

Издательский дом

МЕДИА ПАБЛИШЕР

Научный журнал "Т-Сотт: Телекоммуникации и транспорт"

Журнал включен в перечень периодических научных изданий, рекомендуемый ВАК Минобразования России для публикации научных работ, отражающих основное научное содержание кандидатских и докторских диссертаций

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-55956.

Дата выдачи: 07 ноября 2013 г.

Язык публикации: русский, английский.

Территория распространения:

Российская Федерация, зарубежные страны

Тираж: 1000 экз.

Периодичность выхода: 12 номеров в год

Стоимость одного экземпляра: 1000 руб.

Плата с аспирантов за публикацию рукописи не взимается

Предпечатная подготовка:

ООО "ИД Медиа Паблшер"

Мнения авторов не всегда совпадают с точкой зрения редакции.
За содержание рекламных материалов редакция ответственности не несет

Материалы, опубликованные в журнале — собственность ООО "ИД Медиа Паблшер". Перепечатка, цитирование, дублирование на сайтах допускаются только с разрешения издателя

© ООО "ИД Медиа Паблшер", 2025

Адрес редакции и издателя

111024, Россия, Москва, ул. Авиамоторная, д. 8, стр. 1, офис 323

e-mail: t-comm@media-publisher.ru

Тел.: +7 (495) 957-77-43

Адрес типографии

Москва, ул. Складочная, д. 3, корп. 6

Индексация журнала:

Ulrich's Periodicals Directory; RSCI; EBSCO; elibrary.ru (ПИНЦ)
Google Scholar; CyberLeninka (Open Schience);
Bielefeld Academic Search Engine (BASE); OCLC WorldCat;
Registry of Open Access Repositories (ROAR)

Journal is registered by Federal Service for monitoring compliance with cultural heritage protection law

ISSN 2072-8743 (Online) ISSN 2072-8735 (Print)

Media Registration Certificate

PI No. FS77-55956. Date of issue: November 7, 2013

Publication language: Russian, English.

Distribution Territory: Russian Federation, foreign countries

All articles and illustrations are copyright. All rights reserved.

No reproduction is permitted in whole or part without the express consent of Media Publisher Joint-Stock Company

© "Media Publisher", 2025

Editorial and Publisher Address

111024, Russia, Moscow, Aviamotornaya str. 8, bloc 1, office 323

e-mail: t-comm@media-publisher.ru.

Tel.: +7 (495) 957-77-43

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ МЕДИА ПАБЛИШЕР



ПОЛНЫЙ ЦИКЛ ПОДГОТОВКИ КНИГ, ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИЗДАНИЙ И РЕКЛАМНОЙ ПРОДУКЦИИ

ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ЛИТЕРАТУРНОЕ И ТЕХНИЧЕСКОЕ РЕДАКТИРОВАНИЕ

ВЫСОКОКАЧЕСТВЕННАЯ ОФСЕТНАЯ И ЦИФРОВАЯ ПЕЧАТЬ

www.media-publisher.ru

Журнал включен в перечень периодических научных изданий, рекомендуемый ВАК Минобрнауки России для публикации научных работ, отражающих основное научное содержание кандидатских и докторских диссертаций

Учредитель

ООО "Издательский дом Медиа Паблишер"

Главный редактор

Тихвинский Валерий Олегович

Издатель

Дымкова Светлана Сергеевна
ds@media-publisher.ru

Редакционная коллегия

Аджемов Артём Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Анютин Александр Павлович

(д.ф.-м.н., профессор, член программной и оргкомитетов WSEAS), Россия, Мексика

Бестугин Александр Роальдович

(д.т.н., профессор ГУАП), Россия

Вааль Альберт

(д.т.н., старший научный сотрудник Ганноверского университета им. Лейбница на кафедре коммуникационной техники), Германия

Варламов Олег Витальевич

(д.т.н., в.н.с. МТУСИ), Россия

Головачев Юлиус

(управляющий консультант Detecon International GmbH), Германия

Гребенников Андрей Викторович

(Sumitomo Electric Europe), Великобритания

Данилов Владимир Григорьевич

(д.ф.-м.н., профессор МИЭМ, НИУ ВШЭ), Россия

Дулкейтс Эрик

(д.т.н., старший исполнительный директор корпорации Detecon), Силиконовая долина, США

Елизаров Андрей Альбертович

(д.т.н., профессор МИЭМ, НИУ ВШЭ), Россия

Ибрагимов Байрам

(д.т.н., профессор Азербайджанского технического университета, АзТУ), Азербайджан

Корбетт Ровэлл

(д.т.н., директор по исследованиям в научно-исследовательском центре China Mobile Research Institute, профессор университета Назарбаева), Гон-Конг (Китай), США

Кузовкова Татьяна Алексеевна

(д.э.н., декан экономического факультета МТУСИ), Россия

Лазарева Галина Геннадьевна

(член-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор РАН, РУДН), Россия

Лернер Илья Михайлович

(д.т.н., КНИТУ-КАИ), Россия

Ныркв Анатолий Павлович

(д.т.н., профессор, ГУМРФ им. адмирала С.О. Макарова), Россия

Омельянов Георгий Александрович

(д.ф.-м.н., Университет де Сонора, факультет математики, Эрмосильо), Мексика

Самойлов Александр Георгиевич

(д.т.н., профессор Владимирского государственного университета им. А.Г. и Н.Г. Столетовых), Россия

Сысоев Николай Николаевич

(д.ф.-м.н., декан физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова), Россия

Чиров Денис Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Шаврин Сергей Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Шарп Майкл

(д.э.н., Европейский институт стандартизации – ETSI), Великобритания

Яшина Марина Викторовна

(д.т.н., профессор, МТУСИ), Россия

СОДЕРЖАНИЕ

СВЯЗЬ

- Скопцов М.Б., Мосин С.Г., Перепелкин Д.А.
Детектор канала rusch с применением
разнесенного приема 4

ЭЛЕКТРОНИКА. РАДИОТЕХНИКА

- Нго К.Ф., Громорушкин В.Н., Варламов О.В.
Динамические режимы и работа на рассогласованную
нагрузку при непосредственном суммировании ключевых
генераторов в передатчиках с дефазированием 13

- Якушенко С.А., Дворников С.В.
Алгоритм выбора схемы m-to-системы в радиолиниях
с несколькими пространственными каналами 24

- Горгадзе С.Ф., Ермакова А.В., Кудряшова А.Ю.
Многостанционный доступ на основе циркулярных
матриц многопозиционных линейных рекуррентных
последовательностей 37

ТРАНСПОРТ

- Андронов Р.В., Леверенц Е.Э., Чепур П.В.
Отсутствие автокорреляции временного ряда
транспортного потока как критерий изолированности
регулируемого пересечения 54

ПУБЛИКАЦИИ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ

ТРАНСПОРТ

- Морозов В.В., Морозов Г.Н., Шепелёв В.Д.
Моделирование процесса формирования
автотранспортной очереди на городских
регулируемых пересечениях 61

ЭЛЕКТРОНИКА. РАДИОТЕХНИКА

- Поташников А.М., Власюк И.В., Строганова Е.П.
Метод цветового контрастирования на основе
субъективной теплохолодности 69

CONTENT

COMMUNICATIONS

- Skoptsov M.B., Mosin S.G., Perepelkin D.A.**
The pucch detector emphasized on receive diversity 4

ELECTRONICS. RADIO ENGINEERING

- Ngo Q.F., Gromorushkin V.N., Varlamov O.V.**
Outphasing transmitters with switching generators
direct summation: dynamic modes and mismatched
load operation 13
- Yakushenko S.A., Dvornikov S.V.**
Algorithm for selecting the mimo system scheme
in radio links with multiple spatial channels 24
- Gorgadze S.F., Ermakova A.V., Kudryashova A. Yu.**
Multi-station access based on circular matrices
of multi-position linear recurrence sequences 37

TRANSPORT

- Andronov R.V., Leverets E.E., Chepur P.V.**
The absence of autocorrelation in the traffic flow time series
as a criterion for the isolation of a controlled intersection 54

PUBLICATIONS IN ENGLISH

TRANSPORT

- Morozov V.V., Morozov G.N., Shepelev V.D.**
Modeling the Formation of a Vehicle Queue
at Urban Signal-Controlled Intersections 61

ELECTRONICS. RADIO ENGINEERING

- Potashnikov A.M., Vlasuyk I.V., Stroganova E.P.**
Color Contrast Method Based on Subjective
warmth and coldness 69

T - C o m m

Telecommunications and transport

Volume 19. No. 3-2025

Release date: 25.03.2025

The journal is included in the list of scientific publications, recommended Higher Attestation Commission Russian Ministry of Education for the publication of scientific works, which reflect the basic scientific content of candidate and doctoral theses.

Founder: "Media Publisher", Ltd.

Publisher: Svetlana S. Dymkova
ds@media-publisher.ru

Editor in Chief: Dr. Valery O. Tikhvinskiy

Editorial board

Artem S. Adzhemov

Doctor of sciences, Professor MTUCI, Russia

Alexander P. Anyutin

Doctor of sciences, Professor, member of the program and organizing committee WSEAS, Russia, Mexico

Aleksandr R. Bestugin

Doctor of sciences, Professor SUAI, Russia

Corbett Rowell

Full Professor: Electronic & Electrical Engineering
Nazarbayev University, Hong Kong (China), USA

Denis S. Chirov

Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Vladimir G. Danilov

Doctor of sciences, Professor MIEM, HSE, Russia

Eric Dulkeyts

Ph.D., chief executive officer of the corporation Detecon, USA

Julius Golovachyov

Managing Consultant Detecon International GmbH, Germany

Andrey Grebennikov

Ph.D., Sumitomo Electric Europe, United Kingdom

Bayram Ibrahimov

Ph.D., Professor of Azerbaijan Technical University (AzTU),
Azerbaijan

Tatyana A. Kuzovkova

Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Galina G. Lazareva

Corresponding Member, RAS, Doctor of sciences, Professor RAS,
RUDN, Russia

Ilya M. Lerner

Doctor of sciences, KNRTU-KAI, Russia

Anatoliy P. Nyrkov

Doctor of sciences, Professor of Admiral Makarov State University
of Maritime and Inland Shipping, Russia

Georgii A. Omel'yanov

Doctor of sciences, Universidad de Sonora,
Department of Mathematics, Hermosillo, Mexico

Alexander G. Samoilov

Doctor of sciences, VLSU, Russia

Michael Sharpe

PhD, European Standards Institute – ETSI, United Kingdom

Sergey S. Shavrin

Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Nikolai N. Sysoev

Doctor of sciences, Dean of the Faculty of Physics
of Moscow State University Lomonosov, Russia

Oleg V. Varlamov

Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Albert Waal

Ph.D., Senior Research Fellow University of Hanover. Leibniz
at the Department of Communications Technology, Germany

Marina V. Yashina

Doctor of sciences, Professor MTUCI, Russia

Andrey A. Yelizarov

Doctor of sciences, Professor MIEM, HSE, Russia

www.media-publisher.ru

ДЕТЕКТОР КАНАЛА PUSCH С ПРИМЕНЕНИЕМ РАЗНЕСЕННОГО ПРИЕМА

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-3-4-12

Скопцов Михаил Борисович,
ООО "ЛабСистемс", г. Владимир, Россия,
mikhail.skoptsov@lab-systems.ru

Manuscript received 12 January 2025;
Accepted 15 February 2025

Мосин Сергей Геннадьевич,
Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия;
ООО "ЛабСистемс", г. Владимир, Россия,
smosin@ieee.org

Перепелкин Дмитрий Александрович,
Рязанский государственный радиотехнический университет
им. В.Ф. Уткина, Рязань, Россия,
perepelkin.d.a@rsreu.ru

Ключевые слова: LTE, разнесенный прием,
ложное детектирование, детекторы канала
PUSCH, помехоустойчивость

Повышение пропускной способности и емкости сетей систем связи четвертого поколения (4G) и пятого поколения (5G) обеспечены усложнением радиочастотного тракта для максимально эффективного использования полосы канала связи, в котором наряду с полезными сигналами и сообщениями присутствуют помехи различной природы и шумы. Причем источниками шума могут выступать соседние гаджеты пользователей и другие соты. Надёжное детектирование и декодирование в физическом канале управления линии вверх (PUSCH) сообщений управления и состояния радиоканалов – необходимое условие устойчивого функционирования систем связи 4G и 5G. Увеличение числа приёмных антенн повышает помехоустойчивость системы, но при наличии корреляции между помехами на приёмных антеннах классическое правило комбинирования сигналов с разных антенн порождает проблему ложного детектирования. Вероятность ложного детектирования оказывается функцией статистических характеристик эфира и, в общем случае, является непредсказуемой, что снижает эффективность использования вычислительных и радиоресурсов системы. Игнорирование шумовой статистики снижает вероятность успешного детектирования сигналов. В данной работе сформулирована системная модель детектора в терминах классической теории обнаружения и оценок. Предложены модифицированные IRC, CHOL- и GLRT-методы решения проблемы ложного детектирования при разнесённом приёме сигналов PUSCH. Сформулированы условия детектирования канала PUSCH для трех предложенных детекторов с постоянной вероятностью ложной сработки, не зависящей от характеристик канала распространения и шума. Проведено численное моделирование предложенных детекторов. Полученные результаты помехоустойчивости подтвердили соответствие требованиям стандарта и теоретическим положениям применимости в реальных системах сотовой связи LTE, LTE-A и 5G NR.

Информация об авторах:

Скопцов Михаил Борисович, разработчик математических моделей, ООО "ЛабСистемс", г. Владимир, Россия

Мосин Сергей Геннадьевич, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики и искусственного интеллекта, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия; заместитель генерального директора ООО "ЛабСистемс", г. Владимир, Россия, ORCID 0000-0003-1389-2602

Перепелкин Дмитрий Александрович, доктор технических наук, профессор, декан факультета вычислительной техники, Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина, г. Рязань, Россия, ORCID 0000-0003-4775-5745

Для цитирования:

Скопцов М.Б., Мосин С.Г., Перепелкин Д.А. Детектор канала rusch с применением разнесенного приема // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №3. С. 4-12.

For citation:

M.B. Skoptsov, S.G. Mosin, D.A. Perepelkin, "The PUSCH detector emphasized on receive diversity," T-Comm, 2025, vol. 19, no.3, pp. 4-12. (in Russian)

Введение

Оценка характеристик физических каналов систем сотовой связи – неотъемлемая стадия проектирования и развертывания сетей, а также мониторинга качества обслуживания абонентов [2-5].

Для систем связи четвертого поколения *LTE (Long Term Evolution)* и *LTE-A (LTE-Advanced)*, а также систем связи пятого поколения *5G NR (New Radio)* одним из необходимых условий функционирования является надежное детектирование физического канала управления линии вверх (*PUCCH – Physical Uplink Control Channel*), который служит для передачи информации управления восходящей линией связи (*UCI – Uplink Control Information*) от оборудования пользователя (*UE – User Equipment*) к базовой станции (БС). *UCI* содержит подтверждение (*ACK*) или отрицательное подтверждение (*NACK*) приема данных нисходящей линии связи (*DL – Downlink*) в рамках гибридного автоматического запроса на повтор (*HARQ – Hybrid Automatic Repeat Request*), запросы планирования ресурсов восходящей линии связи (*UL – Uplink*) для передачи данных (*SR – Scheduling Request*) и управляющей информации о состоянии нисходящей линии связи (*CSI – Channel State Information*). В *CSI* входят: указатель качества канала (*CQI – Channel Quality Indicator*), указатель матрицы предварительного кодирования (*PMI – Precoding Matrix Indicator*) и указатель ранга канала (*RI – Rank Indicator*).

Одна из практических проблем развертывания и эксплуатации систем сотовой связи четвертого и пятого поколений – снижение помехоустойчивости физических каналов в реальных условиях работы. Разнесенный прием сигнала – увеличение числа приёмных антенн – повышает помехоустойчивость каналов. Однако при наличии корреляции между помехами на приёмных антеннах классическое правило комбинирования сигналов с разных антенн по максимальному отношению (*MRC – Maximal Ratio Combining*) порождает проблему ложного детектирования. Вероятность ложного детектирования – непредсказуемая функция статистических характеристик физического радиоканала. В этих условиях становится невозможным эффективно использовать вычислительные и радиоресурсы системы, а игнорирование статистики шумов понижает вероятность успешного детектирования сигналов.

Работы многих авторов посвящены исследованию методов и подходов к устойчивому и надежному детектированию сигналов *PUCCH* в контексте систем четвертого и пятого поколений.

Полуслепой алгоритм повышения точности оценки канала за счет использования энергии данных вместе с энергией опорных сигналов (*RS – Reference Signals*), обладающий более высокой вычислительной сложностью, представлен в [6]. Метод детектирования с использованием нескольких приемных антенн, основанный на парадигме обобщенного теста отношения правдоподобия (*GLRT – Generalized Likelihood Ratio Test*) рассмотрен в [7]. Исследования [8] анализируют эффект от использования *IRC*-приемника с подавлением помех (*IRC – Interference Rejection Combining*) на пропускную способность *DL* при мульти-сотовом взаимодействии, который основан на критерии минимальной среднеквадратичной ошибки (*MMSE – Minimum Mean Square Error*). Идеализированная модель детектирования сигнала *PUCCH* нулевого формата на основе усредненной свертки предложена и исследована в [9].

Подход к решению проблемы наличия интерференции предложен в работе [10]. После оценки ковариационной матрицы к входному сигналу применяется преобразование с использованием разложения Холецкого (*CHOL*), устраняющее пространственную корреляцию помех (*pre-whitening*), затем происходит объединение приёмных антенн с помощью *MRC*-эквалайзера по критерию максимального отношения (*MRC – Maximal Ratio Combining*).

Различные методы оценки канала *PUCCH* при относительно низких отношениях сигнал/шум представлены в [11]. Методы в [12, 13] обнаруживают прерывистую передачу при декодировании *PUCCH* формата 0 с постоянной вероятностью ложного детектирования. Архитектура генератора последовательностей для синтезируемого в базе ПЛИС блока демодуляции с малой задержкой для *PUCCH* формата 0 предложена в [14]. Каскадная схема детектирования последовательностей, обеспечивающая снижение отношения сигнал/шум, описана в [15]. Алгоритмы детектирования на основе вычисления главных компонент низкой сложности, которые позволяют реконструировать сигналы с изменяющейся частотой (*chirp*) от нескольких антенн приемника, представлены в [16]. Использование полносвязных нейронных сетей для классификации полученных выборок на основе содержимого *UCI* предложено в [17]. Анализ влияния снижения качества канала на частоту ошибок детектирования *PUCCH* приведен в [18].

Большинство рассмотренных методов не учитывают эффекты межсотовой интерференции, влияние которых усугубляется на границах сот, а также наличие помех и шумов в используемом радиочастотном тракте, что затрудняет их использование в реальных системах связи четвертого и пятого поколений.

Цель предложенной работы – реализация и исследование эффективных детекторов канала *PUCCH* в условиях разнесенного приема.

Основные результаты:

1. Сформулирована системная модель детектора в терминах классической теории обнаружения и оценок.
2. Предложены модифицированные *IRC*-, *CHOL*- и *GLRT*-методы решения проблемы ложного детектирования при разнесённом приёме сигналов *PUCCH*.
3. Сформулированы условия детектирования канала *PUCCH* для трех предложенных детекторов с постоянной вероятностью ложной срабатки, не зависящей от характеристик канала распространения и шума.
4. Проведено численное моделирование предложенных детекторов. Полученные результаты помехоустойчивости подтвердили соответствие требованиям стандарта [1] и теоретическим положениям применимости в реальных системах сотовой связи.

Особенности канала *PUCCH*

Передача данных в сети *LTE* от *UE* к базовой станции БС обеспечена радиокадрами длительностью 10 мс, которые содержат 10 подкадров по 1 мс. Каждый подкадр разделен на два временных слота длительностью по 0.5 мс. Временной слот состоит из 7 *SC-FDMA*-символов (*SC-FDMA – Single-Carrier Frequency Division Multiple Access*, множественный доступ с частотным разделением каналов и одной несущей)

при передаче с обычным циклическим префиксом и 6 SC-FDMA-символов при передаче с расширенным префиксом (Рис. 1). В частотной области передача разбита на ресурсные блоки, каждый из которых состоит из 12 ортогональных поднесущих шириной 15 кГц.

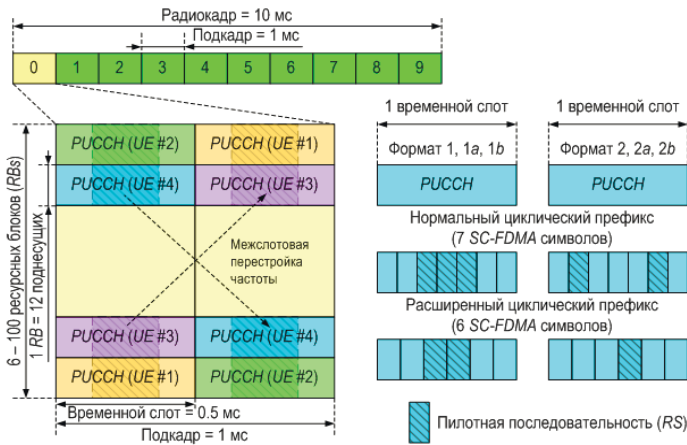


Рис. 1. Размещение ресурсов канала PUCCH

Физический канал передачи контрольной информации (PUCCH) занимает 2 ресурсных блока (RB – Resource Block) на границах выделенной частотной полосы. RB передают в двух последовательных временных слотах с применением межслотовой перестройки частоты (inter-slot frequency hopping). В каждом временном слоте в зависимости от длины циклического префикса передается 3 или 2 символа, содержащих пилотные последовательности (RS). В оставшихся четырех символах передается UCI-сообщение, при этом последний символ первого слота может быть зарезервирован для передачи дополнительной пилотной последовательности (SRS – Sounding Reference Signal), необходимой для уточнения оценки канала распространения. За счет выделения в физической области непересекающихся ресурсов может быть мультиплексировано до четырех UE. Дальнейшее мультиплексирование внутри одной физической области возможно за счет кодового разделения.

В предложенном решении рассмотрен PUCCH формата 1/1a без кодового мультиплексирования UE. Формат 1 используется для передачи SR по определенному расписанию. Формат 1a служит для передачи ACK/NACK сообщения, в котором UE сообщает БС об успешном/неуспешном декодировании последнего транспортного блока, переданного БС по физическому общему каналу в нисходящем направлении (PDSCH – Physical Downlink Shared Channel). Сообщения SR и ACK/NACK кодируют одним информационным битом, задают ортогональной последовательностью, уникальной для каждого UE, и мультиплексируют на весь физический ресурс, доступный для передачи PUCCH (исключая ресурсы, выделенные под RS). Если UE не нужен ресурс для передачи данных канала PUSCH, то сообщение SR не передается.

Согласно [19], если UE должно передать одновременно SR и ACK/NACK в подкадре, в котором UE по расписанию может передавать SR, то ACK/NACK должен передаваться в ресурсах SR. В остальных случаях ACK/NACK должен передаваться в ресурсах, определяемых для сообщения DCI (Downlink Control Information) соответствующего канала PDSCH, на передачу сообщения которого отправляется ACK/NACK.

Таким образом, при приеме сообщений SR и ACK/NACK в каждой выделенной под PUCCH области возникает не более трех гипотез: H_1 , H_{-1} и H_0 , что соответствует передаче 0, 1 или отсутствию передачи соответственно. При приеме только ACK/NACK гипотеза H_0 соответствует случаю, когда UE не удалось декодировать сообщение DCI.

Максимально допустимая вероятность ложного детектирования сообщения ACK/NACK не должна превышать 1% [1]. В реальной сети помехи на приемных антеннах будут иметь не нулевую пространственную корреляцию в силу наличия других передающих устройств на выделенной частоте. В детекторах, не учитывающих данный факт, происходит рост числа ложных сработок при увеличении коэффициента корреляции приемных антенн.

Системная модель

Определение критерия выбора между гипотезами H_0 (отсутствие сигнала) и H_1 (наличие сигнала) составляет классическую задачу теории обнаружения и оценок применительно к детектированию сигналов. Математически данные гипотезы можно сформулировать в виде

$$H_0 : Y = W,$$

$$H_1 : Y = X + W,$$

где Y – принятый сигнал, X – сигнал, наличие которого мы хотим определить, W – вектор помех. В обоих случаях наблюдаемый вектор Y является случайным процессом, статистика которого будет различаться в зависимости от справедливости той или иной гипотезы. В случае если функции плотности вероятностей (PDF – Probability Density Function) $p(Y; H_i)$ для H_0 и H_1 известны, то теорема Неймана-Пирсона определяет формирование оптимального критерия детектирования

$$L(Y) = p(Y; H_1) / p(Y; H_0) > \gamma \quad (1)$$

где $L(Y)$ – отношение правдоподобия, γ – порог детектирования.

Если условие (1) выполнено, то должна быть выбрана гипотеза H_1 , т.е. сигнал детектирован. Введем понятие оптимального детектора через вероятность детектирования как функцию вероятностей ложной сработки ($P_D(P_{FA})$).

Определение. Пусть детектор \mathcal{D} является оптимальным, тогда для любого другого детектора \mathcal{D}' будет верно $P_D^{\mathcal{D}'}(P_{FA}) \geq P_D^{\mathcal{D}}(P_{FA})$, $\forall P_{FA} \in [0,1]$.

Порог детектирования γ может быть определен при решении обратной задачи при заданной вероятности ложного детектирования P_{FA}

$$P_{FA} = \int_{\{Y: L(Y) > \gamma\}} p(Y; H_0) dY \quad (2)$$

Для проверки статистической гипотезы и оценки произвольного детектора (Detector) используют тестовую статистику ($T_{Detector}$), причем

$$T_{Detector} > \gamma_{Detector}$$

Если тестовая статистика получена согласно теореме Неймана-Пирсона – $T_{LRT} = L(Y)$, то соответствующий детектор называется LRT (Likelihood Ratio Test).

Теоретически гипотезы H_0 и H_1 удаётся описать некоторыми PDF , но на практике полученные модели будут содержать неизвестные параметры – статистику помех и характеристики канала распространения. В этих условиях построение T_{LRT} оказывается невозможным, а LRT выступает верхней границей для помехоустойчивости реального детектора.

Задача детектирования, в которой PDF содержат неизвестные параметры, называется проверкой составной гипотезы (CHT – *Composite Hypothesis Testing*). Существует два основных подхода к решению данной задачи. В первом подходе, который называют $GLRT$ -подход (*Generalized Likelihood Ratio Test*), оценивают неизвестные параметры, а T_{LRT} определяют на основе предположения, что эти параметры известны априорно [20]. Во втором подходе значения неизвестных параметров моделируют априорными PDF $p(\theta; H_i)$, где θ – неизвестный параметр. Тогда, обозначая условную функцию распределения вероятностей как $p(\mathbf{Y}|\theta; H_i)$, можно вычислить $p(\mathbf{Y}; H_i)$

$$p(\mathbf{Y}; H_i) = \int p(\mathbf{Y}|\theta; H_i)p(\theta; H_i)d\theta.$$

Полученная PDF не содержит неизвестные параметры и можно построить тестовую статистику согласно (1) – Байесовский подход.

Детекторы, исследуемые в данной работе, соответствуют $GLRT$ -подходу, который предполагает оценку неизвестных параметров.

Сигнал канала $PUCCH$ содержит пилотные последовательности (RS), априорно известные приёмнику, по которым может быть проведена оценка. При использовании форматов 1/1a по каналу $PUCCH$ передаются два варианта RS -последовательностей. Для оценки параметров предлагаем использовать не только пилотные символы, но и символы данных. В таком случае необходимо вычислить два набора оценок (для гипотез: H_1 и H_{-1}). Алгоритмы детектирования такого типа называют полуслепыми (*semi-blind*).

Полагаем, что рассматриваемый канал является стационарным с частотно-селективным замиранием. Интерференционный сигнал моделируем как случайный процесс с нормальным распределением. Ресурсные элементы принятого сигнала представим в виде:

$$\mathbf{Y}_{n,k} = \mathbf{H}_{n,k}x_{n,k} + \mathbf{W}_{n,k}, \quad (3)$$

где вектор $\mathbf{H}_{n,k}$ – коэффициенты распространения канала, $x_{n,k}$ – данные, вектор $\mathbf{W}_{n,k}$ – помехи, $n \in [1,12]$ – номер ресурсного элемента в символе, $k \in [1,7]$ – номер символа внутри временного слота. Размерность всех векторов равна количеству приёмных антенн. Элементы $\mathbf{W}_{n,k}(i) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2(i))$ принадлежат комплексному нормальному распределению, i – номер приёмной антенны, σ^2 – мощность шума.

В общем случае для помех справедливо: $\sigma^2(i) \neq \sigma^2(j)$, $E[\mathbf{W}_{n,k}(i)] = 0$ и $E[\mathbf{W}_{n,k}(i)^H \mathbf{W}_{n,k}(j)] \neq 0$, где $E[\cdot]$ обозначает математическое ожидание, а $(\cdot)^H$ – эрмитово сопряжение. Предполагаем, что ковариационная матрица $\mathbf{C}_{n,k}(i, j) = E[\mathbf{W}_{n,k}(i)^H \mathbf{W}_{n,k}(j)]$, $i \neq j$ не зависит от n и k , поскольку в рамках ресурсного блока случайный процесс квазистационарный и не является частотно селективным. В дальнейшем опустим индексы n и k при обозначении ковариационной матрицы ($\mathbf{C}_{n,k} \equiv \mathbf{C}$).

IRC-детектор

Определим IRC -детектор как линейное решение $\mathbf{G}_{n,k}$ задачи минимизации среднего квадратичного отклонения

$$\mathcal{E} = E|x_{n,k} - \mathbf{G}_{n,k} \mathbf{Y}_{n,k}|^2 \quad (4)$$

Подставляя в (4) $\mathbf{Y}_{n,k}$ из (3) и используя $E[\mathbf{W}_{n,k}(i)] = 0$, $x_{n,k}x_{n,k}^H = 1$, преобразуем:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= E[(x_{n,k} - \mathbf{G}_{n,k} \mathbf{Y}_{n,k})(x_{n,k} - \mathbf{G}_{n,k} \mathbf{Y}_{n,k})^H] = \\ &= E[x_{n,k}x_{n,k}^H - \mathbf{G}_{n,k}(\mathbf{H}_{n,k}x_{n,k} + \mathbf{W}_{n,k})x_{n,k}^H - \\ &\quad - x_{n,k}(x_{n,k}^H \mathbf{H}_{n,k}^H + \mathbf{W}_{n,k}^H)\mathbf{G}_{n,k}^H + \\ &\quad + \mathbf{G}_{n,k}(\mathbf{H}_{n,k}x_{n,k} + \mathbf{W}_{n,k})(x_{n,k}^H \mathbf{H}_{n,k}^H + \mathbf{W}_{n,k}^H)\mathbf{G}_{n,k}^H] = \\ &= (|\mathbf{G}_{n,k} \mathbf{H}_{n,k}|^2 - 2\text{Re}(\mathbf{G}_{n,k} \mathbf{H}_{n,k}) + \mathbf{G}_{n,k} \mathbf{C} \mathbf{G}_{n,k}^H + 1). \end{aligned}$$

Дифференцируя \mathcal{E} по $\mathbf{G}_{n,k}^H$ [21] и приравнявая производную к 0, определяем условие экстремума

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \mathbf{G}_{n,k}^H} = \mathbf{G}_{n,k}(\mathbf{H}_{n,k} \mathbf{H}_{n,k}^H + \mathbf{C}) - \mathbf{H}_{n,k}^H = 0.$$

В результате получаем классическое $LMMSE$ -решение

$$\mathbf{G}_{n,k} = \mathbf{H}_{n,k}^H (\mathbf{H}_{n,k} \mathbf{H}_{n,k}^H + \mathbf{C})^{-1}. \quad (5)$$

Обозначив номер слота индексом a , определим тестовую статистику

$$T_{IRC} = |\sum_{a=1}^2 \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \mathbf{G}_{n,k}^a \mathbf{Y}_{n,k}^a x_{n,k}^{aH}|^2.$$

Необходимо определить оценки для $\mathbf{H}_{n,k}$ и \mathbf{C} . Для случая Рэлеевского канала известно [22], что для одномерной $LMMSE$ -оценки задача минимизации решается для каждого SC - $FDMA$ символа отдельно и является $MMSE$ -оценкой. Однако помимо высокой вычислительной сложности ($O(N^3)$), данная оценка требует априорного знания квадратичных статистик $E[\mathbf{H}_{n,k} \mathbf{H}_{n,k}^H]$ и $E[\mathbf{W}_{n,k} \mathbf{W}_{n,k}^H]$. В силу небольшого количества передаваемых данных и длительных интервалов между передачами $PUCCH$, получение таких статистик представляется мало возможным.

Предложено применить простую оценку, не требующую априорной информации, – оценка методом наименьших квадратов (LS -оценка):

$$\hat{\mathbf{H}}_{n,k}^{LS}(i) = \mathbf{Y}_{n,k}(i)/x_{n,k}. \quad (6)$$

Оценка канала $\hat{\mathbf{H}}_{n,k}^{LS}$ минимизирует метрику

$$\mathcal{E} = |\hat{\mathbf{H}}_{n,k}^{LS} - \mathbf{H}_{n,k}|^2.$$

При условии, что канал распространения является стационарным на протяжении слота и смещение несущей частоты (CFO – *Carrier Frequency Offset*) не превышает 500 Гц, предложено применять усреднение в рамках слота для уменьшения дисперсии оценки канала

$$\bar{\mathbf{H}}_n(i) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{H}}_{n,k}^{LS}(i). \quad (7)$$

В моделях каналов распространения [1] задержка распространения главного луча (пути) не превышает $72T_s$, $T_s = 10^{-6}/30.72$ с. Соответственно, $\bar{\mathbf{H}}_n(i)$ можно усреднить по частоте при помощи скользящего среднего для дополнительного снижения дисперсии оценки канала.

Принимая во внимание, что $\bar{\mathbf{H}}_n(i) \approx \bar{\mathbf{H}}_{n+1}(i)$, предложена следующая оценка ковариационной матрицы

$$\hat{\mathbf{C}}(i, j) = \frac{1}{(N-1)K} \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=1}^K \tilde{\mathbf{W}}_{n,k}^H(i) \tilde{\mathbf{W}}_{n,k}(j), \quad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{n,k}(i) = \frac{Y_{n,k}(i)/x_{n,k} - Y_{n+1,k}(i)/x_{n+1,k}}{\sqrt{2}}.$$

CHOL-детектор

В данном детекторе применяем разложение Холецкого, которое позволяет устранить пространственную корреляцию помех. Для эрмитовой ($\hat{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{C}}^H$) положительно определённой матрицы $\hat{\mathbf{C}}$ ($\lambda_i > 0$, $\forall i$, λ – собственное значение матрицы) определено разложение Холецкого

$$\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{L}\mathbf{L}^H,$$

где \mathbf{L} – нижнетреугольная матрица, обладающая свойством

$$\exists \mathbf{A}, \mathbf{C} = M[\mathbf{A}^H \mathbf{A}], \mathbf{A}^T = \mathbf{A}^T (\mathbf{L}^{-1})^H, M[\mathbf{A}^H \mathbf{A}'] = \mathbf{I},$$

$M[\cdot]$ – нормализованное матричное умножение, \mathbf{I} – единичная матрица.

Оценив \mathbf{C} (8), можно построить преобразование $(\mathbf{L}^{-1})^H$ для входного вектора $\mathbf{Y}_{n,k}$ такое, что ковариация помех в векторе $\mathbf{Y}'_{n,k}$ будет равна единичной матрице. Тогда $\bar{\mathbf{H}}'_n$ вычисляем из вектора $\mathbf{Y}'_{n,k}$ аналогично (6) и (7).

Определим тестовую статистику

$$T_{CHOL} = \max_{f \in \mathbf{CP}} \left[\sum_{m=1}^2 \sum_{a=1}^2 |\mathbf{U}_{f,n} \bar{\mathbf{H}}_n^{(a)}(m)|^2 \right], \quad (9)$$

где \mathbf{U} – матрица преобразования Фурье размерности $[F, 12]$, где F – число гармоник, а $f \in \mathbf{CP}$ – гармоники преобразования, лежащие внутри циклического префикса (CP – *Cyclic Prefix*).

Если выбрать равномерно расположенные гармоники и число гармоник кратным степени двойки $F = 2^p$, $p \in \mathbb{N}$, то матричное умножение в (9) может быть выполнено при помощи быстрого преобразования Фурье (FFT).

Например, для однолучевого распространения с задержкой $\tau \in [0: L_{CP}]$, где L_{CP} – длина циклического префикса (в LTE для нормального циклического префикса $L_{CP} = 144T_s$). Расстояние от максимума до 0, соответствующее задержке распространения τ , будет равно $1/N$, $N = 12$ – количество поднесущих, частота Найквиста равна $1/2$. При этом задержка распространения, обеспечивающая максимальное уменьшение отношения сигнал-шум (SNR – *Signal to Noise ratio*), равна

$$\tau' = \left[\frac{i}{\omega_{FFT}} + \frac{1}{2\omega_{FFT}} \right] T,$$

где $i \in \mathbb{N}$, ω_{FFT} – размер окна FFT , $T = 2048T_s$ – длительность SC-FDMA символа. Для случая $\omega_{FFT} = 64$ SNR уменьшится на величину $SNR_{loss} \approx 0.1$ дБ.

3.3 GLRT-детектор

В GLRT-детекторе неизвестные параметры PDF вычисляются с использованием оценки максимального правдоподобия (ML – *Maximum Likelihood*) [22].

Функция распределения плотности вероятности для гипотез H_1, H_{-1} равна [20]

$$p(\mathbf{Y}; H_{1,-1}) = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K \frac{1}{2\pi\sqrt{\det(\mathbf{C})}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{Y}_{n,k} - \mathbf{H}_{n,k} \mathbf{x}_{n,k})^H \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{Y}_{n,k} - \mathbf{H}_{n,k} \mathbf{x}_{n,k}) \right]. \quad (10)$$

Функция распределения плотности вероятности для гипотезы H_0 равна

$$p(\mathbf{Y}; H_0) = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K \frac{1}{2\pi\sqrt{\det(\mathbf{C})}} \exp \left[-\frac{1}{2} \mathbf{Y}_{n,k}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y}_{n,k} \right] \quad (11)$$

Так как, с точностью до константы γ извлечение натурального логарифма не меняет неравенство (1), то удобно переписать отношение (10) к (11) в виде

$$\begin{aligned} \ln \frac{p(\mathbf{Y}; H_{1,-1})}{p(\mathbf{Y}; H_0)} &= -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \left[(\mathbf{Y}_{n,k} - \mathbf{H}_{n,k} \mathbf{x}_{n,k})^H \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{Y}_{n,k} - \mathbf{H}_{n,k} \mathbf{x}_{n,k}) - \mathbf{Y}_{n,k}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y}_{n,k} \right] = \\ &= \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \left[\text{Re} \left[\mathbf{Y}_{n,k}^H \mathbf{x}_{n,k} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H}_{n,k} \right] - \frac{1}{2} |\mathbf{x}_{n,k}|^2 \mathbf{H}_{n,k}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H}_{n,k} \right]. \end{aligned}$$

Отбрасывая слагаемое, не зависящее от входных данных, получаем тестовую статистику для LRT-случая

$$T_{LRT} = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \text{Re} \left[\mathbf{Y}_{n,k}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H}_{n,k} \mathbf{x}_{n,k} \right]. \quad (12)$$

Подставляя в (12) соответствующие оценки для $\mathbf{H}_{n,k}$ (7) и \mathbf{C} (8), получаем тестовую статистику для GLRT-случая (T_{GLRT}).

