которого соединен с выходом блока суммирования векторов БСВ. Выход второго блока умножения матрицы на вектор БУМВ2 подключен к информационным входам блока векторного функционального преобразования БВФП и блока матричного функционального преобразования БМФП, а также является выходом устройства.

Все вышеперечисленные блоки могут быть легко реализованы на основе существующих типовых микропроцессоров и микроконтроллеров отечественного производства [26], а для максимального повышения быстродействия – на основе оптических технологий [27].

Устройство работает следующим образом.

В начальный момент времени с выхода второго блока умножения матрицы на вектор БУМВ2 вводится начальное

значение вектора оценки  $\hat{X}_0$ , которое поступает на информационные входы блока векторного функционального преобразования БВФП и блока матричного функционального преобразования БМФП, обеспечивая формирование начальных значений векторной и матричной функций  $f(\hat{X}_0)$  и  $f_0(\hat{X}_0)f_0(\hat{X}_0)^T$ .

Далее по сигналам тактового генератора ТГ, обеспечивающего синхронность работы всех блоков устройства, в  $k$ -й ( $k=1,2,3,\dots$ ) момент времени осуществляются следующие операции. Векторный сигнал измерения  $z_k$  поступает на векторный вход первого блока умножения матрицы на вектор БУМВ1.

На матричный вход этого блока поступает матричный сигнал  $f_0(\hat{X}_{k-1}, k)f_0^T(\hat{X}_{k-1}, k)C_k^T$ , сформированный в первом блоке умножения матрицы на матрицу БУММ1- в данном случае матрицы  $f_0(\hat{X}_{k-1}, k)f_0^T(\hat{X}_{k-1}, k)$ , поступающей с выхода блока матричного функционального преобразования БМФП, на матрицу  $C_k^T$ , поступающую с транспонированного выхода блока формирования матрицы наблюдения БФМН. С выхода первого блока умножения матрицы на вектор БУМВ1 векторный сигнал  $f_0(\hat{X}_{k-1}, k)f_0^T(\hat{X}_{k-1}, k)C_k^T z_k$  поступает на первый вход блока суммирования векторов БСВ, на второй вход которого с выхода блока векторного функционального преобразования БВФП поступает векторный сигнал  $f(\hat{X}_{k-1}, k)$ .

На выходе блока суммирования векторов БСВ формируется векторный сигнал  $f(\hat{X}_{k-1}, k) + f_0(\hat{X}_{k-1}, k)f_0^T(\hat{X}_{k-1}, k)C_k^T z_k$ , поступающий далее на векторный вход второго блока умножения матрицы на вектор БУМВ2. На матричный вход данного блока поступает матричный сигнал  $(E + f_0(\hat{X}_{k-1}, k)f_0(\hat{X}_{k-1}, k)^T C_k^T C_k)^{-1}$ , сформированный следующим образом. С транспонированного и прямого выходов блока формирования матрицы наблюдения БФМН матричные сигналы  $C_k^T$  и  $C_k$  поступают на входы второго блока умножения матрицы на матрицу БУММ2, с выхода которого снимается матричный сигнал  $C_k^T C_k$ , поступающий далее на вход множителя третьего блока умножения матрицы на матрицу БУММ3, на вход множимого которого поступает матричный сигнал  $f_0(\hat{X}_{k-1}, k)f_0^T(\hat{X}_{k-1}, k)$  с выхода блока матричного функционального преобразования БМФП.

Матричный сигнал произведения  $f_0(\hat{X}_{k-1}, k)f_0^T(\hat{X}_{k-1}, k)C_k^T C_k$  с выхода третьего блока умножения матрицы на матрицу БУММ3 поступает на первый вход блока суммирования матриц БСМ, на второй вход которого поступает матричный сигнал единичной матрицы  $E$  с выхода блока формирования единичной матрицы БФЕМ. Суммарный матричный сигнал  $(E + f_0(\hat{X}_{k-1}, k)f_0^T(\hat{X}_{k-1}, k)C_k^T C_k)^{-1}$  с выхода блока суммирования матриц БСМ поступает на вход блока формирования обратной матрицы БФОМ, с выхода которой матричный сигнал  $(E + f_0(\hat{X}_{k-1}, k)f_0(\hat{X}_{k-1}, k)^T C_k^T C_k)^{-1}$  поступает далее на матричный вход второго блока умножения матрицы на вектор БУМВ2. На выходе данного блока формируется векторный сигнал

$$(E + f_0(\hat{X}_{k-1}, k)f_0(\hat{X}_{k-1}, k)^T C_k^T C_k)^{-1}(f(\hat{X}_{k-1}, k) + f_0(\hat{X}_{k-1}, k)f_0(\hat{X}_{k-1}, k)^T C_k^T z_k),$$

равный текущему значению вектора оценки  $\hat{X}_k$ . Этот векторный сигнал поступает на выход устройства и на информационные входы блока векторного функционального преобразования БВФП и блока матричного функционального преобразования БМФП для последующего формирования векторного и матричного сигналов  $f(\hat{X}_k, k+1)$  и  $f_0(\hat{X}_k, k+1)f_0^T(\hat{X}_k, k+1)$ , соответственно. Далее работа устройства повторяется.

Технический результат при практической реализации описанного устройства заключается в повышении быстродействия и точности робастной фильтрации дискретных динамических процессов, а также сокращении вычислительных затрат за счет реализации рассмотренного рекуррентного робастного фильтра дискретного измеряемого сигнала в аппаратной форме.

С точки зрения аппаратной реализации данный результат достигается тем, что устройство содержит описанные выше блок формирования матрицы наблюдения, два блока умножения матрицы на вектор, два блока умножения матрицы на матрицу, блок суммирования матриц, блок формирования единичной матрицы, блок формирования обратной матрицы, тактовый генератор, выход которого подключен ко входам синхронизации всех блоков устройства (за исключением блока формирования единичной матрицы).

Входами устройства являются вектор и матрица наблюдения, которые подаются на соответствующие блоки. Эти блоки выполняют необходимое математическое преобразование и выдают результаты, которые затем подаются на другие блоки для выполнения следующих этапов обработки данных.

Тактовый генератор обеспечивает синхронизацию работы всех блоков устройства. Он генерирует тактовые сигналы, которые подаются на входы синхронизации каждого блока. Это позволяет устройству работать в согласованном режиме и выполнять математические операции последовательно и правильно.

Выход устройства представляет собой результат обработки данных, который может быть использован дальше в системе для выполнения других операций или для получения конечного результата.

В целом, аппаратная реализация представляет собой комплексное устройство, включающее в себя различные функциональные блоки для выполнения математических операций и управления ими. Подобная архитектура позволяет достичь желаемого быстродействия при обеспечении заданной точности фильтрации.

### Заключение

Предложенный робастный дискретный стохастический фильтр повышает быстродействие процесса оценивания, обеспечивая формирование оценки наблюдаемого дискретного вектора состояния в реальном времени, точность фильтрации за счет устойчивости к неопределенным возмущениям дискретного вектора состояния и помехам измерения, а также обеспечивает сокращение вычислительных затрат за счет простой конструктивной реализации фильтра.

## Литература

1. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 2004. 304 с.
2. Синицын И.Н. Фильтры Калмана и Пугачева. М.: Логос, 2006. 640 с.
3. Ferrero A., Ferrero R., Jiang W., Salicone S. The Kalman Filter Uncertainty Concept in the Possibility Domain, IEEE Trans. Instrum. Meas. 68 (2019), pp. 4335-4347.
4. Herrera E.P., Kaufmann H. Adaptive methods of Kalman filtering for personal positioning systems, in: 23rd Int. Tech. Meet. Satell. Div. Inst. Navig. 2010, ION GNSS 2010.
5. Патент № 1639377. Модифицированный нелинейный фильтр Калмана, СССР, Н03Н 21/00.
6. Патент № 1651355. Регуляризованный фильтр Калмана, СССР, Н03Н 21/00.
7. Патент № 1800588. Адаптивный фильтр Калмана, СССР, Н03Н 21/00.
8. Патент № 2160496. Модифицированный фильтр Калмана, РФ, Н03Н 21/00.
9. Wang D., Ly H., Wu J. Augmented Cubature Kalman filter for nonlinear RTK/MIMU integrated navigation with non-additive noise, Measurement. 97, 2017, pp. 111-125.
10. Särkkä S., Nummenmaa A. Recursive noise adaptive Kalman filtering by variational Bayesian approximations // IEEE Transactions on Automatic control. 2009. Vol. 54, pp. 596-600.
11. Izanloo R., Fakoorian S.A., Yazdi H.S., Simon D. Kalman filtering based on the maximum correntropy criterion in the presence of non-Gaussian noise // Annual Conference on Information Science and Systems (CISS), Princeton, USA: proceedings. 2016, pp. 500-505. 14.
12. Gao H., Lam J., Wang C. Induced l2 and generalized H $\infty$  filtering for systems with repeated scalar nonlinearities // IEEE Transact. Signal Proc. 2005. V. 53. No. 11, pp. 4215-4226.
13. Gao H., Lam J., Wang C. New approach to mixed H2/H $\infty$  filtering for polytopic discrete-time systems // IEEE Transact. Signal Proc. 2005. Vol. 53. No. 8, pp. 3183-3192.
14. Gao H., Lam J., Wang C. Robust H $\infty$  filtering for discrete stochastic time-delay systems with nonlinear disturbances // Nonlinear Dynam. Syst. 2004. Vol. 4. No. 3, pp. 285-301.
15. Poor H.V., Looze D.P. Minimax State Estimation for Linear Stochastic Systems with Noise Uncertainty // IEEE Trans. Automat. Control. 1981. Vol. 26, pp. 902-906.
16. Sayed A.H. A Framework for State-space Estimation with Uncertain Models // IEEE Trans. Automat. Control. 2001. Vol. 46, pp. 998-1013.
17. Calafiore G., El Ghaoui L. Minimum Variance Estimation with Uncertain Statistical Model // Proc. IEEE CDC. 2001, pp. 3497-3499.
18. Bitar E., Baeyens E., Packard A., et al. Linear Minimax Estimation for Random Vectors with Parametric Uncertainty // Proc. Amer. Control Conf. 2010, pp. 590-592.
19. Коган М.М. Робастное оценивание и фильтрация в неопределенных линейных системах при неизвестных ковариациях // Автоматика и телемеханика, № 10. 2015. С. 50-66.
20. Samuel Kotz, Tomasz J. Kozubowski, Krzysztof Podgorski. The Laplace Distribution and Generalizations, 2001, Springer.
21. Миллер Б.М., Колесов К.С. Робастное оценивание на основе метода наименьших модулей и фильтра Калмана // Автоматика и телемеханика, №11. 2020. С. 72-92.
22. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. Красовского А.А. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1987. 712 с.
23. Huber P.J., Ronchetti E.M. Robust statistics. New Jersey: John Wiley Sons, 2009. 371 с.
24. Цыпкин Я.З., Поляк Б.Т. Огрубленный метод максимального правдоподобия // Динамика систем. Математические методы теории колебаний. Горький. 1977. № 12.
25. Патент №2804256. Робастный дискретный стохастический фильтр, РФ, G06F 17/16, Н03Н 19/00
26. Смирнов Ю.А., Соколов С.В., Титов Е.В. Основы микроэлектроники и микропроцессорной техники: учебное пособие. 2-е, исправленное. Санкт-Петербург: Издательство Лань, 2013. 496 с. ISBN 978-5-8114-1379-9. EDN UGRMLD
27. Патент 22328. Оптический умножитель, РФ, G06E1/04

**HARDWARE SOLUTION TO THE PROBLEM OF STOCHASTIC ROBUST DISCRETE FILTERING**

**Denis N. Karasev**, Moscow Technical University of Communication and Information Technology, Moscow, Russia

**Sergey V. Sokolov**, Moscow Technical University of Communication and Information Technology, Moscow, Russia

**Irina V. Reshetnikova**, Moscow Technical University of Communication and Information Technology, Moscow, Russia,

*irina\_reshetnikova@mail.ru*

**Anton A. Severin**, Moscow Technical University of Communication and Information Technology, Moscow, Russia

**Abstract**

For discrete nonlinear stochastic systems perturbed by noise with unknown distribution densities, the problem of their robust recurrent estimation is solved based on a locally optimal criterion for the robustness of the estimate. An important feature of the developed robust estimation algorithm is its dimension, which coincides with the dimension of the object being assessed (while the dimension of modern filtering algorithms significantly exceeds the dimension of the object's state vector). This makes it possible to sharply reduce computational costs when implementing the proposed algorithm, which is very important for on-board navigation and control systems. Even greater speed of the evaluation process using this algorithm can be achieved based on the hardware implementation of the developed evaluation scheme, the structure and principle of operation of which are discussed in detail in this article. Both the robust estimation algorithm itself and its hardware implementation can be effectively used in a wide variety of practical applications - radio engineering, infocommunication systems, navigation and control systems, etc.