Особенности реализации

Вычислительная устойчивость

Реализация IRC-детектора требует в (5) вычисление обратной матрицы $(\mathbf{H}_{n,k} \mathbf{H}_{n,k}^H + \mathbf{C})^{-1}$. Запишем (5) в компонентном виде для случая двух приёмных антенн

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{n,k}(1) &= \frac{\mathbf{H}_{n,k}^{H(1)} \mathbf{C}(2,2) - \mathbf{H}_{n,k}^{H(2)} \mathbf{C}(2,1)}{\det(\mathbf{H}_{n,k} \mathbf{H}_{n,k}^H + \mathbf{C})}, \\ \mathbf{G}_{n,k}(2) &= \frac{\mathbf{H}_{n,k}^{H(2)} \mathbf{C}(1,1) - \mathbf{H}_{n,k}^{H(1)} \mathbf{C}(1,2)}{\det(\mathbf{H}_{n,k} \mathbf{H}_{n,k}^H + \mathbf{C})}. \end{aligned}$$

Предложен алгоритм, обеспечивающий вычислительную устойчивость вычисления для случая близости к нулю определителя матрицы ($\det(\cdot)$).

1 Вычислить сингулярные значения матрицы $(\mathbf{H}_{n,k} \mathbf{H}_{n,k}^H + \mathbf{C}) - s_i$, $i = [1, 2]$.

2 Вычислить число обусловленности $\kappa = s_1/s_2$, $s_1 \geq s_2$

3 Если $\kappa \geq \eta$, η – пороговое значение, выбор которого зависит от точности вычислений, то вычислить определитель исходной матрицы $\det(\cdot) = s_1 s_2$, иначе перейти к регуляризованному эквалайзеру:

– за ать $\mathbf{C}(1,2) = \mathbf{C}(2,1) = 0$, $\sigma^2 = (\mathbf{C}(1,1) + \mathbf{C}(2,2))/2$,
 – в числитель

$$\mathbf{G}_{n,k}(i) = \frac{\mathbf{H}_{n,k}^H(i)}{\mathbf{H}_{n,k}^H \mathbf{H}_{n,k} + \sigma^2},$$

т.е. получаем *LMMSE*–детектор для случая $\mathbf{C} \sim \sigma^2 \mathbf{I}$.

Аналогичный подход предложено использовать при вычислении \mathbf{L}^{-1} для *CHOL*–детектора. Число обусловленности κ вычисляем для матрицы \mathbf{L} . Если $\kappa > \eta$, обратная матрица не вычислима и декомпозиция невозможна. В этом случае выбираем антенну \hat{r} с максимальным *SNR*, а сигнал другой антенны отбрасываем

$$\hat{r} = \operatorname{argmax}_{r \in [1,2]} \left(\frac{\sum_{n=1}^N |\bar{\mathbf{H}}_n(r)|^2}{NC(r,r)} \right).$$

Условие детектирования

Детектор, подходящий для использования в реальном приёмнике, должен иметь постоянную вероятность ложной сработки, не зависящую от канала распространения и шума. Соответствующие пороги детектирования зададим согласно (2). Так как γ определяет только границы интегрирования, то зависимость порога детектирования от вероятности ложной сработки может быть факторизована внутри некоторой монотонно возрастающей функции $\alpha = \alpha(P_{FA})$. Значение функции может быть получено методом Монте-Карло для заданного P_{FA} .

Разложение Холецкого приводит ковариацию вектора шума к единичной матрице. Определим условие детектирования для данного случая

$$T_{CHOL} > \alpha_1(P_{FA}).$$

Для *GLRT*–детектора условие детектирования имеет следующий вид [20]

$$T_{GLRT} > \alpha_2(P_{FA}) \sqrt{\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{n,k}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H}_{n,k} |x_{n,k}|^2}.$$

Для *IRC*–приемника представим вектор шума $\mathbf{W}_{n,k} = \mathbf{N}_{n,k} + \mathbf{V}_{n,k}$ в виде белого и интерференционного слагаемых, таким образом чтобы

$$\begin{aligned} E[\mathbf{N}_{n,k}^H(i) \mathbf{N}_{n,k}(j)] &= \delta_{ij} \sigma_N^2, \\ E[\mathbf{V}_{n,k}^H(1) \mathbf{V}_{n,k}(1)] &= \sigma_I^2, \\ E[\mathbf{V}_{n,k}^H(1) \mathbf{V}_{n,k}(2)] &= \beta \sigma_I^2, \\ E[\mathbf{V}_{n,k}^H(2) \mathbf{V}_{n,k}(2)] &= |\beta|^2 \sigma_I^2, \end{aligned}$$

где σ_N^2 – мощность белого шума, а σ_I^2 – мощность интерференции, т.е. шумовых отсчётов, одинаковых на приёмных антеннах с точностью до постоянного множителя β .

Пренебрегая корреляцией между $\mathbf{H}_{n,k}$ и $\mathbf{W}_{n,k}$, что справедливо всегда кроме случая $\sigma_I^2 \gg \sigma_N^2$ – мощность интерференции сильно больше мощности белого шума, получаем условие детектирования

$$T_{IRC} > \alpha_3(P_{FA}) \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \left[(|\mathbf{G}_{n,k}(1)|^2 + |\mathbf{G}_{n,k}(2)|^2) \sigma_N^2 + |\mathbf{G}_{n,k}(1) + \beta \mathbf{G}_{n,k}(2)|^2 \sigma_I^2 \right],$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_N^2 &= \left(\mathbf{C}(1,1) + \mathbf{C}(2,2) - \sqrt{(\mathbf{C}(1,1) - \mathbf{C}(2,2))^2 + 4|\mathbf{C}(1,2)|^2} \right) / 2, \\ \sigma_I^2 &= \mathbf{C}(1,1) - \sigma_N^2, \quad \beta = \mathbf{C}(2,1) / \sigma_I^2. \end{aligned}$$

Численное моделирование

Описанные выше детекторы реализованы в виде моделей в пакете MATLAB. Экспериментальные исследования предполагают оценку помехоустойчивости детекторов *IRC*, *CHOL* и *GLRT* на тестовом наборе со следующими параметрами (табл. 1).

Таблица 1

Параметры тестового набора

Параметр	Значение
Ширина полосы	10 МГц
DL/UL дуплекс	FDD
Циклический префикс	Нормальный
PUCCH Format	1A
SRS	Отключен
Количество передающих антенн	1
Количество приемных антенн	2
Корреляция приемных антенн	0

Цель тестирования для каждого детектора – поиск величины соотношения сигнал-шум (*SINR – Signal to Noise plus Interference Ratio*), при котором вероятность детектирования сообщения *ACK* равна $P_D = 99\%$, при заданной вероятности ложной сработки $P_{FA} = 1\%$. Величина P_D оценивалась для всех значений *SINR* из заданного диапазона с шагом 0.1 дБ. Для формирования каждой оценки выполнено 10^4 итераций. На каждой итерации во временной области формировался один подкадр сигнала, содержащего канал *PUCCH* с ресурсными элементами единичной мощности. Для обеих приёмных антенн формировались случайные коэффициенты распространения $h(1), h(2) \sim \mathcal{N}(0,1)$. Мощность привносимых помех пересчитывалась таким образом, чтобы ресурсные элементы *PUCCH* имели заданный *SINR*.

Следующие выражения использованы для расчета значений отношения сигнал-помеха (*SIR – Signal to Interference ratio*) и *SNR* при установленном коэффициенте $d = SNR - SIR$ и фиксированном значении *SINR*

$$\begin{aligned} SNR &= SINR + 10 \log_{10} (10^{-d/10} + 1), \\ SIR &= SNR + d. \end{aligned}$$

Для полученного значения *SNR* и значений мощности сигналов на приёмных антеннах $|h(1)|^2$ и $|h(2)|^2$ вычисление мощности шума выполнялось по следующему выражению

$$\sigma_N^2 = \frac{|h(1)|^2 + |h(2)|^2}{2} 10^{-\frac{SNR}{10}}.$$

Для моделирования интерференции генерировались случайные последовательности $r(1), r(2) \sim \mathcal{CN}(0,1)$. Мощность интерференции на приёмных антеннах определялась аналогично мощности шума

$$\sigma_I^2(i) = \frac{|h(1)|^2 + |h(2)|^2}{|r(1)|^2 + |r(2)|^2} |r(i)|^2 10^{-\frac{SIR}{10}}.$$

Соответственно, системную модель неидеального сигнала (3) можно представить как

$$\mathbf{Y}_{n,k}(i) = \mathbf{H}_{n,k}(i)x_{n,k}(i) + \sqrt{\sigma_N^2}\mathbf{N}_{n,k}(i) + \frac{r(i)}{|r(i)|}\sqrt{\sigma_I^2(i)}\mathbf{V}_{n,k},$$

где $\mathbf{N}_{n,k}(i) \sim \mathcal{CN}(0,1)$ и $\mathbf{V}_{n,k} \sim \mathcal{CN}(0,1)$ – случайные векторы, имеющие нормальное распределение.

В первом эксперименте проведено измерение помехоустойчивости детекторов для различных значений коэффициента d . Канал распространения $h(i)$ формировался согласно модели "Static Propagation" [1]. Результаты представлены в Таблице 2.

Таблица 2

$SINR$ для $P_D=99\%$ при различном значении соотношения мощностей белого шума и интерференции (d)

d , дБ	$SINR$, дБ		
	IRC	$CHOL$	$GLRT$
96	-10.6	-11.4	-8.4
0	-10.6	-11.4	-8.4
-6	-10.7	-11.7	-8.6
-12	-12.4	-13.4	-10.0
-24	-19.0	-19.0	-16.0
-48	-40.0	-43.0	-40.0
-96	-32.0	-90.0	-92.0

Во втором эксперименте проверена устойчивость детекторов к задержке распространения τ , наличие частотной отстройки (CFO – Carrier Frequency Offset) и при использовании для нестационарного частотно-селективного канала распространения ($EVA70$ – Extended Vehicular A 70 Гц). Значение параметра d было зафиксировано равным 96 дБ.

Результаты измерения $SINR$ в дБ для $SINR(P_D > 0.99)$ представлены в таблице 3.

Таблица 3

$SINR$ для $P_D = 99\%$ при различных условиях распространения

Детектор	$SINR$, дБ		
	$\tau = 72$ Тс	$CFO = 400$ Гц	$EVA70$
IRC	-10.5	-10.1	-10.6
$CHOL$	-11.4	-10.8	-11.3
$GLRT$	-8.5	-8.0	-8.4

Стандарт [1] определяет минимальные требования $SINR = -5.1$ дБ для вероятности детектирования сообщения $ACK P_D = 99\%$. Таким образом, экспериментальные исследования показали, что все рассмотренные детекторы удовлетворяют минимальным требованиям стандарта.

Заключение

В работе предложены модификации детекторов IRC , $CHOL$ и $GLRT$ для разнесенного приема физического канала управления линии вверх – $PUCCH$, учитывающие наличие интерференции. Проведенное исследование позволило установить, что все рассмотренные алгоритмы детектирования удовлетворяют минимальным требованиям стандарта 3GPP TS 36.104 [1] и могут быть интегрированы в оборудование приемного тракта базовой станции сети LTE .

Проведенный анализ полученных результатов показал:

– $GLRT$ -детектор проигрывает остальным детекторам в помехоустойчивости из-за некогерентного агрегирования ресурсных элементов по частоте. Однако этот механизм делает его абсолютно устойчивым к любой временной задержке.

– Для IRC -детектора характерно прекращение роста помехоустойчивости при низких значениях соотношения мощностей белого шума и интерференции ($SINR - SIR$), что обусловлено увеличением корреляции между оценкой канала и помехами.

– Наилучшие показатели помехоустойчивости продемонстрированы при применении $CHOL$ -детектора. Кроме того, $CHOL$ -детектор имеет более простую структуру по сравнению с IRC -детектором, что делает его предпочтительным к реализации в реальных приёмных устройствах систем сотовой связи LTE .

Литература

- 3GPP TS 136.104 V15.3.0 (2018-07), "LTE; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Base Station (BS) radio transmission and reception."
- Крутин Д.В., Кисляков М.А., Мосин С.Г. Методы оценки качества канала связи. Технология WCDMA // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2012. Т. 55. № 5. С. 12-15.
- Купцов В. В., Шмонин О. А., Трушков С. Н., Михайлова А. С. Параметрический алгоритм предсказания характеристик канала для высокоомобильных пользователей в системе связи LTE // Известия вузов. Радиофизика. 2020. Т. 63. № 4. С. 344-355.
- Тихвинский В. О., Терентьев С. В., Минаев И. В. Спектральная эффективность систем мобильной сотовой связи UMTS и LTE // Вестник РАЕН. 2008. Т. 8 № 1. С. 21-27.
- Фадеев В. А., Зайдуллин Ш. В., Фадеева З. С., Надеев А. Ф. Система мониторинга показателей доступности сетей мобильной связи стандарта LTE-A // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2021. Том 15. №3. С. 4-16.
- Hu Y., Astely D., Baldemair R., Falahati S. Semi-Blind Multi-User Detection for LTE PUCCH // 2009 IEEE Wireless Communications and Networking Conference, Budapest, Hungary, 2009, pp. 1-5, doi: 10.1109/WCNC.2009.4917962.
- Wu Y., Danev D., Larsson E. G. On ACK/NACK messages detection in the LTE PUCCH with multiple receive antennas // 2012 Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), Bucharest, Romania, 2012, pp. 994-998.
- Ohwatari Y., Miki N., Asai T., Abe T., Taoka H. Performance of Advanced Receiver Employing Interference Rejection Combining to Suppress Inter-Cell Interference in LTE-Advanced Downlink // 2011 IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Fall), San Francisco, CA, USA, 2011, pp. 1-7, doi: 10.1109/VETECF.2011.6093196.
- Асаф М., Пономарев О. Г. Модификация алгоритма детектирования сигнала PUCCH нулевого формата в системе связи 5G NR // Цифровая обработка сигналов. 2021. № 3. С. 44-49.
- Léost Y., Abdi M., Richter R., Jeschke M. Interference rejection combining in LTE networks // Bell Labs Tech. J., vol. 17, no. 1, pp. 25-50, 2012.
- Phuoc Nguyen T. H., Nguyen H., Khuc B. Performance Evaluation of Channel Estimation Methods for 5G NR Uplink Control Channel in the Scenario of Low Signal-to-Noise Ratios // 2022 International Conference on Advanced Technologies for Communications (ATC), Ha Noi, Vietnam, 2022, pp. 18-22, doi: 10.1109/ATC55345.2022.9943012.
- Tadavarty S., Chavali N. K. Performance Analysis of 5G NR PUCCH Format 0 Receiver // 2021 IEEE 18th India Council International Conference (INDICON), Guwahati, India, 2021, pp. 1-5, doi: 10.1109/INDICON52576.2021.9691557.

13. Kim Y. -H., Ju H., Jeong C. B., Lee M. -S. Performance comparison of DTX detection schemes for 5G NR PUCCH // 2020 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC), Jeju, Korea (South), 2020, pp. 1391-1394, doi: 10.1109/ICTC49870.2020.9289538.
14. Kim Y. -H., Ju H., Chun I. -J., Jeong C. B., Lee M. -S. Design of Low-latency Synthesizable PUCCH Demodulation Unit Using Simulink HDL Coder // 2021 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC), Jeju Island, Korea, Republic of, 2021, pp. 1387-1389, doi: 10.1109/ICTC52510.2021.9620844.
15. Luo W., Liu C., Wu X., Long H. A PUCCH Coverage Enhancement Scheme for 5G/6G Wireless Communications // 2023 IEEE 97th Vehicular Technology Conference (VTC2023-Spring), Florence, Italy, 2023, pp. 1-5, doi: 10.1109/VTC2023-Spring57618.2023.10201064.
16. Qin Y., Pitaval R. -A. Enhanced 5G PUCCH using Non-Coherent Constellations with Low-Complexity Detection // 2021 IEEE 32nd Annual International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC), Helsinki, Finland, 2021, pp. 348-353, doi: 10.1109/PIMRC50174.2021.9569593.
17. Yerrapragada A. K., Gautam J. K. S A., Ganti R. K. Machine Learning Decoder for 5G NR PUCCH Format 0 // 2023 National Conference on Communications (NCC), Guwahati, India, 2023, pp. 1-6, doi: 10.1109/NCC56989.2023.10067950.
18. Lapin V., Veyler A. Error Rate Performance Analysis of the 5G New Radio Physical Uplink Control Channel // 2022 International Conference on Modern Network Technologies (MoNeTec), Moscow, Russian Federation, 2022, pp. 1-7, doi: 10.1109/MoNeTec55448.2022.9960750.
19. 3GPP TS 136.213 V10.1.0 (2011-04), "LTE; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical layer procedures."
20. Kay S. Fundamentals of Statistical Signal Processing. Vol. 2: Detection Theory, Prentice-Hall, 1998.
21. Brandwood D. A complex gradient operator and its application in adaptive array theory // Proc. Inst. Elect. Eng., vol. 130, pp. 11-16, Feb. 1983.
22. Kay S. Fundamentals of Statistical Signal Processing. Vol. 1: Estimation Theory, Prentice-Hall, 1993.

THE PUCCH DETECTOR EMPHASIZED ON RECEIVE DIVERSITY

Mikhail B. Skoptsov, LabSystems LLC, Vladimir, Russia, mikhail.skoptsov@lab-systems.ru

Sergey G. Mosin, Kazan Federal University, Kazan, Russia;

LabSystems LLC, Vladimir, Russia, smosin@ieee.org

Dmitry A. Perepelkin, Ryazan State Radio Engineering University, Ryazan, Russia, perepelkin.d.a@rsreu.ru

Abstract

The increase in throughput and capacity of fourth generation (4G) and fifth generation (5G) communication networks is achieved through the complexity of the radio frequency (RF) path to maximize the efficient utilization of the communication channel bandwidth. Along with useful signals and messages, this RF path also contains interference of various types and noise. Sources of noise may include neighboring user devices and other cells. Reliable detection and decoding of control and channel state information messages in the Physical Uplink Control Channel (PUCCH) are essential for the stable operation of 4G and 5G communication systems. Increasing the number of receive antennas enhances the system's interference resistance; however, when interference across the receive antennas is correlated, the classical signal-combining rules may lead to false detections. The probability of false detection becomes a function of the statistical characteristics of the radio environment and, in general, is unpredictable, reducing the efficiency of computational and radio resource utilization in the system. Neglecting noise statistics further lowers the probability of successful signal detection. In this work, a system model of the detector is formulated within the framework of classical detection and estimation theory. Modified IRC-, CHOL-, and GLRT-based methods are proposed to address the issue of false detection in the diversity reception of PUCCH signals. Detection conditions for the PUCCH channel are defined for the three proposed detectors, ensuring a constant false detection probability that is independent of the propagation channel and noise characteristics. Numerical simulations of the proposed detectors were conducted. The obtained interference resistance results confirmed their compliance with the standard requirements and theoretical principles, demonstrating applicability in real-world cellular communication systems such as LTE, LTE-A, and NR.

Keywords: LTE, receive diversity, false detection, PUCCH detectors, interference resistance

References

- [1] 3GPP TS 136.104 V15.3.0 (2018-07), "LTE; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Base Station (BS) radio transmission and reception."
- [2] D. V. Krutin, M. A. Kislyakov, S. G. Mosin, "Methods of evaluation of the communication link quality. WCDMA technology," *Journal of Instrument Engineering*, vol. 55, no. 5, pp. 12-15, 2012 (in Russian).
- [3] V. V. Kuptsov, O. A. Shmonin, S. N. Trushkov and A. S. Mikhailova, "Parametric algorithm for predicting the channel characteristics for high-mobility users in the LTE communication system," *Radiophysics and Quantum Electronics*, vol. 63, no. 4, pp. 310-320, 2020.
- [4] V. O. Tikhvinskiy, S. V. Terentiev, I. V. Minaev, "Spectrum efficiency of UMTS and LTE," *Bulletin of Russian Academy of Natural Sciences*, vol. 8, no. 1, pp. 21-27, 2008 (in Russian).
- [5] V. A. Fadeev, Sh. V. Zaidullin, Z. S. Fadeeva, A. F. Nadeev, "Monitoring system for LTE-A cellular communication network accessibility indicators," *T-Comm*, vol. 15, no.3, pp. 4-16, 2021 (in Russian).

- [6] Y. Hu, D. Astely, R. Baldemair and S. Falahati, "Semi-Blind Multi-User Detection for LTE PUCCH," *2009 IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, Budapest, Hungary, 2009, pp. 1-5, doi: 10.1109/WCNC.2009.4917962.
- [7] Y. Wu, D. Danev and E. G. Larsson, "On ACK/NACK messages detection in the LTE PUCCH with multiple receive antennas," *2012 Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Bucharest, Romania, 2012, pp. 994-998.
- [8] Y. Ohwatari, N. Miki, T. Asai, T. Abe and H. Taoka, "Performance of Advanced Receiver Employing Interference Rejection Combining to Suppress Inter-Cell Interference in LTE-Advanced Downlink," *2011 IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Fall)*, San Francisco, CA, USA, 2011, pp. 1-7, doi: 10.1109/VETEFC.2011.6093196.
- [9] M. Assaf, O. G. Ponomarev, "The PUCCH format 0 detection algorithm modification in the fifth-generation new radio," *Digital Signal Processing*, no. 3, pp. 44-49, 2021 (in Russian).
- [10] Y. L'ost, M. Abdi, R. Richter and M. Jeschke, "Interference rejection combining in LTE networks", *Bell Labs Tech. J.*, vol. 17, no. 1, pp. 25-50, 2012
- [11] T. H. Phuoc Nguyen, H. Nguyen and B. Khuc, "Performance Evaluation of Channel Estimation Methods for 5G NR Uplink Control Channel in the Scenario of Low Signal-to-Noise Ratios," *2022 International Conference on Advanced Technologies for Communications (ATC)*, Ha Noi, Vietnam, 2022, pp. 18-22, doi: 10.1109/ATC55345.2022.9943012.
- [12] S. Tadavarty and N. K. Chavali, "Performance Analysis of 5G NR PUCCH Format 0 Receiver," *2021 IEEE 18th India Council International Conference (INDICON)*, Guwahati, India, 2021, pp. 1-5, doi: 10.1109/INDICON52576.2021.9691557.
- [13] Y. -H. Kim, H. Ju, C. B. Jeong and M. -S. Lee, "Performance comparison of DTX detection schemes for 5G NR PUCCH," *2020 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC)*, Jeju, Korea (South), 2020, pp. 1391-1394, doi: 10.1109/ICTC49870.2020.9289538.
- [14] Y. -H. Kim, H. Ju, I. -J. Chun, C. B. Jeong and M. -S. Lee, "Design of Low-latency Synthesizable PUCCH Demodulation Unit Using Simulink HDL Coder," *2021 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC)*, Jeju Island, Korea, Republic of, 2021, pp. 1387-1389, doi: 10.1109/ICTC52510.2021.9620844.
- [15] W. Luo, C. Liu, X. Wu and H. Long, "A PUCCH Coverage Enhancement Scheme for 5G/6G Wireless Communications," *2023 IEEE 97th Vehicular Technology Conference (VTC2023-Spring)*, Florence, Italy, 2023, pp. 1-5, doi: 10.1109/VTC2023-Spring57618.2023.10201064.
- [16] Y. Qin and R. -A. Pitaval, "Enhanced 5G PUCCH using Non-Coherent Constellations with Low-Complexity Detection," *2021 IEEE 32nd Annual International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, Helsinki, Finland, 2021, pp. 348-353, doi: 10.1109/PIMRC50174.2021.9569593.
- [17] A. K. Yerrapragada, J. K. S. A. Gautam and R. K. Ganti, "Machine Learning Decoder for 5G NR PUCCH Format 0," *2023 National Conference on Communications (NCC)*, Guwahati, India, 2023, pp. 1-6, doi: 10.1109/NCC56989.2023.10067950.
- [18] V. Lapin and A. Veyler, "Error Rate Performance Analysis of the 5G New Radio Physical Uplink Control Channel," *2022 International Conference on Modern Network Technologies (MoNeTec)*, Moscow, Russian Federation, 2022, pp. 1-7, doi: 10.1109/MoNeTec55448.2022.9960750.
- [19] 3GPP TS 136.213 V10.1.0 (2011-04), "LTE; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical layer procedures."
- [20] S. Kay, "Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume 2: Detection Theory," Prentice-Hall, 1998.
- [21] D. Brandwood, "A complex gradient operator and its application in adaptive array theory," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 130, pp. 11-16, Feb. 1983.
- [22] S. Kay, "Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume 1: Estimation Theory," Prentice-Hall, 1993.

Information about authors:

Mikhail B. Skoptsov, LabSystems LLC, an engineer in mathematical modeling, Vladimir, Russia

Sergey G. Mosin, Kazan Federal University, Professor, Kazan, Russia; LabSystems LLC, Deputy Director General, Vladimir, Russia

Dmitry A. Perepelkin, Ryazan State Radio Engineering University, Dean, Ryazan, Russia

ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ И РАБОТА НА РАССОГЛАСОВАННУЮ НАГРУЗКУ ПРИ НЕПОСРЕДСТВЕННОМ СУММИРОВАНИИ КЛЮЧЕВЫХ ГЕНЕРАТОРОВ В ПЕРЕДАТЧИКАХ С ДЕФАЗИРОВАНИЕМ

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-3-13-23

Нго Куок Фунг,*Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия, quocphung47@gmail.com***Громорушкин Виктор Николаевич,***Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия, grom@mtuci.ru***Варламов Олег Витальевич,***Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия, vov@mtuci.ru***Manuscript received** 20 January 2025;**Accepted** 18 February 2025**Ключевые слова:** ВЧ усилитель мощности, метод дефазирования, ключевой режим работы, класс D, непосредственное суммирование

В статье проводится анализ динамических режимов работы при непосредственном суммировании ключевых генераторов в передатчиках с дефазированием с учетом паразитных емкостей, в частности, выходных, имеющихся у реальных MOSFET и GaN HEMT транзисторов. На основании проведенного компьютерного анализа показано, что с помощью канальных корректирующих индуктивностей можно снизить уровень комбинационных искажений усилителя мощности с дефазированием (УМДФ), вызванных паразитной амплитудно-фазовой конверсией, на 25...40 дБ, доведя общий уровень искажений до величины минус 52...57 дБ. Показано, что выходные емкости транзисторов оконечного каскада вызывают ухудшение качественных характеристик УМДФ, что требует увеличения проводимостей корректирующих канальных индуктивностей. Предложенная методика расчета позволяет определить их величину в зависимости от выходных емкостей выбранных транзисторов и рабочей частоты с учетом диапазонной работы. Проведенный анализ влияния рассогласования общей нагрузки УМДФ показал, что ёмкостное рассогласование нагрузки приводит к значительному ухудшению энергетических и качественных характеристик. На основании выявленных закономерностей предложен метод компенсации ёмкостного рассогласования с помощью параллельной компенсирующей индуктивности на входе фильтра гармоник. Разработана графо-аналитическая методика расчета компенсирующей индуктивности, обеспечивающая отсутствие ёмкостной проводимости при заданном КСВ нагрузки.

Информация об авторах:*Нго Куок Фунг, аспирант кафедры "Радиооборудование и схемотехника", Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия**Громорушкин Виктор Николаевич, к.т.н., с.н.с., Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия**Варламов Олег Витальевич, д.т.н., профессор кафедры "Радиооборудование и схемотехника", Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия***Для цитирования:***Нго К.Ф., Громорушкин В.Н., Варламов О.В. Динамические режимы и работа на рассогласованную нагрузку при непосредственном суммировании ключевых генераторов в передатчиках с дефазированием // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №3. С. 13-23.***For citation:***Q.F. Ngo, V.N. Gromorushkin, O.V. Varlamov, "Outphasing transmitters with switching generators direct summation: dynamic modes and mismatched load operation," T-Comm, 2025, vol. 19, no.3, pp. 13-23. (in Russian)*

Введение

Статья продолжает ряд исследований, начатых авторами в [1] по анализу работы ключевых генераторов (КГ) [2, 3] при их непосредственном суммировании [4, 5] в передатчиках с дефазированием [6-9]. Как показал наукометрический анализ, выполненный по методикам [10, 11], данная тематика не рассмотрена в научно-технической литературе. Вместе с тем, как показано в [12], метод дефазирования, в отличие от метода раздельного усиления составляющих, не имеет принципиальных ограничений на полосу модулирующих частот, ограниченную модулирующим трактом [13-18]. Он также имеет наибольший потенциал при комбинировании синтетических методов высокоэффективного усиления [19] для применения в передающих устройствах перспективных сетей связи и вещания [20-23].

Особенности работы ключевых генераторов не совсем привычны для разработчиков, традиционно использующих режимы А, АВ, В или С, а также проектировщиков аппаратуры СВЧ, где условие передачи максимальной мощности – это согласование сопротивлений источника и нагрузки. КГ с переключением напряжения (ПН) представляет собой генератор напряжения с низким выходным сопротивлением. И установка параллельно его выходу индуктивности, как предложено в [1], в усилителе с дефазированием немного ухудшает КПД и увеличивает пик-фактор по току, но спасает от увеличения искажений и резкого ухудшения параметров при рассогласовании канальных усилителей, свойственной структуре с непосредственным сложением мощностей.

В данной статье проводится анализ динамических режимов работы с учетом паразитных емкостей, в частности, выходных, имеющихся у реальных MOSFET и GaN HEMT транзисторов. Кроме того, весьма важным представляется проведенное исследование режимов работы усилителя мощности с дефазированием (УМДФ) при рассогласовании общей нагрузки, что также определяет дополнительные требования на параметры активных элементов и применяемые схемотехнические решения.

1 Динамический режим работы УМДФ

Для получения количественных оценок влияния величины корректирующей индуктивности L_{kk} на уровень комбинационных искажений в УМДФ были проведены исследования модели (рис. 1) в динамическом режиме – при формировании двухтонового сигнала. В качестве канальных сигналов использовались два моногармонических синусоидальных напряжения с частотами 525 и 475 кГц. Такая модель канальных сигналов существенно отличается от реальных широкополосных сигналов и не выявляет искажений, возникающих в УМДФ вследствие амплитудной и фазовой асимметрии канальных сигналов. Однако влияние взаимодействия канальных генераторов при их работе на общую нагрузку, что, как было показано в [1], выражается в появлении паразитной амплитудно-фазовой конверсии (АФК), такая модель отражает в полной мере.

В рассматриваемом случае левое плечо оконечного каскада УМДФ (рис. 1) возбуждалось прямоугольными импульсами с частотой 525 кГц и выбранной величиной $\tau_{вх}$, а правое плечо – с частотой 475 кГц. Эти импульсы сформированы программным способом в среде «Micro-Cap 12» из

исходного синусоидального напряжения. При этом колебательный контур оставался настроенным на центральную частоту 500 кГц.

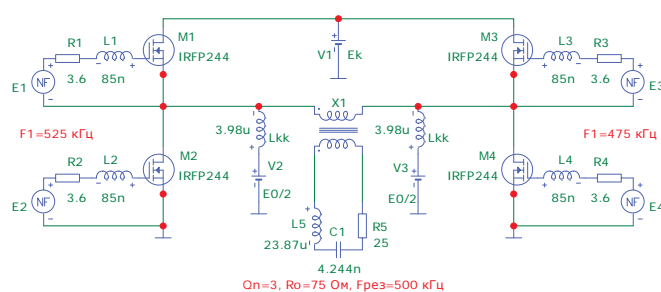


Рис. 1. Модель оконечного каскада УМДФ с корректирующими индуктивностями L_{kk}

Отметим, что в этой модели канальная нагрузка каждого генератора на одном полупериоде двухтонового сигнала имеет емкостный характер, а на другом – индуктивный.

По вычисленному спектру сигнала в нагрузке определяется уровень комбинационных искажений по отношению к одному из тонов. Результаты компьютерного моделирования приведены в таблице 1.

Таблица 1

Уровень комбинационных искажений при различных корректирующих индуктивностях

L_{kk} , мкГн	2	3	3.98	5	6	8	9.1	11.4	16	отсутствует
X_{Lkk} , Ом	6.25	9.42	12.5	15.7	18.85	25	28.6	36	50	бесконечно
$ B_{Lkk}/G_H $	4	2.652	2	1.592	1.326	1	0.874	0.694	0.5	0
$\tau_{вх} = 135^\circ$										
$K_{ГЗ}$, дБ	-57.5	-54	-52.5	-49	-43	-19	-16	-13	-11	-7
$\tau_{вх} = 175^\circ$										
$K_{ГЗ}$, дБ	-56	-52.5	-52.6	-51	-44	-34	-30.5	-26	-22	-20
$\tau_{вх} = 180^\circ$										
$K_{ГЗ}$, дБ	-56	-53	-52	-50	-43	-34	-31	-28	-26	-25
$\tau_{вх} = 183^\circ$										
$K_{ГЗ}$, дБ	-57	-52.5	-53	-51	-46	-37	-35	-33	-31.5	-30

Графические зависимости уровня комбинационных искажений $K_{ГЗ}$ от величины нормированной проводимости корректирующей индуктивности $|B_{Lkk}/G_H|$ при различных значениях $\tau_{вх}$ возбуждающих импульсов приведены на рисунке 2.

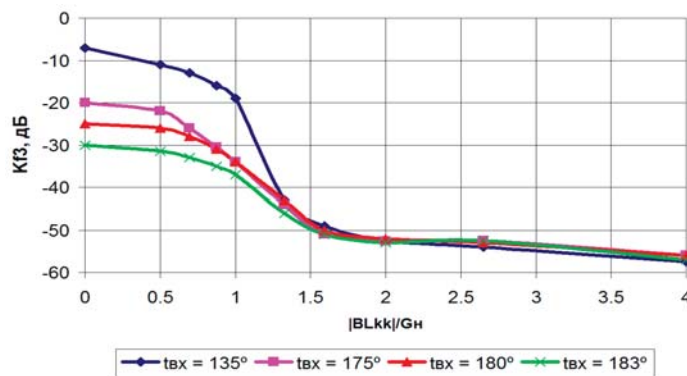


Рис. 2. Зависимость уровня комбинационных искажений от нормированной проводимости корректирующей индуктивности L_{kk}

Из приведенных графиков видно, что при отсутствии корректирующей индуктивности при всех значениях $\tau_{вх}$ уровень искажений максимален. При этом искажения растут с уменьшением величины $\tau_{вх}$. Это связано с тем, что, как было показано в [1], девиация паразитной АФК при дефазировании уменьшается с приближением $\tau_{вх}$ к величине π .

С увеличением проводимости корректирующей индуктивности до рекомендованной в [1] величины $|B_{Lkk}|/G_n = 2$ комбинационные искажения при всех величинах $\tau_{вх}$ снижаются до уровня $K_{\text{вх}}$ ниже ≈ -52 дБ. Дальнейшее увеличение проводимости корректирующей индуктивности нецелесообразно, поскольку практически не приводит к снижению комбинационных искажений. Очевидно, что величины искажений на двухтоновом сигнале и при использовании OFDM будут отличаться в силу разной статистики распределения амплитуд огибающих [13, 18]. Тем не менее, отмеченные тенденции с достаточно четко выраженным граничным эффектом позволяют сделать вывод об универсальности предложенного решения.

Необходимо отметить, что с увеличением рабочей частоты для достижения того же уровня искажений требуется увеличение проводимости L_{kk} по сравнению с рекомендованной в [1] величиной, что объясняется влиянием выходных емкостей транзисторов. Для уточнения требуемой величины L_{kk} при диапазонной работе УМДФ в следующем разделе проводится анализ влияния выходных емкостей транзисторов на режим работы канальных генераторов и, соответственно, на качественные характеристики УМДФ в целом.

2 Влияние выходных емкостей транзисторов на качественные характеристики УМДФ

Проведенный в [1] теоретический анализ основывался на модели транзистора, в которой не учитывалось влияние его выходной емкости, а выходное напряжение канальных генераторов представлялось в виде меандра. Однако в предыдущем разделе, посвященном компьютерному моделированию режима работы оконечного каскада УМДФ при использовании более сложной модели транзистора, отмечалось, что из-за влияния выходных емкостей транзисторов напряжения канальных сигналов имеют конечные длительности фронтов даже на относительно низких рабочих частотах.

Будем считать, что в режиме недокрытия во время фронтов канальных сигналов оба ключа (транзистора) канального генератора с переключением напряжения и фильтровой нагрузкой (далее – ПНФ) находятся в разомкнутом состоянии. Переключение транзисторов (комбинация: ключ+диод подложки), как было показано ранее, производится реактивной (мнимой) составляющей канального тока, поскольку активная (действительная) составляющая на интервалах недокрытия близка к нулю.

Рассмотрим процесс переключения в случае, когда канальная нагрузка, в соответствии с разработанными в [1] рекомендациями, носит индуктивный характер (используются корректирующие индуктивности L_{kk}). В соответствии со схемой (рис. 1), будем учитывать, что выходная емкость транзисторов $C_{\text{вых}}$ включена параллельно каждому ключу.

Интервал недокрытия в окрестностях точки $\tau=0$. Транзисторы $M1, M2$ разомкнуты, мнимая составляющая канального тока нагрузки протекает через суммарную емкость двух

транзисторов, заряжая ее. При этом напряжение на выходе левого по схеме канального генератора нарастает от нуля до величины $+E_k$. Диод подложки в $M1$ откроется только после того, как выходное напряжение превысит величину $+E_k$.

Интервал недокрытия в окрестностях точки $\tau=\pi$. Транзисторы $M1, M2$ разомкнуты, мнимая составляющая канального тока нагрузки протекает через суммарную емкость двух транзисторов, разряжая ее. При этом напряжение на выходе левого по схеме канального генератора падает от величины $+E_k$ до нуля. Диод подложки в $M2$ откроется только после того, как выходное напряжение станет отрицательным.