**Keywords:** robust filtering, stochastic nonlinear discrete systems, class of distributions with bounded mean squares.

**References**

1. V. I. Tikhonov, V. N. Kharisov, "Statistical analysis and synthesis of radio engineering devices and systems," Moscow: Radio and Communications, 2004. 304 p.
2. I. N. Sinitsyn, "Kalman and Pugachev filters," Moscow: Logos, 2006. 640 p.
3. A. Ferrero, R. Ferrero, W. Jiang W, S. Salicone, "The Kalman Filter Uncertainty Concept in the Possibility Domain," *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 68, 2019, pp. 4335-4347.
4. E. P. Herrera, H. Kaufmann, "Adaptive methods of Kalman filtering for personal positioning systems," *23rd Int. Tech. Meet. Satell. Div. Inst. Navig. 2010, ION GNSS 2010*.
5. Patent No. 1639377. Modified nonlinear Kalman filter, USSR, N03N 21/00.
6. Patent No. 1651355. Regularized Kalman filter, USSR, N03N 21/00.
7. Patent No. 1800588. Adaptive Kalman filter, USSR, N03N 21/00.
8. Patent No. 2160496. Modified Kalman filter, RF, N03N 21/00.
9. D. Wang, H. Ly, J. Wu, "Augmented Cubature Kalman filter for nonlinear RTK/MIMU integrated navigation with non-additive noise," *Measurement.* 97, 2017, pp. 111-125.
10. S. Sarkka, A. Nummenmaa, "Recursive noise adaptive Kalman filtering by variational Bayesian approximations," *IEEE Transactions on Automatic control.* 2009. Vol. 54, pp. 596-600.
11. R. Izanloo, S.A. Fakoorian, H.S. Yazdi, D. Simon, "Kalman filtering based on the maximum correntropy criterion in the presence of non-Gaussian noise," *Annual Conference on Information Science and Systems (CISS)*, Princeton, USA: proceedings. 2016, pp. 500-505.
12. H. Gao, J. Lam, C. Wang, "Induced L2 and generalized H? filtering for systems with repeated scalar nonlinearities," *IEEE Transact. Signal Proc.* 2005. Vol. 53. No. 11, pp. 4215-4226.
13. H. Gao, J. Lam, C. Wang, "New approach to mixed H2/H? filtering for polytopic discrete-time systems," *IEEE Transact. Signal Proc.* 2005. Vol. 53. No. 8, pp. 3183-3192.
14. H. Gao, J. Lam., C. Wang, "Robust H filtering for discrete stochastic time-delay systems with nonlinear disturbances." *Nonlinear Dynam. Syst. Theory.* 2004. Vol. 4. No. 3, pp. 285-301.
15. H.V. Poor, D.P. Looze, "Minimax State Estimation for Linear Stochastic Systems with Noise Uncertainty," *IEEE Trans. Automat. Control.* 1981. Vol. 26, pp. 902-906.
16. A.H. Sayed, "A Framework for State-space Estimation with Uncertain Models," *IEEE Trans. Automat. Control.* 2001. Vol. 46, pp. 998-1013.
17. G. Calafio, L. El Ghaoui, "Minimum Variance Estimation with Uncertain Statistical Model," *Proc. IEEE CDC.* 2001, pp. 3497-3499.
18. E. Bitar, E. Baeyens, A. Packard, et al., "Linear Minimax Estimation for Random Vectors with Parametric Uncertainty," *Proc. Amer. Control Conf.* 2010, pp. 590-592.
19. M. M. Kogan, "Robust estimation and filtering in uncertain linear systems with unknown covariances," *Automation and Telemechanics.* No. 10, 2015, pp. 50-66.
20. Samuel Kotz, Tomasz J. Kozubowski, Krzysztof Podgorski, "The Laplace Distribution and Generalizations," 2001, Springer.
21. B.M. Miller, K.S. Kolosov, "Robust estimation based on the least modulus method and the Kalman filter," *Automation and Telemechanics.* No. 11, 2020. pp. 72-92.
22. Handbook of automatic control theory / Ed. Krasovsky A.A. M.: Science. Ch. ed. physical -mat. lit. 1987. 712 p.
23. P. J. Huber, E. M. Ronchetti, "Robust statistics," New Jersey: John Wiley Sons, 2009. 371 p.
24. Ya. Z. Tsyplkin, B. T. Polyak, "Rough maximum likelihood method // System dynamics," *Mathematical methods of the theory of oscillations.* Bitter. 1977. No. 12.
25. Patent No. 2804256. Robust discrete stochastic filter, RF, G06F 17/16, H03H 19/00.
26. Yu. A. Smirnov, S. V. Sokolov, E. V. Titov, "Fundamentals of microelectronics and microprocessor technology," textbook. 2nd, Corrected. St. Petersburg: Lan Publishing House, 2013. 496 p. ISBN 978-5-8114-1379-9
27. Patent No. 2022328. Optical multiplier, RF, G06E1/04.

# CONSTRUCTING OF MULTICHANNEL WAVEGUIDE ENERGY DISTRIBUTION SYSTEMS FOR THE MICROWAVE HEATING BASED ON T-JUNCTIONS WITH ELONGATED SHOULDERS WITH MINIMAL INPUT MISMATCH

DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-2-51-57

**Manuscript received** 16 January 2024;  
**Accepted** 20 February 2024

**Igor V. Bogachkov,**  
 Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk, Russia,  
*bogachkov@mail.ru*

One of the problems of using high-power microwave ovens is minimizing of the reflection factor at the output of the magnetron generator. The variation range in the reflection coefficients from the load can be very large. A reflected wave of high power can change the operating mode of the generator and even damage it. For multichannel input of electromagnetic waves into the heating chamber of the microwave oven, various power division bridges are used. However, all these devices have no elements that could make a compensating effect. This work presents the results of researches on providing a given reflection coefficient at the defined frequency at the multichannel system input (generator output) with known range of changes in the reflection coefficients from the load. This is achieved by changing the shoulder lengths of the waveguide T-junctions (E- or H-junctions), which allows to change the phases of the waves reflected from loads. Using the D-matrix method dependences were obtained for the reflection factor at the input of the system and for the power transmitter coefficients to the load for different variants of the construction of power division systems. An estimate of the possible asymmetry of the energy distribution in loads, which may occur with nonzero reflection coefficients from loads is given. A possible asymmetry of the power distribution in each specific case is evaluated, which makes it possible to adjust the processing technology. If an additional power division is applied at the outputs of the distribution system with conventional equal-shouldered H-junctions, this will allow the waves of increased power to be divided into parts, which with the appropriate configuration of the distribution system, makes it possible to equalize the distribution of power in loads. If branching in the E-plane is necessary, practically the same characteristics are achieved by using in the considered systems instead of H-junctions with elongation of conventional symmetrical E-junctions in all branches, except for the input, where it is necessary to use

**Keywords:** reflection factor, matching the generator with the load, microwave heating, multichannel microwave oven, waveguide T-junctions, method of D-matrixes

an E-junction with elongation by the quarter of the wavelength. Graphs of the dependences of the parameters of different variants of the system construction are drawn, estimates of the output parameter sensitivity when the length of the matching shoulder extensions and the reflection coefficients from loads change are given. The results of experiments are presented. Experimental researches and simulation modeling showed the good coincidence of calculation formulas and experiment, confirmed the presence of compensative effect and asymmetry of distribution of powers in loads in case of the one shoulder lengthening on the quarter of wavelength in H-junction, proved the small sensitiveness of reflectivity and transmission dependences to the small changes of load parameters and frequency. The distribution systems from T-junctions with the compensative lengthening allow in multichannel microwave oven to provide necessary a minimum of reflectivity on the generator output in the set the load reflectivity range. This allows us to recommend the use of these distribution systems in high-power multichannel microwave ovens. One of the problems of using multichannel microwave ovens is minimization of the reflection factor on the output of the generator ( $R_{in}$  - input reflection factor of the heating multichannel system) [1-6]. The variation range of the load reflection factor ( $R_{l}$ ) can appear rather large which can be adjacent with both a variety of objects and varying of electromagnetic parameters in heating process [1, 2, 7-9]. If in low-power household ovens absolute power of reflection wave is small, then in high-power industrial furnaces datum is large, and reflected wave can change operation mode of generator and even damage expensive magnetron. Besides, improvement of the standing wave ratio (SWR) in system boosts common efficiency factor of microwave ovens. There are different ways of improvement coincidental occurrence.

## Информация об авторе:

**Igor V. Bogachkov**, Professor of "Communication means and information security" department of Omsk State Technical University (OmSTU), Adv. Dr., Docent, Senior Member IEEE, Omsk, Russia

## Для цитирования:

Богачков И.В. Построение многоканальных волноводных систем распределения энергии для микроволнового нагрева на основе волноводных тройников с удлинением плеч при минимальном рассогласовании на входе // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №2. С. 51-57.

## For citation:

Bogachkov I.V. (2024). Constructing of multichannel waveguide energy distribution systems for the microwave heating based on T-junctions with elongated shoulders with minimal input mismatch. *T-Comm*, vol. 18, no.2, pp. 51-57.

### Methods of improvement of concordance of generator with the distributing system and heating chamber

So far as the microwave heating uses electromagnetic wave, the spectrum of that occupies the very narrow strip of frequencies, it is enough to realize a narrow-band concordance, that can be realized by relatively simple methods.

To compensate for the reflected wave in the waveguide propagation path, in-homogeneities are usually used, which cause over expressions so that the reflected waves add up in the opposite phase [3, 10, 11].

This idea can be realized by three movable spirally entered in a waveguide, located on a straight line passing on the middle of one of wide walls, through the fourth of wave-length, or by a double waveguide junction with movable short-circuit piston in *E*- and *H*- branches [10, 11].

Indemnification of the reflected wave is possible also by means of two movable microwave insertions, realizing the rise of intrinsic impedance [2, 3, 10, 11].

Microwave oven in that for a concordance with the object of treatment possibility of turn of waveguide-crack emitters is envisaged in an order to point electromagnetic wave at an object under Brewster's angle. It provides absence of the reflected wave during vertical polarization of electromagnetic wave and flat surface of microwave [1, 2]. As objects of process work have a difficult form of surface, and travel of electromagnetic wave that can have a horizontal component electric field, on frequencies of the microwave heating is not quasiradial, this method gives only partial corrective adjustment of the reflected wave and only for the certain object of process work.

The lack of the above listed methods consists of that the process of harmonizing is not automated. It requires at changing of type of treatment to produce the hand tuning, that at a change magnetic properties of loading in the process work does not allow to compensate the reflected wave.

There is a method [1, 2] in which two movable short-circuit breakers with automatic adjustment are used to coordinate with the load. A communication pin is used for coordination, automatically adjusted by a microprocessor tracking device, is described in [12]. But for acceptable compensation of the reflected wave, three inhomogeneities are required, which greatly complicates the control system and the design as a whole. In addition, the presence of movable elements at high electromagnetic field power can lead to leakage of electromagnetic field from the heating chambers through the contact connections, which are also heated due to the imperfection of the contacts and the finite conductivity of the conductors.

All the methods and devices discussed above ensure compliance in a small range of deviations of load parameters from the nominal value, which is a serious disadvantage that limits the range of permissible processing objects and requires mandatory adjustment of communication elements. It is difficult to perform coordination in a large range of changes in the magnetic parameters of loads using broadband matching devices at high capacities.

For the multichannel input of electromagnetic field in heating chambers of the microwave oven use the different bridges of division of power [4, 13, 14]. However, all these devices have an ordinary construction without some elements that would bring in a compensative effect.

We will consider possibility the selection of length of shoulders to obtain a necessary concordance ( $\min R_{in}$ ) in the set range of changes of  $R_l$  on the set frequency for the multichannel distribution of energy system. It is thus necessary to estimate possible asymmetry of distribution of energy between shoulders, that can take place at  $R_l$  different from a zero.

### Research of *H*- and *E*-junctions with the elongated shoulder

Research of *H*- and *E*-junctions (T-junctions) with the elongated shoulder. A decomposition scheme of these junctions is shown in Figure 1.