Таким образом, на обоих интервалах недокрытия происходят одинаковые процессы перезаряда выходных емкостей транзисторов. Важно отметить, что эти процессы проходят без коммутативных потерь, поскольку определяются индуктивными токами, ограниченными по амплитуде.

Определим время t_{ϕ} , необходимое для перезаряда выходных емкостей двух транзисторов от нулевого напряжения до напряжения $+E_k$ реактивным током канальной нагрузки I_m . При этом будем полагать, что процесс перезаряда происходит за достаточно короткое время, в течение которого мгновенное значение гармонического тока нагрузки не успевают измениться и равно амплитуде мнимой (индуктивной) составляющей. Воспользуемся известным соотношением [24]:

$$t_{\phi} = \frac{2 \cdot C_{\text{вых}} \cdot E_k}{I_m}, \quad (1)$$

где: E_k – напряжение питания ключевого генератора; $C_{\text{вых}}$ – выходная емкость одного транзистора; I_m – амплитуда мнимой составляющей канального тока.

Из выражения (1) следует, что длительность фронта t_{ϕ} выходного напряжения канального генератора увеличивается при увеличении напряжения питания E_k и выходной емкости $C_{\text{вых}}$ используемых транзисторов, а также при уменьшении индуктивной составляющей канального тока I_m , которой перезаряжаются емкости транзисторов.

Выявленная зависимость длительности фронтов от величины индуктивной составляющей канального тока приводит к нелинейным искажениям выходного сигнала УМДФ. Действительно, в динамическом режиме (при дефазировании) реактивная проводимость канальной нагрузки и ток изменяются с изменением фазового сдвига ϕ . Это приводит к тому, что синхронно с изменением амплитуды выходного сигнала УМДФ, изменяется форма импульсов (длительность фронтов) канальных сигналов. В соответствии с этим, при изменении ϕ изменяется содержание первой гармоники в канальных сигналах и ее фаза.

Отметим, что абсолютная величина длительности фронтов (1) не зависит от рабочей частоты, а это означает, что относительная длительность фронтов (по отношению к периоду рабочей частоты) увеличивается с ростом рабочей частоты. При этом, соответственно, увеличивается и изменение их длительности при дефазировании, т.е. растет девиация паразитной фазовой модуляции (АФК).

Определим нормированную длительность фронтов $\tau_{\phi} = t_{\phi} \cdot \omega$ канальных напряжений, умножив правую и левую части выражения (1) на круговую рабочую частоту ω :

$$\tau_{\phi} = \frac{\omega \cdot 2 \cdot C_{\text{вых}} \cdot E_k}{I_m} \quad (2)$$

Изменение величины τ_{ϕ} в процессе дефазирования определяется разностью между максимальной и минимальной величинами τ_{ϕ} :

$$\Delta \tau_{\phi} = \omega \cdot 2 \cdot C_{\text{вых}} \cdot E_k \left(\frac{1}{I_{m \min}} - \frac{1}{I_{m \max}} \right) \quad (3)$$

где: $I_{m \min}$, $I_{m \max}$, соответственно, минимальная и максимальная амплитуды мнимой (индуктивной) составляющей канального тока на протяжении амплитудной характеристики (при изменении ϕ от 0 до 90°). Эти величины определяются произведением амплитуды первой гармоники канального напряжения (меандр) $U_1 = 2 \cdot E_k / \pi$ и мнимой составляющей проводимости канальной нагрузки $B_{\text{нк}} = I_m(G_{\text{нк}})$:

$$I_{m \min} = U_1 \cdot B_{\text{нк} \min} = B_{\text{нк} \min} \cdot 2 \cdot E_k / \pi, \quad (4)$$

$$I_{m \max} = U_1 \cdot B_{\text{нк} \max} = B_{\text{нк} \max} \cdot 2 \cdot E_k / \pi. \quad (5)$$

Подставив выражения (4) и (5) в (3), получим зависимость величины изменения длительности фронтов $\Delta \tau_{\phi}$ от изменения индуктивной составляющей проводимости канальной нагрузки:

$$\Delta \tau_{\phi} = \omega \cdot \pi \cdot C_{\text{вых}} \cdot \left(\frac{1}{B_{\text{нк} \min}} - \frac{1}{B_{\text{нк} \max}} \right) \quad (6)$$

Изменения реактивности канальной нагрузки существенно уменьшаются при подключении корректирующей индуктивности L_{kk} параллельно канальной нагрузке. При этом в соответствии с (6) снизится девиация длительности фронтов и, соответственно, уровень искажений выходного сигнала УМДФ.

Решив уравнение (6) относительно изменения реактивности канальной нагрузки, получим:

$$\left(\frac{1}{B_{\text{нк} \min}} - \frac{1}{B_{\text{нк} \max}} \right) = \frac{\Delta \tau_{\phi}}{\omega \cdot \pi \cdot C_{\text{вых}}} \quad (7)$$

Соотношение (7) определяет максимальную допустимую девиацию индуктивной проводимости канальной нагрузки ($B_{\text{нк} \min}$, $B_{\text{нк} \max}$) обеспечивающую заданную девиацию длительности фронтов $\Delta \tau_{\phi}$. Отметим, что девиация относительной длительности фронтов $\Delta \tau_{\phi}$ определяет паразитную девиацию фазы канальных сигналов (АФК). Как было показано выше, при индуктивном характере нагрузки фронты (передний и задний) выходного канального напряжения начинаются в моменты прихода задних фронтов возбуждающего напряжения на входе (затворах) соответствующего канального генератора. На рисунке 3 приведены эпюры, поясняющие эти особенности режима работы канального генератора ПНФ в режиме недокрытия в составе оконечного каскада УМДФ.

На эпюре рис. 3,а,б приведены отпирающие импульсы на затворах транзисторов М2 и М1 в схеме (рис. 1). На эпюрах рис. 3,в,г,д приведены эпюры выходного канального напряжения при различных длительностях фронтов $\tau_{\text{вх}}$.

Из приведенных эпюров следует, что изменение длительности фронтов выходного напряжения приводит к паразитной девиации фазы первой гармоники канального напряжения.

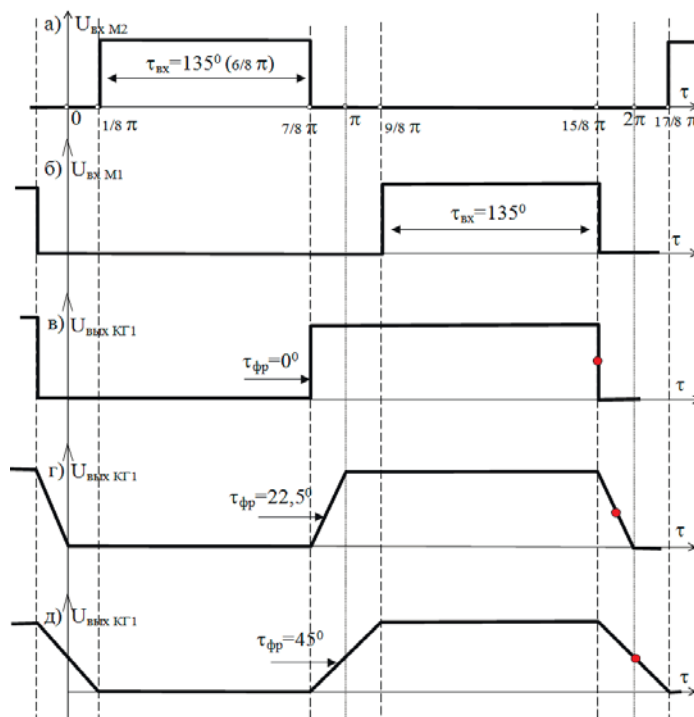


Рис. 3. Эпюры напряжений в ОК УМДФ при недокрытии $\tau_{\text{вх}} = 135^\circ$:

- а) возбуждающие импульсы транзистора М2;
- б) возбуждающие импульсы транзистора М1;
- в) выходное напряжение канального генератора КГ1 при $\tau_{\text{фр}} = 0^\circ$;
- г) выходное напряжение канального генератора КГ1 при $\tau_{\text{фр}} = 22,5^\circ$;
- д) выходное напряжение канального генератора КГ1 при $\tau_{\text{фр}} = 45^\circ$.

Действительно, красная точка, изображенная на задних фронтах выходного напряжения первого канала, лежащая на уровне 0,5 от амплитуды импульса, смещается по фазе с ростом длительности фронта. Причем фазовый сдвиг составляет половину длительности фронта, а его девиация соответственно $\Delta \tau_{\text{фр}}/2$. Поскольку изменение длительности фронтов связано с мгновенной амплитудой формируемого (выходного) напряжения УМДФ, то появляется паразитная фазовая модуляция, приводящая к известным комбинационным искажениям [2]. Для достижения уровня комбинационных искажений порядка минус 32...38 дБ, необходимо обеспечить девиацию фазы выходного сигнала не более 8...4 градусов [2].

Отметим, что при работе УМДФ проводимости канальных нагрузок имеют комплексно сопряженный характер, поэтому паразитные девиации фазы, вызванные изменением длительности фронтов канальных сигналов, складываются. Таким образом, суммарная девиация паразитной АФК ($\Delta \phi_{\text{АФК}}$) равна $\Delta \tau_{\phi}$. В соответствии с этим, уравнение (7) можно переписать в виде неравенства:

$$\left(\frac{1}{B_{\text{нк} \min}} - \frac{1}{B_{\text{нк} \max}} \right) \leq \frac{\Delta \phi_{\text{АФК}}}{\omega \cdot \pi \cdot C_{\text{вых}}} \quad (8)$$

Полученное неравенство (8) имеет важное практическое значение, поскольку позволяет выбрать тип транзисторов и

режим работы канальных генераторов УМДФ, обеспечивающих девиацию паразитной АФК не более заданной величины $\Delta\phi_{АФК}$.

Однако, необходимо помнить, что реактивная составляющая проводимости канальной нагрузки при дефазировании изменяется от нуля (минимальное значение $-B_{нк\ min}=0$) до максимального значения $B_{нк\ max}=G_n$ – проводимость общей нагрузки УМДФ. В связи с этим неравенство (8) практически не может быть выполнено, поскольку его левая часть обращается в бесконечность (оно может выполняться либо при нулевой рабочей частоте $\omega=0$, либо при нулевой выходной емкости транзистора $C_{вых}=0$).

Для того, чтобы неравенство (8) выполнялось в диапазоне рабочих частот при использовании реальных транзисторов, необходимо увеличить минимальную проводимость $B_{нк\ min}$ путем установки дополнительной индуктивности L_d .

При этом необходимо помнить, что чрезмерно большая проводимость L_d (больше, чем необходимо для выполнения неравенства (8)) приведет к увеличению реактивных токов через транзисторы, что, в свою очередь, вызывает дополнительные потери мощности на $r_{нас}$ замкнутых ключей.

Таким образом, недостаточная проводимость дополнительных индуктивностей приводит к возрастанию искажений выше требуемого уровня, а избыточная проводимость L_d – к перегрузке транзисторов по току и дополнительным потерям.

На требуемую величину индуктивной проводимости канальной нагрузки существенное влияние оказывает способ формирования канальных сигналов [25]. Как было показано в [1], наиболее предпочтительным с точки зрения энергетических характеристик УМДФ является знакопостоянный алгоритм работы ФКС. Тем не менее, необходимо провести исследование влияния выходных емкостей транзисторов для обоих случаев.

2.1 Знакопостоянная фазовая модуляция канальных сигналов

Как показано в [1], в этом случае ФКС формирует канальные сигналы таким образом, что один из них всегда отстает по фазе от другого, и корректирующая индуктивность $L_{кк}$ должна устанавливаться только в отстающий канал. При этом установка $L_{кк}$ с проводимостью G_n приведет лишь к компенсации емкостной составляющей канальной проводимости (рис. 4). Однако минимальные индуктивные проводимости ($B_{нк\ min}$) в обоих каналах по-прежнему остаются нулевыми.

В этом случае для выполнения неравенства (8) необходимо добавить одинаковые индуктивные проводимости B_{Ld} в оба канала. При этом в отстающем канале окажутся установлены две индуктивности ($L_{кк}$ и L_d), а в опережающем канале только L_d . Графические зависимости канальных проводимостей от величины ϕ для этого случая приведены на рисунке 5.



Рис. 4. Нормированные реактивные каналные проводимости. В отстающем канале добавлена корректирующая индуктивная проводимость $B_{Lкк} = -jG_n$; опережающий канал без коррекции

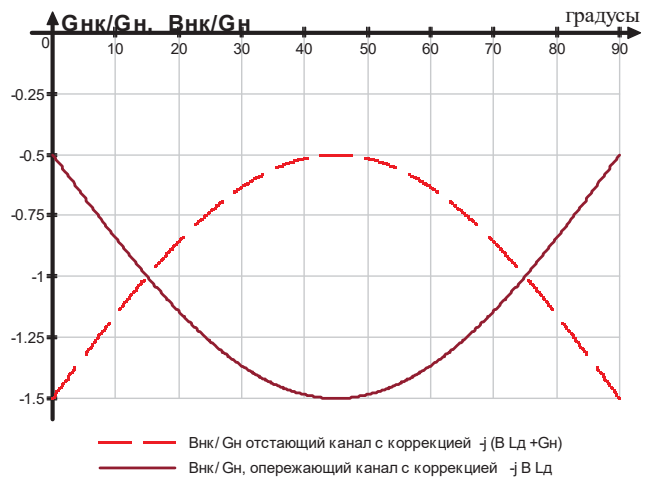


Рис. 5. Нормированные реактивные каналные проводимости. В отстающем канале к $L_{кк}$ добавлена дополнительная индуктивная проводимость $B_{Ld} = -j \cdot 0,5 \cdot G_n$, суммарная проводимость $-j(B_{Ld} + B_{Lкк})$; в опережающем канале установлена только дополнительная индуктивная проводимость $-jB_{Ld}$

Для того, чтобы определить необходимую величину B_{Ld} , представим неравенство (8) в виде:

$$\left(\frac{1}{B_{Ld}} - \frac{1}{B_{Ld} + G_n} \right) \leq \frac{\Delta\phi_{АФК}}{\omega \cdot \pi \cdot C_{вых}} \quad (9)$$

Введем понятие нормированной дополнительной индуктивной проводимости g относительно общей проводимости нагрузки УМДФ.

$$g = B_{Ld} / G_n \quad (10)$$

Подставив (10) в (9) и умножив обе части неравенства на положительную величину G_n , получим неравенство вида:

$$\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{g+1} \right) \leq \frac{\Delta\phi_{АФК} \cdot G_n}{\omega \cdot \pi \cdot C_{вых}} \quad (11)$$

Решив полученное неравенство относительно нормированной дополнительной индуктивной проводимости g , с учетом того, что все переменные имеют действительные положительные значения, получим:

$$g \geq -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{\omega \cdot \pi \cdot C_{\text{вых}}}{\Delta\phi_{\text{АФК}} \cdot G_n} \right)^2}, \quad (12)$$

где $g = B_{L_d} / G_n$.

Неравенство (12) определяет минимальную нормированную проводимость корректирующей индуктивности g , необходимую для снижения паразитной девиации фазы выходного сигнала ($\Delta\phi_{\text{АФК}}$) до заданной величины. В качестве параметров в полученное выражение входят: выходная емкость используемых транзисторов $C_{\text{вых}}$, рабочая частота ω и проводимость нагрузки УМДФ G_n . Отметим, что из полученного выражения (12) также, как и из выражения (8), следует, что при $\omega=0$, либо при $C_{\text{вых}}=0$ проводимость дополнительной индуктивности может быть нулевой. При этом отсутствие искажений в выходном сигнале УМДФ обеспечивается установленной в отстающий канал индуктивностью $L_{\text{кк}}$.

2.2 Знакопеременная фазовая модуляция канальных сигналов

Рассмотрим теперь случай, когда ФКС формирует канальные сигналы таким образом, что они поочередно то отстают, то опережают по фазе друг друга. Именно такой алгоритм реализуется, когда в качестве модели канальных сигналов используются два моногармонических сигнала.

В этом случае в каждом из каналов проводимость нагрузки имеет попеременно то ёмкостный, то индуктивный характер, и для компенсации ёмкостной составляющей проводимости необходимо установить корректирующие индуктивности $L_{\text{кк}}$ с проводимостью G_n в оба канала. При этом оба канала при дефазировании будут иметь только индуктивную составляющую проводимости нагрузки, которая изменяется в пределах от $B_{\text{min}} = 0$ до $B_{\text{max}} = 2 \cdot G_n$.

Как было показано в предыдущем разделе, при $C_{\text{вых}} > 0$ и $\omega > 0$ нулевая реактивная проводимость $B_{\text{min}} = 0$ не позволяет обеспечить приемлемые качественные параметры УМДФ и здесь также необходимо установить дополнительные индуктивности L_d в оба канала. При этом минимальная индуктивная проводимость в каждом канале составит $B_{\text{min}} = B_{L_d}$, а максимальная, соответственно, $B_{\text{max}} = 2 \cdot G_n + B_{L_d}$. Подставив эти значения в выражение (8) и воспользовавшись понятием нормированной проводимости (10), получим новое неравенство для случая знакопеременной фазовой модуляции канальных сигналов:

$$\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{g+2} \right) \leq \frac{\Delta\phi_{\text{АФК}} \cdot G_n}{\omega \cdot \pi \cdot C_{\text{вых}}}. \quad (13)$$

Решая это неравенство относительно g , получим:

$$\tilde{g} \geq -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot \omega \cdot \pi \cdot C_{\text{вых}}}{\Delta\phi_{\text{АФК}} \cdot G_n} \right)^2}, \quad (14)$$

где: $\tilde{g} = B_{L_d} / G_n$, нормированная проводимость, знак «тильда» над символом указывает на то, что неравенство (14) относится к случаю знакопеременной фазовой модуляции (в отличие от неравенства (12)).

Сравнивая выражения (12) и (14), отметим, что при знакопеременном алгоритме работы ФКС для устранения влияния выходных емкостей транзисторов на качественные характеристики УМДФ требуется увеличенная проводимость дополнительных индуктивностей L_d . Это приводит к дополнительному увеличению реактивных токов через транзисторы канальных усилителей.

Необходимо отметить, что при работе УМДФ в диапазоне частот результирующие канальные индуктивности рекомендуется выполнять переключаемыми вместе с фильтрами, а их величину (равную параллельному соединению $L_{\text{кк}}$ и L_d) рассчитывать для верхней рабочей частоты каждого поддиапазона. Однако необходимо помнить, что в этом случае токи транзисторов будут принимать максимальные значения при работе на нижней частоте поддиапазона, где проводимости канальных индуктивностей максимальны.

3 Анализ режима работы УМДФ при рассогласовании нагрузки

Известно, что допустимое рассогласование нагрузки (отклонение импеданса нагрузки от номинального значения) задается интегральным параметром – величиной КСВ_н (или КБВ_н = 1/КСВ_н). Причем любому значению КСВ_н соответствует бесконечное множество комбинаций активной и реактивной составляющих импеданса нагрузки. Совершенно очевидно, что эти возможные комбинации будут влиять на энергетические характеристики ключевого генератора различным образом [2].

В случае работы ключевого генератора ПНФ в составе УМДФ ситуация еще более сложная, поскольку его канальная нагрузка претерпевает значительное рассогласование, вызванное дефазированием, на которое накладывается рассогласование общей нагрузки. Это приводит не только к изменению энергетических характеристик УМДФ, но и изменению уровня комбинационных (нелинейных) искажений. Действительно, как было показано выше, для обеспечения приемлемого уровня искажений на выходах канальных генераторов необходимо включить дополнительные индуктивные проводимости. Комплексное рассогласование общей нагрузки УМДФ может уменьшить величину результирующей индуктивной проводимости канальной нагрузки, что приведет к возрастанию искажений выходного сигнала.

Рассмотрим подробнее влияние рассогласования нагрузки на энергетические и качественные характеристики УМДФ.

Энергетические характеристики УМДФ. Как было показано ранее, ток в общей нагрузке УМДФ определяется произведением первой гармоники выходного напряжения на проводимость нагрузки. В общем случае рассогласованной нагрузки представим ее комплексную проводимость Y_n^* в виде:

$$Y_n^* = G_n + \Delta G_n + j \cdot B_n = |Y_n^*| \cdot e^{j\psi}, \quad (15)$$

где: G_n – номинальное значение проводимости нагрузки; ΔG_n – отклонение активной составляющей проводимости

нагрузки от номинального значения; $j \cdot B_n$ – реактивная составляющая проводимости нагрузки; $|Y_n^*|$ – модуль комплексной проводимости нагрузки; ψ – аргумент (фаза) комплексной проводимости нагрузки.

При этом ток, протекающий через нагрузку, будет иметь вид:

$$I_n^* = 2U \cdot |Y_n^*| \cdot \cos(\varphi) \cdot e^{j\psi}, \quad (16)$$

В выражении (16) аргумент ψ имеет значение фазового сдвига тока нагрузки относительно приложенного к ней выходного напряжения УМДФ (его первой гармоники).

Аналогично тому, как это было сделано для резистивной нагрузки, определим проводимости канальных нагрузок (Y_{k1} , Y_{k2}) при рассогласовании, поделив ток нагрузки (16), общий для обоих каналов, на соответствующее канальное напряжение:

$$Y_{k1}^* = \frac{2U \cdot |Y_n^*| \cdot \cos \phi \cdot e^{j\psi}}{U \cdot e^{j\phi}} = 2 \cdot |Y_n^*| \cdot \cos \phi \cdot e^{j(-\phi+\psi)}, \quad (17)$$

$$Y_{k2}^* = \frac{2U \cdot |Y_n^*| \cdot \cos \phi \cdot e^{j\psi}}{U \cdot e^{-j\phi}} = 2 \cdot |Y_n^*| \cdot \cos \phi \cdot e^{j(\phi+\psi)}. \quad (18)$$

Перейдя от показательной формы записи комплексной канальной проводимости к алгебраической форме с помощью формулы Эйлера, получим:

$$Y_{k1}^* = 2 \cdot |Y_n^*| \cdot \cos \phi \cdot \{ \cos(-\phi + \psi) + j \cdot \sin(-\phi + \psi) \}, \quad (17,а)$$

$$Y_{k2}^* = 2 \cdot |Y_n^*| \cdot \cos \phi \cdot \{ \cos(\phi + \psi) + j \cdot \sin(\phi + \psi) \}, \quad (18,а)$$

Анализируя полученные выражения, отметим весьма важные для практики особенности режима работы канальных усилителей при рассогласовании. Так, при комплексном рассогласовании нагрузки ($\psi \neq 0$) канальные проводимости перестают быть комплексно сопряженными. Их действительные и мнимые составляющие принимают различные значения. В тоже время модули канальных проводимостей равны между собой. Отсюда следует, что при равных канальных напряжениях модули (амплитуды) канальных токов также равны. Таким образом, предельные режимы работы транзисторов обоих канальных генераторов по току и напряжению (их максимальные значения) одинаковы в обоих каналах.

Отметим, что мнимые части канальных проводимостей в выражениях (17,а) и (18,а) включают в себя аргумент рассогласованной нагрузки ψ с одним и тем же знаком. Это означает, что если в проводимости общей нагрузки появляется, например, емкостная составляющая, то к канальным проводимостям обоих каналов также добавится емкостная проводимость.

Наличие множителей $\cos \phi$ в выражениях канальных проводимостей обеспечивает (как и в случае согласованной нагрузки УМДФ) максимальные модули проводимостей и, соответственно, максимальные токи каналов при синфазной работе ($\phi = 0$). При расфазировании модули проводимостей и, соответственно, токи каналов уменьшаются вплоть до нуля при противофазной ($\phi = 90^\circ$) работе каналов. Отсюда следует, что наиболее опасным, с точки зрения превышения предельных режимов транзисторов оконечного каскада

УМДФ, является режим синфазной работы ($\phi = 0$). Именно для случая синфазной работы необходимо проводить расчеты при проектировании УМДФ в условиях рассогласования. Если при $\phi = 0$ режимы транзисторов ОК УМДФ будут находиться в области безопасных режимов работы (ОБР), то при дефазировании ($\phi \neq 0$) они не выйдут из этой области. Отметим, что проектирование канальных генераторов ПНФ в режиме синфазной работы УМДФ должно производиться также, как и обычного генератора, работающего в условиях рассогласованной нагрузки.

Известно [26], что при емкостном рассогласовании проводимости нагрузки резко снижается КПД генератора ПНФ. Это связано с тем, что появляются инверсные токи через транзисторы, которые открывают инерционные диоды подложки в конце этапов проводимости ключей. В течение времени восстановления (запираия) диодов подложки в двухтактной схеме ПНФ протекают сквозные токи, снижающие КПД генератора. Индуктивное рассогласование проводимости нагрузки практически не изменяет энергетических характеристик ключевых генераторов ПНФ.

В свете этого представляется целесообразным применение таких схемотехнических решений, которые обеспечат отсутствие емкостной составляющей проводимости нагрузки при заданной величине рассогласования (КСВн).

На комплексной плоскости на рисунке 6 приведены возможные области изменения нормированных активной $\text{Re}(Y_n^*)$ и реактивной $\text{Im}(Y_n^*)$ составляющих проводимости нагрузки Y_n^* , ограниченные величиной $\text{КСВн} = 1,5$ (пунктирная окружность).

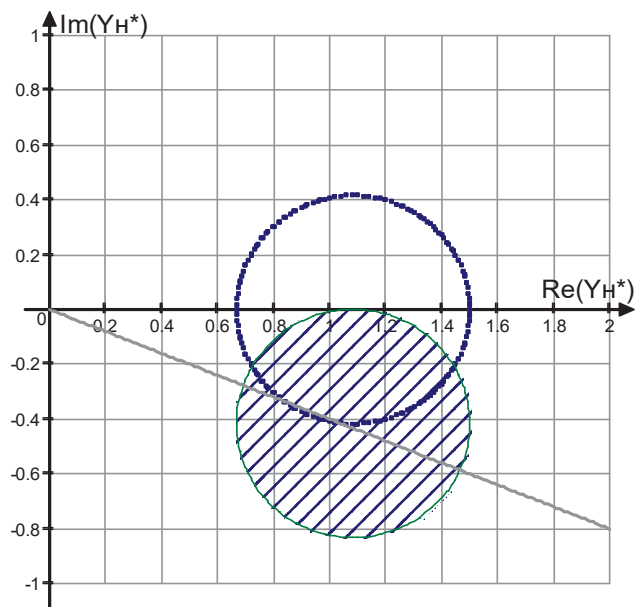


Рис. 6. Область изменения комплексной проводимости нагрузки: пунктирная окружность – при $\text{КСВн} = 1,5$; заштрихованная окружность - при $\text{КСВн} = 1,5$ и дополнительной индуктивной коррекции нагрузки с проводимостью $-jG_L$.

Отметим, что положительным значениям мнимой составляющей проводимости ($\text{Im}(Y_n^*) > 0$) соответствует емкостная проводимость. Отрицательным значениям мнимой составляющей проводимости ($\text{Im}(Y_n^*) < 0$) соответствует индуктивная проводимость.

Окружность КСВн, построенная на комплексной плоскости, имеет некоторые характерные точки, которые определяют ее размер и положение на плоскости [2]:

- левая точка пересечения окружности с действительной осью соответствует минимальной проводимости нагрузки и имеет абсциссу $Re_1(Y_n^*) = 1/KСВн$;

- правая точка пересечения окружности с действительной осью соответствует максимальной проводимости нагрузки и имеет абсциссу $Re_2(Y_n^*) = КСВн$.

Таким образом, радиус окружности h определяется величиной КСВн в соответствии с выражением:

$$h = 0,5 \cdot (КСВн - 1/КСВн).$$

При этом центр окружности располагается на действительной оси, правее точки «единицы», соответствующей номинальной проводимости и имеет абсциссу $Re_0(Y_n^*) = КСВн - h = КСВн - 0,5 \cdot (КСВн - 1/КСВн)$.

Как видно из рис. 6, максимально возможное значение емкостной проводимости при любом заданном КСВн равно радиусу окружности этого КСВн. Для того чтобы исключить возможность появления емкостной составляющей в проводимости нагрузки необходимо сместить всю окружность КСВн вниз (в область индуктивных проводимостей) на величину радиуса h . Для этого необходимо включить параллельно общей нагрузке УМДФ компенсирующую индуктивность с нормированной проводимостью $B_L = h = 0,5 \cdot (КСВн - 1/КСВн)$. При этом возможная область изменения проводимости нагрузки будет находиться в заштрихованной окружности на рисунке 6.

На рисунке 7 показана типовая схема выходной цепи радиопередатчика, включающая фильтр гармоник (ФГ), согласующее устройство (СУ) и антенно-фидерное устройство (АФУ).

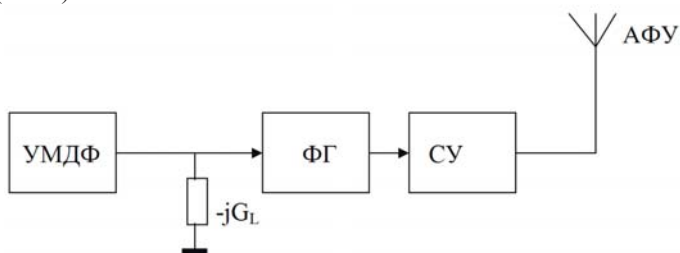


Рис. 7. Структура выходных цепей УМДФ, устраняющая емкостное рассогласование проводимости нагрузки.

На схеме обозначены: УМДФ – ключевой генератор с дефазированием; ФГ – фильтр гармоник; СУ – согласующее устройство; АФУ – антенно-фидерный тракт; jG_L – дополнительная индуктивная проводимость

Зачастую на практике АФУ имеет весьма плохое согласование ($КСВн > 3..5$) и для эффективной работы передатчика в состав выходных цепей включают согласующие устройство (СУ), которое улучшает согласование, как правило, до $КСВн \leq 1,5$. СУ обычно устанавливается после фильтра (поскольку для его корректной работы необходим низкий уровень гармоник проходящего радиосигнала), и фильтр при этом оказывается нагруженным на $КСВн \leq 1,4..1,5$. Если фильтр гармоник реализован как двусторонне нагруженный ($R_g = R_n$), то приблизительно такой же КСВн имеет и входная проводимость фильтра (проводимость нагрузки УМДФ). Область возможных изменений проводимости лежит внутри пунктирной окружности на рисунке 6.

После включения параллельно входу фильтра гармоник компенсирующей индуктивности с проводимостью B_L (рис. 7) область изменения проводимости нагрузки, приводимой к выходу УМДФ, будет лежать внутри заштрихованной окружности на рисунке 6.

Максимальная проводимость нагрузки УМДФ после установки индуктивности изменится как по модулю, так и по фазе. Вычисление этих значений методами математического анализа представляет довольно сложную задачу. В тоже время величину максимальной проводимости (модуль, фазу, действительную и мнимую части) несложно определить графическим методом по рисунку 6. Для этого достаточно с помощью циркуля определить точку заштрихованной окружности, максимально удаленную от начала координат. Затем с помощью координатной сетки, нанесенной на рисунке 6, определяются значения действительной $Re(Y_{n \max}^*)$ и мнимой $Im(Y_{n \max}^*)$ составляющих максимальной проводимости $|Y_{n \max}^*|$. Затем по этим значениям вычисляются модуль и фаза максимальной проводимости нагрузки УМДФ по следующим выражениям:

$$|Y_{n \max}^*| = [\text{Re}(Y_{n \max}^*)^2 + \text{Im}(Y_{n \max}^*)^2]^{1/2},$$

$$\Psi = \text{arctg} [\text{Im}(Y_{n \max}^*) / \text{Re}(Y_{n \max}^*)].$$

Отметим, что графическое изображение окружностей и координатной сетки на рисунке 6 выполнено с высокой точностью в программе “Agrafer”, в соответствии с математическим уравнением окружности с параметрами:

радиус окружностей равен $h = 0,5 \cdot (КСВн - 1/КСВн)$;

центры окружностей равны:

- без индуктивной коррекции (пунктирная окружность) – в точке с координатами: $\text{Im}(Y_n^*) = 0$; $\text{Re}(Y_n^*) = КСВн - 0,5 \cdot (КСВн - 1/КСВн)$.

- с индуктивной коррекцией (заштрихованная окружность) – в точке с координатами: $\text{Im}(Y_n^*) = -0,5 \cdot (КСВн - 1/КСВн)$; $\text{Re}(Y_n^*) = КСВн - 0,5 \cdot (КСВн - 1/КСВн)$.

По приведенным параметрам окружностей, включающих в себя параметры рассогласования, можно построить аналогичную пару окружностей для любого заданного значения КСВн. Построение можно проводить как с помощью компьютерных программ, так и вручную с помощью циркуля на масштабно-координатной бумаге.

В качестве примера для $КСВн = 1,5$ по графикам рис. 6 определим параметры максимальной проводимости нагрузки, при которой реализуется наиболее напряженный (опасный) режим работы транзисторов УМДФ.

Точка максимальной проводимости на заштрихованной окружности (рис. 6) имеет координаты:

$$\text{Re}(Y_{n \max}^*) = 1,47;$$

$$\text{Im}(Y_{n \max}^*) = -0,6.$$

В соответствии с измеренными величинами максимальная проводимость в алгебраическом виде имеет значение:

$$Y_{n \max}^* = 1,47 - j0,6$$

Перейдя от алгебраической формы записи комплексной величины проводимости к показательной форме, получим:

$$Y_{n \max}^* = 1,59 \cdot e^{-j22,2^\circ}$$

Полученная величина модуля нормированной проводимости $Y_{н\text{ макс}}^*$ используется для проектирования выходного каскада УМДФ в условиях рассогласованной нагрузки.

Весьма важным с практической точки зрения является вопрос: в какой степени перегружаются транзисторы оконечного каскада УМДФ при установке на его выходе компенсирующей индуктивности. Для ответа на этот вопрос необходимо сравнить максимальные проводимости рассогласованной нагрузки с КСВ_н=1,5 для случая с дополнительной компенсирующей индуктивностью и без нее.

Модуль максимальной проводимости нагрузки УМДФ без компенсирующей индуктивности составляет 1,5. Установка индуктивности увеличивает это значение до 1,59, т.е. на 6%. Соответственно и максимальный ток транзисторов при рассогласовании общей нагрузки увеличивается лишь на 6%. Таким образом, при КСВ_н=1,5 установка дополнительной корректирующей индуктивности не приводит к заметной перегрузке транзисторов по току.

Качественные характеристики УМДФ. Вначале рассмотрим, как влияет рассогласование нагрузки УМДФ на его качественные характеристики в случае, когда дополнительная компенсирующая индуктивность на выходе УМДФ не устанавливается. Как видно из рис. 6 (пунктирная окружность), в общей проводимости нагрузки возможно появление емкостной составляющей ($\text{Im}(Y_{н}^*) > 0$). Как было показано выше, в канальных проводимостях обоих каналов УМДФ также появится емкостная проводимость, вызванная рассогласованием общей нагрузки. Практически это эквивалентно снижению результирующей индуктивной проводимости, определяемой величиной канальной $L_{кк}$, рассчитанной исходя из условия согласованной нагрузки. Вследствие этого, как было показано выше (рис. 2), увеличивается уровень искажений выходного сигнала УМДФ.

Естественно, что при установке на выходе УМДФ компенсирующей индуктивности, результирующая индуктивная проводимость канальных нагрузок увеличится, что, в свою очередь, способствует снижению искажений выходного сигнала.

Таким образом, установка на выходе УМДФ (на входе фильтра гармоник) дополнительной индуктивности, рассчитанной по разработанной выше методике, позволяет предотвратить ухудшение энергетических и качественных характеристик при емкостном рассогласовании нагрузки.

Заключение

На основании проведенного компьютерного анализа показано, что с помощью канальных корректирующих индуктивностей можно снизить уровень комбинационных искажений УМДФ, вызванных паразитной АФК на 25...40 дБ, доведя общий уровень искажений до величины минус 52...57 дБ.

Показано, что выходные емкости транзисторов оконечного каскада вызывают ухудшение качественных характеристик УМДФ, что требует увеличения проводимостей корректирующих канальных индуктивностей ($L_{кк}$). Предложенная методика расчета $L_{кк}$ позволяет определить их величину с учетом выходных емкостей выбранных транзисторов и рабочей частоты с учетом диапазонной работы.

Проведен анализ влияния рассогласования нагрузки

УМДФ на его энергетические и качественные характеристики. Показано, что емкостное рассогласование нагрузки приводит к значительному ухудшению энергетических и качественных характеристик. На основании выявленных закономерностей предложено компенсировать емкостное рассогласование с помощью параллельной компенсирующей индуктивности на входе фильтра гармоник. Разработана графоаналитическая методика расчета компенсирующей индуктивности, обеспечивающая отсутствие емкостной проводимости при заданном КСВ нагрузки.

Литература

1. Нго К.Ф., Бекушев Н.С., Громорушкин В.Н., Варламов О.В. Особенности схемотехники непосредственного суммирования ключевых генераторов в передатчиках с дефазированием // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №2. С. 4-14. DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-2-4-14.
2. Козырев В.Б., Лаврушенко В.Г., Леонов В.П. и др. Транзисторные генераторы гармонических колебаний в ключевом режиме. Под ред. Попова И.А., - М.: Радио и связь, 1985.
3. Варламов О.В. Интермодуляционные искажения в ключевых генераторах класса D с резистивной нагрузкой в режиме переключения напряжения // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Т. 16. № 10. С. 4-11. DOI: 10.36724/2072-8735-2022-16-10-4-11.
4. Varlamov O.V., Gromorushkin V.N., Kozыrev V.B., Melanin A.V. Addition of the power outputs from push-pull voltage-switching oscillators having a resistive load // Radioelectronics and Communications Systems. 1989. Т. 32. № 7. С. 30-35. EDN: KNLLOC
5. Varlamov O.V., Goncharov I.A., Lavrushenkov V.G. High-power HF digital-analog converter for SSB signal power amplifiers // Telecommunications and Radio Engineering. 1989. Т. 44. № 8. С. 49-53. EDN: ZGKWFA
6. Chireix H. High power outphasing modulation // Proc. IRE 1935, 23, 1370-1392.
7. Лосев А.А. Разработка и анализ технических решений усилителя мощности спутникового ретранслятора, построенного методом дефазирования // диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Московский технический университет связи и информатики. Москва, 2017.
8. Иванюшкин Р.Ю. Исследование и разработка высокочастотного тракта радиовещательного СЧ передатчика, построенного по методу дефазирования // диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Московский технический университет связи и информатики. Москва, 2001.
9. Варламов О.В. Технология создания сети цифрового радиовещания стандарта DRM для Российской Федерации // диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Московский технический университет связи и информатики. Москва, 2017. EDN: ZQMQUAF
10. Дымкова С.С. Разработка информационной системы для продвижения результатов научных исследований // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Т. 11. № 7. С. 38-41. EDN: ZBQMBT.
11. Dymkova S.S. Methods of indicators analysing for universities publication activity by discipline "radio engineering" // В сборнике: 2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, SOSG 2022 - Conference Proceedings. 2022. DOI: 10.1109/IEEECONF53456.2022.9744312.
12. Нго Куок Фунг, Варламов О.В. Инженерно-технические принципы построения высокоэффективных линейных радиопередатчиков носимых радиосредств // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №4. С. 4-14. DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-4-4-14.
13. Варламов О.В. Построение мощных широкополосных усилителей постоянного тока модуляционного тракта передатчиков с

раздельным усилением составляющих // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Т. 16. № 11. С. 4-14. DOI: 10.36724/2072-8735-2022-16-11-4-14.