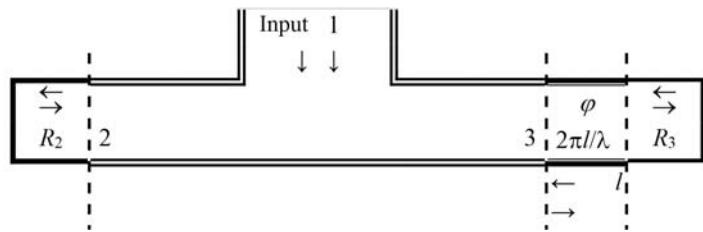


Fig. 1. A decomposition scheme of the loaded T-junction with the elongated shoulder

Initial *S*-matrix of this *H*-junction, analogical *E*-junction and phase changer, the shoulder got the elongating, look like [3, 18] ("j" is imaginary unit).

By any recomposition method we will get such matrixes of dispersion for T-junctions with the elongated shoulder:

$$\begin{aligned} [S_{H\varphi}] &= \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & e^{-j\varphi}/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & e^{-j\varphi}/2 \\ e^{-j\varphi}/\sqrt{2} & e^{-j\varphi}/2 & -e^{-2j\varphi}/2 \end{bmatrix}, \\ [S_{E\varphi}] &= \begin{bmatrix} 0 & -1/\sqrt{2} & e^{-j\varphi}/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/2 & e^{-j\varphi}/2 \\ e^{-j\varphi}/\sqrt{2} & e^{-j\varphi}/2 & e^{-2j\varphi}/2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (1)$$

Further recomposition matrices of dispersion with loading inadvisable, as an analytical association of *S*-matrix very uncomfortably, and such important sizes as power transfer ratio in loading getting traditional methods is very difficult.

We will take advantage of method of *D*-matrix, offer in works [1, 3]. Such *D*-matrixes turn out for these junctions [3]:

$$\begin{aligned} [D_H] &= \begin{bmatrix} 1 & -R_2/\sqrt{2} & -R_3 e^{-j\varphi}/\sqrt{2} \\ 0 & 1+R_2/2 & -R_3 e^{-j\varphi}/2 \\ 0 & -R_2 e^{-j\varphi}/2 & 1+R_3 e^{-2j\varphi}/2 \end{bmatrix}, \\ [D_E] &= \begin{bmatrix} 1 & R_2/\sqrt{2} & -R_3 e^{-j\varphi}/\sqrt{2} \\ 0 & 1-R_2/2 & -R_3 e^{-j\varphi}/2 \\ 0 & -R_2 e^{-j\varphi}/2 & 1-R_3 e^{-2j\varphi}/2 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (2)$$

where  $R_2$  and  $R_3$  ( $R_l$  from "2" and "3" output respectively) in general case are complex values.

It is further possible to get  $R_{in}$ ,  $T_{21}$  and  $T_{31}$  from formulas [3].

$$R_{in} = \frac{D_{1S1}}{D_{11}}; T_{21} = \frac{D_{1S2}}{D_{11}}; T_{31} = \frac{D_{1S3}}{D_{11}}, \quad (3)$$

where  $D_{11}$  is determinant of  $D$ -matrix with canceled by the first line and column, and  $D_{1Si}$  is determinant of  $D$ -matrix, the first column of that is substituted by “ $i$ ” corresponding column  $S$ -matrix,  $T_{il}$  is transmission factor from input (“1”) to output “ $i$ ”.

With help of (3) formulas are got  $R_{in}$  ( $R_l, \varphi$ ) and dependences transmission factors ( $T_{21}$  ( $R_l, \varphi$ ),  $T_{31}$  ( $R_l, \varphi$ )) for both brunches  $H$ -junction (4):

$$R_{in} = \frac{R_2 + R_3 e^{-2j\varphi} + 2R_2 R_3 e^{-2j\varphi}}{2 + R_2 + R_3 e^{-2j\varphi}},$$

$$T_{21} = \frac{\sqrt{2}(R_3 e^{-2j\varphi} + 1)}{2 + R_2 + R_3 e^{-2j\varphi}}, \quad T_{31} = \frac{\sqrt{2} e^{-2j\varphi} (R_2 + 1)}{2 + R_2 + R_3 e^{-2j\varphi}}. \quad (4)$$

As in practice branching can be required both in  $H$ -, and in  $E$ -planes, analogical dependences are got and for  $E$ -junction (5):

$$R_{in} = \frac{R_2 + R_3 e^{-2j\varphi} - 2R_2 R_3 e^{-2j\varphi}}{2 - R_2 - R_3 e^{-2j\varphi}},$$

$$T_{21} = \frac{\sqrt{2}(R_3 e^{-2j\varphi} - 1)}{2 - R_2 - R_3 e^{-2j\varphi}}, \quad T_{31} = \frac{\sqrt{2} e^{-2j\varphi} (R_2 - 1)}{2 - R_2 - R_3 e^{-2j\varphi}}. \quad (5)$$

An analysis of formulas (4)-(5) shows that for the set reflectivity in one loading it is always possible to pick up a reflectivity in other loading so, that on the exit of generator the reflected wave will disappear. Powers between shoulders are dispersed unevenly, that hampers the practical use of this effect [2, 4, 18].

In case of the identical loading ( $R_{li} = R$ ) for  $H$ -junction formulas (4) are transformed to the formula (6).

$$R_{in} = \frac{R + R e^{-2j\varphi} + 2R^2 e^{-2j\varphi}}{2 + R + R e^{-2j\varphi}}; \quad T_{21} = \frac{\sqrt{2}(R e^{-2j\varphi} + 1)}{2 + R + R e^{-2j\varphi}};$$

$$T_{31} = \frac{\sqrt{2} e^{-j\varphi} (R + 1)}{2 + R + R e^{-2j\varphi}}. \quad (6)$$

For  $E$ -junction (7), (8) we get analogical character:

$$R_{in} = \frac{R + R e^{-2j\varphi} - 2R^2 e^{-2j\varphi}}{2 - R - R e^{-2j\varphi}}; \quad T_{21} = \frac{\sqrt{2}(R e^{-2j\varphi} - 1)}{2 - R - R e^{-2j\varphi}};$$

$$T_{31} = \frac{\sqrt{2} e^{-j\varphi} (1 - R)}{2 - R - R e^{-2j\varphi}}. \quad (7)$$

In case  $\varphi = \pi n$ , where  $n = 0, 1, 2, \dots$ , for  $H$ -junction (and for  $E$ -junction respectively) are obtained the formulas (8):

$$R_{in} = R, \quad T_{21} = 1/\sqrt{2} = \pm T_{31}. \quad (\text{for } H\text{-junction})$$

$$R_{in} = R, \quad T_{21} = 1/\sqrt{2} = \mp T_{31}. \quad (\text{for } E\text{-junction}). \quad (8)$$

This case corresponds to the ordinary T-junctions, for that even balancing powers and absence of some corrective adjustment.

In case  $\varphi = \pi/2 + \pi n$ , where  $n = 0, 1, 2, \dots$ , that corresponds to lengthening of branch on  $\lambda/4 + \lambda n/2$ , for  $H$ -junction parameters are obtained by the formulas (9):

$$R_{in} = -R^2, \quad T_{21} = (1 - R)/\sqrt{2}, \quad T_{31} = \mp j(1 + R)/\sqrt{2}; \quad (9)$$

and for  $E$ -junction respectively are obtained by the formulas:

$$R_{in} = -R^2, \quad T_{21} = -(1 + R)/\sqrt{2}; \quad T_{31} = \mp j(1 - R)/\sqrt{2}. \quad (10)$$

From equalizations (9), (10) it is necessary that application of junction with extended on  $\lambda/4$  by a branch gives the substantial winning in minimization  $R_{in}$ . So when  $|R_l| \leq 0.1$   $|R_{in}| \leq 0.01$ .

Although to an offer construction of junction it is possible to come from general considerations, examining the phase over-run of the reflected waves, analytical formulas allow to analyze distribution of energy for all variations of entry parameters and consider the sensitiveness of the system to the rejection of entry parameters [1, 3].

For one  $H$ -junction (Fig. 1) graphs for the distribution of powers are built between shoulders (5), (6)–(8) for three cases: “1” graphs is drawn for  $\varphi = 0^\circ$ , “2” and “3” graphs are drawn for  $\varphi = 70^\circ$ , “4” and “5” graphs are drawn for  $\varphi = 90^\circ$ .

As be obvious from graph, asymmetry of distribution of powers between shoulders at  $|R_l| \leq 0.1$  does not exceed 1.5 times. At greater error term with loading asymmetry increases, that it is necessary to take into account technologies at development.

An analysis showed for all cases given above, that the got dependences are steady at the small (up to  $30^\circ$ ) vibrations of phase of the elongated shoulder or phase of  $R_l$ . Thus indemnification on the input gets worse unimportant and saved at complex character of loading, and also at small (to 10%) distinctions of the modules of  $R_2$  and  $R_3$ .

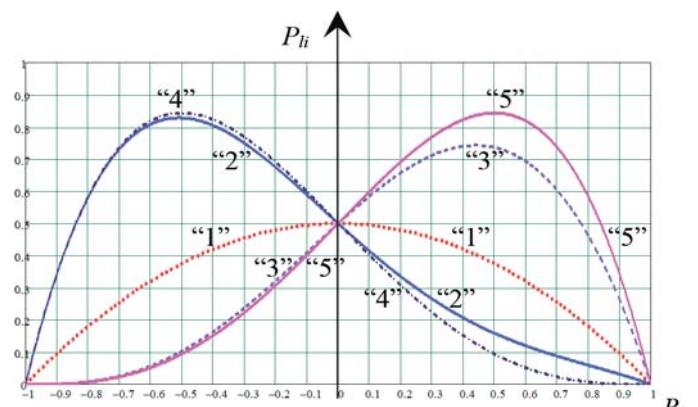


Fig. 2. Graph of distributions of powers in loads for one  $H$ -junction (Fig. 1) at different length of compensative branch

In the cases with different  $R_l$  practical interest can have a case of  $R_{in} = 0$  at  $R_2 = 0.5$ , and  $R_3 = -0.25$  (for  $H$ -junction).

This phenomenon can be realized for the case of the identical loading connection of one junction described above to one of output shoulders of ordinary junction, that allows to attain indemnification in the large range (at  $R_l = -0.2 \dots 0.6$   $|R_{in}| \leq 0.1$ ). Certainly, asymmetry in this case is very big. More detailed of this case will be considered below (a graph “6” in Fig. 5).

### Analysis of increase of the distribution of energy system at the arbitrary amount of channels for the achievement of SWR minimum on the generator output

The escalating of the system up to three  $H$ -junctions (Fig. 3) allows to achieve dependence  $R_{in} = -R^4$  by  $\alpha = \varphi = \psi = 90^\circ$  ( $l = \lambda/4$ ).

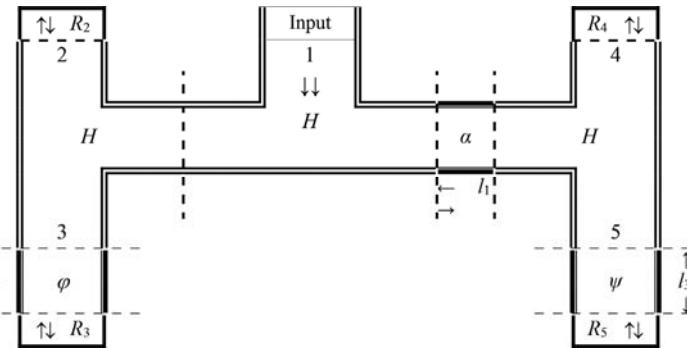


Fig. 3. System from three  $H$ -junctions with the elongated shoulder

Thus transition factors are determined on formulas (11).

$$\begin{aligned} T_{21} &= 0.5(1+R^2)(1-R); \quad T_{31} = -0.5j(1+R^2)(1+R); \\ T_{41} &= -0.5j(1-R^2)(1-R); \quad T_{51} = -0.5(1-R^2)(1+R). \end{aligned} \quad (11)$$

A dependence  $|R_{in}| \leq 10^{-4}$  is achieved in case of  $|R_l| \leq 0.1$ .

Asymmetry of distribution of powers does not exceed in this case 1.55 time [1, 2, 15].

For the system from three compensative T-junctions (Fig. 3) analogical dependences are built at  $\alpha = \varphi = \psi = 90^\circ$ .