14. Грычкин С.Е., Захаров А.М., Варламов О.В. Методика расчета КПД ШИМ модулятора на GAN FET транзисторах // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Т. 17. № 9. С. 19-27. DOI: 10.36724/2072-8735-2023-17-9-19-27.

15. Нгуен Д.К., Варламов О.В. Имитационная модель для исследования работы ключевых ВЧ-усилителей мощности с раздельным усилением составляющих на узкополосную нагрузку // Научные технологии в космических исследованиях Земли. 2022. Т. 14. № 2. С. 10-18. DOI: 10.36724/2409-5419-2022-14-2-10-18.

16. Nguyen D.C., Gromorushkin V.N., Varlamov O.V. Theoretical comparison of different envelope elimination and restoration transmitter PWM modulator configurations to expand the possible antenna mismatch // Sensors. 2023. Т. 23. № 23. С. 9466. DOI: 10.3390/s23239466.

17. Варламов О.В. Research of influence of DRM broadcast transmitter nonlinearities onto the output signal parameters // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. -2014. -№ 2. -С. 59-60. EDN: SARICJ.

18. Грычкин С.Е., Варламов О.В. Высокоэффективный многоуровневый GaN FET ШИМ модулятор для передатчиков цифрового радиовещания диапазона ОВЧ // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №9. С. 4-12. DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-9-4-12.

19. Варламов О.В., Нгуен Д.К., Грычкин С.Е. Комбинирование синтетических методов высокоэффективного высокочастотного

усиления // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2021. Т. 15. № 9. С. 11-16. DOI: 10.36724/2072-8735-2021-15-9-11-16.

20. Варламов О.В. Организация одночастотных сетей цифрового радиовещания стандарта DRM. Особенности и результаты практических испытаний // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Т. 12. № 11. С. 4-20. EDN: YQNCWT

21. Варламов О.В., Варламов В.О., Долгопятова А.В. Международная сеть DRM вещания для создания информационного поля в Арктике // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Т. 13. № 9. С. 9-16. EDN: CHEXOK

22. Pastukh A., Tikhvinskiy V., Dymkova S.S., Varlamov O.V. Challenges of using the L-band and S-band for direct-to-cellular satellite 5G-6G NTN systems // Technologies. 2023. Т. 11. № 4. С. 110. DOI: 10.3390/technologies11040110.

23. Tikhvinskiy V., Pastukh A., Dymkova S., Varlamov O. Compatibility analysis between RedCap non-public networks and 5G NR in TDD FR1 and FR2 bands // Inventions. 2025. Т. 10. № 1. С. 12. DOI: 10.3390/inventions10010012.

24. Hamo D.J. A 50W, 500kHz, full-bridge, ZVS isolated DC to DC converter using the HIP4081a // Application AN9506, april 1995, Harris Semiconductor.

25. Hetzel S.A., Bateman A., McGeehan J.P. Linc transmitter // Electronics letters. 9th May 1991. Т.27, № 10. С. 133-137.

26. Cripe D.W. Improving the efficiency and reliability of AM broadcast transmitters through class- E power / Broadcast Electronics, URL: <https://bh.hallikainen.org/uploads/BeAmClassE.pdf>, дата обращения 25.10.2024.

OUTPHASING TRANSMITTERS WITH SWITCHING GENERATORS DIRECT SUMMATION: DYNAMIC MODES AND MISMATCHED LOAD OPERATION

Ngo Quoc Fung, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, quocphung47@gmail.com

Viktor N. Gromorushkin, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, grom@mtuci.ru

Oleg V. Varlamov, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, vov@mtuci.ru

Abstract

The article analyzes dynamic operating modes in outphasing transmitters with direct summation of switching generators taking into account parasitic capacitances, in particular, output ones, present in real MOSFET and GaN HEMT transistors. Based on the conducted computer analysis, it is shown that using channel correcting inductances it is possible to reduce the outphasing power amplifier (OPA) combination distortions level caused by parasitic amplitude-phase conversion by 25...40 dB, bringing the overall distortion level to minus 52...57 dB. It is shown that the final stage transistors output capacitances cause deterioration of the OPA quality characteristics, which requires increasing the conductances of the correcting channel inductances. The proposed calculation method allows determining their value depending on the selected transistors output capacitances and the operating frequency, taking into account the range of operation. The analysis of the OPA total load mismatch influence showed that the capacitive load mismatch leads to a significant energy and quality characteristics deterioration. Based on the identified patterns, a method for the capacitive mismatch compensating using a parallel compensating inductance at the harmonic filter input is proposed. A graph-analytical method for calculating the compensating inductance has been developed, ensuring the absence of capacitive conductivity at a given load VSWR.

Keywords: RF power amplifier, outphasing method, switching operating mode, class D, direct summation

References

- [1] Q.F. Ngo, N.S. Bekushev, V.N. Gromorushkin, O.V. Varlamov, "Outphasing transmitter circuit with switching generators direct summation design features," *T-Comm*, 2025. vol. 19, no.2, pp. 4-14. DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-2-4-14.
- [2] V.B. Kozyrev, V.G. Lavrushenkov, V.P. Leonov et al., "Transistor generators of harmonic oscillations in the switching mode," Ed. Popov I.A. Moscow: Radio and communication, 1985.
- [3] O.V. Varlamov, "Intermodulation distortion in voltage mode class D switching amplifiers with resistive load," *T-Comm*, 2022. vol. 16, no.10, pp. 4-11. DOI: 10.36724/2072-8735-2022-16-10-4-11.

- [4] O.V. Varlamov, V.N. Gromorushkin, V.B. Kozyrev, A.V. Melanin, "Addition of the power outputs from push-pull voltage-switching oscillators having a resistive load," *Radioelectronics and Communications Systems*. 1989. vol. 32. no 7, pp. 30-35
- [5] O.V. Varlamov, I.A. Goncharov, V.G. Lavrushenkov, "High-power HF digital-analog converter for SSB signal power amplifiers," *Telecommunications and Radio Engineering (English translation of Elektrosvyaz and Radiotekhnika)*, vol. 44, no. 8, pp. 49, 1989.
- [6] H. Chireix, "High power outphasing modulation," *Proc. IRE*, 1935, 23, pp. 1370-1392.
- [7] A.A. Losev, "Development and analysis of technical solutions for a satellite repeater power amplifier built using the outphasing," Ph.D. Thesis / Moscow Technical University of Communications and Informatics. Moscow, 2017.
- [8] R.Yu. Ivanyushkin, "Research and development of a high-frequency path of a radio broadcasting MF transmitter built using the outphasing method," Ph.D. Thesis / Moscow Technical University of Communications and Informatics. Moscow, 2001.
- [9] O.V. Varlamov, "The Technology of Creating a Digital Broadcasting Network of the DRM Standard for the Russian Federation," D.Sc. Thesis, MTUCI, Moscow, Russia, 2017.
- [10.] S.S. Dymkova, "Development of information system for promotion of scientific research results," *T-Comm*, vol. 11, no.7, 2017, pp. 38-41.
- [11] S.S. Dymkova, "Methods of indicators analysing for universities publication activity by discipline "radio engineering"," 2022 *Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, SOSG 2022 - Conference Proceedings*. 2022. DOI: 10.1109/IEEECONF53456.2022.9744312.
- [12] Ngo Quoc Fung, O.V. Varlamov, "Engineering and technical principles of highly effective linear radio transmitters construction for HF manpack radios," *T-Comm*, 2024, vol. 18, no.4, pp. 4-14. DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-4-4-14.
- [13] O.V. Varlamov, "Powerful broadband DC amplifiers for modulation path of transmitters with separate amplification," *T-Comm*, 2022. vol. 16, no.11, pp. 4-14. DOI: 10.36724/2072-8735-2022-16-11-4-14.
- [14] S.E. Grychkin, A.M. Zakharov, O.V. Varlamov, "Method for calculating the efficiency of a PWM modulator based on GaN FET transistors," *T-Comm*, 2023. vol. 17, no.9, pp. 19-27. DOI: 10.36724/2072-8735-2023-17-9-19-27.
- [15] D.C. Nguyen, O.V. Varlamov, "Simulation model for studying the operation of switching mode envelope elimination and restoration RF power amplifiers for a narrow-band load," *H&ES Research*. 2022. Vol. 14. No 2. P. 10-18. doi: 10.36724/2409-5419-2022-14-2-10-18.
- [16] D.C. Nguyen, V.N. Gromorushkin, O.V. Varlamov, "Theoretical comparison of different envelope elimination and restoration transmitter PWM modulator configurations to expand the possible antenna mismatch," *Sensors*. 2023. Vol. 23. No. 23. P. 9466. doi: 10.3390/s23239466.
- [17] O.V. Varlamov, "Research of influence of DRM broadcast transmitter nonlinearities onto the output signal parameters," *T-Comm*. 2014. Vol. 8. No. 2, pp. 59-60.
- [18] S.E. Grychkin, O.V. Varlamov, "High efficiency multi-level GaN FET PWM modulator for VHF digital broadcasting transmitters," *T-Comm*, 2024, vol. 18, no.9, pp. 4-12. DOI: 10.36724/2072-8735-2024-18-9-4-12.
- [19] O.V. Varlamov, D.C. Nguyen, S.E. Grychkin, "Combination of synthetic high-performance RF amplification techniques," *T-Comm*. 2021. vol. 15, no.9, pp. 11-16. DOI: 10.36724/2072-8735-2021-15-9-11-16.
- [20] O.V. Varlamov, "Organization of single frequency DRM digital radio broadcasting networks. Features and results of practical tests," *T-Comm*, 2018. vol. 12, no.11, pp. 4-20.
- [21] O.V. Varlamov, V.O. Varlamov, A.V. Dolgopyatova, "DRM broadcasting international network to create an information field in the Arctic region," *T-Comm*, 2019. vol. 13, no.9, pp. 9-16.
- [22] A. Pastukh, V. Tikhvinskiy, S.S. Dymkova, O.V. Varlamov, "Challenges of using the L-band and S-band for direct-to-cellular satellite 5G-6G NTN systems," *Technologies*. 2023. Vol. 11. No. 4, pp. 110. DOI: 10.3390/technologies11040110.
- [23] V. Tikhvinskiy, A. Pastukh, S. Dymkova, O. Varlamov, "Compatibility analysis between RedCap non-public networks and 5G NR in TDD FR1 and FR2 bands," *Inventions*. 2025. Vol. 10. No. 1. P. 12. DOI: 10.3390/inventions10010012.
- [24] D.J. Hamo, "A 50W, 500kHz, full-bridge, ZVS isolated DC to DC converter using the HIP4081a," Application AN9506, april 1995, Harris Semiconductor.
- [25] S.A. Hetzel A. Bateman., J.P. McGeehan, "Linc transmitter," *Electronics letters*. 9th May 1991. Vol. 27. No. 10., pp. 133-137.
- [26] D.W. Cripe, "Improving the efficiency and reliability of AM broadcast transmitters through class- E power," *Broadcast Electronics*, URL: <https://bh.hal-likainen.org/uploads/BeAmClassE.pdf>, Date of access: 25.10.2024.

Information about authors:

Ngo Quoc Fung, post-graduate student of the Department "Radio Equipment and Circuitry", Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia

Viktor N. Gromorushkin, PhD, Senior Researcher, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia

Oleg V. Varlamov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department "Radio Equipment and Circuitry", Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia

АЛГОРИТМ ВЫБОРА СХЕМЫ МИМО-СИСТЕМЫ В РАДИОЛИНИЯХ С НЕСКОЛЬКИМИ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ КАНАЛАМИ

Якушенко Сергей Алексеевич,
Санкт-Петербургский Государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия,
was16@mail.ru

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-3-24-36

Manuscript received 21 January 2025;
Accepted 25 February 2025

Дворников Сергей Викторович,
Санкт-Петербургский Государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия,
practicdsv@yandex.ru

Ключевые слова: радиолинии, многоантенные
системы, предельная пропускная способность,
оптимального распределение антенных элементов

В работе рассматриваются радиолинии беспроводной связи с многоантенными системами. Целью исследований является анализ и оценка пропускной способности мно-гоантенных радиолиний различных схем в сложной сигнально-помеховой обстановке и построение оптимальной мобильной системы связи на основе радиолиний с МИМО технологиями. В работе проведена оценка пропускной способности радиолиний с различными схе-мами по технологии МИМО-систем в гауссовском и релеевском каналах. Установлено, что пропускная способность радиолиний зависит от многих факторов - вариантов схем радиолинии, количества антенн, способов приема и обработки сигналов, а также от дальности связи, т.е. где находится абонент- вблизи базовой станции или на краю зоны обслуживания, а также от условий ведения связи - в крупном или малонаселенном городе, в сильно пересеченной местности или равнинной и т.п. Достичь заданную пропускную способность радиолинии возможно различными способами - применяя ту или иную схему технологии МИМО, увеличивая степень мультиплексирования или количество антенн для разнесенного приема. Так, например, технология мультиплексирования в МИМО-системах эффективна при больших значениях отношения сигнал-помеха, а технология разнесенного приема (SIMO) достаточно эффективна при малых значениях. Поэтому возникает целесообразность в комбинировании вариантов схем МИМО-систем и технологий приема сигналов, таким образом, чтобы достичь наилучшей эффективности радиолинии, в смысле пропускной способности и помехоустойчивости при минимальных затратах элементов антенной системы. Перспективные базовые станции будут иметь сотни антенных элементов, которые распределяться по абонентским радиолиниям в зависимости от потребности в пропускной способности и качестве связи. Однако, как показала оценка схем построения МИМО-систем достичь заданных значений показателей можно различными способами комбинации антенн, их количества, приема и обработки сигналов в субканалах радиолинии. Таким образом, при

множестве абонентов в зоне обслуживания, находящихся в разных условиях связи, возникает задача оптимального распределения антенного ресурса по абонентским радиолиниям для достижения максимальной пропускной способности системы связи в целом. В работе предложен подход к распределению антенного ресурса базовой станции в зоне ее обслуживания и метод синтеза оптимальной структуры сети мобильной связи с большим количеством абонентов (оптимального распределению антенного ресурса по радиолиниям сети). В качестве показателя эффективности системы связи с многоантенными радиолиниями выбрана пропускную способность как свойство, связанное с предназначением системы и помехоустойчивость сигналов к суммарным помехам как свойство качества связи, а также затраты на их реализацию. Результаты исследований могут использоваться для разработки алгоритмов максимизации пропускной способности в зоне обслуживания базовой станции мобильной связи в сложных условиях электромагнитной обстановки, динамики изменения информационной нагрузки в радиолиниях и перемещения абонентских терминалов в разнообразной топологии местности и городской застройки. Многоантенные системы должны рационально сочетать алгоритмы борьбы с замираниями и повышения пропускной способности линий, что может решать предложенный алгоритм. Поэтому дальнейшими исследованиями является оптимальное распределение антенных ресурсов базовых станций с учетом имеющегося ресурса абонентских станций по критерию производительности и устойчивости линий к замираниям сигналов, т.е. разрешения компромисса между пропускной способностью и устойчивостью радиолинии с учетом внешних деструктивных воздействий на радиолинии мобильной связи. Кроме того, возможна и обратная задача - формирование требований к ресурсам базовой и абонентской станций для достижения требуемых целевых показателей системы мобильной связи в заданной зоне обслуживания.

Информация об авторах:

Якушенко Сергей Алексеевич, профессор кафедры Санкт-Петербургский Государственный университет аэрокосмического приборостроения, доктор технических наук, доцент, Санкт-Петербург, Россия

Дворников Сергей Викторович, профессор кафедры, Санкт-Петербургский Государственный университет аэрокосмического приборостроения, доктор технических наук, профессор, Санкт-Петербург, Россия

Для цитирования:

Якушенко С.А., Дворников С.В. Алгоритм выбора схемы мимом-системы в радиолиниях с несколькими пространственными каналами // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №3. С. 24-36.

For citation:

S.A. Yakushenko, S.V. Dvornikov, "Algorithm for selecting the mimo system scheme in radio links with multiple spatial channels," T-Comm, 2025, vol. 19, no.3, pp. 24-36. (in Russian)

Введение

В настоящее время бурное развитие в системах беспроводной связи получили инфокоммуникационные технологии, направленные на повышение пропускной способности радиолиний и их устойчивости к замираниям сигналов в многолучевом канале [1-4]. Повышение скорости передачи информации в радиолиниях за счет увеличения ее энергетичности, расширения полосы частот канала или увеличения спектральной плотности достигли апогея [5-8]. Поэтому, актуальным является подход формирования пространственно-разнесенных каналов с ограниченной полосой пропускания, использующих одни и те же частоты.

Пространственное разнесение каналов радиолинии достигается применением многоантенных систем (МАС). Данный вопрос, достаточно хорошо проработан, в частности в [9-12]. В работах [13-15] рассматривалась зависимость предельной скорости передачи информации в МIMO-системах в условиях влияния интерференционных замираний. В некоторых работах проводились исследования, связанные с оценкой пропускной способности радиолиний в зависимости от параметров МАС и степени корреляции между сигналами в параллельных каналах [16, 17].

Однако, применительно к радиолиниям беспроводной связи, возникает вопрос оценки предельной пропускной способности от совокупности параметров многолучевого канала: энергетических параметров [18, 19]; глубины замираний радиосигнала [20]; количества каналов с пространственных разнесение в сочетании с разнесенным приемом при различных вариантах комбинирования схем МIMO-систем [21, 22].

Кроме того, возникает задача оценки эффективности применения антенных элементов, как в радиолиниях, так и в МАС радиостанций, организующих множественную связь с абонентами [23, 24].

Таким образом, можно заключить, что направление исследования являются актуальным и требует детального анализа и оценки эффективности применения технологий МАС в радиолиниях мобильной связи. Этим вопросам и посвящена данная статья.

Модели формирования и обработки сигналов в радиолиниях МАС

Технология МАС в зависимости от способа формирования и обработки сигналов позволяет повысить пиковую скорость передачи данных. Данная технология получила название МIMO (Multiple Input Multiple Output) [25].

Радиолинии с этой технологией обеспечивает передачу одного или несколько входных потоков данных при помощи нескольких антенн, расположенных на передающей и на приемной сторонах (симметричные системы передачи информации).

В соответствии с рисунком 1 один или несколько входных потоков данных преобразуются в N параллельных пространственных потоков, где N – количество передающих антенн.

Излучаемые пространственные потоки принимаются M приемными антеннами.

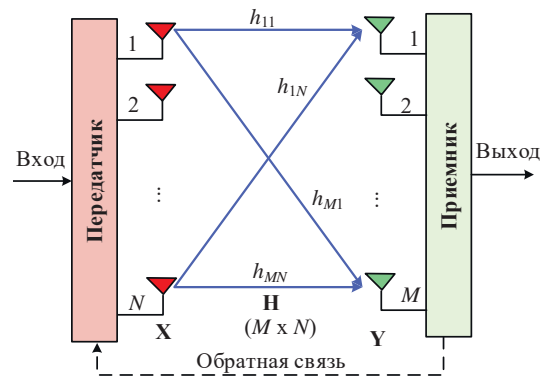


Рис. 1. Общая схема технологии МАС с технологией симметричной передачи информации

Свойства МIMO-канала, соединяющего передающий элемент с приемным элементом, описываются комплексными канальными коэффициентами h_{ij} , образующими канальную матрицу \mathbf{H} размера $N \times M$. Их значения случайно изменяются со временем из-за наличия многолучевого распространения сигнала. Математически симметричную систему передачи информации (СПИ), т.е. собственно МIMO-систему можно представить выражением [13, 26, 27].

$$Y = H \cdot X + N_0 \tag{1}$$

или

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M1} & h_{M2} & \dots & h_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N h_{1i} x_i + \sum_{i=1}^N n_{1i} \\ \sum_{i=1}^N h_{2i} x_i + \sum_{i=1}^N n_{2i} \\ \dots \\ \sum_{i=1}^N h_{Mi} x_i + \sum_{i=1}^N n_{Mi} \end{bmatrix},$$

где Y – вектор наблюдения на входе приемника размерностью $M \times 1$; X – вектор сигнала на выходе передатчика размерностью $N \times 1$; H – матрица комплексного коэффициента передачи радиолинии размерностью $M \times N$; N_0 – вектор адаптивных шумов (собственных шумов) размерностью $M \times 1$.

На приемной стороне для оптимального выделения сигналов используется оценочная обратная матрица, комплексно сопряженная с матрицей комплексных коэффициентов передачи в среде распространения радиоволн \hat{H}^{-1} (эрмитово сопряженная матрица) [28]. Ее можно определить путем периодически поочередной передачи опорных сигналов. Тогда, измерив на приемной стороне значения коэффициентов передачи логических каналов радиолинии h_{ij} можно найти обратную матрицу. Так, например, при использовании конфигурации радиолинии 2×2 (две передающие антенны и две приемные антенны) обратную матрицу \hat{H}^{-1} можно определить на основе метода алгебраических дополнений [13, 27]

$$\hat{H}^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{h}_{11} & \hat{h}_{12} \\ \hat{h}_{21} & \hat{h}_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det(\hat{H})} \begin{bmatrix} (-1)^{1+1} \hat{h}_{22} & (-1)^{1+2} \hat{h}_{12} \\ (-1)^{2+1} \hat{h}_{21} & (-1)^{2+2} \hat{h}_{11} \end{bmatrix} = \frac{1}{\hat{h}_{11} \hat{h}_{22} - \hat{h}_{12} \hat{h}_{21}} \begin{bmatrix} \hat{h}_{22} & -\hat{h}_{12} \\ -\hat{h}_{21} & \hat{h}_{11} \end{bmatrix}, \tag{2}$$

где $\hat{\mathbf{H}}$ – оценочная матрица комплексных коэффициентов передачи линии связи, полученные на приемной стороне; $\det(\hat{\mathbf{H}}) = \hat{h}_{11}\hat{h}_{22} - \hat{h}_{12}\hat{h}_{21}$ – определитель матрицы $\hat{\mathbf{H}}$.

Пренебрегая шумами линии связи, допустив равенство $N = M$ (условие существования обратной матрицы) и учитывая, что $\mathbf{I}\mathbf{Z} = \mathbf{Z}$, где \mathbf{I} – ортогональная единичная матрица размером $N \times N$, выражение (1) можно записать как

$$\mathbf{X} = \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \mathbf{Y}. \quad (3)$$

или

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(\hat{\mathbf{H}})} \begin{bmatrix} \hat{h}_{22} & -\hat{h}_{12} \\ -\hat{h}_{21} & \hat{h}_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(\hat{\mathbf{H}})} \begin{bmatrix} \hat{h}_{22}y_1 - \hat{h}_{12}y_2 \\ -\hat{h}_{21}y_1 + \hat{h}_{11}y_2 \end{bmatrix},$$

Таким образом в простейшем случае для выделения на приемной стороне вектор передаваемого сигнала из наблюдения, необходимо знать матрицу комплексных коэффициентов передачи линии связи матрицы \mathbf{H} .

Кроме симметричной СПИ существуют несимметричные (рис. 2) [14, 15], которые имеют множество антенн только на одной стороне: передающей (технология MISO); приемной (технология SIMO).

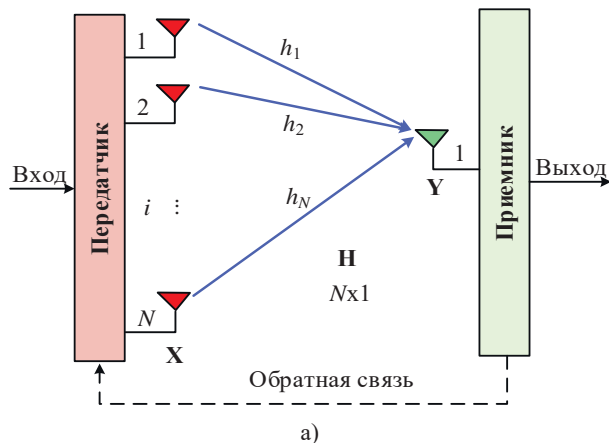
Математически линию связи SIMO можно представить выражением

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{X} + \mathbf{N}_0 \quad (4)$$

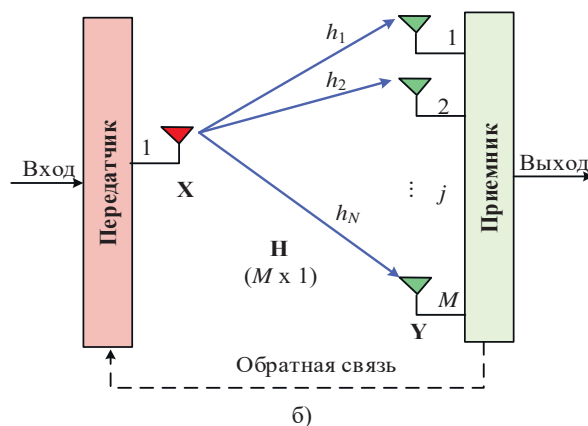
или

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_M \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1x + n_1 \\ h_2x + n_2 \\ \vdots \\ h_Mx + n_M \end{bmatrix},$$

где \mathbf{Y} – вектор наблюдения на входе приемника, $M \times 1$; \mathbf{s} – вектор сигнала на выходе передатчика; \mathbf{H} – вектор комплексных коэффициентов передачи линии связи h_i , размерностью $N \times 1$.



а)



б)

Рис. 2. Общая схема технологии MAC с несимметричной передачей информации: а) пространственно-разнесенная передача MISO; б) пространственно-разнесенный прием SIMO

Несимметричные схемы пространственного разнесения предназначены для *повышения устойчивости радиолинии к интерференционным замираниям* в многолучевом канале, которая обеспечивается посредством передачи нескольких копий одного сигнала по пространственно-разнесенным путям.

Организационно, MIMO-системы могут иметь или не иметь обратную связь [9, 27]:

1. MIMO с «открытой петлей» (без обратной связи). В данном случае оценки канала на приемном конце используются для коррекции искажений, вносимых каналом.

2. MIMO с «замкнутой петлей» (с обратной связью). Здесь, помимо оценки канала, на приеме и компенсации помех, производится передача этих оценок на передающую сторону по обратному каналу с целью формирования оптимальной передачи сигналов.

Кроме того, в сетях беспроводной связи реализуются как однопользовательские SU-MIMO (Single User MIMO), так и многопользовательские MU-MIMO (Multi User MIMO). При SU-MIMO «вниз» разные потоки данных, передаваемые базовой станцией (БС) в одном частотном канале, принимает одна абонентская станция (АС), а в направлении «вверх» одна АС также может передавать через разные антенны несколько независимых потоков.

При MU-MIMO «вниз» разные потоки будут направлены разным АС, причем каждая АС получает только один поток.

Радиолинии MU-MIMO «вверх» в одном частотном канале одновременно передают несколько потоков.

На рисунке 3 показана структура SU-MIMO и MU-MIMO вниз с четырьмя АС. В настоящее время в сетях подвижной связи только за счет пространственного мультиплексирования обеспечивается «вниз» (БС-АС) до восьми потоков, а «вверх» (АС-БС) до четырех абонентов для SU-MIMO и до восьми абонентов для MU-MIMO. В стандарте 5G эти возможности значительно расширились.

На практике используются следующие схемы MIMO: пространственное мультиплексирование (Spatial Multiplexing – SM) [14]; пространственно-временное кодирование (Space-Time Coding – STC) [29]; метод формирования диаграммы направленности (ДН) (Beamforming) [30].

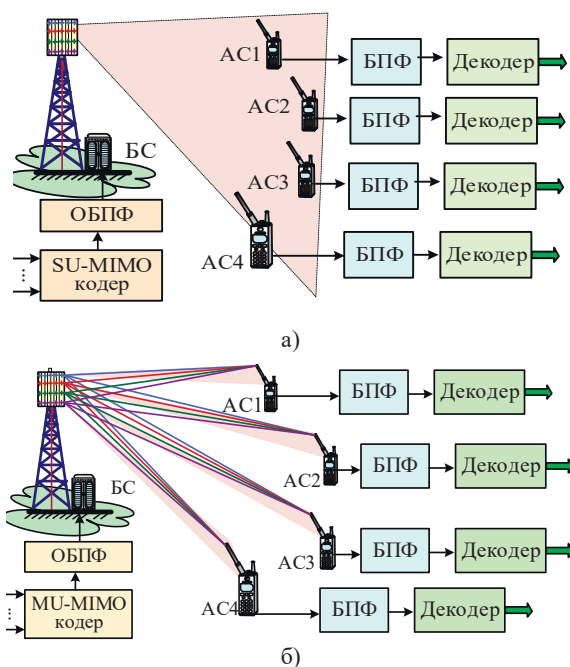


Рис. 3. Однопользовательские и многопользовательские системы MIMO:

- а) однопользовательская система SU-MIMO;
- б) многопользовательская система MU-MIMO

В случае использования схемы пространственного мультиплексирования исходный поток данных распределяется (мультиплексируется) между каналами передачи, число которых равно числу передающих антенн. При этом *различные данные* передаются соответствующими антеннами, которые работают *на одной частоте, т.е. избыточность не вводится*.

Таким образом при пространственном мультиплексировании создается несколько каналов с независимыми потоками, что *позволяет повысить* общую скорость передачи данных.

Вариант STC используется для повышения пропускной способности радиолинии [29]. Упрощенная схема, поясняющая алгоритм функционирования радиолинии при передаче данных двумя антеннами, приведена на рисунке 4.

Последовательный входной поток информационных сигналов демультиплексируется на N параллельных подпотоков. Каждый подпоток кодируется специальным пространственно-временным кодом и после модуляции излучается в пространство соответствующей антенной. Следует отметить, что все N параллельных подпотоков излучаются одновременно в одной и той же полосе частот.

В случае пространственно-временного кодирования, например, в схеме Аламоути, два ортогональных символа одновременно излучаются в два временных слота в отличие от SM [31]. Схема проста в реализации и позволяет *снизить* вероятность ошибок, тем не менее, спектральная эффективность схемы недостаточно велика

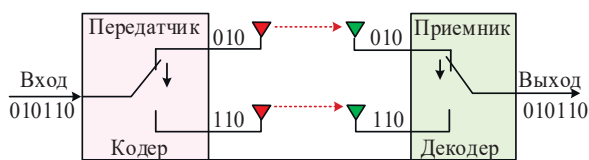


Рис. 4. Упрощенная схема алгоритма STC

Метод управление лучом и формирование ДН обеспечивает узконаправленную передачу с большим антенным усилением при точном позиционировании *основного лепестка* относительно *приемной антенны* устройства, что повышает качество связи. При этом изменять форму и направление луча в режиме реального времени возможно только при наличии *обратной связи* в канале.

Схемы STC и SM *применяются* в тех ситуациях, когда *параметры* MIMO-канала точно не известны, в *противном* случае применяется метод формирования ДН, в котором передача информации осуществляется в едином потоке.

Преимуществом данного метода является *возможность* значительно *повысить* спектральную эффективность и *снизить* вероятность ошибки на бит по сравнению с системами SISO, однако необходимость точного знания параметров MIMO-канала значительно ограничивает область его применения.

Наибольший интерес представляют новые, наименее изученные, варианты схем MIMO, реализующие методы пространственной модуляции (*Spatial Modulation – SM*) [32] и селекцию передающих антенн (*Transmit Antenna Selection – TAS*) [33], упрощенные схемы которых приведены на рисунке 5. Они применяются сетях пятого поколения в городских условиях [34].

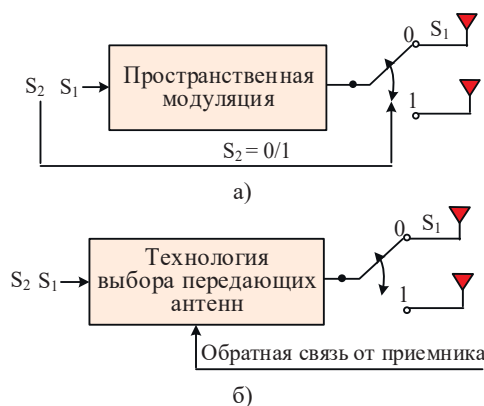


Рис. 5. Упрощенные схемы новых методов MIMO: а) пространственная модуляция; б) селекция передающих антенн (это наше)

При *пространственной модуляции*: бит 1 – излучает активная антенна, бит 0 – другая антенна не излучает, т.е. передача последовательного потока из единиц и нулей переключает антенны.

В этом режиме сигнальные биты не передаются физически, а информация содержится в индексе антенны (пространственном созвездии). Она дополняет плоское сигнальное созвездие комплексного сигнала пространственной координатой активных излучателей (индексов антенн), что создает трехмерную пространственную диаграмму [28].

Метод селекции передающих антенн обеспечивает выбор излучателя информационных сигналов на основе параметров канала, качество которого определяется приемной антенной решеткой и по обратному каналу передается передатчику для выбора активной антенны. Этот метод аналогичен схеме разнесенного приема (SIMO) [27], радиолиния которой включает одну передающую антенну и много приемных. Отличием является то, что обработка сигнала в приемнике проводится не

по одной искаженной копии (селективная), а по нескольким (групповая), что уменьшает вероятность ошибки.

Таким образом, существует множество схем ММО-систем, каждая из которых решает определенные задачи, связанные с повышением помехоустойчивости, увеличением пропускной способности радиолинии и уменьшением влияния многолучевости распространения радиоволн на устойчивость радиолинии. Общим элементом моделей различных схем является наличие матрицы комплексных коэффициентов передачи канала, которая содержит информацию не только о передаточных свойствах среды, но и о варианте схемы ММО-системы, ее назначении и возможностях.

Наиболее важным свойством радиолинии отражающую ее эффективность является **пропускная способность** [35], как основное свойство назначения радиолинии. Поэтому далее рассмотрим способы оценки пропускной способности радиолиний с многоантенными системами с пространственно-разделенными каналами и определим их предельные возможности с различными вариантами построения схем ММО-систем.

Пропускная способность радиолиний с МАС при АБГШ

В качестве показателя эффективности радиолинии с МАС выберем ее пропускную способность как свойство, связанное с предназначением радиолинии [18]. Рассмотрим оценку пропускной способности радиолиний с МАС в гауссовском канале связи. Это однолучевый радиоканал без замираний или с медленными замираниями сигнала, передаточная функция которого описывается нормальным законом распределения (функцией Гаусса).

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x-a}{2\sigma^2}\right), \quad (5)$$

где a – математическое ожидание (среднее значение) распределения случайной величины x – среднеквадратическое отклонение случайной величины x от среднего значения a ; σ^2 – дисперсия распределения случайной величины.

Гауссовый канал обладает свойствами непрерывности полезного сигнала и шумов, занимает ограниченную полосу частот шириной F_k , в которой спектр мощности шума равномерен и равен N_0 единиц мощности на единицу полосы частот (аддитивный белый гауссовский шум (АБГШ)), а средняя мощность полезного сигнала $x(t)$ фиксирована и равна P_c . Причем сигнал и шум статистически независимы. Мгновенные значения амплитуд шума $n(t)$ распределены нормально в полосе частот канала. Принимаемый сигнал $y(t)$ есть сумма полезного сигнала и шума: $y(t)=x(t)+n(t)$, т.е. шум аддитивен по отношению к полезному сигналу.

Такая модель канала позволяет анализировать искажение сигналов и влияния флуктуационной помехи. Кроме того, вышеизложенные свойства канала позволяют вычислить пропускную способность гауссова канала. Так, ограниченность полосы частот позволяет применить теорему отсчетов, а аддитивность шума и его независимость от сигнала позволяют представить пропускную способность канала моделью Шеннона-Хартли, которая определяет верхнюю границу безошибочной максимальной скорости передачи информации (пропускную способность) по непрерывному (аналоговому)

классическому (SISO) каналу связи, выраженную в единицах – (бит/с)/Гц

$$C = \Delta F \log_2 \left(1 + \frac{P_c}{P_{ш}} \right), \quad (6)$$

где ΔF – полоса пропускания канала связи; P_c – полная средняя мощность сигнала в полоса пропускания канала связи; $P_{ш}$ – полная средняя мощность гауссовского шума полоса пропускания канала связи; $P_c/P_{ш}$ – отношение мощности сигнала к мощности шума (ОСШ) на выходе канала связи (на входе приемника)

Представленная модель позволяет определить переданное количество информационных бит в единицу времени в заданной полосе частот **одного** канала связи при определенном энергетическом соотношении сигнала и помехи в канале (ОСШ) без учета достоверности приема полезного сигнала.

Эту модель можно расширить и применить к радиоканалам многоантенных систем (ММО-систем). Физический смысл выражения (1) поясняет предельно возможную скорость передачи для классической радиолинии (канала) SISO (Single Input Single Output), где имеется одна передающая и одна приемная антенны ($N = M = 1$) [36].

В общем виде формулу ёмкости **многопоточковой** системы ММО при **не равномерном распределении мощности** между всеми пространственными каналами можно описать следующим выражением вида

$$C = \Delta F \sum_{m=1}^{K_n} \log_2 \left[\left(1 + \text{ОСШ}_m \lambda_{K_n} \right) \right], \quad (7)$$

где K_n – количество параллельных разнесенных в пространстве потоков данных с одинаковой полосой пропускания частот ΔF , которое удовлетворяют условию максимального мультиплексирования $K_n = \min\{M, N\}$; N – количество передающих антенн; M – количество приемных антенн; λ_{K_n} – собственное значение матрицы комплексных коэффициентов передачи субканалов в среде распространения радиоволн радиолинии; ОСШ_m – отношение средней мощности сигнала к средней мощности шума на выходе m -го субканала радиолинии.

Из выражения (7), следует, что **пропускная способность канала ММО** равна количеству **пропускных способностей каналов SISO**, поэтому канал ММО представляется, как совокупность каналов SISO, которые работают параллельно. С увеличением числа параллельных каналов (антенн) скорость передачи данных в радиолиниях с технологией ММО увеличивается, не расширяя ширину полосы пропускания собственно канала связи.

Однако вычисление пропускной способности в каждом субканале является сложным процессом в виду многих неопределенностей. Поэтому упростим выражение (7) используя ограничения на энергетику сигналов и канал связи (**равномерное распределение мощности** между всеми пространственными каналами), а также учитывая выражения (2) и (3), получим

$$C = \Delta F \sum_{m=1}^{K_n} \log_2 \left[\left(1 + \frac{\text{ОСШ}}{K_n} \lambda_{K_n} \right) \right] = \Delta F \log_2 \det \left(\mathbf{I}_N + \frac{\text{ОСШ}}{K_n} \mathbf{H}\mathbf{H}^{-1} \right) \quad (8)$$

где \mathbf{H} , \mathbf{H}^{-1} – прямая и обратная канальные матрицы комплексного коэффициента передачи радиолинии в среде распространения радиоволн размерностью $M \times N$, которые определяются выражениями (2) и (3); \det – определитель матрицы, записанный в скобках; \mathbf{I} – единичная $N \times M$ матрица.

Сингулярные и собственные показатели связаны с формулой $P = \sigma^2 = \lambda_i$. Последняя формула позволяет вычислять пропускную способность без вычисления собственных значений передаточных матриц.

Величина λ_{K_n} равна коэффициенту передачи h_{ij} по мощности соответствующего пространственного канала. Для простоты анализа необходимо нормализовать канальную матрицу в соответствии с выражением

$$\left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |h_{ij}|^2 \right) / NM = 1, \quad (9)$$

Тогда, если считать, что условия распространения радиоволн в каждом субканале (разнесенных в пространстве каналах) одинаковые и ортогональны, а также коэффициенты передачи субканалов нормированы, то формула (8) для детерминированной радиолинии при воздействии АБГШ примет вид

$$C = K_n \Delta F_k \log_2 \left(1 + \frac{\text{ОСШ}}{K_n} \right), \quad (10)$$

Таким образом, формула (10) позволяет определить предельную пропускную способность радиолинии с технологией ММО без вычисления собственных значений канальной матрицы.

Для несимметричных ММО-систем (MISO и SIMO) в соответствии с формулой Шеннона-Хартли повысить пропускную способность радиолинии можно только за счет увеличения ее энергетики. Для этих схем радиолиний, с учетом принятых выше ограничений, предельное значение пропускной способности, равно:

$$C_{\text{miso}} = \Delta F_k \log_2 \left(1 + N \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right);$$

$$C_{\text{simo}} = \Delta F_k \log_2 \left(1 + M \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right). \quad (11)$$

При комплексном использовании в ММО-системе мультиплексирования и разнесенного приема на приемной стороне в каждой параллельной ветви на основе формул (10) и (11) модель определения пропускной способности примет вид

$$C = K_n \Delta F_k \log_2 \left(1 + M \frac{\text{ОСШ}}{K_n} \right), \quad (12)$$

Таким образом, в работе ведено ряд ограничений на определение пропускной способности в ММО-системах, которые не будут сказываться на проявляемые тенденции выбора схемы ММО-системы. Данный подход справедлив только для сравнительного анализа различных способов формирования структуры ММО-системы.

Снижение пропускной способности в выбранных схемах ММО будет идентичным, т.к. модель учитывает внешние факторы системы и не связана с внутренними дестабилизирующими воздействиями субканалов, которые будут проявляться одинаково (среда распространения волн не меняется в зависимости от применяемой схемы).

Оценка пропускной способности радиолиний с МАС

На рисунке 6 показаны графики зависимостей пиковой скорости передачи информации в полосе частот $F_k = 1$ Гц от отношения сигнал/шум (АБГШ) и количества антенн при использовании технологии SISO ($N = M = 1$), а также при различных режимах SIMO (SIMO 1x2; SIMO 1x3 и SIMO 1x4) и ММО (ММО 2x2: $N = M = 2$; ММО 3x3: $N = M = 3$; ММО 4x4: $N = M = 4$ (сплошная линия) и схем разнесенного приема в каждом субканале каждой схемы соответственно $M = 1, M = 3, M = 4$ (пунктирные линии).

На рисунке 7 приведены графики зависимости пиковой скорости передачи информации комбинированных схем ММО с различным количеством параллельных каналов от количества приемных антенн разнесенного приема в каждом субканале для малых (0 дБ), средних 10 дБ и 20 дБ) и больших (40 дБ) значений ОСШ на входе приемника.

Из рисунков следует, что при малых отношениях сигнал/шум (до 5 дБ), что соответствует, как правило, предельной дальности связи:

- ропускная способность собственно ММО-систем растет нелинейно и составляет от 10 до 35% относительно SISO;
- ропускная способность с учетом разнесенного приема (количества каналов M) позволяет дополнительно ее повысить от 40 до 60 % относительно SISO.

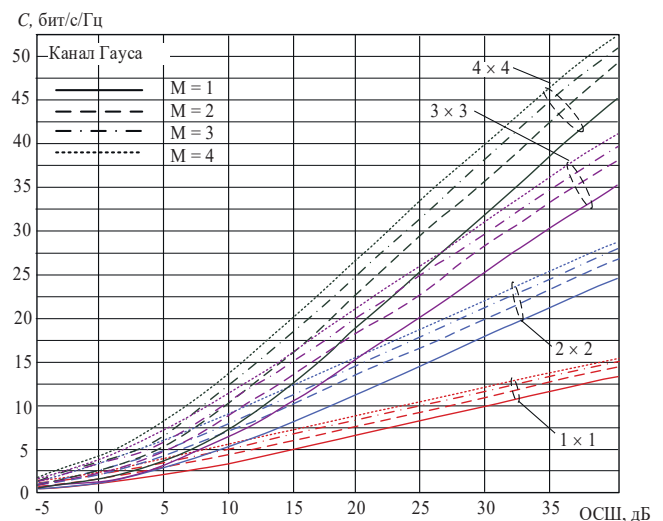


Рис. 6. Зависимость пиковой скорости передачи информации в гауссовом канале связи с технологией ММО и разнесенном приеме от ОСШ в гауссовом канале связи

При больших отношениях сигнал/шум (30...40 дБ), что соответствует малой дальности связи, например, вблизи базовой станции:

- ропускная способность собственно ММО-систем растет линейно многократно от 2 до 3,5 раз относительно SISO;

– пропускная способность с учетом разнесенного приема (количества каналов M) позволяет дополнительно ее повысить от 5 до 30% относительно SISO.

Анализ графиков зависимости пропускной способности от количества каналов разнесения M в различных схемах МИМО показывает, что они имеют различный угол ее нарастания. Наибольшая крутизна скатов графиков наблюдается при малых значениях ОСШ, а наименьшая при больших значениях ОСШ.

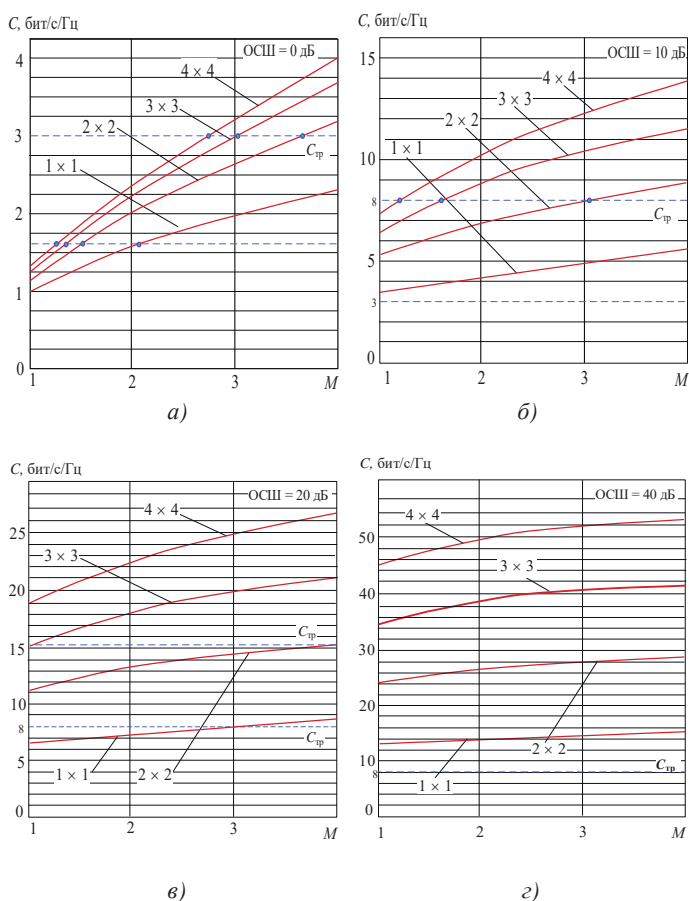


Рис. 7. Зависимость пиковой скорости передачи информации в различных схемах МИМО-систем от количества антенн в разнесенном приеме при различных значениях ОСШ: а) 0 дБ; б) 10 дБ; в) 20 дБ; г) 40 дБ

Поэтому достижение требуемой пропускной способности $C_{\text{тр}}$ за счет комбинирования количества антенн будет целесообразным при больших дальностях связи и нецелесообразным вблизи базовой станции.

Кроме того, достичь требуемое значение $C_{\text{тр}}$ можно и за счет смены схемы МИМО с простой на более сложную, т.е. путем увеличения параллельных каналов. Однако, в этом случае возникает дилемма о эффективности применения той или иной схемы МИМО-системы.

Таким образом, технология мультиплексирования в МИМО-системах эффективна при больших значениях ОСШ, а технология разнесенного приема (SISO) достаточно эффективна при малых значениях. Она обеспечивает близкие к МИМО скорости передачи данных.

Пропускная способность радиолиний с МАС при интерференционных замираниях

Недостатками радиолиний с МАС являются большие размеры антенных систем, стоимость и аппаратные ограничения (повышенная техническая сложность) системы. К тому же, по мере увеличения количества антенн фактическая производительность МИМО все больше отстает от теоретического прироста. К преимуществам, можно отнести способность МИМО экономично **улучшать пропускную способность, расширять пограничную** сотовую сеть, **покрытие и групповую мобильность** беспроводной сети за счет использования распределенных антенн.

Технология комбинирования (комплексного использования) схем МИМО-систем во многих практических применениях, например, в многолучевых каналах беспроводной связи, перевешивает недостатки, за счет использования преимущества макродифференцирования (наращивания параллельных каналов в пространственных координатах) в дополнение к микродифференцированию (наращивание субканалов разнесенного приема внутри схемы). Данная технология может эффективно использовать пространственную область мобильных каналов с замираниями сигналов для значительного повышения производительности систем в многолучевых беспроводных радиолиниях.

Основная идея комбинированной МИМО заключается в группировании субканалов в виртуальную антенную решетку для обеспечения связи по протоколу МИМО. Тогда **совместная передача** в различных схемах МИМО включает в себя систему из **нескольких двухточечных радиоканалов**, включая каналы **внутри** виртуального массива и, возможно, каналы между различными виртуальными массивами.

Таким образом, дальнейшие обобщения оценки пропускной способности радиолиний с МАС **связаны** с рассмотрением "небелых" сигналов и шумов и с допущением случайности их величин в случае замираний радиосигналов.

Основной проблемой, не позволяющей в полной мере реализовать преимущества МИМО-систем, является наличие в сети связи интерференционных (соконаличных) помех, создаваемых в радиолиниях, работающим на тех же частотах в соседних секторах или сотах (каналах). Решения возникающих при этом задач имеются в литературе по теории информации [13].

Простая оценка пропускной способности в многолучевом канале возможна если считать, что АБГШ и интерференционные помехи независимы. Тогда потенциальную скорость передачи информации в многолучевом канале можно оценить с использованием той же, но модифицированной формулы

$$C_{\text{mimo+q}} = K_n \Delta F_k \log_2 \left\{ 1 + \frac{M}{K_n} \left(\frac{1}{P_c/P_{\text{ш}}} + \frac{1}{P_c/P_n} \right)^{-1} \right\}, \quad (13)$$

где $P_c/P_n = q^2$ – отношение средних мощностей сигнала/интерференционной помехи.

Формула (13) позволяет определить пропускную способность в радиолиниях с комбинированием схем МИМО в условиях многолучевости канала. Реально в каждом субканале существуют индивидуальные условия распространения радиоволн.

Очевидно, что интерференционные помехи будут снижать предельную скорость передачи информации информации. Поэтому для сравнения пропускной способности гауссовского и многолучевого каналов целесообразно ввести относительное снижение скорости передачи информации вследствие влияния интерференционной помехи. Количественной оценкой данного показателя является отношение реальной пропускной способности к максимальной. Тогда относительное снижение скорости передачи информации вследствие влияния интерференционной помехи можно оценить следующим образом:

$$\Delta C = \frac{C_{\text{mimo}} - C_{\text{mimo}+q}}{C_{\text{mimo}}}, \quad (14)$$

где C_{mimo} – пропускная способность в гауссовском канале для схем МИМО-систем; $C_{\text{mimo}+q}$ – пропускная способность в многолучевом канале с величиной интерференционных замираний q , рассчитанная для одинаковых схем МИМО-систем (C_{mimo}).

Оценка пропускной способности радиолиний с МАС при интерференционных замираниях

На рисунке 8 приведены графики зависимостей пиковой скорости передачи информации от отношения сигнал/шум в полосе частот $F_k = 1$ Гц при различных уровнях интерференционных помех и схем МИМО-систем, аналогичных графикам рисунка 6. Из рисунка следует, что интерференционные помехи снижают скорость передачи информации.

На рисунке 9 приведены графики зависимости пиковой скорости передачи информации от количества приемных антенн разнесенного приема в каждом субканале при различных уровнях интерференционных помех и схем МИМО-систем, аналогичных графикам рисунка 7.

Анализ графиков на рисунках 8 и 9 позволяет определить снижение скорости передачи информации вследствие влияния интерференционной помехи:

1. Пиковая пропускная способность в многолучевом канале с технологией SISO и разнесенным приемом **снижается** по сравнению с гауссовским каналом за счет влияния интерференционных помех:

- в условиях глубоких замираний ($q=0$ дБ) в дальней зоне (ОСШ=0 дБ) 1,72 раза, в средней зоне (ОСШ=10 дБ) в 3,72 раза и в ближней зоне (ОСШ=40 дБ) в 13,3 раза, а с учетом разнесенного приема ($M = 4$) – в 1,47, 2,43 и 6,6 раз соответственно, т.е. разнесенный прием улучшает производительность многолучевого канала;

- в условиях средних замираний ($q=10$ дБ) в дальней зоне 1,03 раза, в средней зоне в 1,34 раза и в ближней зоне в 3,84 раза, а с учетом разнесенного приема ($M = 4$) – в 1,05, 1,22 и 2,85 раз соответственно, т.е. разнесенный прием улучшает производительность многолучевого канала, но в меньшей степени, чем в условиях глубоких замираний радиосигнала;

- в условиях незначительных замираний ($q=40$ дБ) в дальней и средней зонах соизмерима, а в ближней зоне в 1,08 раза, с учетом разнесенного приема ($M = 4$) – в 1,07 раза, что значительно меньше, чем при глубоких и средних замираниях.

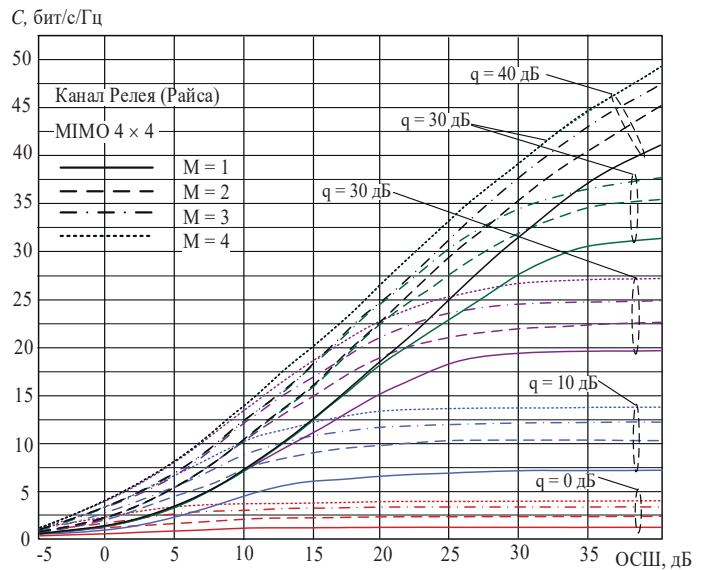


Рис. 8. Зависимость пиковой скорости передачи информации от отношения сигнал/шум в многолучевом канале связи с технологией МИМО с учетом разнесенного приема и глубины интерференционных замираний

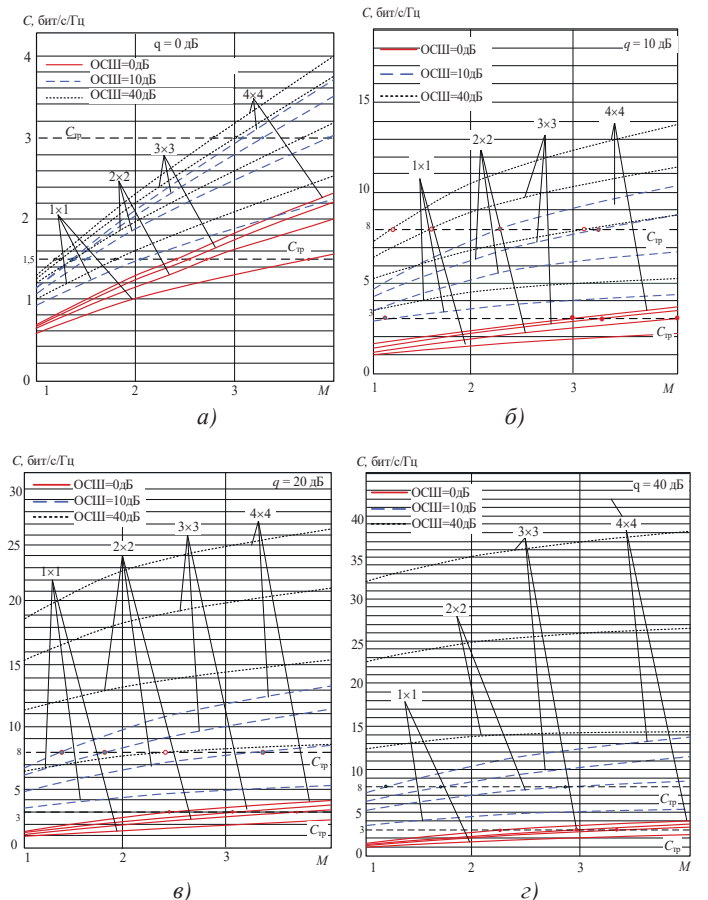


Рис. 9. Зависимость пиковой скорости передачи информации в различных схемах МИМО-систем от количества антенн разнесенного приема в многолучевом канале связи б) при $q=20$ дБ – средних значениях замираний (райсовских); в) при $q=40$ дБ – незначительных замираниях радиосигнала в точке приема

2. Пиковая пропускная способность в многолучевом канале с технологией MIMO 4x4 с разнесенным приемом *снижается* по сравнению с гауссовским каналом за счет влияния интерференционных помех:

– в условиях глубоких замираний ($q=0$ дБ) в дальней зоне 1,91 раза, в средней зоне в 6,13 раза и в ближней зоне в 34,8 раза, а с учетом разнесенного приема ($M=4$) – в 1,71, 3,7 и 13,3 раза соответственно, т.е. разнесенный прием улучшает производительность многолучевого канала;

– в условиях средних замираний ($q=10$ дБ) в дальней зоне 1,1 раза, в средней зоне в 1,55 раза и в ближней зоне в 6,25 раза, а с учетом разнесенного приема ($M=4$) – в 1,07, 1,33 и 3,85 раз соответственно, т.е. разнесенный прием улучшает производительность многолучевого канала, но в меньшей степени, чем в условиях глубоких замираний радиосигнала;

– в условиях незначительных замираний ($q=40$ дБ) в дальней и средней зонах соизмеримы, а в ближней зоне в 1,09 раза, с учетом разнесенного приема ($M=4$) – в 1,08 раза, что значительно меньше, чем при глубоких и средних замираниях.

Таким образом, разнесенный прием дает максимальное приращение пропускной способности радиолинии в условиях глубоких замираний и относительно больших ОСШ на входе приемника. Комбинация разнесенного приема и мультиплексирования субканалов в пространстве дает большее увеличение пропускной способности комплексирования по сравнению с классической радиолинией (SISO) (табл. 1).

Таблица 1

Относительное снижение скорости передачи информации за счет влияния интерференционных помех в радиолинии с технологией SISO $\Delta C = (C - C_q)/C$

q, дБ	Разнесение	ОСШ, дБ									
		-5	0	5	10	15	20	25	30	35	40
0	M=1	0,22	0,42	0,60	0,73	0,81	0,85	0,88	0,90	0,91	0,92
	M=2	0,20	0,37	0,54	0,66	0,74	0,79	0,83	0,86	0,87	0,89
	M=3	0,19	0,34	0,49	0,62	0,70	0,76	0,80	0,83	0,85	0,87
	M=4	0,18	0,32	0,47	0,59	0,67	0,73	0,78	0,81	0,83	0,85
10	M=1	0,027	0,067	0,14	0,25	0,38	0,50	0,59	0,65	0,70	0,74
	M=2	0,024	0,057	0,117	0,21	0,33	0,44	0,53	0,60	0,65	0,69
	M=3	0,023	0,051	0,104	0,19	0,31	0,41	0,50	0,57	0,63	0,67
	M=4	0,021	0,047	0,096	0,180	0,289	0,396	0,484	0,554	0,61	0,65
40	M=1	0,000 0	0,000 1	0,000 2	0,000 4	0,000 9	0,002 1	0,005 4	0,014	0,034	0,075
	M=2	0,000 0	0,000 1	0,000 1	0,000 3	0,000 7	0,001 9	0,004 8	0,013	0,031	0,070
	M=3	0,000 0	0,000 1	0,000 1	0,000 3	0,000 7	0,001 7	0,004 5	0,011 9	0,030 0	0,067 2
	M=4	0,000 0	0,000 0	0,000 1	0,000 3	0,000 6	0,001 7	0,004 4	0,011 5	0,029 1	0,065 4

Относительное снижение скорости передачи информации в различных схемах MIMO вследствие влияния интерференционной помехи, вычисленное по формуле (13) приведено в таблице 2 и на рис. 10, 11.

Таблица 2

Относительное снижение скорости передачи информации за счет влияния интерференционных помех в радиолинии с технологией MIMO (4x4)

q, дБ	Разнесение	ОСШ, дБ									
		-5	0	5	10	15	20	25	30	35	40
0	M=1	0,23	0,47	0,70	0,84	0,90	0,93	0,95	0,96	0,97	0,97
	M=2	0,23	0,45	0,66	0,79	0,86	0,90	0,92	0,93	0,94	0,95
	M=3	0,22	0,43	0,63	0,76	0,83	0,87	0,90	0,92	0,93	0,94
	M=4	0,22	0,42	0,60	0,73	0,81	0,85	0,88	0,90	0,91	0,92
10	M=1	0,023	0,082	0,193	0,35	0,51	0,64	0,72	0,77	0,81	0,84
	M=2	0,029	0,08	0,17	0,30	0,44	0,564	0,65	0,71	0,76	0,79
	M=3	0,028	0,07	0,15	0,27	0,41	0,53	0,61	0,68	0,73	0,76
	M=4	0,027	0,067	0,14	0,25	0,383	0,50	0,59	0,654	0,70	0,74
40	M=1	0,0000	0,0001	0,0002	0,0006	0,0013	0,0029	0,007	0,017	0,041	0,089
	M=2	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0011	0,0025	0,006	0,015	0,037	0,081
	M=3	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0009	0,0023	0,0057	0,0144	0,0353	0,078
	M=4	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0009	0,0021	0,0054	0,0138	0,034	0,075

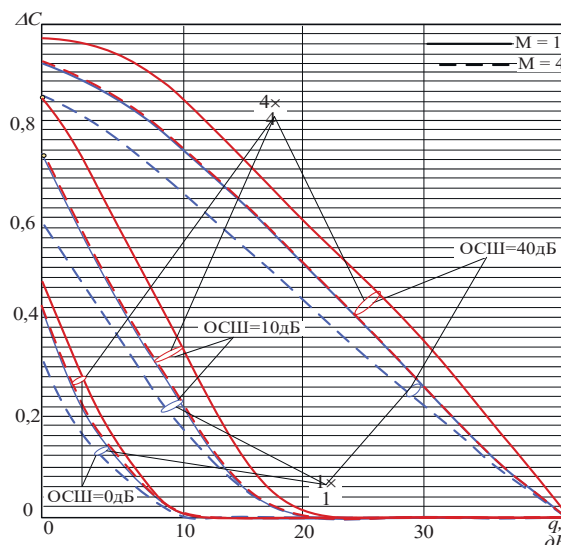


Рис. 10. Относительное снижение пропускной способности радиолиний со схемами MIMO от уровня интерференционной помехи

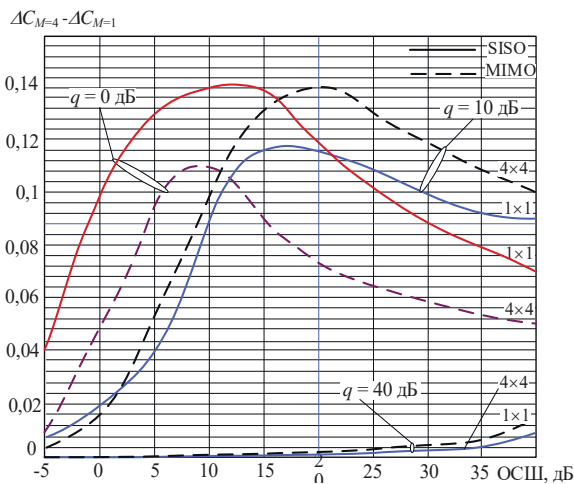


Рис. 11. Относительное снижение пропускной способности от ОСШ при различном уровне интерференционной помехи в радиолиниях MIMO

Анализ полученных результатов комбинации схем ММО-систем позволяет заключить, что вследствие воздействия интерференционных помех происходит значительное снижение пропускной способности радиолинии по сравнению с АБГШ. Причем максимальное снижение наблюдается в релейских каналах связи, т.е. при глубоких ($q = 0$ дБ) уровнях замираний сигналов на входе приемника

Разнесенный прием эффективен в определенной области значений ОСШ, т.е. имеет оптимальные (максимальные) значения приращения пропускной способности:

1. В диапазоне значений ОСШ от 5 дБ до 15 дБ (рис. 11) при глубоких (релейских) уровнях замирания радиосигнала, причем схема SISO на 5-10% эффективней схемы ММО.

2. В диапазоне значений ОСШ от 15 дБ до 25 дБ (рис. 11) при средних (райсовских) уровнях замираний радиосигнала, причем схема ММО на 2-3% эффективней схемы SISO.

3. В диапазоне больших значений ОСШ (30-40 дБ) схемы разнесенного приема незначительно влияют на пропускную способность.

Следовательно, в дальней зоне связи при **глубоких замираниях** целесообразно использовать классические схемы радиосвязи 1×1 с разнесенным приемом, **при средних** – комбинированные схемы ММО-систем, а при незначительных уровнях замираний разнесенный прием использовать нецелесообразно, а технологию мультиплексирования субканалов целесообразно применять для наращивания пропускной способности.

Таким образом, предложенная технология комплексного использования схем ММО-систем позволяет реализовывать рациональный выбор схемы мультиплексирования и разнесенного приема (количества антенных элементов и их группирование) в радиолиниях с многоантенными системами адаптации. Такая адаптация позволит высвободить ресурс антенных элементов базовой (абонентской) станции, например, для мониторинга, организации новых направлений связи, решения навигационных и других задач.

Заключение

В настоящей работе рассмотрены ММО-системы радиосвязи, использующие в системах мобильной связи 4-го и 5-го поколения. Установлено, что на потенциальную пропускную способность влияют интерференционные помехи присущие мобильным системам связи, особенно в городских условиях и пространственная корреляция. Поэтому МАС должны рационально сочетать алгоритмы борьбы с замираниями и повышения пропускной способности линий. Данную дилемму можно решать путем комбинирования структур схем ММО-систем сочетая мультиплексирование и разнесенный прием. В этом случае возникает задача оптимального распределения антенного ресурса по критериям производительности и устойчивости линий к замираниям радиосигналов, т.е. разрешения компромисса между пропускной способностью и устойчивостью радиолинии с учетом частотно-временной и пространственной корреляции между сигналами.

Литература

1. Khan R. Hybrid-NOMA for Wireless Communication System // Proceedings of Telecommunication Universities. 2023. Vol. 9, No. 3, pp. 104-111. DOI 10.31854/1813-324X-2023-9-3-104-111. EDN HCXCNS

2. Singh M., Singh M.L., Singh R. Statistical channel modeling of intensity fluctuations in the turbulent underwater wireless optical communication system // Opticheskiy Zhurnal. 2022. Vol. 89, No. 12, pp. 19-37. DOI 10.17586/1023-5086-2022-89-12-19-37. EDN ASUBWK

3. Seleznev V.M. A high-gain steerable reflective array antenna for V-band wireless communications // Radioengineering. 2022. Vol. 86, No. 3, pp. 122-123. DOI 10.18127/j00338486-202203-11. EDN HGFOVL

4. Якушенко С.А., Дворников С.В., Крячко А.Ф. и др. Методика оценки устойчивости сети многоканальной радиосвязи на основе решения задачи Коши для системы матричных уравнений Колмогорова, описывающих ее состояние // Радиотехника. 2020. Т. 84, № 12(24). С. 112-120. DOI 10.18127/j00338486-202012(24)-11. EDN NNOXZC

5. Дворников С.В., Жеглов К.Д., Дворников С.С. Проактивный контроль пригодности радиоканалов в режиме ПИРЧ // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Т. 16, № 11. С. 15-20. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-11-15-20. EDN YLWCFH

6. Баскакова А.В., Кузнецов С.Н., Широбакин С.Е. Конструирование атермальных оптических систем для беспроводной лазерной связи // Лазеры. Измерения. Информация. 2022. Т. 2, № 3(7). С. 9-19. DOI 10.51639/2713-0568-2022-2-3-9. EDN KQYJFS

7. Иванов М.С., Шушков А.В., Макаренко С.И. Повышение скорости передачи данных в сети воздушной радиосвязи управления летательными аппаратами за счет адаптивного использования энергетического, сигнального и частотного сетевых ресурсов. Часть 2. Исследование достигаемого повышения скорости передачи данных // Системы управления, связи и безопасности. 2023. № 1. С. 220-243. DOI 10.24412/2410-9916-2023-1-220-243. EDN QJWYEC

8. Иванов М.С., Шушков А.В., Макаренко С.И. Повышение скорости передачи данных в сети воздушной радиосвязи управления летательными аппаратами за счет адаптивного использования энергетического, сигнального и частотного сетевых ресурсов. Часть 1. Модели и методика повышения скорости передачи данных // Системы управления, связи и безопасности. 2023. № 1. С. 125-219. DOI 10.24412/2410-9916-2023-1-125-219. EDN WWMDQN

9. Бен Режеб Т. Б. К. Комбинирование технологий многоантенных систем ММО и неортогонального доступа на основе разреженных последовательностей SCMA // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Т. 18, № 7. С. 37-43. DOI 10.36724/2072-8735-2024-18-7-37-43. EDN URQSSIS

10. Маджд А., Казаков Л.Н., Кубышкин Е.П. Комбинирование многоантенных систем (ММО) в задаче обнаружения биологических объектов // Вестник Ярославского высшего военного училища противовоздушной обороны. 2022. № 1(16). С. 11-17. EDN JUMRMC

11. Дворников С.В., Коноховский В.С., Симонов А.Н. Способ частотнопространственной селекции радиоизлучений с помощью триортогональной антенной системы // Информационно-управляющие системы. 2020. № 1(104). С. 63-72. DOI 10.31799/1684-8853-2020-1-63-72. EDN YYEETK

12. Калачиков А.А., Безгодкин Р.О., Петров И.А., Винников А.А. Анализ характеристик алгоритмов прекодирования сигналов в MU-MIMO системе с использованием модели канала QuaDRiGa // Труды учебных заведений связи. 2022. Т. 8, № 1. С. 41-47. DOI 10.31854/1813-324X-2022-8-1-41-47. EDN BIREDT

13. Hiari O., Mesleh R.M. Novel Transmitter Designs for Variant Signed Quadrature Space Modulation Techniques // IEEE Systems Journal. 2022. Vol. 16, No. 2, pp. 3437-3445. DOI 10.1109/jsyst.2021.3070369. EDN RDPQOF

14. Hiari O., Mesleh R.M. Hybrid Transmitter Hardware Models for Reliable Implementations of Space Modulation Techniques // IEEE Transactions on Communications. 2022. Vol. 70, No. 5, pp. 2992-3005. DOI 10.1109/TCOMM.2022.3157317. EDN WBOGQD

15. Singh V.K.M.R., Karuppiah M. Mitigation of atmospheric losses using dual-polarized 16-QAM MIMO technique in free-space optical system in various weather conditions // International Journal of Communication Systems. 2024. DOI 10.1002/dac.5816. EDN UQFTUQ

16. Касьянов А.О., Потупак М.В. Применение графического процессора для цифровой обработки сигналов в реальном масштабе

времени // Известия ЮФУ. Технические науки. 2024. № 3(239). С. 79-91. DOI 10.18522/2311-3103-2024-3-79-91. EDN ALUVTVB

17. *Альшиев Ю.В., Николаев Б.И.* Параллельная обработка пространственно-разнесенных сигналов в каналах с многолучевостью // Электросвязь. 2006. № 7. С. 19-21. EDN HUGFJR

18. *Малашенко Ю.Е., Назарова И.А.* Оценка предельных распределений пропускной способности в многопользовательской сети при передаче межузловых потоков по кратчайшим маршрутам // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2022. № 5. С. 90-101. DOI 10.31857/S0002338822040138. EDN BGXIZJ

19. *Дворников С.В., Балыков А.А.* Предложения по управлению скоростью передачи и помехоустойчивостью сигналов с перестановочной частотной модуляцией // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Т. 14, № 6. С. 20-26. DOI 10.36724/2072-8735-2020-14-6-20-26. EDN LLPGYL

20. *Пашищев В.П., Белоконов Д.А., Цимбал В.А.* и др. Методика оценки влияния диффузности ионосферы и выбора рабочей частоты на помехоустойчивость коротковолновой связи // Журнал радиоэлектроники. 2024. № 12. DOI 10.30898/1684-1719.2024.12.2. EDN BMORYF

21. *Фаустов И.С., Токарев А.Б., Козьмин А.В.* Реализация разнесенного приема при радиоконтроле частотно-модулированных сигналов // Радиотехника. 2024. Т. 88, № 7. С. 26-30. DOI 10.18127/j00338486-202407-05. EDN DPKEGA

22. *Егоров В.В., Маслаков М.Л.* Быстрое сложение двух сигналов, принятых из канала с замираниями // Волновая электроника и инфокоммуникационные системы : Материалы XXVII Международной научной конференции. В 3-х частях, Санкт-Петербург, 03-07 июня 2024 г. Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2024. С. 78-84. EDN VFVEUC

23. *Журавлев А.П., Рюмишин К.Ю., Атакищев О.И.* и др. Параметры модуляции современных систем связи // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Т. 17, № 7. С. 13-20. DOI 10.36724/2072-8735-2023-17-7-13-20. EDN JSMWIR

24. *Дворников С.В., Марков Е.В., Маноши Э.А.* Повышение помехозащищенности передач декаметровых радиоканалов в условиях непреднамеренных помех // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2021. Т. 15, № 6. С. 4-9. DOI 10.36724/2072-8735-2021-15-6-4-9. EDN KHPWMU

25. *Роцинский П.С., Федоров А.С.* Исследование системы передачи данных стандарта Wi-Fi 6 с использованием технологий OFDMA и MU-MIMO // International Journal of Professional Science. 2022. № 11-2. С. 194-199. DOI 10.54092/25421085-2022-112-194. EDN AMMEAC

26. *Davydov V., Moroz A., Fokin G., Lazarev V.* Instantaneous Interference Evaluation Model for Smart Antennas in 5G Ultra-Dense Networks // Lecture Notes in Computer Science. 2022. Vol. 13158 LNCS. P. 365-376. DOI 10.1007/978-3-030-97777-1-31. EDN UGQDAA

27. *Fokin G., Bachevsky S., Sevidov V.* System Level Performance Evaluation of Location Aware Beamforming in 5G Ultra-Dense Networks // IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech), Saint Petersburg, 15–16 октября 2020 года. Vol. 2020. Saint Petersburg: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2020, pp. 94-97. DOI 10.1109/EExPolytech50912.2020.9243970. EDN OLACFI

28. *Simonov A., Fokin G., Sevidov V.* et al. Polarization Direction Finding Method of Interfering Radio Emission Sources // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems, St. Petersburg, Russia, 26-28 августа 2019 г. Vol. 11660. St. Petersburg, Russia: Springer Verlag, 2019, pp. 208-219. DOI 10.1007/978-3-030-30859-9_18. EDN GWKCCM

29. *Wang Sh., He F., Dong Zh.* A Space-Time Coding Array Sidelobe Optimization Method Combining Array Element Spatial Coding and Mismatched Filtering // Remote Sensing. 2024. Vol. 16, No. 17. P. 3322. DOI 10.3390/rs16173322. EDN AFVVYO

30. *Дворников С.В., Якушенко С.А.* Управление параметрами устойчивости инфокоммуникационной системы в условиях деструктивных воздействий // Радиотехника. 2023. Т. 87, № 6. С. 23-31. DOI 10.18127/j00338486-202306-03. EDN EXKZOH

31. *Нгуен В.Н.Т.* Повышение эффективности схемы Аламоути в беспроводных MIMO системах передачи информации при наличии помех // Современные технологии в науке и образовании – СТНО-2022 : Сборник трудов V Международного научно-технического форума. В 10-ти томах, Рязань, 02-04 марта 2022 г / Под общей редакцией О.В. Милозорова. Том 1. Рязань: Рязанский государственный радиотехнический университет, 2022. С. 122-128. EDN NLMWLB

32. *Matemu A.E., Lee K.* Spatial Modulation and Generalized Spatial Modulation for Dynamic Metasurface Antennas // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2025. Vol. 24, No. 1, pp. 783-795. DOI 10.1109/twc.2024.3501337. EDN DBKIHS

33. *Singh Ch., Raja P.C.K.* Hybrid optimization assisted transmit antenna selection for massive MIMO technology // Multimedia Tools and Applications. 2024. Vol. 83, No. 7, pp. 20909-20929. DOI 10.1007/s11042-023-16053-x. EDN JLIZQG

34. *Якушенко С.А., Дворников С.В.* Обоснование требований к показателю доступности глобальной навигационной спутниковой системе для потребителей бассейнов внутренних водных путей // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Т. 18, № 4. С. 22-29. DOI 10.36724/2072-8735-2024-18-4-22-29. EDN ZSZAHE

35. *Dvornikov S.S., Zheglov K.D., Dvornikov S.V.* SSB signals with controlled pilot level // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Vol. 17, No. 3, pp. 41-47. DOI 10.36724/2072-8735-2023-17-3-41-47. EDN VUZDRH

36. *Khokhar S. Ud. D., Peng Q., Yasir M.* Noor Output Linearization of Single-Input Single-Output Fuzzy System to Improve Accuracy and Performance // Computers, Materials and Continua. 2023. Vol. 75, No. 2, pp. 2413-2427. DOI 10.32604/cmc.2023.036148. EDN QUYNYL

ALGORITHM FOR SELECTING THE MIMO SYSTEM SCHEME IN RADIO LINKS WITH MULTIPLE SPATIAL CHANNELS

Sergey A. Yakushenko, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia, was16@mail.ru
Sergey V. Dvornikov, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia, practicdsv@yandex.ru

Abstract

The paper considers wireless radio links with multi-antenna systems. The aim of the re-search is to analyze and evaluate the capacity of multi-antenna radio links of various schemes in a complex signal-noise environment and to build an optimal mobile communication system based on radio links with MIMO technologies. The paper evaluates the capacity of radio links with various schemes using MIMO systems technology in Gaussian and Rayleigh channels. It is established that the capacity of radio links depends on many factors – radio link scheme options, the number of antennas, signal reception and processing methods, as well as the communication range, i.e. where the subscriber is located - near the base station or at the edge of the service area, as well as the communication conditions - in a large or sparsely populated city, in very rugged terrain or flat, etc. A given radio link capacity can be achieved in various ways - by using one or another MIMO technology scheme, increasing the degree of multiplexing or the number of antennas for diversity reception. For example, the multiplexing technology in MIMO systems is effective at high values of signal-to-noise ratios, and the diversity reception technology (SIMO) is quite effective at low values. Therefore, it is expedient to combine variants of MIMO system schemes and signal reception technologies in such a way as to achieve the best efficiency of the radio link, in terms of throughput and noise immunity with minimal costs of antenna system elements. Prospective base stations will have hundreds of antenna elements that are distributed over subscriber radio lines depending on the need for throughput and communication quality. However, as the evaluation of MIMO system design schemes has shown, the specified values of the indicators can be achieved by various methods of combining antennas, their number, receiving and processing signals in radio line subchannels. Thus, with many subscribers in the service area, located in different communication conditions, the problem of optimally distributing the antenna resource over subscriber radio lines arises in order to achieve the maximum throughput of the communication system as a whole. The paper proposes an approach to distributing the antenna resource of a base station in its service area and a method for synthesizing the optimal structure of a mobile network with a large number of subscribers (optimal distribution of the antenna re-source over the network's radio lines). The throughput as a property associated with the purpose of the system and the noise immunity of signals to total interference as a property of communication quality, as well as the costs of their implementation, are selected as an efficiency indicator for a communication system with multi-antenna radio lines. The research results can be used to develop algorithms for maximizing the throughput in the service area of a mobile base station under difficult electromagnetic conditions, the dynamics of changes in the information load in radio lines and the movement of subscriber terminals in a variety of terrain and urban topology. Multi-antenna systems should rationally combine algorithms for combating fading and increasing the throughput of lines, which can be solved by the proposed algorithm. Therefore, further research is the optimal distribution of antenna resources of base stations, taking into account the available resource of subscriber stations according to the criterion of performance and resistance of lines to signal fading, i.e. resolution of the compromise between the capacity and stability of the radio link, taking into account external destructive effects on the mobile radio links. In addition, the inverse task is also possible – the formation of requirements for the resources of the base and subscriber stations to achieve the required target indicators of the mobile communication system in a given service area.