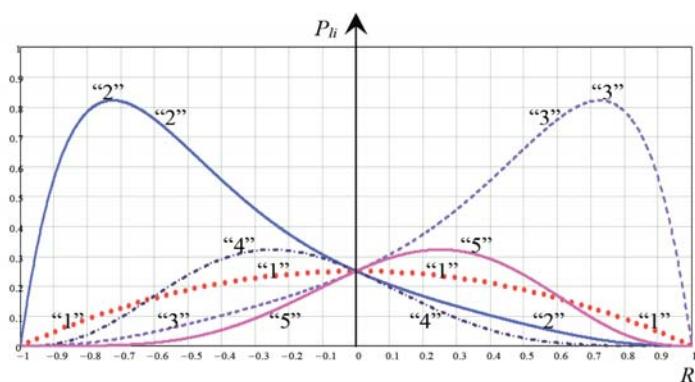


Fig. 4. Graphs for distribution of powers in loads for the system from three compensative T-junctions (Fig. 3)

If  $\alpha = \varphi = 0^\circ$ , but  $\psi = 90^\circ$  that turns out the case described above with complete indemnification at  $R_l = 0.5$  and  $R_l = 0$ .

$$\begin{aligned} R_{in} &= \frac{R(1-2R)}{2-R}; \quad T_{21} = T_{31} = T_{41} = \frac{1-R}{2-R}; \\ T_{51} &= -j \frac{1+R}{2-R}. \end{aligned} \quad (12)$$

The dependence of  $R_{in}(R_l)$  is shown in the general graphs in Figure 5 (a graph "6").

Asymmetry in this case is great. For example, at  $R_l = 0.5$   $R_{in} = 0$ ,  $P_2 = P_3 = P_4 = 1/12$ , and  $P_5 = 3/4$ , that requires the special measures

on the improvement of distribution electromagnetic field at application in a practical construction.

An increase of the system is to seven T-junctions (two systems from three T-junctions (Fig. 3) connected to the outputs on the first T-junction (Fig. 1) symmetrically) allows to obtain dependence  $R_{in} = -R^8$ , that allows to get acceptable indemnification at  $|R_l| \leq 0.8$ . Transmission factors in this case can be defined by the choice of corresponding combination of signs in the generalized formula:

$$|T_{il}| = \frac{1}{2\sqrt{2}} (1 \mp R^4) (1 \mp R^2) (\mp R). \quad (13)$$

The graphs of dependence of  $R_{in}$  ( $R_l$ ) are generalized for all considered systems on Figure 5.

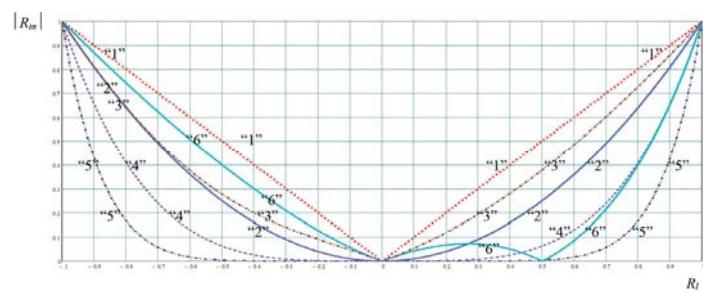


Fig. 5. Generalized graphs of the input reflectivity for the considered systems of the energy distribution

Graph "1" shows dependence for any symmetric systems without indemnification the method described above.

For the system of the one T-junction with compensative shoulder arrived at lengthening on  $\lambda/4$  (9)-(10) ( $\varphi = 90^\circ$ ) graph "2" is presented.

Graph "3" is given for one T-junction when the phase of the compensating shoulder was deviated by  $30^\circ$  ( $\lambda/6 \rightarrow \varphi = 60^\circ$ ) (6) from the nominal value ( $\lambda/4 \rightarrow \varphi = 90^\circ$ ).

Dependence for the system from three compensative T-junctions (Fig. 4) is showed around to graphic "4".

For the system from seven compensative T-junctions (10) graph "5" is presented.

Graph "6" shows dependence for asymmetric system (12). The good matching ( $|R_{in}| \leq 0.1$ ) in the large range of  $R_l$  (from  $-0.2$  to  $R_l 0.6$ ) is observed obviously.

Summarizing the considered distribution systems on the symmetric system with the  $n$  branching from  $2^n - 1$  T-junctions with the compensative lengthening of branch [2, 4], we get formulas (14):

$$R_{in} = -R^{2^n}; \quad |T_{il}| = \frac{1}{(\sqrt{2})^n} \prod_{k=1}^n (1 \mp R^{2^{k-1}}). \quad (14)$$

From a Figure 5 there is that all polynomials of  $R_{in}(R_l)$  have intersections necessarily  $(-1; 1)$ ,  $(1; 1)$ , and in case of equal  $R_{li}$  – and point  $(0; 0)$ . Because  $|R_l| < 1$ , then graphs for the systems from T-junctions with indemnification in any case will pass below than line  $|R_l| = |R_{in}|$ .

A program for simulation modeling on the basis of the most common formulas was built which allowing to get all descriptions of the power distributing system at the arbitrary choice of parameters.

The research results proved that it is possible to specify that similar T-junctions with the compensative lengthening of shoulders can provide a necessary minimum for  $R_{in}$  in the set range of changes of  $R_l$  [1, 2, 15].

Possible asymmetry of distribution of powers in every case can be exactly expected on the formulas described above, that will allow to correct technology of the heating process. At this method of indemnification asymmetry is substantial even at small  $R_l$  (Fig. 3 and 5), that is the inevitable lack of this method.

In addition, perhaps at the outputs of the distribution system to apply the additional division of power the ordinary the same of shoulders H-junctions, that does not bring in a defect in distribution of energy. This method allows to divide a high-power electromagnetic wave into parts that at the priori known  $R_l$  and corresponding configuration of the distributing system allows to equalize electromagnetic field level in the heating chamber.

It is important to emphasize that the asymmetrical systems have very large asymmetry, though allow to achieve the large range of concordance on the input of the system at less of T-junctions as compared to the symmetric systems.

In case of necessity branching in a *E*-plane practically the same descriptions are arrived at by application in the considered systems instead of branch *H*-junctions with lengthening (Fig. 1) of ordinary symmetric *E*-junctions in all branching, except an input, where it is necessary to use a *E*-junction with  $\lambda/4$  lengthening.

Experimental tests were carried out to verify the obtained dependencies.

The difficulty in conducting experimental researches was that it was almost impossible to find a pair of loads with identical parameters, and even to find a set of pairs of loads with different (and pairwise identical) reflection coefficients. The most effective way out is the use of waveguide diaphragms [3, 15–18].

The modulus of the reflection coefficient  $R_d$  introduced by these *L*- and *C*-diaphragms with normalized conductivities, is determined as follows [3, 16–19]:

$$R = \frac{\pm iY}{2 \mp iY} \Rightarrow |R| = \frac{Y}{\sqrt{(4 + Y^2)}}. \quad (15)$$

The phases of the reflection coefficient  $R_d$  introduced by the *L*- and *C*- diaphragms are opposite.

A rather narrow frequency range of 9.9–10.2 GHz ( $f_0 = 10.05$  GHz,  $\Delta f = \pm 1.5\%$ ) was used for measurements. A waveguide *H*-junction was studied, one of the shoulder of which is elongated by  $l = 10$  mm, as a result of which the wave passing through it experiences a phase shift relative to the other shoulder of  $90^\circ$ .

A rectangular waveguide for this range has dimensions of  $23 \times 10$  mm, wavelength in the waveguide is 40 mm. Symmetrical waveguide inductive and capacitive diaphragms were used to obtain different reflection coefficients from loads [20, 21].

Figure 6 shows the dependence of the modulus ( $|R_d(s)|$ ) and phase ( $\phi(s)$ ,  $^\circ$ ) of the reflection coefficient ( $R_d$ ) introduced by the *L*-diaphragm on the value of the width of the “open” part ( $s$ , mm – the distance between the halves of the diaphragms), and Figure 7 shows similar dependencies for the *C*-diaphragm [16, 17, 21].

The inductive diaphragms with sizes of 10, 12.5, 13 and 15 mm were used for experiments, as well as capacitive ones – 2 and 4 mm.

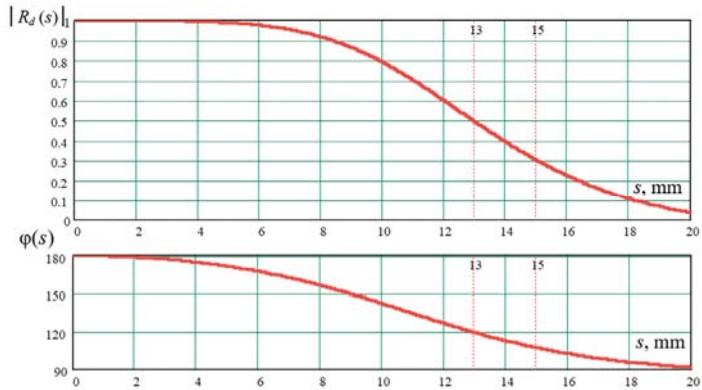


Fig. 6. Dependences of the module and phase of the reflection coefficient of the *L*-diaphragm

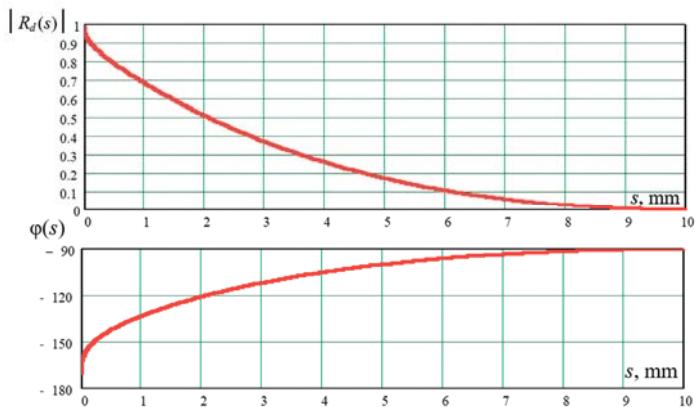


Fig. 7. Dependences of the module and phase of the reflection coefficient of the *C*-diaphragm

During measurements a pair of identical diaphragms was installed between the *H*-junction and the loads, which made it possible to measure all wave characteristics and their frequency dependence in the wide range of changes in load parameters ( $R_l = 0.036...0.817$ ).

Experimental measurements were carried out using an automated VSWR measurement system.

The column “measurement VSWR” (Table 1) contains the values of VSWR measured in the experiment for the cases described in the second column, the corresponding reflection coefficients of which are indicated in the column “ $R_{lexp}$ ”. The column “ $R_{lo}$ ” contains calculated values for each case (“ $R_{lexp}$ ” – for each load both separately and when installing a pair of identical diaphragms, respectively).

Table 1

#### Summary of calculations and experiments

Distinctive features	Measurement VSWR	$R_{lexp}$	$R_{lo}$
Load 1	1.095	0.045	—
Load 2	1.075	0.036	—
Loads with <i>L</i> -diaphragm 10 mm	9.90	0.817	0.793
Loads with <i>L</i> -diaphragm 12.5 mm	4.00	0.600	0.547
Loads with <i>L</i> -diaphragm 13 mm	3.07	0.509	0.495
Loads with <i>L</i> -diaphragm 15 mm	2.04	0.342	0.303
Loads with <i>C</i> -diaphragm 2 mm	3.40	0.545	0.510
Loads with <i>C</i> -diaphragm 4 mm	1.56	0.219	0.259

Experimental researches and simulation modeling [19, 21] showed the good coincidence of calculation formulas [1, 2, 8] and experiment [15, 16, 21], confirmed the presence of compensative effect and asymmetry of distribution of powers in loads in case of the one shoulder lengthening on the quarter of wavelength in *H*-junction, proved the small sensitiveness of reflectivity dependences and transmissions to the small changes of parameters of loads and frequency.

The distribution systems from T-junctions with the compensative lengthening allow in multichannel microwave oven to provide necessary a minimum of reflectivity on the generator output in the set the load reflectivity range, that provides functioning of magnetron generators in the optimal mode, increasing their tenure of employment [4, 21]. This allows us to recommend the use of these distribution systems in high-power multichannel microwave ovens [4, 21].