Keywords: radio lines, multi-antenna systems, maximum bandwidth, optimal distribution of antenna elements

References

- [1] R. Khan, "Hybrid-NOMA for Wireless Communication System," *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2023. Vol. 9, No. 3, pp. 104-111. DOI 10.31854/1813-324X-2023-9-3-104-111.
- [2] M. Singh, M. L. Singh, R. Singh, "Statistical channel modeling of intensity fluctuations in the turbulent under-water wireless optical communication system," *Opticheskiy Zhurnal*. 2022. Vol. 89, No. 12, pp. 19-37. DOI 10.17586/1023-5086-2022-89-12-19-37.
- [3] V.M. Seleznev, "A high-gain steerable reflective array antenna for V-band wireless communications," *Radioengineering*. 2022. Vol. 86, No. 3, pp. 122-123. DOI 10.18127/j00338486-202203-11.
- [4] S.A. Yakushenko, S.V. Dvornikov, A.F. Kryachko et al., "Methodology for assessing the stability of a multi-channel radio communication network based on solving the Cauchy problem for a system of Kolmogorov matrix equations describing its state," *Radio Engineering*. 2020. Vol. 84, No. 12 (24), pp. 112-120. DOI 10.18127 / j00338486-202012 (24) -11.
- [5] S.V. Dvornikov, S.S. Dvornikov, K.D. Zheglov, "Proactive monitoring of the suitability of radio channels in the frequency hopping mode," *T-Comm*. 2022. Vol. 16, No. 11, pp. 15-20. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-11-15-20.
- [6] A.V. Baskakova, S.N. Kuznetsov, S.E. Shirobakin, "Design of athermal optical systems for wireless laser communications," *Lasers. Measurements. Information*. 2022. Vol. 2, No. 3(7), pp. 9-19. DOI 10.51639/2713-0568_2022_2_3_9.
- [7] M.S. Ivanov, A.V. Shushkov, S.I. Makarenko, "Increasing the data transfer rate in the airborne radio communication network for aircraft control due to the adaptive use of energy, signal and frequency network resources. Part 2. Study of the achieved increase in data transfer rate," *Control, Communication and Security Systems*. 2023. No. 1, pp. 220-243. DOI 10.24412/2410-9916-2023-1-220-243.
- [8] M.S. Ivanov, A.V. Shushkov, S.I. Makarenko, "Increasing the data transfer rate in the airborne radio communication network for aircraft control due to the adaptive use of energy, signal and frequency network resources. Part 1. Models and methods for increasing the data transmission rate," *Control, communication and security systems*. 2023. No. 1, pp. 125-219. DOI 10.24412/2410-9916-2023-1-125-219.
- [9] T.B.K. Ben Rejeb, "Combining technologies of multi-antenna MIMO systems and non-orthogonal access based on sparse SCMA sequences," *T-Comm*. 2024. Vol. 18, No. 7, pp. 37-43. DOI 10.36724/2072-8735-2024-18-7-37-43.
- [10] A. Madzhd, L.N. Kazakov, E.P. Kubyshkin, "Combining multi-antenna systems (MIMO) in the problem of detecting biological objects," *Bulletin of the Yaroslavl Higher Military School of Air Defense*, 2022. No. 1 (16), pp. 11-17.
- [11] S.V. Dvornikov, V.S. Konyukhovskiy, A.N. Simonov, "Method of frequency-spatial selection of radio emissions using a triorthogonal antenna system," *Information and control systems*. 2020. No. 1(104), pp. 63-72. DOI 10.31799/1684-8853-2020-1-63-72.

- [12] A.A. Kalachikov, R.O. Bezgodkin, I.A. Petrov, A.A. Vinnikov, "Analysis of the characteristics of signal precoding algorithms in a MU-MIMO system using the QuaDRiGa channel model," *Proceedings of educational institutions of communication*. 2022. Vol. 8, No. 1, pp. 41-47. DOI 10.31854/1813-324X-2022-8-1-41-47.
- [13] O. Hiari, R.M. Mesleh, "Novel Transmitter Designs for Variant Signed Quadrature Space Modulation Techniques," *IEEE Systems Journal*. 2022. Vol. 16, No. 2, pp. 3437-3445. DOI 10.1109/jsyst.2021.3070369.
- [14] O. Hiari, R. Mesleh, "Hybrid Transmitter Hardware Models for Reliable Implementations of Space Modulation Techniques," *IEEE Transactions on Communications*. 2022. Vol. 70, No. 5, pp. 2992-3005. DOI 10.1109/TCOMM.2022.3157317.
- [15] V.K.M.R. Singh, M. Karuppiah, "Mitigation of atmospheric losses using dual-polarized 16-QAM MIMO technique in free-space optical system in various weather conditions," *International Journal of Communication Systems*. 2024. DOI 10.1002/dac.5816.
- [16] A.O. Kasyanov, M.V. Potipak, "Application of a graphics processor for digital signal processing in real time," *Bulletin of SFedU. Technical sciences*. 2024. No. 3 (239), pp. 79-91. DOI 10.18522 / 2311-3103-2024-3-79-91.
- [17] Yu.V. Alyshev, B.I. Nikolaev, "Parallel processing of spatially diverse signals in channels with multi-path," *Electrosvyaz*. 2006. No. 7, pp. 19-21.
- [18] Yu.E. Malashenko, I.A. Nazarova, "Estimation of the Limit Distributions of Throughput in a Multi-User Network for Transmitting Inter-Node Flows along the Shortest Routes," *Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Control Theory and Systems*. 2022. No. 5, pp. 90-101. DOI 10.31857/S0002338822040138.
- [19] S.V. Dvornikov, A.A. Balykov, "Proposals for controlling the transmission rate and noise immunity of signals with permutation frequency modulation," *T-Comm*. 2020. Vol. 14, No. 6, pp. 20-26. DOI 10.36724/2072-8735-2020-14-6-20-26.
- [20] V.P. Pashintsev, D.A. Belokon, V.A. Tsybmal, "Methodology for assessing the influence of ionospheric diffuseness and the choice of operating frequency on the noise immunity of shortwave communications," *Journal of Radio Electronics*. 2024. No. 12. DOI 10.30898/1684-1719.2024.12.2.
- [21] I.S. Faustov, A.B. Tokarev, A.V. Kozmin, "Implementation of diversity reception in radio monitoring of frequency-modulated signals," *Radio engineering*. 2024. Vol. 88, No. 7, pp. 26-30. DOI 10.18127/j00338486-202407-05.
- [22] V.V. Egorov, M.L. Maslakov, "Fast addition of two signals received from a channel with fading," *Wave electronics and infocommunication systems: Proceedings of the XXVII International scientific conference*. In 3 parts, St. Petersburg, June 03-07, 2024. St. Petersburg: St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 2024, pp. 78-84.
- [23] A.P. Zhuravlev, K.Yu. Rymshin, O.I. Atakishchev et al., "Modulation parameters of modern communication systems," *T-Comm*. 2023. Vol. 17, No. 7, pp. 13-20. DOI 10.36724/2072-8735-2023-17-7-13-20.
- [24] S.V. Dvornikov, E.V. Markov, E.A. Manoshi, "Increasing the noise immunity of decameter radio channel transmissions under unintentional interference," *T-Comm*. 2021. Vol. 15, No. 6, pp. 4-9. DOI 10.36724/2072-8735-2021-15-6-4-9.
- [25] R.S. Roshchinsky, A.S. Fedorov, "Study of the Wi-Fi 6 data transmission system using OFDMA and MU-MIMO technologies," *International Journal of Professional Science*. 2022. No. 11-2, pp. 194-199. DOI 10.54092/25421085_2022_112_194.
- [26] V. Davydov, A. Moroz, G. Fokin, V. Lazarev, "Instantaneous Interference Evaluation Model for Smart Antennas in 5G Ultra-Dense Networks," *Lecture Notes in Computer Science*. 2022. Vol. 13158 LNCS, pp. 365-376. DOI 10.1007/978-3-030-97777-1_31.
- [27] G. Fokin, S. Bachevsky, V. Sevidov, "System Level Performance Evaluation of Location Aware Beamforming in 5G Ultra-Dense Networks," *IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech)*, Saint Petersburg, 15-16 October 2020. Vol. 2020. Saint Petersburg: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2020, pp. 94-97. DOI 10.1109/EExPolytech50912.2020.9243970.
- [28] A. Simonov, G. Fokin, V. Sevidov et al., "Polarization Direction Finding Method of Interfering Radio Emission Sources," *Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems*, St. Petersburg, Russia, 26-28 August 2019. Vol. 11660. St. Petersburg, Russia: Springer Verlag, 2019, pp. 208-219. DOI 10.1007/978-3-030-30859-9_18.
- [29] Sh. Wang, F. He, Zh. Dong, "A Space-Time Coding Array Sidelobe Optimization Method Combining Array Element Spatial Coding and Mismatched Filtering," *Remote Sensing*. 2024. Vol. 16, No. 17. P. 3322. DOI 10.3390/rs16173322.
- [30] S.V. Dvornikov, S.A. Yakushenko, "Control of stability parameters of infocommunication system under destructive influences," *Radio engineering*. 2023. Vol. 87, No. 6, pp. 23-31. DOI 10.18127/j00338486-202306-03.
- [31] V. N. T. Nguyen, "Improving the efficiency of the Alamouti scheme in wireless MIMO information transmission systems in the presence of interference," *Modern technologies in science and education - STNO-2022: Collection of works of the V International scientific and technical forum*. In 10 volumes, Ryazan, March 02-04, 2022 / Edited by O.V. Milovzorov. Vol. 1. Ryazan: Ryazan State Radio Engineering University, 2022, pp. 122-128.
- [32] A. E. Matemu, K. Lee, "Spatial Modulation and Generalized Spatial Modulation for Dynamic Metasurface Antennas," *IEEE Transactions on Wireless Communications*. 2025. Vol. 24, No. 1, pp. 783-795. DOI 10.1109/twc.2024.3501337.
- [33] Ch. Singh, P. C. K. Raja, "Hybrid optimization assisted transmit antenna selection for massive MIMO technology," *Multimedia Tools and Applications*. 2024. Vol. 83, No. 7, pp. 20909-20929. DOI 10.1007/s11042-023-16053-x.
- [34] S.A. Yakushenko, S.V. Dvornikov, "Justification of the requirements for the indicator of availability of the global navigation satellite system for consumers of inland waterway basins," *T-Comm*. 2024. Vol. 18, No. 4, pp. 22-29. DOI 10.36724/2072-8735-2024-18-4-22-29.
- [35] S.S. Dvornikov, K.D. Zheglov, S.V. Dvornikov, "SSB signals with controlled pilot level," *T-Comm*. 2023. Vol. 17, No. 3, pp. 41-47. DOI 10.36724/2072-8735-2023-17-3-41-47.
- [36] S. Ud. D. Khokhar, Q. Peng, M. Yasir Noor, "Output Linearization of Single-Input Single-Output Fuzzy System to Improve Accuracy and Performance," *Computers, Materials and Continua*. 2023. Vol. 75, No. 2, pp. 2413-2427. DOI 10.32604/cmc.2023.036148.

Information about authors:

Sergey A. Yakushenko, Professor of the Department, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, St. Petersburg, Russia

Sergey V. Dvornikov, Professor of the Department, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Doctor of Technical Sciences, Professor, St. Petersburg, Russia

МНОГОСТАНЦИОННЫЙ ДОСТУП НА ОСНОВЕ ЦИРКУЛЯРНЫХ МАТРИЦ МНОГОПОЗИЦИОННЫХ ЛИНЕЙНЫХ РЕКУРРЕНТНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-3-37-53

Горгадзе Светлана Феликсовна,
Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, s.f.gorgadze@mtuci.ru

Ермакова Анастасия Всеволодовна,
Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, msikisyli@gmail.com

Кудряшова Анастасия Юрьевна,
Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия

Manuscript received 30 January 2025;
Accepted 05 March 2025

Ключевые слова: дискретные ортогональные системы сигналов, функции Виленкина-Крестенсона, дискретные экспоненциальные функции, системы Уолша-Адамара, обобщенное быстрое преобразование Фурье, ортогональные и неортогональные поднесущие, компенсация взаимных помех

Разработаны варианты построения систем ортогональных сигнатур на основе циркулярных матриц многопозиционных линейных рекуррентных последовательностей максимального периода. Показано, что любая матрица данного класса приводится к матрице функций Виленкина-Крестенсона с помощью уникального линейного оператора, основу которого составляет перестановка строк и столбцов циркулярной матрицы по возрастанию значений элементов мультипликативной группы расширенного поля Галуа по модулю неприводимого примитивного полинома, использовавшегося при формировании исходной последовательности. Установлено, что передача в радиоканале потока информационных символов на основе любой системы вышеупомянутых сигнатур и быстрая обработка результирующего сигнала в приемнике на основе обобщенного быстрого преобразования Фурье в базе функций Виленкина-Крестенсона связаны с несколькими вариантами перемежения передаваемых информационных символов. Показано, что использование для передачи информации одновременно нескольких разных систем разработанных ортогональных сигнатур в сочетании с быстрым алгоритмом компенсации их взаимных помех на основе обобщенного быстрого преобразования Фурье в базе функций Виленкина-Крестенсона позволяет в повысить пропускную способность канала связи в число раз, равное числу одновременно использующихся систем, по сравнению с методом передачи информации на основе одной системы ортогональных функций, и полностью скомпенсировать взаимные помехи. Новый способ компенсации взаимных помех является результатом ранее неизвестных свойств систем предлагаемых ортогональных сигналов, выявленных в данной работе. Данное увеличение пропускной способности канала связи возможно при совместной компенсации шумовой помехи.

Для цитирования:

Горгадзе С.Ф., Ермакова А.В., Кудряшова А.Ю. Многостанционный доступ на основе циркулярных матриц многопозиционных линейных рекуррентных последовательностей // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №3. С. 37-53.

For citation:

S. F. Gorgadze, A. V. Ermakova, A. Yu. Kudryashova, "Multi-station access based on circular matrices of multi-position linear recurrence sequences," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no.3 pp. 37-53. (in Russian)

Введение

Модулированные системы ортогональных функций, при формировании и обработке которых используются спектральные преобразования, в настоящее время широко используются в телекоммуникационных системах, прежде всего, в сотовых сетях мобильной связи [1-5], в различных системах радиосвязи и радиовещания [6-8], при передаче телевизионных сигналов [1, 2] и т.д. Вместе с тем, в практических приложениях применяются лишь два типа таких систем функций, являющихся частными случаями системы Виленкина-Крестенсона (ВК), - это система дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ) и система функций Уолша-Адамара. Спектральные преобразования на основе этих систем функций являются частным случаем соответствующего преобразования в системе ВК, называемого обобщенным преобразованием Фурье, а его быстрый вариант будем называть обобщенным быстрым преобразованием Фурье (БПФ) [9-15].

Применение ДЭФ рассматривалось в качестве основы для формирования телекоммуникационных сигналов еще в начале 60-х годов, а их теория развита в [12]. Как известно, дискретные аналоги сигналов OFDM (orthogonal frequency-division multiplexing) представляют собой ДЭФ, в результате чего при их демодуляции оказалось возможным применение традиционного БПФ [14]. Ортогональная система дискретных функций Уолша-Адамара и соответствующее ей быстрое преобразование Адамара (БПА) применяется в cdma-системах мобильной связи 3-его поколения и в спутниковой системе Globalstar [7, 8]. Как БПФ, так и БПА являются частными случаями обобщенного БПФ [12].

Число ортогональных сигналов в системе всегда соответствует размерности используемой матрицы дискретных функций, поэтому присоединение к ней любых дополнительных функций с целью повышения пропускной способности канала связи приводит к появлению взаимных помех одновременно передаваемых сигналов и, следовательно, позволяет получить необходимый результат только в случае возможности снижения требований к качеству передачи информации, по сравнению с вариантом использования только ортогональной системы сигналов. Компенсация взаимных помех, как правило, требует значительных вычислительных затрат [16-23]. Дополнительные сигналы не могут быть обработаны в контексте применяемого быстрого преобразования.

Основную идею этой статьи составляет рассмотрение возможности использования для передачи информации матриц-циркулянтов в общем случае скремблированных p -ичных линейных рекуррентных последовательностей (ЛРП), включая M -последовательности, в качестве наборов дискретных ортогональных сигналов. Как известно, частными случаями p -ичных ЛРП являются M -последовательности (МП), теория которых развита в работах [24-27]. Как показано в [25], их матрицы-циркулянты при перестановке столбцов приводятся к системам функций Уолша и, следовательно, при демодуляции соответствующих систем сигналов может использоваться БПА. Как показано в [26], все варианты матриц-циркулянтов таких функций одной и той же размерности преобразуются к одной и той же матрице функций Уолша. То есть, если для передачи информации используются одновременно несколько полных наборов матриц-циркулянтов разных МП одной и той же длины, то при линейном преобразовании

входной смеси сигналов по некоторому правилу можно получить матрицу функций Уолша, модулированную набором информационных символов, при преобразовании той же смеси по другому правилу – получим ту же матрицу функций Уолша, но модулированную другим набором информационных символов и т.д. При этом будут образовываться взаимные помехи, соответствующие значениям периодической взаимно корреляционной функции (ПВКФ) используемых псевдослучайных последовательностей (ПСП). Очевидно, выбирая пары так называемых предпочтительных МП [28-32] для построения исходных ортогональных систем, можно получить в качестве взаимной помехи отсчеты ПВКФ ПСП Голда, то есть минимизировать уровень таких помех при передаче информации на основе двух систем ортогональных функций. Кроме того, оказывается возможным упростить процедуру обращения матриц при компенсации этих помех.

Вместе с тем, p -ичные ЛРП в настоящее время не применяются на практике для формирования шумоподобных сигналов, в литературе отсутствуют таблицы неприводимых примитивных полиномов, необходимых для их формирования, и не найдены предпочтительные ПСП для формирования p -ичных аналогов ПСП Голда. Но любая ПВКФ МП может быть вычислена с помощью БПА [26]. Кроме того, как показано ниже, ПВКФ p -ичной ЛРП может быть вычислена на основе обобщенного БПФ. Данное обстоятельство целесообразно использовать при построении алгоритма компенсации взаимных помех, образующихся при использовании одновременно нескольких систем ортогональных функций для передачи информации.

Цель работы. Разработка способов построения матриц-циркулянтов p -ичных ЛРП, а также их линейного преобразования к системам ВК и способов компенсации взаимных помех на основе обобщенного БПФ при одновременном использовании систем соответствующих ортогональных сигналов для передачи информации.

Построение матриц-циркулянтов p -ичных ЛРП

Принципы построения матриц-циркулянтов МП, являющихся частным случаем p -ичных ЛРП, рассмотрены в [25], поэтому в данной статье будем рассматривать более общий вариант – матрицы-циркулянты p -ичных ЛРП.

Как известно, любую p -ичную ЛРП с периодом $N = p^m - 1$ и элементами из множества $\{0, 1, \dots, (p-1)\}$ можно сформировать с помощью неприводимого примитивного полинома m -го порядка:

$$f_m(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0, \quad (1)$$

где значения набора его коэффициентов $a_0, a_1, a_{m-2}, a_{m-1}, a_m$ также принадлежат множеству $\{0, 1, \dots, (p-1)\}$ [27, 28] (в дальнейшем такой полином будем называть p -ичным полиномом m -го порядка). Сформированную ПСП представим как вектор-строку

$${}^n \mathfrak{S}_i = [x_{i,k}, (k = 0, \dots, (N-1); i = 0, \dots, m-1)],$$

где $x_{i,k}$ – элементарный символ ПСП, k -номер ее символа, i – номер ее циклического сдвига на $l_i \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ символов относительно ПСП ${}^n\mathfrak{F}_0$ с циклическим сдвигом, принятым в качестве нулевого, n – номер способа упорядочения ПСП по их циклическим сдвигам.

С другой стороны, p -ичную ЛРП можно сформировать на основе циклической мультипликативной группы расширенного поля Галуа $GF(p^m)$ по модулю $f_m(x)$, каждый элемент которой представим как вектор-столбец $\alpha^k = [x_{i,k}, (k=0, \dots, N-1); (i=0, \dots, m-1)]^T$, где $[\cdot]^T$ – обозначение транспонированной матрицы. В данном случае k – номер элемента мультипликативной группы с первообразным элементом α^0 , причем $\alpha^k = H_n \alpha^{k-1}$ ($n=1, \dots, 4$), где

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & a_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & a_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{m-2} \\ 0 & 0 & \dots & 1 & a_{m-1} \end{bmatrix}, H_2 = [H_1]^T, \quad (2)$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} a_{m-1} & 1 & \dots & 0 & 0 \\ a_{m-2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ a_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, H_4 = [H_3]^T$$

– варианты сопровождающей матрицы $f_m(x)$ размерностью $m \times m$.

Отметим, что для так называемого двойственного полинома $f_{mD}(x) = a^0 x^m + a^1 x^{m-1} + \dots + a_{m-1} x + a_m$, являющегося неприводимым и примитивным, как и исходный полином,

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & a_m \\ 1 & 0 & \dots & 0 & a_{m-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & a_1 \end{bmatrix}, H_2 = [H_1]^T, \quad (3)$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m-1} & 0 & \dots & 0 & 1 \\ a_m & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, H_4 = [H_3]^T.$$

В результате при нумерации коэффициентов двойственного (зеркального) полинома, совпадающей с нумерацией исходного полинома, и формировании сопровождающих

матриц в соответствии с (2), получим матрицы, на основе которых нельзя построить мультипликативные группы поля с максимальным периодом повторения элементов, равным N , так что $\alpha^0 = \alpha^N, \alpha^1 = \alpha^{N+1}$. При этом в качестве α^0 можно выбрать любой элемент группы. В качестве примера в табл. 1 приводятся элементы максимальных мультипликативных групп расширенных полей Галуа для троичных полиномов второго порядка $f_2(x) = 2x^2 + x + 1$ и $f_2'(x) = 2x^2 + x + 1$. Использовались матрицы H_1 и H_3 при первообразном элементе $\alpha^0 = [1 \ 0]^T$. В дальнейшем десятичное представление любого k -го элемента мультипликативной группы будем обозначать как $[\alpha^k]_{10}$, так что $[\alpha^0]_{10} = 3$. Отметим также, что в данном случае $H_2 = [H_1]^T = H_1$ и $H_4 = [H_3]^T = H_3$.

Таблица 1

k	$f_2(x)$		$f_2'(x)$	
	H_1	H_3	H_1	H_3
0	3	3	3	3
1	1	4	1	7
2	4	7	5	8
3	5	2	8	2
4	6	6	6	6
5	2	8	2	5
6	8	5	7	4
7	7	1	4	1

Для получения m циклических сдвигов p -ичной ЛРП рассмотрим матрицу, составленную из всех элементов мультипликативной группы, расположенных последовательно: $[\alpha^0 \ \alpha^1 \ \dots \ \alpha^{N-1}]$, $\alpha^k = H_n \alpha^{k-1}$. Как известно, строки полученной матрицы являются циклическими сдвигами p -ичной ЛРП [25], то есть

$$[\alpha^0 \ \alpha^1 \ \dots \ \alpha^{N-1}] = \begin{bmatrix} {}^n\mathfrak{F}_0 \\ {}^n\mathfrak{F}_1 \\ \dots \\ {}^n\mathfrak{F}_{m-1} \end{bmatrix} = \mathfrak{F}_{m,n}, \quad (4)$$

где $\mathfrak{F}_{m,n}$ – обозначение матрицы размерности $m \times N$, построенной на основе n -ой сопровождающей матрицы неприводимого примитивного полинома $f_m(x)$. Строки этой матрицы представляют собой циклические сдвиги p -ичной ЛРП на l_i ее символов относительно ${}^n\mathfrak{F}_0, i=0, \dots, m-1$ – номер строки матрицы. Циклический сдвиг строки с нулевым номером считается равным нулю, то есть $l_0 = 0$. Как видно, нулевой циклический сдвиг, как и структура $\mathfrak{F}_{m,n}$, определяется выбором H_n и α^0 . Так для матрицы H_1 очевидно

$$\alpha^{k+1} = \begin{bmatrix} x_{0,k+1} \\ x_{1,k+1} \\ \dots \\ x_{m-1,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & a_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & a_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{m-2} \\ 0 & 0 & \dots & 1 & a_{m-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{0,k} \\ x_{1,k} \\ \dots \\ x_{m-1,k} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$k = 0, \dots, N-1.$$

В результате

$$\mathfrak{Z}_{m,1} = \begin{bmatrix} x_{0,0} & x_{0,1} & \dots & x_{0,N-1} \\ x_{1,0} & x_{1,1} & \dots & x_{1,N-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{m-1,0} & x_{m-1,1} & \dots & x_{m-1,N-1} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Для полиномов $f_2(x)$, $f_2'(x)$ и их сопровождающих матриц H_1 и H_3 элементы соответствующих матриц $\mathfrak{Z}_{m,1}$ представлены в таблице 2.

Таблица 2

$f_2(x)$	H_1	$f_2(x)$	H_3														
Элементы группы	k							Элементы группы	k								
	0	1	2	3	4	5	6		7	0	1	2	3	4	5	6	7
	$[\alpha_k]_{10}$								$[\alpha_k]_{10}$								
	3	1	4	5	6	2	8		7	3	4	7	2	6	8	5	1
$x_{0,k}$	1	0	1	1	2	0	2	2	$x_{0,k}$	1	1	2	0	2	2	1	0
$x_{1,k}$	0	1	1	2	0	2	2	1	$x_{1,k}$	0	1	1	2	0	2	2	1
$f_2'(x)$	H_1		H_3														
Элементы группы	k							Элементы группы	k								
	0	1	2	3	4	5	6		7	0	1	2	3	4	5	6	7
	$[\alpha_k]_{10}$								$[\alpha_k]_{10}$								
	3	1	5	8	6	2	7		4	3	7	8	2	6	5	4	1
$x_{0,k}$	1	0	1	2	2	0	2	1	$x_{0,k}$	1	2	2	0	2	1	1	0
$x_{1,k}$	0	1	2	2	0	2	1	1	$x_{1,k}$	0	1	2	2	0	2	1	1

Таким образом, для любого n существует в общем случае четыре, а в частном случае две (когда $H_2 = H_1$ и $H_4 = H_3$) матрицы $\mathfrak{Z}_{m,n}$ размерности $m \times N$, содержащих m несовпадающих циклических сдвигов p -ичной ЛРП на l_0, l_1, \dots, l_{m-1} символов. Следующие m циклических сдвигов $l_m, l_{m+1}, \dots, l_{2m-1}$, не совпадающих с l_0, l_1, \dots, l_{m-1} , можно получить при перемножении матриц H_n^m и $\mathfrak{Z}_{m,n}$, следующий набор циклических сдвигов – при перемножении H_n^{2m} и $\mathfrak{Z}_{m,n}$ и т.д. В результате матрица, предположительно содержащая все циклические сдвиги исходной ПСП, будет содержать число строк, делящееся нацело на m . Но общее число циклических сдвигов ПСП не может быть больше ее длины N , поэтому последний блок, полученный в соответствии с вышеописанным правилом, будет содержать циклические сдвиги, содержащиеся и в первом блоке $\mathfrak{Z}_{m,n}$. При этом общее число блоков,

полученных по правилу $H_n^x \mathfrak{Z}_{m,n}$ и содержащих не совпадающие циклические сдвиги p -ичной ЛРП, будет равно $\frac{A(n)}{m}$, где $x = 0, 1, 2, \dots$, а $A(N)$ – число, делящееся нацело на m и наиболее близкое по значению к N , причем $A(N) > N$.

Матрицу, полученную в соответствии с правилом

$$\mathfrak{Z}_{m,n,ц} = \begin{bmatrix} \mathfrak{Z}_{m,n} \\ H_n^m \mathfrak{Z}_{m,n} \\ H_n^{2m} \mathfrak{Z}_{m,n} \\ \dots \\ H_n^{C(N)m} \mathfrak{Z}_{m,n} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

будем называть матрицей-циркулянтном p -ичной ЛРП, где $C(N) = \left(\frac{A(N)}{m} \right) - 1$. Ее размерность составит $A(N) \times N$.

Элементы матриц $\mathfrak{Z}_{2,1,ц}$ и $\mathfrak{Z}_{2,3,ц}$ сформированных на основе полиномов $f_2(x)$ и $f_2'(x)$, приведены в таблице 3.

Таблица 3

$f_2(x)$	H_1	$f_2(x)$	H_3																		
Циклические сдвиги МП	k							i	l_i	Циклические сдвиги МП	k							i	l_i		
	0	1	2	3	4	5	6				7	0	1	2	3	4	5			6	7
	$[\alpha_k]_{10}$										$[\alpha_k]_{10}$										
	3	1	4	5	6	2	8				7	3	4	7	2	6	8			5	1
$x_{0,k}$	1	0	1	1	2	0	2	2	0	0	$x_{0,k}$	1	1	2	0	2	2	1	0	0	0
$x_{1,k}$	0	1	1	2	0	2	2	1	1	1	$x_{1,k}$	0	1	1	2	0	2	2	1	1	7
$x_{2,k}$	1	1	2	0	2	2	1	0	2	2	$x_{2,k}$	2	0	2	2	1	0	1	1	2	2
x_3	1	2	0	2	2	1	0	1	3	3	$x_{3,k}$	1	2	0	2	2	1	0	1	3	1
x_4	2	0	2	2	1	0	1	1	4	4	$x_{4,k}$	2	2	1	0	1	1	2	0	4	4
x_5	0	2	2	1	0	1	1	2	5	5	$x_{5,k}$	0	2	2	1	0	1	1	2	5	3
x_6	2	2	1	0	1	1	2	0	6	6	$x_{6,k}$	1	0	1	1	2	0	2	2	6	6
x_7	2	1	0	1	1	2	0	2	7	7	$x_{7,k}$	2	1	0	1	1	2	0	2	7	5
$f_2'(x)$	H_1	$f_2'(x)$	H_3																		
Циклические сдвиги МП	k							i	l_i	Циклические сдвиги МП	k							i	l_i		
	0	1	2	3	4	5	6				7	0	1	2	3	4	5			6	7
	$[\alpha_k]_{10}$										$[\alpha_k]_{10}$										
	3	1	5	8	6	2	7				4	3	7	8	2	6	5			4	1
x_0	1	0	1	2	2	0	2	1	0	0	$x_{0,k}$	1	2	2	0	2	1	1	0	0	0
$x_{1,k}$	0	1	2	2	0	2	1	1	1	1	$x_{1,k}$	0	1	2	2	0	2	1	1	1	7
x_2	1	2	2	0	2	1	1	0	2	2	$x_{2,k}$	2	0	2	1	1	0	1	2	2	2
$x_{3,k}$	2	2	0	2	1	1	0	1	3	3	$x_{3,k}$	2	2	0	2	1	1	0	1	3	1
$x_{4,k}$	2	0	2	1	1	0	1	2	4	4	$x_{4,k}$	2	1	1	0	1	2	2	0	4	4
x_5	0	2	1	1	0	1	2	2	5	5	$x_{5,k}$	0	2	1	1	0	1	2	2	5	3
$x_{6,k}$	2	1	1	0	1	2	2	0	6	6	$x_{6,k}$	1	0	1	2	2	0	2	1	6	6
x_7	1	1	0	1	2	2	0	2	7	7	$x_{7,k}$	1	1	0	1	2	2	0	2	7	5

Из анализа этих таблиц следует, что использование сопровождающих матриц H_1 , H_2 для построения матриц-циркулянтном привело к формированию так называемых упорядоченных матриц, у которых каждая последующая строка сдвинута циклически на один символ влево, по сравнению с предыдущей строкой [24]. Далее будем обозначать их как $\mathfrak{Z}_{m,n,ц}$. В то же время при формировании матриц-циркулянтном на основе H_3 , H_4 получаются псевдослучайные циклические сдвиги их строк. Но результаты исследований

структур матриц-циркулянтов для МП, полученные в [24], позволяют предположить, что данный результат соответствует лишь рассматриваемым в этой статье вариантам неприводимых полиномов, для которых $\mathbf{H}_2 = \mathbf{H}_1$ и $\mathbf{H}_4 = \mathbf{H}_3$. В общем случае, когда $\mathbf{H}_2 \neq \mathbf{H}_1$ и $\mathbf{H}_4 \neq \mathbf{H}_3$, упорядоченные матрицы могут формироваться на основе \mathbf{H}_2 и \mathbf{H}_4 , а матрицы с псевдослучайными сдвигами строк – на основе \mathbf{H}_1 и \mathbf{H}_3 .

Начальный блок p -ичной ЛРП \mathbf{b}_i , находящейся в i -ой строке упорядоченной матрицы-циркулянта может быть вычислен по формуле:

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{H}_2^i \boldsymbol{\alpha}^0, \quad (8)$$

где $\mathbf{b}_i = [x_{i,k}, k = 0, \dots, m - 1]$. В дальнейшем \mathbf{b}_i будем называть абсолютным циклическим сдвигом p -ичной ЛРП.

Отметим также, что выбор элемента любой мультипликативной группы $\boldsymbol{\alpha}^{0+y}$ ($y = 1, 2, \dots, N - 1$) в качестве первообразного приводит к ее циклическому сдвигу на y элементов, в результате чего все строки матриц-циркулянтов также сдвигаются циклически на y элементов. Таким образом, на основе каждого первообразного элемента $\boldsymbol{\alpha}^{0+y}$ ($y = 0, 2, \dots, N - 1$) и любой из матриц \mathbf{H}_n можно сформировать матрицу-циркулянт p -ичной ЛРП. То есть существует $4N$ или $2N$ несопадающих матриц-циркулянтов одной и той же ПСП рассматриваемого типа.

Формирование систем ортогональных многопозиционных сигнатур на основе p -ичных ЛРП и их свойства

На основе матриц-циркулянтов p -ичных ЛРП можно построить системы почти ортогональных сигнатур, которые будем представлять как строки матриц вида:

$$\mathbf{S}_N(i, k) = [W^{x_{i,k}}], \quad (9)$$

где $i = 1, \dots, N$ – номер строки матрицы, $k = 1, \dots, N$ – номер столбца, $N = p^m - 1$, $W = e^{j\frac{2\pi}{p}}$. В дальнейшем символы i и k в обозначении матрицы (9) опустим.

Для разъяснения сути предлагаемого подхода к построению совокупностей почти ортогональных и ортогональных сигнатур, способу передачи и выделения информационных символов на их основе, будем рассматривать упорядоченные матрицы-циркулянты p -ичных ЛРП. С этой целью можно использовать и неупорядоченные матрицы, но в этом случае усложняется изложение разрабатываемого метода без изменения его сути из-за необходимости описания дополнительных вариантов перестановок строк и столбцов матриц.

В качестве примера рассмотрим построение почти ортогональных сигнатур на основе упорядоченных матриц-циркулянтов, приведенных в таблицах 3 и 5. В результате получим матрицы:

$$\mathbf{S}_8^a = \begin{bmatrix} W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 \\ W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 \\ W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 \\ W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 \\ W^2 & W^0 & W^2 & W & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 \\ W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 \\ W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W & W^2 & W^0 \\ W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S}_8^b = \begin{bmatrix} W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 \\ W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 \\ W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 \\ W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 \\ W^2 & W^1 & W^1 & W & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 \\ W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где $\mathbf{S}_8^a, \mathbf{S}_8^b$ – две разные упорядоченные системы почти ортогональных сигнатур, для различения которых использованы буквенные символы a и b ; $W = e^{j\frac{2\pi}{3}}$. В дальнейшем для упрощения рассуждений будем рассматривать упорядоченные системы, хотя выбор способа их построения не имеет принципиального значения.

На основе каждого неприводимого примитивного полинома и его сопровождающей матрицы \mathbf{H}_2 можно построить N упорядоченных систем почти ортогональных сигнатур при использовании для их построения разных первообразных элементов мультипликативной группы, соответствующих этой матрице. Если для построения последующей матрицы почти ортогональных сигнатур используется следующий элемент мультипликативной группы, то ее строки будут сдвинуты циклически относительно предыдущей матрицы на одну строку, то есть последняя строка станет первой, первая второй и т.д.

Учитывая, что каждая строка любой упорядоченной матрицы \mathbf{S}_N является циклическим сдвигом выбранной p -ичной ЛРП на один символ влево, матрицу, строки которой представляют собой значения периодических автокорреляционных функций (ПАКФ) сигнатур, назовем циркулярной автокорреляционной матрицей (ЦАКМ). Ее можно рассчитать по формуле:

$$\chi_{\text{ЦАКМ}} = \frac{1}{N} \mathbf{S}_N \mathbf{S}_N^{*\top} = \frac{1}{N} \mathbf{S}_N \mathbf{S}_N^*, \quad (10)$$

где $\mathbf{S}_N^{*\top}$ – транспонированная матрица \mathbf{S}_N с комплексно-сопряженными элементами, $*$ – обозначение комплексно-сопряженной матрицы или ее комплексно-сопряженного элемента. Равенство в (10) справедливо, поскольку для упорядоченных матриц $\mathbf{S}_N = \mathbf{S}_N^\top$. В частности, для любой из систем почти ортогональных сигнатур (9) получим одинаковые матрицы:

$$Re[\chi_{\text{ЦАКМ}}] = \begin{bmatrix} 1 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & 1/8 \\ -1/8 & 1 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & 1/8 \\ -1/8 & -1/8 & 1 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & 1/8 \\ -1/8 & -1/8 & 1/8 & 1 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & 1/8 \\ -1/8 & -1/8 & -1/8 & 1/8 & 1 & -1/8 & -1/8 & -1/8 \\ -1/8 & -1/8 & -1/8 & 1/8 & -1/8 & 1 & -1/8 & -1/8 \\ -1/8 & -1/8 & -1/8 & 1/8 & -1/8 & -1/8 & 1 & -1/8 \\ -1/8 & -1/8 & -1/8 & 1/8 & -1/8 & -1/8 & 1/8 & 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$Im[\chi_{\text{ЦАКМ}}] = \mathbf{0},$$

где $\mathbf{0}$ – матрица, состоящая из нулей.

ПАКФ исходной p -ичной ЛРП в ее традиционном представлении можно получить путем преобразования любой строки ее ЦАКМ. В качестве примера на рисунке 1 приводится действительная часть ПАКФ $Re[\chi_{\text{ПАКФ}}(k)]$, полученная из строки ЦАКМ с номером ноль. Значения ПАКФ при отрицательных значениях k соответствуют циклическим сдвигам второй сигнатуры влево относительно первой. В данном случае их можно получить при зеркальном отражении значений $Re[\chi_{\text{ПАКФ}}(k)]$ относительно оси ординат координатной плоскости $(Re[\chi_{\text{ПАКФ}}(k)], k)$. Таким образом, для двух рассматриваемых ПСП получили вид $Re[\chi_{\text{ПАКФ}}(k)]$ (см. рис. 1), характерный для всех p -ичных ЛРП, что является подтверждением их принадлежности к этому классу последовательностей. При этом $Im[\chi_{\text{ПАКФ}}(k)] = \mathbf{0}$ при всех значениях k .

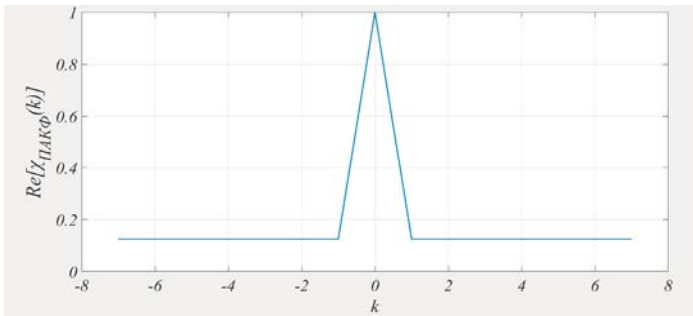


Рис. 1. Вид действительной части ПАКФ любой p -ичной ЛРП при $N = 8$

Циркулярная взаимно корреляционная матрица (ЦВКМ) любых двух упорядоченных систем почти ортогональных сигнатур a и b описывается формулой:

$$\chi_{\text{ЦВКМ},ab} = \frac{1}{N} S_N^a S_N^{b*T} = \frac{1}{N} S_N^a S_N^{b*}. \quad (12)$$

Также будем рассматривать

$$\chi_{\text{ЦВКМ},ba} = \frac{1}{N} S_N^{b*} S_N^a. \quad (13)$$

В частности, для систем (9) получим:

$$Re[\chi_{\text{ЦВКМ},ab}] = \begin{bmatrix} 2/8 & 2/8 & -1/8 & -1/8 & 5/8 & -4/8 & -1/8 & -4/8 \\ -4/8 & 2/8 & 2/8 & -1/8 & -1/8 & 5/8 & -4/8 & -1/8 \\ -1/8 & -4/8 & 2/8 & 2/8 & -1/8 & -1/8 & 5/8 & -4/8 \\ -4/8 & -1/8 & -4/8 & 2/8 & 2/8 & -1/8 & -1/8 & 5/8 \\ 5/8 & -4/8 & -1/8 & -4/8 & 2/8 & 2/8 & -1/8 & -1/8 \\ -1/8 & 5/8 & -4/8 & -1/8 & -4/8 & 2/8 & 2/8 & -1/8 \\ -1/8 & -1/8 & 5/8 & -4/8 & -1/8 & -4/8 & 2/8 & 2/8 \\ 2/8 & -1/8 & -1/8 & 5/8 & -4/8 & -1/8 & -4/8 & 2/8 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$Im[\chi_{\text{ЦВКМ},ab}] = \mathbf{0}.$$

$$Re[\chi_{\text{ЦВКМ},ba}] = \begin{bmatrix} -1/8 & 2/8 & 2/8 & -1/8 & 2/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 \\ -1/8 & -1/8 & 2/8 & 2/8 & -1/8 & 2/8 & -1/8 & -1/8 \\ -1/8 & -1/8 & -1/8 & 2/8 & 2/8 & -1/8 & 2/8 & -1/8 \\ -1/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & 2/8 & 2/8 & -1/8 & 2/8 \\ 2/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & 2/8 & 2/8 & -1/8 \\ -1/8 & 2/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & 2/8 & 2/8 \\ 2/8 & -1/8 & 2/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 & 1/8 & 2/8 \\ 2/8 & 2/8 & -1/8 & 2/8 & -1/8 & -1/8 & 1/8 & -1/8 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$Im[\chi_{\text{ЦВКМ},ba}] = \mathbf{0}.$$

Как видно, обе ЦВКМ, так же, как и ЦАКМ, имеют циклическую структуру, в результате чего ПВКФ двух рассматриваемых p -ичных ЛРП можно получить путем преобразования любых их строк. В частности, при $k = 0, 1, \dots, N - 1$ значения действительных частей ПВКФ $Re[\chi_{\text{ПВКФ},ab}]$ и $Re[\chi_{\text{ПВКФ},ba}]$ равняются элементам верхних строк их матриц-циркулянтов $Re[\chi_{\text{ЦВКМ},ab}]$ (14) и $Re[\chi_{\text{ЦВКМ},ba}]$ (15). При отрицательных значениях k , соответствующих циклическим сдвигам второй сигнатуры относительно первой вправо, значения ПВКФ соответствуют нижним строкам (14) и (15) без последнего символа. В качестве примера на рисунке 2 а,б приводится ПВКФ $Re[\chi_{\text{ПВКФ},ab}]$ и $Re[\chi_{\text{ПВКФ},ba}]$ рассматриваемых ПСП, образующих системы a и b .

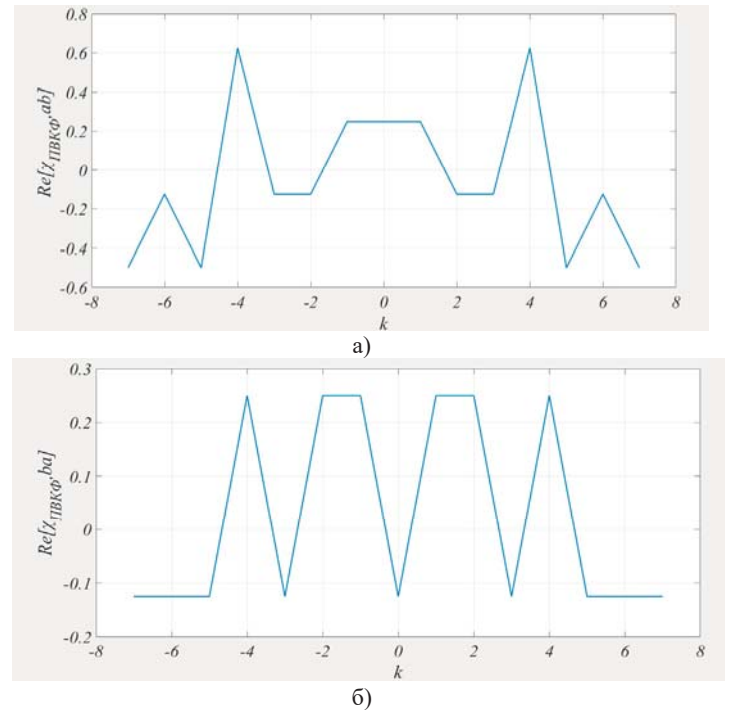


Рис. 2. Виды действительных частей ПВКФ $Re[\chi_{\text{ПВКФ},ab}]$ (а) и $Re[\chi_{\text{ПВКФ},ba}]$ (б) p -ичных ЛРП, образующих почти ортогональные системы a и b (9)

Заметим, что при добавлении к матрицам (9) строки сверху и столбца слева, элементы которых равны $W^0 = 1$, получим квадратные матрицы размерности 9, состоящие из ортогональных сигнатур:

$$s_9^a = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^0 & W^1 & W & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 \\ W^0 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 \\ W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W & W^1 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 \\ W^0 & W^2 & W & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W \\ W^0 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W & W^2 & W^0 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 \end{bmatrix},$$

$$s_9^b = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 \\ W^0 & W^0 & W & W^2 & W^2 & W & W^2 & W^1 & W^1 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 \\ W^0 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W & W^1 \\ W^0 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 \\ W^0 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W & W^1 & W^2 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^1 & W & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Размерность систем ортогональных сигнатур составляет $p^m = N + 1$, а $i, k = 0, \dots, N$. Соответственно ЦАКМ каждой из них и ЦВКМ любых двух разных по структуре систем одной и той же размерности можно определить как:

$$\chi_{\text{ЦАКМ},o} = \frac{1}{p^m} S_{p^m} (S_{p^m}^*)^T = \frac{1}{p^m} S_{p^m} S_{p^m}^* = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^* S_{p^m},$$

$$\chi_{\text{ЦВКМ},o,ab} = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^a (S_{p^m}^{b*})^T = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^a S_{p^m}^{b*},$$

$$\chi_{\text{ЦВКМ},o,ba} = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^b (S_{p^m}^{a*})^T = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^b S_{p^m}^{a*}, \quad (17)$$

где S_{p^m} матрица размерности $p^m = N + 1$, описывающая систему ортогональных сигнатур. Для каждой из таких систем очевидно выполняется равенство: $\frac{1}{p^m} S_{p^m} S_{p^m}^{*T} = I$, где

I – единичная матрица. Общее количество разных ортогональных сигнатур одной и той же размерности, построенных в соответствии с вышеописанным правилом, определяется числом разных p -ичных ЛРП максимального периода одной и той же длины, а также числом отличающихся по структуре сопровождающих матриц каждого полинома, на основе которого формируется ЛРП.

Рассмотрим очевидные, но весьма важные свойства ортогональных сигнатур, построенных на основе матриц-циркулянтов p -ичных ЛРП. Подчеркнем, что они будут формулироваться для упорядоченных систем, у которых каждая последующая строка матрицы-циркулянта циклически сдвинута на один символ вправо, по сравнению с предыдущей строкой. Кроме того, строки с столбцы с одинаковыми номерами совпадают, в результате чего для любой системы $S_{p^m}^a = (S_{p^m}^a)^T$.

Свойство 1.

Матрица S_{p^m} , описывающая любую упорядоченную систему ортогональных сигнатур, обращается, причем $S_{p^m}^{-1} = S_{p^m}^*$ и $(S_{p^m}^*)^{-1} = S_{p^m}$, поскольку $\frac{1}{p^m} S_{p^m}^* S_{p^m} = \frac{1}{p^m} S_{p^m} S_{p^m}^* = I$.

Свойство 2.

Мнимые части матриц, описывающих корреляционные свойства систем ортогональных сигнатур состоят из нулей, то есть $Im[\chi_{\text{ЦАКМ},o}] = 0$ и $Im[\chi_{\text{ЦВКМ},o,ab}] = Im[\chi_{\text{ЦВКМ},o,ba}] = 0$ для любой пары ортогональных систем (a и b) одной и той же размерности, поскольку $Im[\chi_{\text{ЦАКМ},o}] = Re[S_{p^m}^a] Im[S_{p^m}^a] - Im[S_{p^m}^a] Re[S_{p^m}^a]$.

Свойство 3.

$$Re[S_{p^m}^a] Im[S_{p^m}^a] = 0, Re[S_{p^m}^a] Im[S_{p^m}^b] \neq 0.$$

Равенство нулю произведения действительной и мнимой частей матрицы, описывающей любую ортогональную систему, можно доказать при анализе ее структуры.

Действительно, при перемножении этих двух матриц необходимо сначала каждый элемент строки первой матрицы перемножить с соответствующим элементом столбца второй матрицы. В данном случае каждый элемент строки результирующей матрицы состоит из произведения

$$\cos(s_{ik}) \sin(s_{ik}) = \frac{1}{2} \sin(2s_{ik}),$$

поскольку $s_{ik} = s_{ik}$ у упорядоченной матрицы, где s_{ik} – показатель экспоненты исходной матрицы-циркулянта, находящейся в i -ой строке и k -ом столбце. Далее, необходимо учесть, что при поэлементном перемножении любых строки и столбца исходной матрицы-циркулянта получается другая или та же самая строка или столбец исходной матрицы. Поэтому при суммировании элементов $\sin(2s_{ik})$ по i или по k всегда получаем сумму синусов удвоенных значений показателей экспоненты соответствующей строки или столбца матрицы-циркулянта, которая всегда равна нулю.

Свойство 4.

Матрица, состоящая из действительной части матрицы-циркулянта любой ортогональной системы, образует условно ортогональную систему, поскольку $Re[S_{p^m}^a] Re[S_{p^m}^a] = I_{y1}$,

где I_{y1} – условно единичная матрица. Очевидно, что I_{y1} – это диагональная матрица, у которой элемент главной диагонали с номером ноль равен p^m , а остальные элементы диагонали равны p . Таким образом

$$[Re[S_{p^m}^a]]^{-1} = [I_{y1}]^{-1} Re[S_{p^m}^a].$$

Свойство 5.

Матрица, состоящая из мнимой части матрицы-циркулянта любой ортогональной системы, образует условно ортогональную систему, поскольку $Im[S_{p^m}^a] Im[S_{p^m}^a] = I_{y2}$,

где I_{y2} – условно единичная матрица, у которой элемент главной диагонали с номером ноль равен нулю, остальные элементы главной диагонали равны p^{m-1} .

Таким образом матрица $Im[S_{p^m}^a]$ условно обращается, и

$$[Im[S_{p^m}^a]]^{-1} = [I_{y2}]^{-1} Im[S_{p^m}^a].$$

Свойство 6.

Любая матрица $\chi_{ЦВКМ,о,ab}$, равная $\frac{1}{p^m} S_{p^m}^a S_{p^m}^{b*}$, обращается, причем $(\chi_{ЦВКМ,о,ab})^{-1} = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^b S_{p^m}^{a*} = \chi_{ЦВКМ,о,ba}$

и $(\chi_{ЦВКМ,о,ba})^{-1} = \chi_{ЦВКМ,о,ab}$, поскольку справедливо равенство: $\frac{1}{(p^m)^2} S_{p^m}^1 S_{p^m}^{2*} S_{p^m}^2 S_{p^m}^{1*} = I$.

Учитывая, что Свойство 6 выявлено здесь впервые, проиллюстрируем его с помощью сигнатур S_9^a и S_9^b (см. 14). Для них получим:

$$Re[\chi_{ЦВКМ,о,ab}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3/9 & 6/9 & -3/9 & 0 & -3/9 & 3/9 \\ 0 & 3/9 & 1 & 0 & 3/9 & 6/9 & -3/9 & 0 & -3/9 \\ 0 & -3/9 & 3/9 & 1 & 0 & 3/9 & 6/9 & -3/9 & 0 \\ 0 & 0 & -3/9 & 3/9 & 1 & 0 & 3/9 & 6/9 & -3/9 \\ 0 & -3/9 & 0 & -3/9 & 3/9 & 1 & 0 & 3/9 & 6/9 \\ 0 & 6/9 & -3/9 & 0 & -3/9 & 3/9 & 1 & 0 & 3/9 \\ 0 & 3/9 & 6/9 & -3/9 & 0 & -3/9 & 3/9 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3/9 & 6/9 & -3/9 & 0 & -3/9 & 3/9 & 1 \end{bmatrix},$$

$$Im[\chi_{ЦВКМ,о,ab}] = 0, \quad (17)$$

$$Re[\chi_{ЦВКМ,о,ba}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3/9 & 6/9 & 3/9 & 0 & 3/9 & 3/9 \\ 0 & 3/9 & 1 & 0 & -3/9 & 6/9 & 3/9 & 0 & 3/9 \\ 0 & 3/9 & 3/9 & 1 & 0 & -3/9 & 6/9 & 3/9 & 0 \\ 0 & 0 & 3/9 & 3/9 & 1 & 0 & -3/9 & 6/9 & 3/9 \\ 0 & 3/9 & 0 & 3/9 & 3/9 & 1 & 0 & -3/9 & 6/9 \\ 0 & 6/9 & 3/9 & 0 & 3/9 & 3/9 & 1 & 0 & -3/9 \\ 0 & -3/9 & 6/9 & 3/9 & 0 & 3/9 & 3/9 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3/9 & 6/9 & 3/9 & 0 & 3/9 & 3/9 & 1 \end{bmatrix},$$

$$Im[\chi_{ЦВКМ,о,ba}] = 0, \quad (18)$$

Легко проверить, что

$$\chi_{ЦВКМ,о,ab} \chi_{ЦВКМ,о,ba} = \chi_{ЦВКМ,о,ba} \chi_{ЦВКМ,о,ab} = Re[\chi_{ЦВКМ,о,ab}] Re[\chi_{ЦВКМ,о,ba}] = I.$$

Свойство 7.

Пусть каждая строка матрицы $S_{p^m}^b$ умножена на одну и ту же последовательность комплексных ненулевых символов $J_k e^{j\varphi_{k,j}}$ ($k=0, \dots, N$), нарушающих ортогональность ее строк, то есть сформирована матрица

$$S_{p^m, J}^b = S_{p^m}^b J, J = \begin{bmatrix} J_0 e^{j\varphi_{0,j}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J_1 e^{j\varphi_{1,j}} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & J_N e^{j\varphi_{N,j}} \end{bmatrix}.$$

Данную процедуру в дальнейшем будем называть скремблированием ортогональной системы $S_{p^m}^b$.

Тогда ЦАКМ скремблированной системы $\chi_{ЦАКМ,о,bJ} = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^b J J^* S_{p^m}^{b*} = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^b J^2 S_{p^m}^{b*}$, поскольку

$$(S_{p^m, J}^{b*})^T = J^* S_{p^m}^{b*}. \text{ Соответственно для ЦВКМ } S_{p^m}^a \text{ и } S_{p^m, J}^b \text{ можно записать:}$$

$$\chi_{ЦВКМ,о,а,bJ} = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^a (S_{p^m, J}^{b*})^T = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^a J^* S_{p^m}^{b*} = \frac{1}{p^m} S_{p^m, J^*}^a S_{p^m}^{b*},$$

где $S_{p^m, J^*}^a = S_{p^m}^a J$. Кроме того,

$$\chi_{ЦВКМ,о,bJ,a} = \frac{1}{p^m} S_{p^m, J}^b S_{p^m}^{a*} = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^b J^* S_{p^m}^{a*}.$$

Свойство 8.

$$\chi_{ЦВКМ,о,а,bJ} \chi_{ЦВКМ,о,bJ,a} = \frac{1}{p^{2m}} S_{p^m}^a J^* S_{p^m}^{b*} S_{p^m}^b J^* S_{p^m}^{a*} = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^a J^2 S_{p^m}^{a*} = \chi_{ЦАКМ,о,аJ} \neq I.$$

$$\chi_{ЦВКМ,о,bJ,a} \chi_{ЦВКМ,о,а,bJ} = \frac{1}{p^{2m}} S_{p^m}^b J^* S_{p^m}^{a*} S_{p^m}^a J^* S_{p^m}^{b*} = \frac{1}{p^m} S_{p^m}^b J^2 S_{p^m}^{b*} = \chi_{ЦАКМ,о,bJ} \neq I.$$

Наиболее известный альтернативный вариант ортогональных сигнатур соответствует системе ВК при трех вариантах упорядочения дискретных функций в их структуре – это системы ВК-Кронекера (ВК-К), ВК-Пэли (ВК-П) и ВК-Уолша (ВК-У) [12]. В частности, система ВК-К при $N+1=3^2=9$ выглядит следующим образом:

$$S_{9, ВК-К} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^0 & W^1 & W^2 & W^0 & W & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^0 & W^2 & W^1 & W^0 & W^2 & W^1 \\ W^0 & W^0 & W^0 & W^1 & W^1 & W^1 & W^2 & W^2 & W^2 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^0 & W \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W & W & W & W^1 & W^0 \\ W^0 & W^0 & W^0 & W^2 & W^2 & W^2 & W & W & W^1 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W & W & W^1 & W^2 & W^0 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^0 & W \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Как известно, любая система ВК-К размерности p^m может быть представлена как m -я кронекеровская степень матрицы ДЭФ размерности p , то есть

$$S_{p^m, ВК-К} = (S_{p, ДЭФ})^{[m]}, \quad (20)$$

где $[m]$ – обозначение m -ой кронекеровской степени матрицы [12]. В частности, $S_{9,ВК-К} = S_{3,дЭФ}^{[3]}$, где

$$S_{3,дЭФ} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^1 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Отметим, что матрица $S_{2,дЭФ}$ при $W=e^{j\pi}$, совпадает с матрицей функций Уолша-Адамара 2-го порядка. Тогда ее m -я кронекеровская степень – это матрица Уолша-Адамара порядка 2^m . Таким образом, система Уолша-Адамара является частным случаем системы ВК-Кронекера.

Преобразование матрицы-циркулянта p -ичной ЛРП к матрице функций Виленкина-Крестенсона

Заметим, что при перестановке столбцов матрицы $\mathfrak{Z}_{m,n}$, сформированной на основе любой сопровождающей матрицы исходного полинома (2) при любом значении первообразного элемента α^0 , по возрастанию значений элементов мультипликативной группы в их десятичном представлении, получим матрицу, столбцы которой представляют собой последовательные значения чисел от 1 до $(p^m - 1)$ в p -ичной системе счисления. Эту прямоугольную матрицу размерности $m \times (p^m - 1)$ обозначим как Q_m , а дискретные функции, записанные в ее строках, пронумеруем от 0 до $(m-1)$ и обозначим как $q_0, q_1, \dots, q_{(m-1)}$. Тогда $Q_m = [q_0 \ q_1 \ \dots \ q_{(m-1)}]^T$. В частности, при вышеуказанной перестановке столбцов матрицы $\mathfrak{Z}_{2,2}$, построенной для полинома $f_2(x)$ при $n=2$ и $p=3$, получим матрицу:

$$Q_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

При перестановке столбцов $\mathfrak{Z}_{2,2}$ по возрастанию значений элементов мультипликативной группы поля Галуа получим матрицу, состоящую из степеней элементов $W = e^{j\frac{2\pi}{p}}$ функций ВК без символов, номера которых равны нулю, то есть

$$Q_{m,p,ВК} = \begin{bmatrix} Q_m \\ H_2^m Q_m \\ H_2^{2m} Q_m \\ \dots \\ H_2^{C(N)m} Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m Q_m \\ H_2^m Q_m \\ H_2^{2m} Q_m \\ \dots \\ H_2^{C(N)m} Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m \\ H^m \\ H^{2m} \\ \dots \\ H^{C(N)m} \end{bmatrix} Q_m, \quad (23)$$

где I_m – единичная матрица размером $m \times m$. Строки матриц $H_2^x Q_m$ ($x = m, 2m, \dots$) образуются при суммировании по модулю p всех возможных комбинаций функций $q_0, q_1, \dots, q_{(m-1)}$

и представляют собой функции ВК без символа с номером ноль. Порядок расположения функций ВК в матрице $Q_{m,p,ВК}$ определяется структурой матрицы

$$H = \begin{bmatrix} H_2^m \\ H_2^{2m} \\ \dots \\ H_2^{C(N)m} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Далее, учитывая, что $H_2^T = H_1$, запишем:

$$H = (H^T)^T = \left[\left((H_2^T)^T \right)^m \ \left((H_2^T)^T \right)^{2m} \ \dots \ \left((H_2^T)^T \right)^{C(N)m} \right]^T = \begin{bmatrix} (H_1^m)^T \\ (H_1^{2m})^T \\ \dots \\ (H_1^{C(N)m})^T \end{bmatrix}, \quad (25)$$

где

$$(H_1)^m = (H_1)^{m-1} H_1 = (H_1)^{m-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & a_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & a_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{m-2} \\ 0 & 0 & \dots & 1 & a_{m-1} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Затем выберем первообразный элемент мультипликативной группы поля Галуа, совпадающим с крайним левым столбцом H_1 , то есть $\alpha^0 = [0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T$. Тогда $H_1 \alpha^0 = \alpha^1 = [0 \ 0 \ 1 \ \dots \ 0 \ 0]^T$ совпадает со вторым столбцом H_1 . Продолжая получим: $\alpha^{m-1} = H_1 \alpha^{m-2} = H_1 [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]^T = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_{m-1}]^T$, то есть α^{m-1} соответствует последнему столбцу матрицы H_1 , в результате чего при выборе в качестве α^0 первый столбец матрицы H_1 получим формулу: $H_1 = [\alpha^0 \ \alpha^1 \ \dots \ \alpha^{m-1}]$. Но тогда

$$(H_1)^m = \left[(H_1)^{m-1} \alpha^0 \ (H_1)^{m-1} \alpha^1 \ \dots \ (H_1)^{m-1} \alpha^{m-1} \right] = [\alpha^{m-1} \ \alpha^m \ \dots \ \alpha^{2m-2}];$$

$$(H_1)^{2m} = (H_1)^{2m-1} H_1 = [\alpha^{2m-1} \ \alpha^{2m} \ \dots \ \alpha^{3m-2}] \text{ и т.д.} \quad (27)$$

Таким образом,

$$H = [\alpha^{(m-1)T} \ \alpha^{mT} \ \dots \ \alpha^{(2m-2)T} \ \alpha^{C(N)m-1T} \ \alpha^{C(N)mT} \ \dots \ \alpha^{(C(N)+1)m-2T}]^T \quad (28)$$

где $\alpha^0 = [0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T$.

Анализ последней формулы позволяет сделать вывод: строки H являются элементами мультипликативной группы, сформированной с использованием матрицы H_1 , причем ее

нулевая строка соответствует $(m-1)$ -му элементу группы, а последняя – $((C(N)+1)m-2)$ -му элементу. Первообразным элементом этой группы будет $\alpha^{m-1} = \mathbf{H}_1^{m-1} \alpha^0 = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_{m-1}]^T$. Тогда

$$\mathbb{Q}_{m,p,\text{BK}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} \mathbf{Q}_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ & \mathbf{H} & & \end{bmatrix} \mathbf{Q}_m, \quad (29)$$

где \mathbf{H}_p – матрица, строки которой представляют собой элементы мультипликативной группы поля Галуа, основанной на \mathbf{H}_1 при первообразном элементе группы $\alpha^0 = [0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T$. Кроме того, при умножении \mathbf{H}_1 на верхнюю строку матрицы \mathbf{I}_m получим столбец $[0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T$. Тогда первые N строк, матрицы $\begin{bmatrix} \mathbf{I}_m \\ \mathbf{H} \end{bmatrix}$ –

это полный набор элементов мультипликативной группы поля Галуа, построенной на основе сопровождающей матрицы \mathbf{H}_1 , что соответствует $\mathfrak{Z}_{m,1}^T$. Таким образом,

$$\mathbb{Q}_{m,p,\text{BK}} = \mathfrak{Z}_{m,1}^T \mathbf{Q}_m = \begin{bmatrix} x_{0,0} & x_{1,0} & \dots & x_{m-1,0} \\ x_{0,1} & x_{1,1} & \dots & x_{m-1,1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{0,N-1} & x_{1,N-1} & \dots & x_{m-1,N-1} \end{bmatrix} \mathbf{Q}_m, \quad (30)$$

где $\alpha^0 \mathbf{H}_1 = [x_{0,0} \ x_{1,0} \ \dots \ x_{m-1,0}]^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T$.

Полученные результаты можно распространить на случай использования матриц \mathbf{H}_3 и \mathbf{H}_4 .

Из (26) следует, что для преобразования матрицы-циркулянта p -ичной ЛРП, построенной на основе сопровождающей матрицы неприводимого примитивного полинома \mathbf{H}_2 или \mathbf{H}_4 в матрицу, состоящую из степеней функций ВК без символа с номером ноль, надо переставить ее столбцы по возрастанию значений элементов мультипликативной группы (в их десятичном представлении) соответствующего поля Галуа, построенную на основе тех же \mathbf{H}_2 или \mathbf{H}_4 соответственно. Так, для полинома $f_2(x)$ и его сопровождающих матриц \mathbf{H}_2 , \mathbf{H}_4 , учитывая, что в данном случае $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_2$ и $\mathbf{H}_3 = \mathbf{H}_4$, получим матрицы:

$$\mathbb{Q}_{2,3,\text{BK}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & & \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbb{Q}_{2,3,\text{BK}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Соответственно для полинома $f_2'(x)$ – матрицы:

$$\mathbb{Q}_{2,3,\text{BK}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & & \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$\mathbb{Q}_{2,3,\text{BK}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & & \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Учитывая, что систему ФВ-К без строки и столбца с номером ноль и представленную в виде степеней W можно сформировать как

$$\mathbf{S}_{p^{m-1},\text{BK-K}} = \begin{bmatrix} z_{0,0} & z_{1,0} & \dots & z_{m-1,0} \\ z_{0,1} & z_{1,1} & \dots & z_{m-1,1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ z_{0,N-1} & z_{1,N-1} & \dots & z_{m-1,N-1} \end{bmatrix} \mathbf{Q}_m, \quad (33)$$

где строки $[z_{0,i} \ z_{1,i} \ \dots \ z_{m-1,i}]$, $i=0, \dots, (N-1)$ – номер строки являются представлениями чисел $(i+1)$ в p -ичной системе счисления, получим, что любую матрицу (31), (32) можно преобразовать в $\mathbf{S}_{p^{m-1},\text{BK-K}}$ путем перестановки ее строк по возрастанию соответствующих ей значений $[\alpha^k]_{10}$, $k = 0, \dots, N-1$. Так, для $f_2(x)$ и \mathbf{H}_1 значения $[\alpha^k]_{10}$ равны 3,1,4,5,6,2,8,7 (см.табл.2). Тогда 1-я строка левой матрицы (31) будет 3-ей в матрице $\mathbf{S}_{p^{m-1},\text{BK-K}}$, 2-я будет 1-ой, 3-я будет 4-ой и т.д. Легко проверить, что любая матрица (31), (32) преобразуется в матрицу:

$$S_{p^m-1, \text{BK-K}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & & \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Таким образом, доказано, что любая матрица-циркулянт p -ичной ЛРП размерности $(p^m - 1)$ преобразуется в матрицу

из степеней $W = e^{j\frac{2\pi}{p}}$ элементов функций ВК размерности p^m при любом способе ее упорядочения путем перестановки строк и столбцов с последующим добавлением строки и столбца с номером ноль, состоящих из нулей.

Передача и обработка информационных сигналов на основе матрицы-циркулянта p -ичной ЛРП

Каждую строку матрицы ортогональной системы дискретных функций $S_{p^m}^*$ размерности $p^m = (N+1)$ построенной на основе любой p -ичной ЛРП, будем считать низкочастотным дискретным представлением ортогональной негармонической поднесущей, используемой для передачи информационных символов. Процедуру модуляции поднесущих в математической форме можно представить как перемножение матриц:

$$S_{i, p^m}^* = I_{i, m, A} S_{p^m}^{a*} I_{i, m, A} = \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0A}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_1 e^{j\varphi_{1A}} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_N e^{j\varphi_{NA}} \end{bmatrix},$$

$$S_{p^m}^{a*} = \begin{bmatrix} S_{00}^{a*} & S_{01}^{a*} & \dots & S_{0N}^{a*} \\ S_{10}^{a*} & S_{11}^{a*} & \dots & S_{1N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N0}^{a*} & S_{N1}^{a*} & \dots & S_{NN}^{a*} \end{bmatrix}, \quad (35)$$

где $I_{i, m, A}$ – диагональная матрица, значения элементов главной диагонали которой равны передаваемым информационным символам; A_i, φ_i – значения амплитуды и фазы i -го информационного символа соответственно; S_{ik}^{a*} – значения символов матрицы S_{i, p^m}^* ; $i, k = 0, \dots, N$ – номера строк и столбцов матриц S_{i, p^m}^* , $I_{i, m, A}$ и $S_{p^m}^{a*}$.

Низкочастотный дискретный эквивалент результирующего информационного сигнала, передаваемого по каналу связи, образуется при суммировании строк матрицы S_{i, p^m}^* ,

в результате чего на входе приемника с учетом воздействия белого гауссовского шума с отсчетами $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_N$, получим:

$$X^T = \begin{bmatrix} S_{00}^{a*} \\ S_{01}^{a*} \\ \dots \\ S_{0N}^{a*} \end{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0A}} + \begin{bmatrix} S_{10}^{a*} \\ S_{11}^{a*} \\ \dots \\ S_{1N}^{a*} \end{bmatrix} A_1 e^{j\varphi_{1A}} + \dots + \begin{bmatrix} S_{N0}^{a*} \\ S_{N1}^{a*} \\ \dots \\ S_{NN}^{a*} \end{bmatrix} A_N e^{j\varphi_{NA}} + \begin{bmatrix} \xi_0 \\ \xi_1 \\ \dots \\ \xi_N \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Отметим, что из формулы (36) следует, что с точки зрения передающей стороны не имеет значения, какой способ упорядочения строк исходной системы $S_{p^m}^*$ использовался для

передачи информационных символов, поскольку столбцы в ней можно переставлять в произвольном порядке. Но, очевидно, что каждый информационный символ связан с определенной строкой матрицы $S_{p^m}^*$. Но, как следует из предыду-

щего раздела, существует N ее вариантов, каждый из которых можно получить путем циклической перестановкой строк любой другой матрицы из их набора при выборе соответствующего первообразного элемента мультипликативной группы поля Галуа в сочетании с сопровождающей матрицей полинома H_2 , использующихся при построении матрицы. При этом все вышеуказанные варианты матриц $S_{p^m}^*$ приводятся

к одной и той же матрице функций ВК путем перестановки столбцов, начиная со столбца с номером один, в порядке возрастания значений элементов соответствующей мультипликативной группы, начиная с первого элемента. Поэтому, если с целью использования обобщенного БПФ при обработке сигналов на приемной стороне будет производиться перестановка символов начиная не с того первообразного элемента, который использовался для построения матрицы $S_{p^m}^*$ на

передающей стороне, то принимаемый информационный символ будет привязан не к той строке матрицы функций ВК, по сравнению со случаем, когда перестановка начиналась бы с того же первообразного элемента. Это обстоятельство позволяет использовать вариант перемежения информационных символов, когда заранее выбирается пара первообразных элементов, использующихся на передающей и приемной стороне и соответствующий им вариант перемежения информационных символов.

В дальнейшем, учитывая, что в упорядоченной матрице $S_{p^m}^{a*}$ строки и столбцы с одинаковыми номерами одинаковые, будем считать, что

$$X^T = S_{p^m}^{a*} I_{i, A} + \xi, I_{i, A} = \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0A}} \\ A_1 e^{j\varphi_{1A}} \\ \dots \\ A_N e^{j\varphi_{NA}} \end{bmatrix}, \quad (37)$$

где ξ – столбец из отсчетов шумовой помехи, $I_{i, A}$ – столбец из информационных символов. Действительно,

$$\mathbf{S}_{p^m}^{a*} \mathbf{I}_{и,А} = \begin{bmatrix} s_{00}^{a*} & s_{01}^{a*} & \dots & s_{0N}^{a*} \\ s_{10}^{a*} & s_{11}^{a*} & \dots & s_{1N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{N0}^{a*} & s_{N1}^{a*} & \dots & s_{NN}^{a*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0A}} \\ A_1 e^{j\varphi_{1A}} \\ \dots \\ A_N e^{j\varphi_{NA}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{00}^{a*} A_0 e^{j\varphi_{0A}} + s_{01}^{a*} A_1 e^{j\varphi_{1A}} + \dots + s_{0N}^{a*} A_N e^{j\varphi_{NA}} \\ s_{10}^{a*} A_0 e^{j\varphi_{0A}} + s_{11}^{a*} A_1 e^{j\varphi_{1A}} + \dots + s_{1N}^{a*} A_N e^{j\varphi_{NA}} \\ \dots \\ s_{N0}^{a*} A_0 e^{j\varphi_{0A}} + s_{N1}^{a*} A_1 e^{j\varphi_{1A}} + \dots + s_{NN}^{a*} A_N e^{j\varphi_{NA}} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Для упорядоченной матрицы $\mathbf{S}_{p^m}^{a*}$ для любых значений i, k справедливо $s_{ik}^{a*} = s_{ki}^{a*}$. Тогда после соответствующей перестановки символов итоговой матрицы (38) получаем сигнальную составляющую формулы (36).