## References

1. Bogachkov I. V. Application of waveguide tees with shoulder extension in multichannel energy distribution systems. *Microwave & Telecommunication Technology: Microwave Conf. IEEE CriMiCo'2000 – Proceedings*, Sevastopol, 2000, pp. 582-583. DOI:10.1109/CRMICO.2000.1256240
2. Bogachkov I. V. Constructing waveguide distribution systems for multichannel microwave ovens. *Microwave electronics of large capacities: measurement, identification, application: International Conf. IEEE MEA'97*, Novosibirsk, 1997, pp. 230-235. WOS:000073943200052.
3. Bogachkov I. V. Microwave devices. Matrix methods of analysis of microwave devices. Omsk, OmSTU publishing house, 2022. 116 p.
4. Bogachkov I. V. Multi-channel microwave oven. Patent of Russia No. 10315, 98119181/20 (021055), announced on 16.06.99.
5. Saulov A. Y. Modern microwave ovens. Moscow: SOLON-Press, 2021. 192 p.
6. Kashkarov A. P. New generation microwave ovens: device, fault diagnosis. Moscow: DMK Press, 2023. 63 p.
7. Savinykh I. S. Issues of coordination in microwave technology. Novosibirsk: NSTU, 2019. 60 p.
8. Anfinogentov V. I., Morozov G. A., Morozov O. G., Sakhabutdinov A. J. Simulation of controlled microwave heating. *Electronics, photonics and cyberphysical systems*, 2021. Vol. 1. No. 2, pp. 7-12.
9. Lelevkin V. M. Microwave heating of water. Bishkek: KRSU Publishing House, 2021. 211 p.
10. Razinkin V. P., Khrustalev V. A., Matveev S. Y. Broadband controlled microwave devices of high power level. Novosibirsk: NSTU, 2014. 316 p.
11. Loschilov A. G., Malyutin N. D. Fundamentals of the theory and design of RF and microwave devices on irregular connected transmission lines. Tomsk: TUSUR, 2018. 136 p.
12. Kondoh I., Yoshiyuki K., Doryokuro K., Kaihatsu J. Microwave heating apparatus having impedance matching adjustable waveguide. Patent of USA No. 5200588, 791535, announced on 06.04.93.
13. Eves E. E., Edgar R. H. Conveyored microwave oven with multiplanes. Patent of USA No. 4441003, 369198, announced on 03.04.84.
14. Ball M. D. at al. Microwave tunnel oven having means for generating higher order modes in loads. Patent of USA No. 5160819, 667756, announced on 03.11.92.
15. Bogachkov I. V. Construction of the energy distribution system with minimal mismatch at the generator output with arbitrary alignment with the load for high-power multichannel microwave ovens. Omsk Scientific Bulletin, 1998. Nov., pp. 102-110.
16. Bogachkov I. V. Microwave devices. Microwave guiding media // Omsk, OmSTU publishing house, 2022. 120 p.
17. Bogachkov I. V. Fundamentals of the theory of antennas and microwave devices. The main designs of antennas for various purposes. Omsk: Publishing house of OmSTU, 2021. 140 p.
18. Pavlov I. D. Application of the matrix approach to the description of an antenna to determine its effect on the accuracy of direction finding by the phase method // Electronics and microelectronics of microwave, 2021. Vol. 1, pp. 135-139.
19. Bogachkov I. V. An analysis of the pulse signal propagation with a short time of the front rise using numerical methods. *Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines, Dynamics 2022 – Proceedings*. 2022, pp. 1-5.
20. Shchegolev S. A., Karasev M. S., Dalinger A. G., Adiatulin A. V., Putilin A. P., Astakhov A. D. Automation of microwave measurements of electrical parameters of modern X-band receiving and transmitting modules. *Microwave Electronics and microelectronics*, 2021. Vol. 1, pp. 165-170.
21. Bogachkov I. V. Construction of the multichannel energy distribution system to minimize the reflectivity at the generator output. *Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines, Dynamics 2023 – Proceedings*. 2023, pp. 1-5.

## ПОСТРОЕНИЕ МНОГОКАНАЛЬНЫХ ВОЛНОВОДНЫХ СИСТЕМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ ДЛЯ МИКРОВОЛНОВОГО НАГРЕВА НА ОСНОВЕ ВОЛНОВОДНЫХ ТРОЙНИКОВ С УДЛИНЕНИЕМ ПЛЕЧ ПРИ МИНИМАЛЬНОМ РАССОГЛАСОВАНИИ НА ВХОДЕ

**Богачков Игорь Викторович**, Омский государственный технический университет (ОмГТУ), Омск, Россия, [bogachkov@mail.ru](mailto:bogachkov@mail.ru)

### Аннотация

Одна из проблем использования микроволновых печей большой мощности – минимизация коэффициента отражения на выходе магнетронного генератора. Диапазон изменений коэффициентов отражения от нагрузки может оказаться весьма большим. Отраженная волна большой мощности может изменить режим работы генератора и даже повредить его. Для многоканального ввода электромагнитных волн в камеру нагрева микроволновой печи используют различные мосты деления мощности. Однако все применяемые устройства имеют обычную конструкцию без каких-либо элементов, которые могли бы внести компенсирующий эффект. В этой работе представлены результаты исследований по обеспечению на определённой частоте заданного коэффициента отражения на входе многоканальной системы (выходе генератора) при известном диапазоне изменений коэффициентов отражения от нагрузки. Это достигается изменением длин плеч волноводных тройников (Е- или Н-), что позволяет изменять фазы отраженных от нагрузок волн. С помощью метода нагруженного многополюсника (D-матриц) были получены зависимости для коэффициента отражения на входе системы и для коэффициентов передачи мощности в нагрузку для разных вариантов построения систем деления мощности. Даны оценки возможной асимметрии распределения энергии в нагрузках, которая может иметь место при ненулевых коэффициентах отражения от нагрузок. В каждом конкретном случае оценивается возможная асимметрия распределения мощностей, что позволяет скорректировать технологию процесса обработки. Если на выходах системы распределения применить дополнительное деление мощности обычными равноплечими Н-тройниками, то это позволит разделить на части волны повышенной мощности, что при соответствующей конфигурации системы распределения позволяет выровнять распределение мощностей в нагрузках. В случае необходимости разветвления в Е-плоскости практически те же характеристики достигаются применением в рассмотренных системах вместо Н-тройников с удлинением обычных симметричных Е-тройников во всех разветвлениях, кроме входного, где необходимо использовать Е-тройник с удлинением на четверть длины волны. Приведены графики зависимостей параметров различных вариантов построения систем, даны оценки чувствительности выходных параметров при изменении длины согласующих удлинений плеч и коэффициентах отражения от нагрузок. Представлены результаты экспериментов. Сделаны выводы о точности оценок, полученных при расчётах и моделировании. Системы распределения из тройников с компенсирующим удлинением позволяют в многоканальной системе обеспечить необходимый минимум коэффициента отражения на выходе генератора в заданном диапазоне изменений коэффициентов отражения от нагрузок. Это позволяет рекомендовать применение данных распределительных систем в мощных многоканальных печах микроволнового нагрева.

**Ключевые слова:** коэффициент отражения, согласование генератора с нагрузкой, микроволновый нагрев, многоканальная микроволновая печь, волноводные тройники, метод D-матриц.

### Литература

1. Богачков И.В. Применение волноводных тройников с удлинением плеч в системах распределения энергии многоканальных микроволновых печей // *Microwave & Telecommunication Technology*: Тр. 10-ой Междунар. Крымской микроволновой конф. КрыМиКо'2000. Украина, Севастополь, 2000. С. 582-583.
2. Богачков И.В. Построение волноводных распределительных систем для многоканальных микроволновых печей // *Микроволновая электроника больших мощностей: измерения, идентификация, применение*: Тр. междунар. конф. IEEE ИИП-МЭ'97. Новосибирск, 1997. С. 230-235.
3. Богачков И.В. Устройства СВЧ. Матричные методы анализа СВЧ-устройств. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2022. 116 с.
4. Богачков И.В. Многоканальная микроволновая печь // Свидетельство на полезную модель №10315 16.06.99. Заявка России № 98119181/20 (021055), МКИ6 Н 05 В 6/64. Заявлено 19.10.98.
5. Саулов А.Ю. Современные микроволновые печи. М.: СОЛООН-Пресс, 2021. 192 с.
6. Кашкаров А.П. Микроволновые печи нового поколения: устройство, диагностика неисправностей, ремонт. М.: ДМК Пресс, 2023. 63 с.
7. Савинов И.С. Вопросы согласования в микроволновой технике. Новосибирск: НГТУ, 2019. 60 с.
8. Анфиногенов В.И., Морозов Г.А., Морозов О.Г., Сахабутдинов А.Ж. Моделирование управляемого СВЧ нагрева // Электроника, фотоника и киберфизические системы. 2021. Т. I. № 2. С. 7-12.
9. Лелевкин В.М. Микроволновой нагрев воды. Бишкек: Изд-во КРСУ, 2021. 211 с.
10. Разинкин В.П., Хрусталев В.А., Матвеев С.Ю. Широкополосные управляемые СВЧ устройства высокого уровня мощности. Новосибирск: НГТУ, 2014. 316 с.
11. Лоццилов А.Г., Малютин Н.Д. Основы теории и проектирования ВЧ- и СВЧ-устройств на регулярных связанных линиях передачи. Томск: ТУСУР, 2018. 136 с.
12. Kondoh I., Yoshiyuki K., Doryokuro K., Kaihatsu J. Microwave heating apparatus having impedance matching adjustable waveguide // Patent of USA No. 5200588, 791535, announced on 06.04.93.
13. Eves E.E., Edgar R.H. Conveyorized microwave oven with multiplanes // Patent of USA No. 4441003, 369198, announced on 03.04.84.
14. Ball M.D. and other Microwave tunnel oven having means for generating higher order modes in loads // Patent of USA No. 5160819, 667756, announced on 03.11.92.
15. Богачков И.В. Построение системы распределения энергии с минимальным рассогласованием на выходе генератора при произвольном согласовании с нагрузкой для мощных многоканальных микроволновых печей // Омский научный вестник, 1998. Ноябрь. С. 102-110.
16. Богачков И.В. Устройства СВЧ. Направляющие среды УВЧ и СВЧ. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2022. 120 с.
17. Богачков И.В. Основы теории антенн и устройств СВЧ. Основные конструкции антенн различного назначения. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2021. 140 с.
18. Павлов И.Д. Применение матричного подхода к описанию антенн для определения ее влияния на точность пеленгации фазовым методом // Электроника и микроэлектроника СВЧ, 2021. Т. I. С. 135-139.
19. Bogachkov I.V. An analysis of the pulse signal propagation with a short time of the front rise using numerical methods // Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines, Dynamics 2022 - Proceedings. 2022, pp. 1-5.
20. Щёголев С.А., Карасев М.С., Далингер А.Г., Адиатулин А.В., Путилин А.П., Астахов А.Д. Автоматизация измерений СВЧ электрических параметров современных приемо-передающих модулей Х-диапазона частот // Электроника и микроэлектроника СВЧ, 2021. Т. I. С. 165-170.
21. Bogachkov I.V. Construction of the multichannel energy distribution system to minimize the reflectivity at the generator output // Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines, Dynamics 2023 - Proceedings. 2023, pp. 1-5.

### Информация об авторе:

**Богачков Игорь Викторович**, д.т.н., доцент, профессор кафедры "Средства связи и информационная безопасность" Омского государственного технического университета (ОмГТУ), Омск, Россия

# MODELLING OF PASSENGER FLOWS MOVEMENT AND OPTIMIZATION OF COMMUNICATION WAYS PARAMETERS

DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-2-58-64

**Nadezhda Yu. Evreenova,**  
 Russian University of Transport, Moscow, Russia,  
[nevreenova@mail.ru](mailto:nevreenova@mail.ru)

**Kirill A. Kalinin,**  
 Russian University of Transport, Moscow, Russia,  
[kalinin.k.a@mail.ru](mailto:kalinin.k.a@mail.ru)

**Manuscript received** 12 January 2024;  
**Accepted** 16 February 2024

**Keywords:** passenger flows, optimization, model, AnyLogic, hub

Transportation is an important issue for large cities and agglomerations, and as cities grow, it becomes more socially and macro-economically important. Transport interchange hubs (TIHs) are important structural elements of a city's transport network. They are complex, integrated facilities that perform a variety of social functions. Regional organization of the NTH should be based on standards and recommendations, considering the multifunctionality of transport facilities. Planning decisions, in particular, on transport-planning organization of the TIH, are currently made without a scientifically justified normative base for the design of such facilities. Integrated influence of various transport-planning, social and other factors is insufficiently considered. Traffic flow is one of the most important factors determining the technical and technological structure of the TIH. This is especially important when the TIU is formed in the suburban direction in the zone of suburban passenger traffic. Therefore, it is necessary to conduct research on the TIU functioning and passenger flow patterns. Considered the problem of passenger flow modelling at passenger transport infrastructure facilities, the regularities of passenger flow formation and promotion at TIH revealed, the dependencies between the main parameters of passenger flow movement to TIH obtained using a simulation model are given.

#### Information about authors:

**Nadezhda Yu. Evreenova**, Ph.D. (Eng), Associate Professor at the Department of Management of Transport Business and Intelligent Systems of the Institute of Management and Digital Technologies of Russian University of Transport, Moscow, Russia

**Kirill A. Kalinin**, Ph.D. (Eng), Associate Professor at the Department of Management of Transport Business and Intelligent Systems of the Institute of Management and Digital Technologies of Russian University of Transport, Moscow, Russia

#### Для цитирования:

Евреенова Н.Ю., Калинин К.А. Моделирование перемещения пассажиропотоков и оптимизация параметров коммуникационных путей // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №2. С. 58-64.

#### For citation:

Evreenova, N.Yu., Kalinin K.A. (2024). Modelling of passenger flows movement and optimization of communication ways parameters. T-Comm, vol. 18, no.2, pp. 58-64.

## Introduction

Among the problems of large cities and agglomerations, one of the most important is the transport problem, which, as cities grow, acquires an increasingly acute social and macroeconomic character. Recently, in foreign countries, there has been a clear tendency of transformation of transport hubs/ railway stations into modern complexes, a kind of transport, trade, cultural and public centres that define the face of the city. This is most clearly manifested in large cities, where objects of transport passenger infrastructure are traditional points of concentration of passenger traffic. Scientific basis of the issues of the functioning and development of passenger complexes, as well as the design of new ones, must be carried out dependably, considering the laws of the formation and movement of passenger flows in them.

## General issues

When developing standards for the design and development of passenger complexes and their components – hubs, the issues of modelling passenger traffic were not sufficiently considered, as one of the main factors for determining the technological areas of stations, hubs, parameters of passenger platforms, concourses, pedestrian communications, etc. The development of passenger complexes in modern conditions should be carried out considering the technical and technological capabilities and verification of planning solutions, as well as the parameters of pedestrian communications on simulation models based on modelling passenger traffic. The currently practised intuitive assessment of the complexity of a transport infrastructure facility, including transport hubs, leads to errors that cause large financial losses.

At present, in numerous instances, the transfer of passengers at the hubs is accompanied by large losses of time. The organization of rational interaction of modes of transport in a hub is possible based on more complete use of digital technologies, intelligent transport systems, a unified management system for all modes of transport, coordination of timetables, etc.

## The choice of modelling system

The choice of the modelling system is of great importance for achieving the accuracy of the study. There are numerous universal modelling systems in the world, many of which are used in Russia. Most of the systems have similar capabilities, the most frequently mentioned and typical ones are Arena, AnyLogic and multiagent systems.

The Arena modelling system is one of the most accessible and widespread universal modelling systems that allows you to build simulation models, run them and analyse the results of such playback. Arena is a universal tool for optimizing processes, and the models built with its help can be used for a wide variety of areas of activity – production and technological operations, warehouse accounting, banking, as well as modelling passenger traffic.

AnyLogic system includes a set of standard libraries, including those for modelling railway objects. This library implements visualization of some operations performed on the railway. The dynamics shows the movement of trains, but within the model, only flow units are serviced. Extending the functionality of the system requires the user to know the basics of programming.

AnyLogic system needs to be adapted to be used in the simulation of railway transport. In addition to visualization tools, it requires additional modules that enable it to describe in models the features of performing various operations, display the dispatch control factor, process and analyse the results of calculations.

Multiagent, as the name implies, are systems formed by several interacting agents. They are characterized by the following signs:

- autonomy – agents act independently;
- limited representation – none of the agents has an understanding of the entire system;
- decentralization – there are no agents managing the entire system.

Their prototypes in nature are a swarm of bees and an anthill. Multiagent systems are used in online commerce, in the elimination of emergencies, for the organization of road traffic in the city and others, when it is necessary to find a solution in the conditions of independence of the participants, they do not have complete information about the entire system and a single control centre.

When choosing a modelling system, problems that will be solved thanks to this modelling system play an important role. These tasks can be classified by optimization parameters. For example:

– to determine the optimal parameters of the system (stations, transport hubs): the dimensions of the area of the premises, the layout, and width of the entrances / exits, which minimize the loss of passenger time in the system, provided that the train schedule is an independent external factor. The results of solving such a problem can be used to base planning and architectural solutions for new or reconstructed stations / hubs during their development.

– in case of an existing railway station / hub, the task of optimizing (adjusting) the passenger traffic schedule, parameters, and layout of the station / hub entrances / exits, which determine the strategy of minimizing the time spent by the passenger in the system, can be set. This problem can be considered when assessing and optimizing the train timetable on the directions and in the regions.

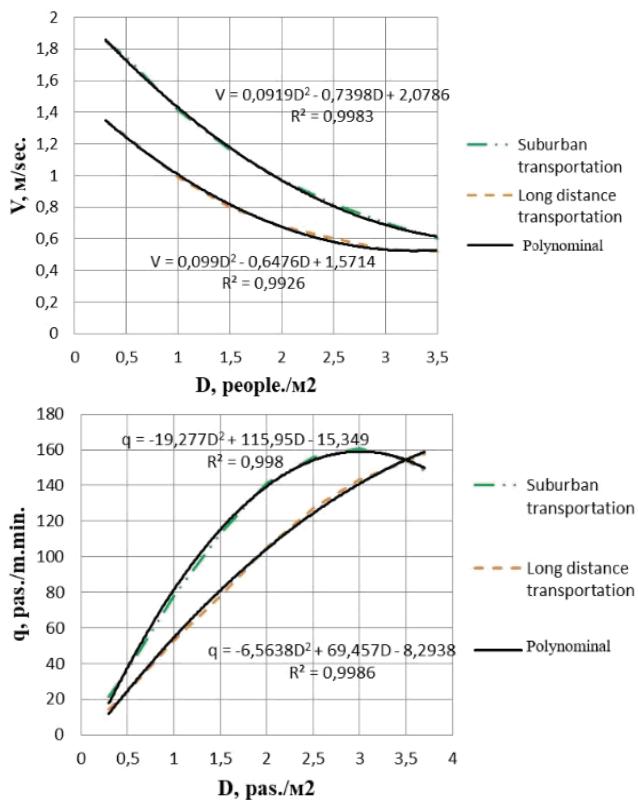
– in the study of emergencies, it is advisable to set the task of determining rational (optimal) parameters and layout of existing and emergency entrances / exits of stations / transport hubs in conditions of extreme passenger traffic according to the criterion of minimizing the average (specific) number of critical situations (congestion and downtime) at the entrances / exits of stations and in a hub.

## Patterns of passenger flow

The practice of designing and operating transport hubs around the world shows that it is required to identify the patterns of passenger movements to determine the impact of movements on the transport and planning structure of the transport hub.

The experiments carried out on the simulation model built using the AnyLogic program revealed the main dependencies between the parameters of the movement of passenger traffic. Restrained movement can be with little influence of contact interference, with significant influence and continuous movement. The dependence of the speed of movement of interchange flows on the density is shown in Figure 1a. The dependence of

the traffic intensity of interchange flows on the density of passenger traffic is shown in Figure 1b.



**Fig. 1.** Dependence of passenger traffic density:  
a – on the speed of movement; b – on the intensity of traffic

It is proposed to consider the transport service system of the transfer hubs in the form of a queuing network, for which the main parameters are incoming and outgoing flows. The incoming flow of passengers at hubs is characterized by a ripple caused by the uneven arrival of various modes of transport at the hub and in this case, should be investigated: the occupancy rate of arriving rolling stock (public and individual transport), the arrival interval, the number of passengers coming to stops per unit of time and their arrival time.

The incoming flow is the flow of urban transport. As the investigated parameter of the incoming flow, we take the interval of movement of the rolling stock of urban transport, i.e., the time of arrival of its unit to the stopping point.

The obtained dependencies between the parameters of movement of passenger flows make it possible to determine the throughput capacity of the main elements of transport hubs formed with the participation of railway transport, and other parameters of communication routes. The use of simulation models makes it possible to obtain several options for the routes of passenger traffic and to choose a rational one.

#### Modelling passenger flows at passenger transport infrastructure facilities

The complexity and stochastic nature of the dynamics of the movement of passenger traffic, the need to determine the desired characteristics and analyse the situations that arise at any mo-

ment of time led to the use of the simulation method when choosing a mathematical method for studying the system "hub – passenger flow".

The system under study consists of two subsystems: static – the area of the station, concourse, passenger platforms, pedestrian crossings, and dynamic – passenger traffic. Until recently, traditional engineering techniques based on the summation of the areas of individual functional rooms, determined based on an estimate of the "average" number of passengers served, were usually used to assess the need for the area of hub premises.

In general, the interior space of a station or any other object of transport passenger infrastructure, "accessible" to passengers, has a complex outline. Entrances/exits are always bottlenecks.

The simulation model of the hub based on the railway terminal of the station "Irkutsk – Passenger" was built using the Russian-made professional package of simulation AnyLogic University (educational version). The logical structure of the work of the simulation model of the hub "Irkutsk – Passenger" is shown in Figure 2. Figure 3 shows the simulation results for a rationalized version of the planning solution.

For hub Irkutsk – Passenger, the following solutions were proposed as a rationalization of pedestrian communications: separation of long-distance and suburban passenger flows, transfer of a luxury hall to the 2nd floor, installation of an elevator to provide access to low-mobility groups to the 2nd floor, construction of a covered pedestrian bridge equipped with lifts for low-mobility groups of the population, opening of exits to the platform in entrances No. 2 and No. 3, redistribution of commercial space, transfer of ticket-printing machines, redistribution of the waiting area in the suburban pavilion, etc.

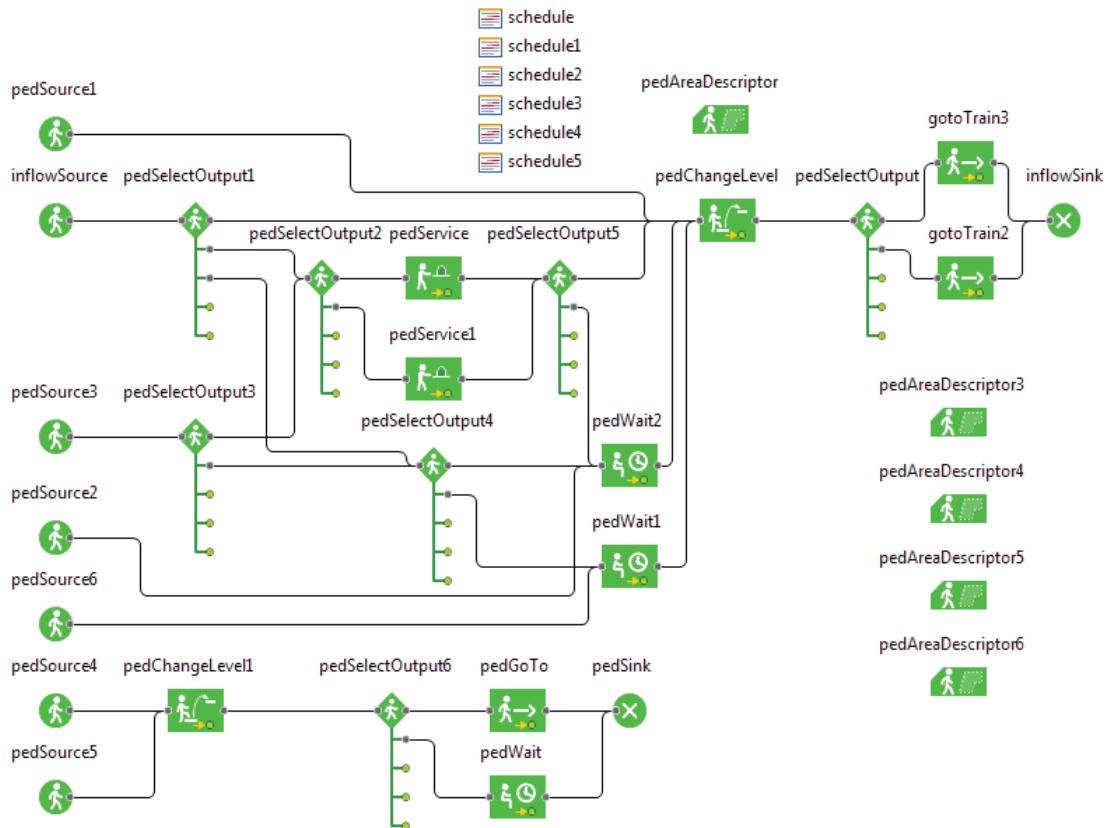
The probabilistic distribution of the density of pedestrian flows D makes it possible to establish the value of the most probable density of movement of flows along certain pedestrian communications and can be used when calculating the required throughput capacity.

The probabilistic distribution of the speed of movement of pedestrian flows V, respectively, allows us to determine the most acceptable value of the speed of movement of interchange flows in the hub, used to determine the radius of the zone of pedestrian accessibility of the hub.

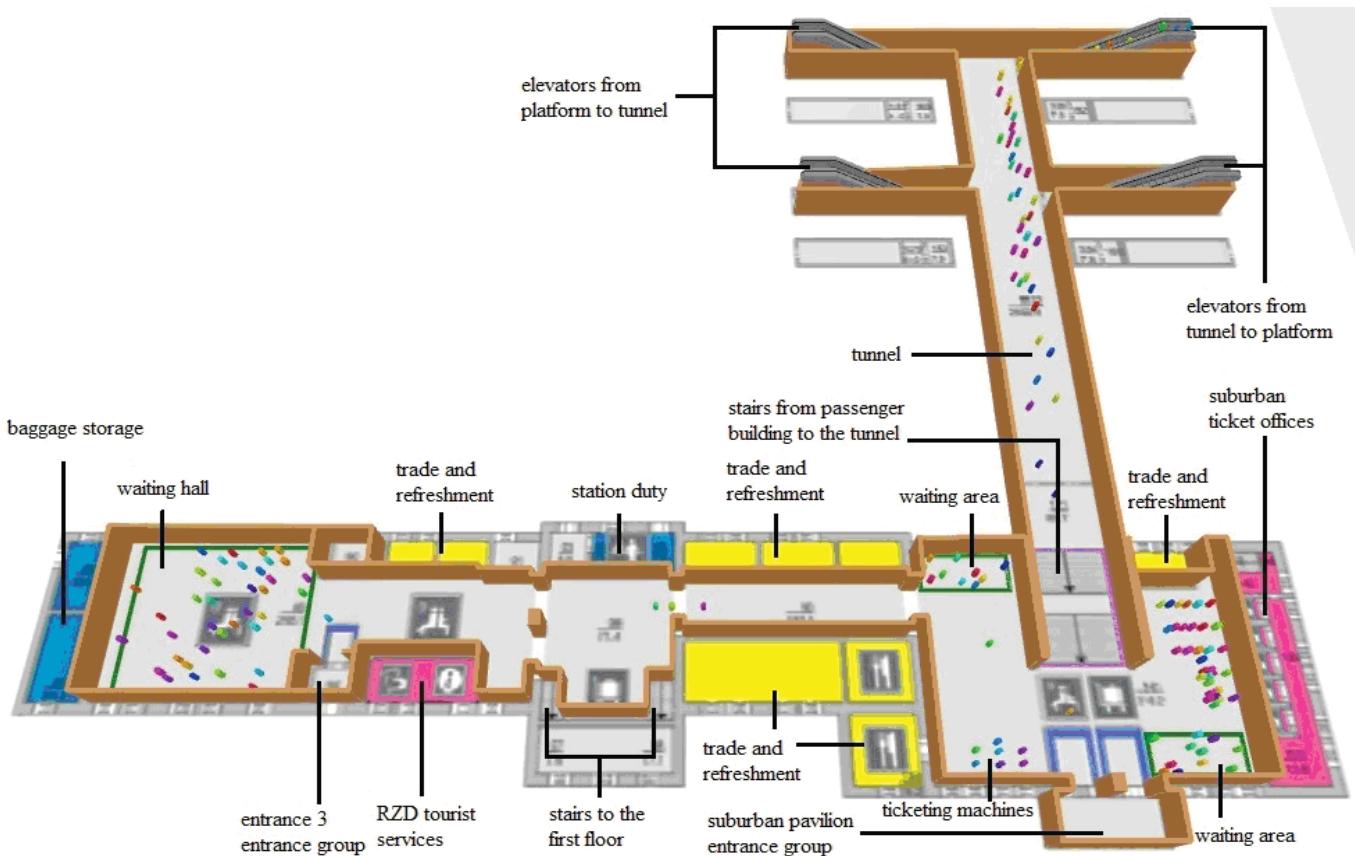
N.V. Pravdin [1] and other researchers [2-19] note in their works that the speeds of long-distance and suburban passengers are different. They range for long-distance passengers from 33.3 to 66 m/min, and for suburban passengers, respectively, 33.3-100 m/min. Within the limits of pedestrian communications during peak hours, the speed of passenger movement drops sharply to 30 m/min due to an increase in the density of passenger traffic. The most difficult situation arises at the moment of arrival of the most loaded type of transport (railway), which determines the power of the flow passed through pedestrian communications.

A modern hub is a complex queuing system, which can be represented in the form of two functionally interacting subsystems: a multichannel subsystem for servicing (receiving/sending) modes of transport interacting in a hub; passenger service subsystems. Each of these subsystems, in turn, is a complex queuing system.

One of the most important issues in optimizing the processes of interaction between the railway and urban transport modes is the integrated development and placement of transfer stations and hubs. Transport and planning solutions for the development of hubs must be carried out based on a scientifically grounded design base.



**Fig. 2.** The logical structure of the work of the simulation model of the hub “Irkutsk – Passenger”



**Fig. 3.** The results of modelling for a rationalized version of the planning solution of hub “Irkutsk – Passenger”

## Analysis of passenger flow management efficiency at the TIH

The following algorithm is proposed for analysing the efficiency of passenger traffic flows in the TIH:

1) Based on a scaled diagram for the TIH and its adjacent territories, a graph of transport links is drawn, in which the following points are marked:

- The main points of passenger interest (vertices of the graph) composing the array  $p \in [1,2..P]$ . The points of interest are the entrances and exits of the main transport communications (underground, stops of urban street and off-street transport, entrances, and exits of the VC in question, parking spaces for private cars and equipped parking spaces for individual mobility vehicles);

- the transport connectivity edges of the points of interest (graph edges) comprising the array  $e \in [1,2..E]$ . Transport connectivity edges connect vertices  $p$  if there is a physical possibility to pass between the points under consideration. Transport connectivity edges can be mono-directional and two-way connectivity edges. Mono-directional edges are formed in case of one-way movement with passenger traffic from vertex  $p_i$  to vertex  $p_j$ , bidirectional edges are formed in case of unimpeded access from point  $p_i$  to point  $p_j$  and from point  $p_j$  to point  $p_i$ .

The graph of transport links for the Belorusskaya TPU, including interchanges between all the most common modes of urban transport in Moscow (suburban electric trains, MCD, metro, bus, tram) is shown in Figure 4.

In the presented graph the vertices of the array are marked, their total number was  $|P|=47$ , the edges of the graph whose number was  $|E|=54$ , the monodirectional edges are marked with colour (red for incoming traffic and purple for outgoing traffic) and an arrow that denotes the direction of traffic.

2) To analyse the graph and obtain quantitative indicators of TPU connectivity, it is necessary to construct 6 matrices –  $a, b, c^\wedge, c^{\wedge\prime}, d, f$ , which show

a)  $a$  – initial matrix of passenger transit times from point  $p_i$  to point  $p_j$ , dimension  $P \times P$ , each element of which, denoted by  $a_{(p_i;p_j)}$ , takes values of passenger walking time between considered graph vertices, min.

If  $i=j$ ,  $a_{(p_i;p_j)}=0$ , if there is no edge  $e$  between vertices  $p_i$  and  $p_j$ ,  $a_{(p_i;p_j)}=\infty$ , in all other cases  $a_{(p_i;p_j)}$  takes value:

$$a_{(p_i;p_j)} = l_{(p_i;p_j)} / v_{cp} \quad (1)$$

where  $l_{(p_i;p_j)}$  is the reduced distance between the considered vertices  $p_i$  and  $p_j$ , km;  $v_{cf}$  – average walking speed of a passenger, km/h.

The general view of the matrix  $a$  is given in Table 1.

Table 1

General view of the travel time matrix  $a$

	$P_1$	$p_2$	...	$p - 1$	$p$
$P_1$	$a_{1:1}$	$a_{1:2}$	...	$a_{1:p-1}$	$a_{1:p}$
$p_2$	$a_{2:1}$	$a_{2:2}$	...	$a_{2:p-1}$	$a_{2:p}$
...	...	...	...	...	...
$p - 1$	$a_{p-1:1}$	$a_{p-1:2}$	...	$a_{p-1:p-1}$	$a_{p-1:p}$
$p$	$a_{p:1}$	$a_{p:2}$	...	$a_{p:p-1}$	$a_{p:p}$

b)  $b$  is a matrix for the passenger's destination from point  $p_i$  to point  $p_j$ , each element of which, denoted by  $b_{(p_i;p_j)}$ , is a source matrix for construction the matrix  $d$ .

A fragment for matrix  $b$  is shown in Table 2.

Table 2

Fragment filling in the assignment matrix  $b$

	$p_1$	$p_2$	...	$p - 1$	$p$
$p_1$	1	2	...	$p - 1$	$p$
$p_2$	1	2	...	$p - 1$	$p$
...	...	...	...	...	...
$p - 1$	1	2	...	$p - 1$	$p$
$p$	1	2	...	$p - 1$	$p$

c)  $c^\wedge$  is a graph incidence matrix for the incoming stream, which specifies links between incident vertices  $p$  of the graph. It has dimension  $P \times E$ , where  $P$  are matrix rows and  $E$  are columns. Each element, denoted by  $[c^\wedge]_{(p_i;p_j)}$ , takes values  $[c^\wedge]_{(p_i;p_j)} \in [0;1]$ , where value 0 is assigned in case of no connection between the vertex and the edge in question and value 1 in case it exists. The  $c^\wedge$  matrix considers only bidirectional edges and monodirectional edges oriented towards the TIH input.

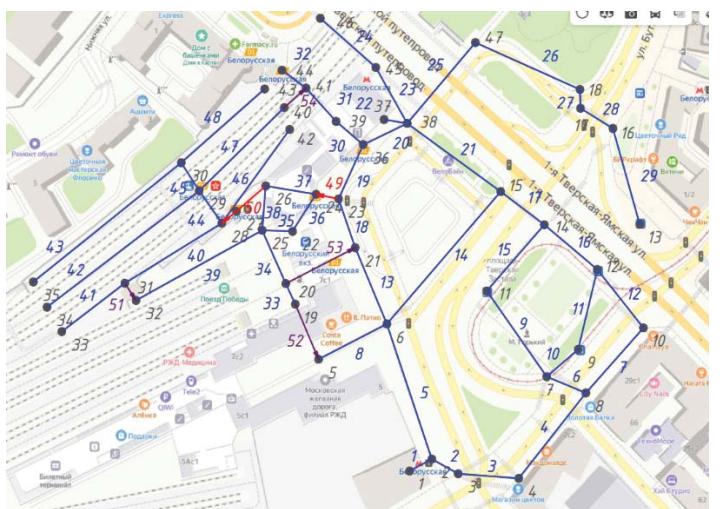


Fig. 4. Transport connectivity graph of the Belorusskaya TIH on the topographical map

A fragment of the incidence matrix  $c^\wedge$  constructed for suburban passenger platforms at Belorussky Railway Station ( $P \in [28, 29, 30, 31, 33, 34, 35, 40, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48]$ ) is given in Table 3.

d)  $c^{\wedge\prime}$  is the graph incidence matrix for the output stream. It is compiled similarly to  $c^\wedge$  matrix, provided that only bi-directional edges and monodirectional ones oriented towards exiting TIH are taken into account.

e)  $d$  – general matrix of passenger transit times. Obtained in the course of transformations of initial matrices  $a$  and  $b$  by Floyd-Worschell algorithm [6, 7]. Thus, for the given task of determining the shortest routes for connecting points of the resulting graph, the transformations should be performed according to the following principle:

– To transform initial matrices of times  $a$  and assignments  $b$ , auxiliary constructions are performed to check the possibility to reduce travel time by changing the route (via point  $p_k$ ), then

$k \in [1 \dots P]$  auxiliary constructions should be performed. The scheme of possible change of the route is shown in Figure 5.

Table 3

Fragment c<sup>^n</sup> incidence matrix constructed for suburban platforms at Belorussky station

<i>P</i>	<i>E</i>	...	40	41	42	43	44	45	46	47	48	...
		...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
28	...	<b>I</b>	0	0	0	<b>I</b>	0	<b>I</b>	0	0	0	...
29	...	0	0	<b>I</b>	0	<b>I</b>	<b>I</b>	0	0	0	0	...
30	...	0	0	0	<b>I</b>	0	<b>I</b>	0	<b>I</b>	<b>I</b>	0	...
31	...	<b>I</b>	<b>I</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
33	...	0	<b>I</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	...
34	...	0	0	<b>I</b>	0	0	0	0	0	0	0	...
35	...	0	0	0	<b>I</b>	0	0	0	0	0	0	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
40	...	0	0	0	0	0	0	0	<b>I</b>	0	0	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
42	...	0	0	0	0	0	0	<b>I</b>	0	0	0	...
43	...	0	0	0	0	0	0	0	0	<b>I</b>	0	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

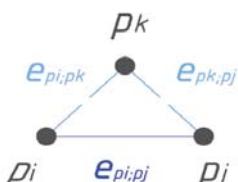


Fig. 5. Diagram of analytical transformations

Then at each auxiliary construction, a logical check of the condition is performed for each element of the sequence time and assignment matrices:

If  $a_{(pi;j)} > a_{(pi;pk)} + a_{(pk;j)}$ , then  $a_{(pi;j)} = a_{(pi;pk)} + a_{(pk;j)}$  (2)

– With all auxiliary constructions, the resulting matrix and is the required matrix d, which denotes the travel times from any point in graph p\_i to any point in graph p\_J.

(f) f is a connectivity (adjacency) matrix for graph edges, each element of which, denoted by  $f_{(p_i;p_j)}$ , takes the value of the number the edges from i vertex of the graph to j.

## Conclusion

The severity of the transport problem of cities, of course, requires effective digital technologies for predicting the transport situation and means of integrated design of transport systems. In this regard, it is the simulation models that make it possible to adequately reflect the entire complexity of the interaction of complex transport systems and systems of demand for transportation, to assess the influence of various factors on the dynamics

of processes. Experiments with simulation models allow us to evaluate the effectiveness and consequences of various decisions, to get an in-depth understanding of the nature of the interaction of elements and processes of the system, are of great predictive value.

## References

- Pravdin N. V., Technology of operation of railway stations and passenger stations. Moscow: Transport. 1990.
- Vakulenko S., Evreenova N., Transport Hubs as the Basis of Multimodal Passenger Transportation Twelfth International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD 2019) ed A Tsvirkun. Moscow: IEEE. P. 8910964. 2019.
- Helbing D., Molnar P., Social force model for pedestrian dynamics. Stuttgart: Physical Review E. 1995.
- Helbing D., Simulation of Pedestrian Crowds in Normal and Evacuation Situations. New York: Pedestrian and Evacuation Dynamics Springer-Verlag. 2002, pp. 21-58.
- Burks A., Essays on Cellular Automata (Chicago: University of Illinois Press). 1970.
- Gonzalez-Urango, H., Pira, M. L., Inturri, G., Ignaccolo, M., García-Melón, M. Designing walkable streets in congested touristic cities: The case of Cartagena de Indias, Colombia. *Transportation Research Procedia*. 2021. Vol. 45, pp. 309-316. DOI: 10.1016/j.trpro.2020.03.021.
- Evreenova, N. Yu., Kalinin, K. A. Passenger traffic management of the largest TPUS. *Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putei soobshcheniya*, 2021, Iss. 3 (83), pp. 105-113. DOI: 10.46973/0201-727X\_2021\_3\_105.
- Vlasov D. N. Integration of railway transport into the intermodal transport system of the city. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitelstvo*, 2021. Iss. 9, pp. 31-38. DOI: 10.33622/0869-7019.2021.09.31-38.
- Timukhina E. N., Kashcheeva N. V., Okulov N. E., Lesnykh V. V. Problems of functioning of transport hubs in Russia and abroad. *Vestnik transporta Povolzhya*, 2022, Iss. 3 (93), pp. 65-72. [Electronic resource]: <https://www.samgups.ru/upload/iblock/4bb/r9kdz1wdm83u5nrqdn0v2v2sftxd6bax.pdf>.
- Rakhmangulov A. N., Mishkurov P. N., Aleksandrin D. V. Simulation models in digital twins of railway stations. Academician Vladimir Nikolaevich Obraztsov is the founder of transport science. *Proceedings of international scientific-practical conference, devoted to the 125th anniversary of the university*. Moscow, 2021, pp. 574-582. [Electronic resource]: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48361972>.
- Baranov L. A., Sidorenko V. G., Safronov A. I. Trains traffic control automated scheduling specifics inside the urban rapid-transit smart control systems in intensive traffic conditions. *Intelligent transport systems. Proceedings of scientific-practical conference*. Moscow, RUT (MIIT), 2022, pp. 59-70. [Electronic resource]: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48449551>.
- Baranov L. A., Safronov A. I., Sidorenko V. G. Train planning in intelligent transport systems. *Nadezhnost*, 2022. Vol. 22, Iss. 3, pp. 35-43. DOI: 10.21683/1729-2646-2022-22-3-35-43.
- Danilina N., Vlasov D., Teplova I. Social-oriented approach to street public spaces design. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2021. Vol. 1030 (1), art. 012059. DOI: 10.1088/1757-899X/1030/1/012059.
- Vakulenko S. P., Romensky D. Yu., Kalinin K. A. Method of forecasting passenger flows in organization of high-speed transportation. *Transport Rossiiskoi Federatsii*, 2021, Iss. 1-2 (92-93), pp. 34-39. [Electronic resource]: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46108216>. EDN: NURFGK.
- Vakulenko S. P., Kalinin K. A. Application of hexagonal analysis to determine the parameters of passenger traffic correspondence. *Transport: science, technology, management. Scientific information collection*. 2022. Iss. 2, pp. 3-10. DOI: 10.36535/0236-1914-2022-02-1.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПАССАЖИРОПОТОКОВ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ КОММУНИКАЦИОННЫХ ПУТЕЙ

**Евреенова Надежда Юрьевна**, Российский университет транспорта (МИИТ), Москва, Россия, [nevreenova@mail.ru](mailto:nevreenova@mail.ru)  
**Калинин Кирилл Антонович**, Российский университет транспорта (МИИТ), Москва, Россия, [kalinin.k.a@mail.ru](mailto:kalinin.k.a@mail.ru)

### Аннотация

Среди проблем крупных городов и агломераций одна из важнейших - транспортная проблема, которая по мере роста городов приобретает все более острый социальный и макроэкономический характер. Транспортно-пересадочные узлы (ТПУ) являются важными структурными элементами транспортной сети города. Они представляют собой сложные комплексные объекты, выполняющие разнообразные социальные функции. Территориальная организация ТПУ должна базироваться на основе нормативов и рекомендаций, учитывающих многофункциональность транспортных сооружений. Градостроительные решения, в частности, по транспортно-планировочной организации ТПУ в настоящее время принимаются без наличия научно обоснованной нормативной базы проектирования таких объектов. При этом недостаточно полно учитывается комплексное влияние различных транспортно-планировочных, социальных и других факторов. Одним из наиболее важных факторов определяющих технико-технологическую структуру ТПУ является пассажиропоток. Особенно это важно, когда ТПУ формируются на пригородном направлении в зоне тяготения пригородного пассажиропотока. В связи с этим возникает необходимость проводить исследования по изучению функционирования ТПУ, закономерностей перемещения пассажиров. В данной работе рассмотрена проблема моделирования пассажиропотоков на объектах пассажирской транспортной инфраструктуры, выявлены закономерности формирования и продвижения пассажиропотоков в ТПУ, приведены полученные с использованием имитационной модели зависимости между основными параметрами перемещения пассажиропотоков в ТПУ.

**Ключевые слова:** пассажиропотоки, оптимизация, модель, AnyLogic, транспортно-пересадочный узел.

### Литература

1. Правдин Н.В. Технология работы вокзалов и пассажирских станций. Москва: Транспорт, 1990.
2. Вакуленко С., Евреенова Н. Транспортно-пересадочные узлы – основа мультимодальных пассажирских перевозок Двенадцатая международная конференция "Управление развитием крупномасштабных систем" ред. А Цвиркун. М.: Институт проблем управления, 2019. С. 8910964.
3. Helbing D., Molnar P. Social force model for pedestrian dynamics. Stuttgart: Physical Review E, 1995.
4. Helbing D. Simulation of Pedestrian Crowds in Normal and Evacuation Situations. New York: Pedestrian and Evacuation Dynamics Springer-Verlag, 2002. С. 21-58.
5. Burks A. Essays on Cellular Automata. Chicago: University of Illinois Press, 1970.
6. Gonzalez-Urango H., Pira M.L., Inturri G., Ignaccolo M., Garcua-Melon M. Designing walkable streets in congested touristic cities: The case of Cartagena de Indias, Colombia. Transportation Research Procedia, 2021, Vol. 45, pp. 309-316. DOI: 10.1016/j.trpro.2020.03.021
7. Евреенова Н.Ю., Калинин К.А. Управление пассажиропотоком крупнейших ТПУ // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2021. № 3 (83). С. 105-113. DOI: 10.46973/0201-727X\_2021\_3\_105
8. Власов Д.Н. Интеграция железнодорожного транспорта в интермодальную транспортную систему города // Промышленное и гражданское строительство. 2021. № 9. С. 31-38. DOI: 10.33622/0869-7019.2021.09.31-38
9. Тимухина Е.Н., Кащеева Н.В., Окулов Н.Е., Лесных В.В. Проблематика функционирования транспортных узлов в России и за рубежом // Вестник транспорта Поволжья. 2022. № 3 (93). С. 65?72. [Электронный ресурс]: <https://www.samgups.ru/upload/iblock/4bb/r9kdzwdm83u5nrqdn0v2v2sftxd6bax.pdf>.
10. Рахмангулов А.Н., Мишкуров П.Н., Александрин Д.В. Имитационные модели в цифровых двойниках железнодорожных станций // В сб.: Академик Владимир Николаевич Образцов - основоположник транспортной науки. Тр. международной научнопракт. конференции, посвящённой 125 летию университета. М., 2021. С. 574-582. [Электронный ресурс]: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48361972>.
11. Баранов Л.А., Сидоренко В.Г., Сафонов А.И. Особенности автоматизированного планирования движения поездов в интеллектуальных системах управления внеуличного городского транспорта в условиях интенсивного движения // В сб.: Интеллектуальные транспортные системы. Материалы Международной научно-практ. конференции. М.: РУТ (МИИТ), 2022. С. 59?70. [Электронный ресурс]: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48449551>.
12. Баранов Л.А., Сафонов А.И., Сидоренко В.Г. Планирование движения поездов в интеллектуальных транспортных системах // Надёжность. 2022. Т. 22. № 3. С. 35-43. DOI 10.21683/1729-2646-2022-22-3-35-43
13. Danilina N., Vlasov D., Teplova I. Social-oriented approach to street public spaces design. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2021. Vol. 1030 (1), pp. 012059. DOI: 10.1088/1757-899X/1030/1/012059
14. Вакуленко С.П., Роменский Д.Ю., Калинин К.А. Метод прогнозирования пассажиропотоков при организации высокоскоростных перевозок // Транспорт Российской Федерации. 2021. № 1-2 (92-93). С. 34-39. [Электронный ресурс]: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46108216>. EDN: NURFGK.
15. Вакуленко С.П., Калинин К.А. Применение гексагонального анализа для определения параметров корреспонденций пассажирских перевозок // Транспорт: наука, техника, управление. Научный информационный сборник. 2022. № 2. С. 3-10. DOI: 10.36535/0236-1914-2022-02-1

### Информация об авторах:

**Евреенова Надежда Юрьевна**, к.т.н., доцент кафедры "Управление транспортным бизнесом и интеллектуальными системами" Российского университета транспорта, Москва, Россия  
**Калинин Кирилл Антонович**, к.т.н., доцент кафедры "Управление транспортным бизнесом и интеллектуальными системами" Российского университета транспорта, Москва, Россия