Оптимальная обработка \mathbf{X}^T в приемнике описывается как:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_A &= \mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{X}^T = \mathbf{S}_{p^m}^a \mathbf{S}_{p^m}^{a*} \mathbf{I}_{и,А} + \mathbf{S}_{p^m}^a \boldsymbol{\xi} = \\ &= p^m \mathbf{I}_{и,А} + \boldsymbol{\xi}_1 = p^m \mathbf{I}_{и,А} + \boldsymbol{\xi}_1, \end{aligned} \quad (39)$$

где $\boldsymbol{\xi}_1$ – столбец из отсчетов шумовой помехи на входе решающего устройства (РУ). В действительности $\mathbf{S}_{p^m}^{a*} \mathbf{I}_{и,А}$ присутствует во входной смеси в виде вектора, и производится однократное умножение на него матрицы $\mathbf{S}_{p^m}^a$.

С целью использования алгоритма обобщенного БПФ при этом перемножении, введем операторы $\mathbf{R}_{\alpha, H_n}^{\rightarrow}$ и $\mathbf{R}_{\alpha, H_n}^{\uparrow}$ перестановки столбцов матрицы (или символов строки) и ее строк (или элементов столбца), начиная со строки или столбца с номером один, по возрастанию значений элементов $[\alpha^k]_{10}$ ($k=0, \dots, (N-1)$) мультипликативной группы расширенного поля Галуа по модулю некоторого неприводимого примитивного полинома. Данная группа построена на основе сопровождающей матрицы исходного полинома \mathbf{H}_n . Будем рассматривать также и операторы обратной перестановки, которые соответственно обозначим как $\mathbf{R}_{\alpha, H_n}^{\leftarrow}$ и $\mathbf{R}_{\alpha, H_n}^{\downarrow}$. Тогда сигнальная составляющая вектора-строки $\mathbf{R}_{\alpha, H_2}^{\rightarrow} [\mathbf{X}]$ представляет собой сумму всех дискретных функций ВК одного и того же набора, каждая из которых умножена на свой информационный символ, а сигнальная составляющая вектора-столбца $\mathbf{R}_{\alpha, H_2}^{\uparrow} [\mathbf{X}^T]$ соответствует транспонированной строке $\mathbf{R}_{\alpha, H_2}^{\rightarrow} [\mathbf{X}]$, то есть

$$\mathbf{R}_{\alpha, H_2}^{\uparrow} [\mathbf{S}_{p^m}^{a*} \mathbf{I}_{и}] = \mathbf{R}_{\alpha, H_2}^{\uparrow} [\mathbf{S}_{p^m}^{a*}] \mathbf{I}_{и,А}. \quad (40)$$

Но для того, чтобы результат вычисления по (38) не изменился после такой перестановки, необходимо в нем вместо $\mathbf{S}_{p^m}^a$ использовать матрицу $\mathbf{R}_{\alpha, H_2}^{\rightarrow} [\mathbf{S}_{p^m}^a]$, в которой строки преобразованы к функциям ВК.

Далее, учитывая, что $\mathbf{R}_{\alpha, H_2}^{\uparrow} [\mathbf{R}_{\alpha, H_2}^{\rightarrow} [\mathbf{S}_{p^m}^a]] = \mathbf{S}_{p^m, \text{ВК-К}}$. Это значит, что после быстрого умножения $\mathbf{S}_{p^m, \text{ВК-К}}$ с помощью обобщенного БПФ на вектор $\mathbf{R}_{\alpha, H_2}^{\uparrow} [\mathbf{S}_{p^m}^{a*}] \mathbf{I}_{и,А}$ получим вектор-столбец $\mathbf{R}_{\alpha, H_2}^{\uparrow} [\mathbf{I}_{и,А}]$, то есть для восстановления исходной последовательности символов необходимо осуществить обратную перестановку элементов полученного столбца, то есть $\mathbf{R}_{\alpha, H_1}^{\downarrow} [\mathbf{R}_{\alpha, H_1}^{\uparrow} [\mathbf{I}_{и,А}]]$. Напомним, что все перестановки, описываемые оператором $\mathbf{R}_{\alpha, H_n}^{\uparrow}$, начинаются с первообразного элемента $\alpha^0 = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$. В действительности $\mathbf{R}_{\alpha, H_1}^{\downarrow} [\mathbf{I}_{и,А}]$ может быть произведена на передающей стороне и рассматриваться как вариант дополнительного перемежения передаваемых информационных символов.

Передача в общей полосе частот и обработка информационных сигналов на основе одновременно многих матриц-циркулянтов разных p -ичных ЛРП при компенсации их взаимных помех

Предположим, что для передачи информации используются одновременно две разные полные ортогональные системы a и b , сформированные на основе двух разных неприводимых примитивных полиномов одного и того же порядка. Тогда информационный сигнал, передаваемый в канале связи, имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{и, p^m} &= \mathbf{I}_{и, M, A} \mathbf{S}_{p^m}^{a*} + \mathbf{I}_{и, M, B} \mathbf{S}_{p^m}^{b*}, \\ \mathbf{S}_{p^m}^{a*} &= \begin{bmatrix} s_{00}^{a*} & s_{01}^{a*} & \dots & s_{0N}^{a*} \\ s_{10}^{a*} & s_{11}^{a*} & \dots & s_{1N}^{a*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{N0}^{a*} & s_{N1}^{a*} & \dots & s_{NN}^{a*} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{S}_{p^m}^{b*} &= \begin{bmatrix} s_{00}^{b*} & s_{01}^{b*} & \dots & s_{0N}^{b*} \\ s_{10}^{b*} & s_{11}^{b*} & \dots & s_{1N}^{b*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{N0}^{b*} & s_{N1}^{b*} & \dots & s_{NN}^{b*} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{I}_{и, M, A} &= \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0A}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_1 e^{j\varphi_{1A}} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_N e^{j\varphi_{NA}} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{I}_{и, M, B} &= \begin{bmatrix} B_0 e^{j\varphi_{0B}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_1 e^{j\varphi_{1B}} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & B_N e^{j\varphi_{NB}} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (41)$$

где $I_{и,А}$, $I_{и,В}$ – диагональные матрицы, значения элементов диагоналей которых равны передаваемым информационным символам $A_i e^{j\varphi_{0A}}$ и $B_i e^{j\varphi_{0B}}$.

Результирующий сигнал на входе приемника формируется в соответствии с формулой:

$$\begin{aligned} X^T = & \begin{bmatrix} S_{00}^{a*} \\ S_{01}^{a*} \\ \dots \\ S_{0N}^{a*} \end{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_{0A}} + \begin{bmatrix} S_{10}^{a*} \\ S_{11}^{a*} \\ \dots \\ S_{1N}^{a*} \end{bmatrix} A_1 e^{j\varphi_{1A}} + \dots \\ & + \begin{bmatrix} S_{N0}^{a*} \\ S_{N1}^{a*} \\ \dots \\ S_{NN}^{a*} \end{bmatrix} A_N e^{j\varphi_{NA}} + \begin{bmatrix} S_{00}^{b*} \\ S_{01}^{b*} \\ \dots \\ S_{0N}^{b*} \end{bmatrix} B_0 e^{j\varphi_{0B}} + \\ & + \begin{bmatrix} S_{10}^{b*} \\ S_{11}^{b*} \\ \dots \\ S_{1N}^{b*} \end{bmatrix} B_1 e^{j\varphi_{1B}} + \dots + \begin{bmatrix} S_{N0}^{b*} \\ S_{N1}^{b*} \\ \dots \\ S_{NN}^{b*} \end{bmatrix} B_N e^{j\varphi_{NB}} + \begin{bmatrix} \xi_0 \\ \xi_1 \\ \dots \\ \xi_N \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (42)$$

Далее, перепишем (41) аналогично (37), в результате чего получим:

$$X^T = S_{p^m}^{a*} I_{и,А} + S_{p^m}^{b*} I_{и,В} + \xi. \quad (43)$$

Допустим, в приемнике принимается решение о значениях информационных символов, описываемых столбцом $I_{и,А}$, при полном подавлении взаимных помех, создаваемых из-за передачи в той же полосе частот информационных символов $I_{и,В}$ с помощью набора ортогональных поднесущих $S_{p^m}^{b*}$. Очевидно, что для полного обнуления их вклада в X^T , независимо от их значений, следует матричное уравнение (43) слева и справа умножить слева на матрицу U такую, что $UX^T \neq 0$, $US_{p^m}^{a*} \neq 0$ и $US_{p^m}^{b*} = 0$, где 0 – матрица, состоящая из нулей. То есть нужно решить матричное уравнение $US_{p^m}^{b*} = 0$, причем целесообразно использовать такие его решения, при которых перемножение матриц U и X^T допускает использование обобщенного БПФ. Кроме того, U должна обращаться, и при умножении U^{-1} на вектор или матрицу так же целесообразно использовать обобщенное БПФ. Очевидно, что данная задача не имеет решения, так как требует подбора матрицы U , строки которой состоят из дискретных функций, ортогональных по отношению к столбцам ортогональной системы $S_{p^m}^{b*}$.

В качестве исходных ортогональных систем a и b будем использовать действительные части $S_{p^m}^a$ и $S_{p^m}^b$, а для обнуления в X^T вклада $I_{и,В}$, передаваемых с помощью набора

условно ортогональных поднесущих $S_{p^m}^b$, будем использовать их мнимые части. В этом случае

$$X^T = Re[S_{p^m}^a] I_{и,А} + Re[S_{p^m}^b] I_{и,В} + \xi. \quad (44)$$

Умножив матричное уравнение (44) слева и справа на $Im[S_{p^m}^b]$ слева, получим:

$$\begin{aligned} Im[S_{p^m}^b] Re[S_{p^m}^a] I_{и,А} + Im[S_{p^m}^b] Re[S_{p^m}^b] I_{и,В} + \xi = \\ = Im[S_{p^m}^b] X^T. \end{aligned} \quad (45)$$

Далее, в силу Свойства 3 из раздела 2 настоящей статьи получаем:

$$Im[S_{p^m}^b] Re[S_{p^m}^a] I_{и,А} + Im[S_{p^m}^b] \xi = Im[S_{p^m}^b] X^T \quad (45)$$

Отметим, что при умножении $Im[S_{p^m}^b]$ на X^T обнуляется и символ $A_0 e^{j\varphi_{0A}}$, передаваемый на поднесущей, находящейся в строке с номером ноль исходной ортогональной системы $Re[S_{p^m}^a]$, поскольку строка с этим номером матрицы $Im[S_{p^m}^b]$ состоит из нулей. Но данное обстоятельство не имеет значения, так как на поднесущей с номером ноль никогда не передается информационный символ. Обычно она используется для передачи синхросигнала, который обрабатывается до приема информации, после чего удаляется из входной смеси [1,2]. Таким образом, из (45) следует:

$$\begin{aligned} I_{и,А} + [Im[S_{p^m}^b]]^{-1} [Re[S_{p^m}^a]]^{-1} \xi = \\ = [Re[S_{p^m}^a]]^{-1} \left([Im[S_{p^m}^b]]^{-1} Im[S_{p^m}^b] X^T \right) \end{aligned} \quad (46)$$

Отметим, что матричные произведения в левой части (46) должны быть реализованы последовательно. Сначала вычисляется $Im[S_{p^m}^b] X^T$, в результате чего обнуляется вклад $I_{и,В}$ в X^T , затем полученный результат умножается на $[Im[S_{p^m}^b]]^{-1}$, после чего производится умножение на $[Re[S_{p^m}^a]]^{-1}$. Но необходимо учитывать, что матрица $Im[S_{p^m}^b]$ не обращается в строгом смысле, так как ее строка и столбец с номером ноль состоят из нулей. Далее, учитывая Свойства 4 и 5 из раздела 2 этой статьи, перепишем (46) в виде:

$$I_{и,А} + \xi_A = [I_{y1}]^{-1} Re[S_{p^m}^a] \left([I_{y2}]^{-1} Im[S_{p^m}^b] \left(Im[S_{p^m}^b] X^T \right) \right), \quad (47)$$

где $\xi_A = [I_{y1}]^{-1} Re[S_{p^m}^a][I_{y2}]^{-1} Im[S_{p^m}^b]\xi$ – шумовая помеха.

Еще раз подчеркнем, что перемножение матриц в правой части (47) осуществляются строго с конца, причем при каждом перемножении предварительно производится перестановка строк и столбцов матриц в соответствии с правилами, описанными в предыдущем разделе данной статьи, после чего используется обобщенное БПФ, соответствующее вычислению его действительной или мнимой части, то есть число элементарных арифметических операций при вычислении правой части (47) всего лишь в 1,5 больше, чем при однократном обобщенном БПФ той же размерности.

Повторяя аналогичные рассуждения для случая подавления $I_{n,A}$, получим:

$$I_{n,B} + \xi_B = [I_{y1}]^{-1} Re[S_{p^m}^b] \left([I_{y2}]^{-1} Im[S_{p^m}^a] \left(Im[S_{p^m}^a] X^T \right) \right) \quad (48)$$

Очевидно, что формулы (47), (48) могут быть обобщены для любого числа ортогональных сигнатур, с помощью которых передается поток информационных символов в общей полосе частот.

Заключение

На основе любой линейной рекуррентной последовательности (ЛРП) максимального периода $p^m - 1$ можно построить системы ортогональных сигнатур, которые в данной работе представлены в виде матриц размерности p^m , где p и m – целые положительные числа. Элементы любой такой матрицы являются степенями комплексного числа $W = e^{j2\pi/p}$. Исключая из нее строки и столбца с номером ноль, состоящие из нулевых степеней W , и рассматривая только степени W , получим матрицу-циркулянт исходной ЛРП, построенную на основе одной из четырех мультипликативных групп расширенного поля Галуа по модулю неприводимого примитивного полинома, использовавшегося при формировании исходной ЛРП. Каждая мультипликативная группа связана с одним из четырех вариантов сопровождающих матриц исходного полинома. Кроме того, при выборе первообразного элемента любой такой группы можно получить $p^m - 1$ матриц-циркулянтов исходной ЛРП, циклически сдвинутых друг относительно друга. В этой работе подробно рассмотрены только две мультипликативные группы – на основе матриц H_1 и H_2 (см. (2)).

Показано, что матрица-циркулянт ЛРП, сформированная на основе H_2 , всегда является упорядоченной, то есть каждая последующая строка в ней циклически сдвинута на один символ относительно предыдущей строки. Кроме того, у этой матрицы строки и столбцы с одинаковыми номерами совпадают. В зависимости от выбора первообразного элемента мультипликативной группы, связанной с H_2 , можно получить $p^m - 1$ вариантов таких матриц, получающихся одна из другой путем циклических перестановок строк или столбцов. Перестановка столбцов любой такой матрицы по возрастанию значений элементов мультипликативной группы поля

Галуа, связанной с H_2 , начиная с первообразного элемента поля, соответствующего данной матрице, при последующей перестановке ее строк по возрастанию элементов мультипликативной группы, связанной с H_1 , начиная с первообразного элемента $[1 \ 0 \ \dots \ 0]$, приводит данную матрицу к матрице, состоящей из степеней W матрицы функций Виленкина-Крестенсона, упорядоченной по Кронекеру, без строки и столбца с номером ноль. Таким образом, все вышеописанные системы ортогональных сигнатур размерности p^m , построенные на основе всех возможных неприводимых примитивных полиномов m -ой степени с коэффициентами, принадлежащими множеству $\{0, \dots, (p-1)\}$, приводятся к одной и той же системе функций Виленкина-Крестенсона размерности p^m , упорядоченной по Кронекеру. В результате этого, при использовании любой системы ортогональных сигнатур в качестве набора поднесущих для передачи потока канальных информационных символов по радиоканалу, для выделения последних в приемнике целесообразно использовать обобщенное быстрое преобразование Фурье (БПФ) в базисе функций Виленкина-Крестенсона. Учитывая, что каждый передаваемый информационный символ связан с определенной строкой системы сигнатур, выбранной на передающей стороне, при их обработке получаем уникальный способ перемежения информационных символов, определяющийся структурами мультипликативных групп, связанных как с H_1 , так и с H_2 , а также выбором первообразного элемента группы, связанной с H_2 .

В работе впервые введены в рассмотрение циркулярные авто- и взаимно корреляционные матрицы систем ортогональных сигнатур, построенных на основе многопозиционных ЛРП и исследованы их свойства. Полученные результаты позволили разработать новый способ подавления взаимных помех при использовании для передачи потока канальных информационных символов в общем радиоканале сразу нескольких систем ортогональных сигнатур, что позволяет повысить пропускную способность канала связи пропорционально числу одновременно используемых ортогональных систем при сравнительно низкой вычислительной сложности алгоритма подавления взаимных помех из-за использования обобщенного БПФ.

В этой работе не рассмотрен способ построения физического радиоканала при компоновке канальных информационных сигналов, сформированных на основе модулированных систем ортогональных сигнатур, с синхросигналом. Вариант такой компоновки очевиден – передача длинного синхросигнала с помощью строк с номером ноль всех последовательно излучаемых систем сигнатур. С такой структурой физического канала связан и очевидный способ обработки многолучевых сигналов, который так же не рассматривается в этой статье.

Литература

1. Beard C., Stallings W. Wireless Communication Networks and Systems. L.: Pearson, 2016.
2. Middlestead R.W. Digital Communications with Emphasis on Data Modems. Theory, Analysis, Design, Simulation, Testing and Applications. Lesly (USA): Wiley, 2017.

3. *Maral G., Bousquet M., Sun Z.* Satellite Communications Systems. United Kingdom: Wiley, 2020.
4. *Ипатов В.П.* Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. М: Мир связи, 2007.
5. *Бакулин М.Г., Бен Режсеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б.* и др. Неортогональный множественный доступ (NOMA) как основа систем связи 5G и 6G М.: Горячая линия – Телеком. 2024. 264 с.
6. *Горгадзе С.Ф.* Обнаружение-различение адресных сложных сигналов с использованием быстрых спектральных преобразований при многостанционном доступе с кодовым разделением // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 51. № 4. С. 428-436.
7. *Gorgadze S.F., Boikov V.V.* Test Signals with Multilevel Subcarriers as Applied to Satellite Radio-Navigation Systems // Journal of Communications Technology and Electronics. 2014. V. 59. № 3, pp. 245-258.
8. *Gorgadze S.F.* Composite Spread Spectrum Signals with Uniform Amplitude Envelope for Satellite Radio-Navigation Systems // Journal of Communications Technology and Electronics. 2017. Vol. 62. № 4, pp. 346-359.
9. *Be'ery Y., Snyders J.* Optimal soft decision block decoders based on Fast Hadamard Transform // IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-32, pp. 355-364, 1986.
10. *Be'ery Y., Snyders J.* A recursive Hadamard transform optimal soft decoding algorithm. // Journal algebraic discrete methods. 1987. Vol.8. No. 4, pp. 778-789.
11. *Li Ping W.K., Leung K.Y.* A simple approach to near-optimal multiuser detection: interleaved-division multiple-access // IEEE Trans. 2003. V. IT-49. № 12. P. 3213.
12. *Трахтман А.М., Трахтман В.А.* Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. М.: Сов. радио, 1975.
13. *Горгадзе С.Ф.* Асимметричные модификации обобщенного быстрого преобразования Фурье и Фурье-Адамара // Радиотехника и электроника. 2005. Т. 50. № 3. С. 302-308.
14. *Смольянинов В.М., Назаров Л.Е.* Оптимизация алгоритма спектрального анализа при распознавании дискретных мультипликативных сигналов // Радиотехника и электроника. 1989. Т.35. №12. С. 2651-2653.
15. *Канатова Л.В., Литвинов В.Л., Финк Л.М.* Быстрое корреляционное декодирование р-ичных кодов максимальной длины // Проблемы передачи информации. 1986. Т. 22. № 2. С. 98.
16. *Madhow U., Honig M.L.* MMSE interference suppression for direct sequence spread spectrum CDMA // IEEE Trans. Commun. 1994. Vol. 42, pp. 3178-3188.
17. *Смирнов Н.И., Горгадзе С.Ф.* Сравнение характеристик спектров различных типов шумоподобных сигналов // Радиотехника. 1990. № 6. С. 6.
18. *Wang X., Poor V.H.* Wireless Communication Systems. Advanced Techniques for Signal Reception. Prentice-Hall. Upper Saddle River. NJ.2004.
19. *Honig M., Tatsanis M.K.* Adaptive techniques for multiuser CDMA receivers // IEEE Signal Process. Magazine.2000. Vol. 17, pp. 49-61.
20. *Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю.* Технологии в системах радиосвязи на пути к 5G. М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 240 с.
21. *Castoldi P.* Multiuser Detection in CDMA Mobile Terminals. London. Artech House. 2002. 227 с.
22. *Duel-Hallen A., Holtzman J., Zvonar Z.* Multiuser Detection for CDMA systems // IEEE Personal Communications.1995. April, pp. 46-58.
23. *Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю.* Линейные алгоритмы многопользовательского детектирования // Электросвязь. 2002. №11. С. 31-33.
24. *Горгадзе С.Ф., Ву Ши.Д., Ермакова А.В.* Синхронизация М-последовательностей на основе быстрого преобразования Адамара // Радиотехника и электроника. 2024. Т. 69. № 2. С. 122-136.
25. *Горгадзе С.Ф., Ву Ши.Д., Ермакова А.В.* Синхронизация последовательностей Голда на основе быстрого преобразования в усеченном базисе функций Уолша-Адамара // Радиотехника и электроника. 2024. Т. 69. № 2. С. 137-145.
26. *Лосев В.В., Бродская Е.Б., Коржик В.И.* Поиск и декодирование сложных дискретных сигналов / Под ред. В.И.Коржика. М.: Радио и связь. 1988.
27. *Свердлик М.Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М.: Сов. радио. 1975.
28. *Питерсон У., Уэлдон Э.* Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир. 1976.
29. *Gold R.* Optimal Binary Sequences for Spread Spectrum Multiplexing // IEEE Trans. on Information Theory. 1967. Vol. IT-13, № 4, pp. 619-621. DOI: 10.1109/TIT.1967.1054048
30. *Кузнецов В.С., Шевченко И.В., Волков А.С., Солодков А.В.* Генерация ансамблей кодов Голда для систем прямого расширения спектра // Труды МАИ. 2017. № 96. С. 17-17.
31. *Кузнецов В.С., Мордасов К.А.* Быстрое декодирование на основе пассивной согласованной фильтрации длинных псевдослучайных кодов // Известия высших учебных заведений. Электроника. 2010. №1 (81). С. 57.
32. *Kudryashova A.Y.* A method of efficient coding of color images under the condition of permissible and forbidden values of color gamut // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Т. 13. № 6. С. 65-70. EDN: VSDJGJ

MULTI-STATION ACCESS BASED ON CIRCULAR MATRICES OF MULTI-POSITION LINEAR RECURRENCE SEQUENCES

Svetlana F. Gorgadze, Moscow Technical University for Communication and Informatics, Moscow, Russia, s.f.gorgadze@mtuci.ru
Anastasia V. Ermakova, Moscow Technical University for Communication and Informatics, Moscow, Russia, msikisyliya@gmail.com
Anastasia Yu. Kudryashova, Moscow Technical University for Communication and Informatics, Moscow, Russia

Abstract

Variants of the construction of orthogonal signature systems based on circular matrices of multiposition linear recurrence sequences of maximum period are developed. It is shown that any matrix of this class is reduced to the matrix of Vilenkin-Krestenson functions by means of a unique linear operator whose basis is the permutation of rows and columns of the circular matrix by increasing values of the elements of the multiplicative group of the extended Galois field modulo an irreducible primitive polynomial used in the formation of the initial sequence. It is established that the transmission in a radio channel of a stream of information symbols on the basis of any system of the above signatures and the fast processing of the resulting signal in the receiver on the basis of the generalised fast Fourier transform on the basis of the Vilenkin-Krestenson functions are associated with several variants of the interleaving of the transmitted information symbols. It is shown that the use of several different systems of developed orthogonal signatures for simultaneous information transmission in combination with a fast algorithm for compensation of their mutual interference on the basis of generalised fast Fourier transform in the basis of Vilenkin-Krestenson functions allows to increase the bandwidth of the communication channel in the number of times equal to the number of simultaneously used systems in comparison with the method of information transmission on the basis of one system of orthogonal functions and to fully compensate mutual interference. The new method of mutual interference compensation is a result of previously unknown properties of the systems of proposed orthogonal signals revealed in this work. This increase in link capacity is made possible by common interference compensation.

Keywords: discrete orthogonal signal systems, Vilen-Kin-Krestenson functions, discrete exponential functions, Walsh-Adamar systems, generalised fast Fourier transform, orthogonal and non-orthogonal subcarriers, mutual interference compensation

References

- [1] C. Beard, W. Stallings, "Wireless Communication Networks and Systems," L.: Pearson, 2016.
- [2] R.W. Middlestead, "Digital Communications with Emphasis on Data Modems. Theory, Analysis, Design, Simulation, Testing and Applications," Lesly (USA): Wiley, 2017.
- [3] G. Maral, M. Bousquet, Z. Sun, "Satellite Communications Systems," United Kingdom: Wiley, 2020.
- [4] V.P. Ipatov, "Broadband Systems and Code Division of Signals," Moscow: Mir svyaz, 2007.
- [5] M.G. Bakulin, "Non-orthogonal multiple access (NOMA) as a basis of 5G and 6G communication systems," Moscow: Hotline – Telecom. 2024. 264 p.
- [6] S.F. Gorgadze, "Detection-discrimination of address complex signals with the use of fast spectral transformations at multistation access with code division," *Radio engineering and electronics*. 2006. Vol. 51. No. 4, pp. 428-436.
- [7] S.F. Gorgadze, V.V. Boikov, "Test Signals with Multilevel Subcarriers as Applied to Satellite Radio-Navigation Systems," *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2014. Vol. 59. No. 3, pp. 245-258.
- [8] S.F. Gorgadze, "Composite Spread Spectrum Signals with Uniform Amplitude Envelope for Satellite Radio-Navigation Systems," *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2017. Vol. 62. No. 4, pp. 346-359.
- [9] Y. Be'ery, J. Snyders, "Optimal soft decision block decoders based on Fast Hadamard Transform," *IEEE Trans. Inform. Theory*. Vol. IT-32, pp. 355-364, 1986.
- [10] Y. Be'ery, J. Snyders, "A recursive Hadamard transform optimal soft decoding algorithm," *Journal algebraic discrete methods*. 1987. Vol. 8. No.4, pp. 778-789.
- [11] W.K. Li Ping, K.Y. Leung, "A simple approach to near-optimal multiuser detection: interleave-division multiple-access," *IEEE Trans*. 2003. Vol. IT-49. No. 12. P. 3213.
- [12] A.M. Trakhtman, V.A. Trakhtman, "Fundamentals of the Theory of Discrete Signals on Konechnoi Intervals," Moscow: Sov. radio. 1975.
- [13] S.F. Gorgadze, "Asymmetric modifications of the generalised fast Fourier and Fourier-Adamar transformation," *Radiotekhnika i elektronika*. 2005. Vol. 50. No. 3, pp. 302-308.
- [14] V.M. Smolyaninov, L.E. Nazarov, "Optimisation of the spectral analysis algorithm for discrete multiplicative signals recognition," *Radio engineering and electronics*. 1989. Vol. 35. No.12, pp. 2651-2653.
- [15] L.V. Kanatova, V.L. Litvinov, L.M. Fink, "Fast correlation decoding of p-ic codes of the maximum length," *Problems of information transfer*. 1986. Vol. 22. No. 2. P. 98.

- [16] U. Madhow, M.L. Honig, "MMSE interference suppression for direct sequence spread spectrum CDMA," *IEEE Trans. Commun.* 1994. Vol. 42, pp. 3178-3188.
- [17] N.I. Smirnov, S.F. Gorgadze, "Comparison of characteristics of spectra of different types of noise-like signals," *Radiotekhnika*. 1990. No. 6. P. 6.
- [18] X. Wang, V.H. Poor, "Wireless Communication Systems. Advanced Techniques for Signal Reception," Prentice-Hall. Upper Saddle River. NJ. 2004.
- [19] M. Honig, M.K. Tatsanis, "Adaptive techniques for multiuser CDMA receivers," *IEEE Signal Process. Magazine*. 2000. Vol. 17, pp. 49-61.
- [20] M.G. Bakulin, V.B. Kreindelin, D.Yu. Pankratov, "Technologies in radio communication systems on the way to 5G," Moscow: Hotline – Telecom. 2018. 240 p.
- [21] P. Castoldi, "Multiuser Detection in CDMA Mobile Terminals," London. Artech House. 2002. 227 p.
- [22] A. Duel-Hallen, J. Holtzman, Z. Zvonar, "Multiuser Detection for CDMA systems," *IEEE Personal Communications*. 1995. April, pp. 46-58.
- [23] V.B. Kreindelin, D.Yu. Pankratov, "Linear algorithms of multiuser detection," *Elektrosvyaz*. 2002. No. 11, pp. 31-33.
- [24] S.F. Gorgadze, Wu Shi. D., A.V. Ermakova, "Synchronisation of M-sequences on the basis of a fast Adamar transformation," *Radio engineering and electronics*. 2024. Vol. 69. No. 2, pp. 122-136.
- [25] S.F. Gorgadze, Wu Shi. D., A.V. Ermakova, "Synchronisation of the Gold sequences on the basis of a fast transformation in the truncated basis of the Walsh-Adamar functions," *Radiotekhnika i elektronika*. 2024. Vol. 69. No. 2, pp. 137-145.
- [26] V.V. Losev, E.B. Brodskaya, V.I. Korzhik, "Search and decoding of the complex discrete signals," Edited by V.I. Korzhik. Moscow: Radio and Communication. 1988.
- [27] M.B. Sverdlik, "Optimal discrete signals," Moscow: Sov. radio. 1975.
- [28] W. Peterson, E. Weldon, "Error-correcting codes," Moscow: Mir. 1976.
- [29] R. Gold, "Optimal Binary Sequences for Spread Spectrum Multiplexing," *IEEE Trans. on Information Theory*. 1967. Vol. IT-13. No. 4, pp. 619-621. DOI: 10.1109/TIT.1967.1054048
- [30] V.S. Kuznetsov, I.V. Shevchenko, A.S. Volkov, A.V. Solodkov, "Generation of an ensemble of Gold codes for direct spectrum expansion systems," *Proc. of MAI*. 2017. No. 96, pp. 17-17.
- [31] V.S. Kuznetsov, K.A. Mordasov, "Fast decoding on the basis of the passive coordinated filtering of the long pseudo-random codes," *Izvestiya vysshe-educational institutions. Electronics*. 2010. No. 1 (81). P. 57.
- [32] A.Y. Kudryashova, "A method of efficient coding of color images under the condition of permissible and forbidden values of color gamut," *T-Comm*. 2019. Vol. 13. No. 6, pp. 65-70.

ОТСУТСТВИЕ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ ВРЕМЕННОГО РЯДА ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА КАК КРИТЕРИЙ ИЗОЛИРОВАННОСТИ РЕГУЛИРУЕМОГО ПЕРЕСЕЧЕНИЯ

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-3-54-60

Manuscript received 07 February 2025;
Accepted 11 March 2025

Андронов Роман Валерьевич,
Тюменский индустриальный университет
г. Тюмень, Россия, aroma77777@mail.ru

Леверенц Евгений Эдуардович,
Тюменский индустриальный университет
г. Тюмень, Россия

Чепур Петр Владимирович,
Тюменский индустриальный университет
г. Тюмень, Россия

Ключевые слова: изолированные регулируемые пересечения, стационарность транспортного потока, автокорреляция временного ряда транспортного потока, тест Бройша-Годфри, тест Дарбина-Уотсона, городские улицы

В существующих нормативных документах критерием изолированного регулируемого пересечения, является расстояние до ближайших регулируемых узлов в 1,6 км. Исходя из него, практически все пересечения в городе переводятся в разряд неизолрированных с соответствующими управленческими решениями в плане организации движения. В реальности многие транспортные узлы с намного меньшими расстояниями между соседними светофорами можно считать изолированными как с жестким, так и с адаптивным регулированием. В статье предлагается гипотеза о том, что при наличии циклостационарности транспортного потока, будет наблюдаться автокорреляция 1-го порядка значений временного ряда транспортного потока. Предлагается проверить такую автокорреляцию по тестам Дарбина-Уотсона и Бройша-Годфри по коротким промежуткам времени $t=5$ сек. Проводится анализ на автокорреляцию транспортного потока на перегонах УДС г. Тюмени. В заключении приводится определение "изолированного" пересечения. Изолированным по параметрам транспортного потока будет считаться пересечение, входящий транспортный поток на которое будет подаваться без значимой автокорреляции значений по интервалам времени.

Информация об авторах:

Андронов Роман Валерьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры автомобильных дорог и аэродромов, Тюменский индустриальный университет г. Тюмень, Россия

Леверенц Евгений Эдуардович, старший преподаватель кафедры строительной механики, Тюменский индустриальный университет г. Тюмень, Россия

Чепур Петр Владимирович, кандидат технических наук, заведующий кафедрой строительной механики, Тюменский индустриальный университет г. Тюмень, Россия

Для цитирования:

Андронов Р.В., Леверенц Е.Э., Чепур П.В. Отсутствие автокорреляции временного ряда транспортного потока как критерий изолированности регулируемого пересечения // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №3. С. 54-60.

For citation:

R. V. Andronov, E. E. Leverets, P. V. Chepur, "The absence of autocorrelation in the traffic flow time series as a criterion for the isolation of a controlled intersection," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no.3, pp. 54-60. (in Russian)

Введение

При планировании организации дорожного движения на объектах улично-дорожной сети (УДС) или выбора управляющих воздействий в автоматизированной системе управления дорожным движением (АСУДД) требуется знать характер распределения интервалов между транспортными средствами в транспортном потоке, который формируется ранее по улице и учитывает наличие пересечений и съездов выше по движению. На временные интервалы между автомобилями влияют такие параметры как: общая интенсивность движения, состав потока, загрузка пересечений, расстояние между соседними узлами [1-7].

Общие стратегии по улучшению организации дорожного движения с использованием автоматизированных систем управления движением, такими как «Spectrum 2.0», SCOOT и UTOPIA [4, 8] можно сформировать в три вида:

- Жесткое светофорное регулирование;
- Координированное управление взаимосвязанными пересечениями;
- Адаптивное управление, подстраивающееся под входящий транспортный поток и работающие по принципам: поиска «разрыва в потоке», пропуска образовавшейся очереди, пропуска движущегося к пересечению общественного транспорта и др.

Отдельно выделяются т.н. *изолированные пересечения*, на которых при низкой интенсивности движения рекомендуется применять жесткое регулирование [6]. На таких же пересечениях с высоким уровнем загрузки методики дают рекомендации применять адаптивное управление транспортным потоком для возможности повысить таким образом пропускную способность и снизить общие задержки на 15-30% [4,9]. На близко расположенных узлах удобнее и эффективнее будет применять координированное регулирование (в том числе т.н. «зеленую волну») для синхронного прохода групп автомобилей [4]. «...Наличие «пачек» в потоках также является результатом малой изменчивости структуры потока при его прохождении смежных перекрестков, т.е. следствием инерционности в изменении интервалов между последовательными автомобилями. Инерционность объекта управления говорит о возможностях прогнозирования изменений его характеристик в небольших интервалах...» [8]. В случае отсутствия группового движения управление светофорными объектами может прогнозироваться вероятностными характеристиками интервалов между автомобилями на основании известных в теории транспортных потоков распределений.

В большинстве исследований, в частности [10-12], предполагается представлять пересечение как систему массового обслуживания с пуассоновским входящим потоком с показательным интервалом между заявками (марковский процесс), а время обслуживания либо детерминированным, либо полумарковским [12] процессом. При такой постановке возникает вопрос о моделировании заявок при нестационарном поступлении заявок.

Постановка задачи

На первый взгляд при кажущейся разумной обоснованности эвристического подхода о подходах к управлению светофорным регулированием, можно подметить недостаточную аргументированность и вольную интерпретацию исходных

данных о характере движения на пересечении. Хотя при схожей ситуации назначения типа и конфигурации пересечения [1, 2, 7] даются четкие технико-экономические обоснованные рекомендации по выбору типа пересечения (пересечение в одном уровне, круговое пересечение типа «roundabout»). Ситуация запутывает также то, что под понятием «изолированное пересечение» понимают как пересечение, находящееся достаточно далеко от соседних, которые априорно на него не влияют [1], так работающее вне связки с соседними узлами по запрограммированному для этого пересечения алгоритму [4, 10], что равносильно синониму «жесткое» регулирование. В нормах [1] за критерий изолированности принято расстояние в 1,6 км, что равно 1 сухопутной миле. При применении данного критерия к улично-дорожной сети городов все городские регулируемые узлы автоматически становятся неизолрованными. Данный критерий перешел в документ [7] и, на взгляд авторов статьи, не является информативным. Также наблюдаются ситуации, когда транспортный поток с близко расположенного пересечения может подаваться сравнительно равномерно из-за значительного количества поворачивающих транспортных средств с пересекаемых направлений.

Все вышесказанное позволяет сформулировать конечную цель исследования – уточнить формулировку понятия «*изолированное пересечение*» и рассмотреть возможность эффективного управления светофорным регулированием на регулируемых пересечениях, расположенных сравнительно близко друг к другу на расстояниях 200-1400 м при отсутствии синхронизации их работы. Можно предположить, что равномерность подхода будет обеспечиваться если будет наблюдаться стационарность транспортного потока в течении сравнительно коротких промежутков времени (30-60 мин).

В данном исследовании предлагается отделить работу т.н. «изолированных» пересечений, на которые существенно не влияют другие пересечения, расположенные ранее по улице от «неизолированных». Поставленную в статье задачу предполагается решать «продвижением» с постоянным шагом $\Delta t = 5 \text{ сек}$ [14] в отличие от дискретно-событийного моделирования. Интервал в 5 секунд выбран как наиболее удобный для моделирования работы адаптивного регулируемого пересечения [4, 8] и по которому принимается решение о переключении сигнала светофора.

В [13] был проведен анализ между периодическими структурами (т.н. «пачками») в транспортном потоке методом дисперсионного анализа. При всем достоинстве и простоте применение данного метода затруднено, т.к. перед его применением необходимо принудительно выделить различающиеся циклические паттерны во временном ряде транспортного потока. Ситуацию может усложнить отсутствие выраженной цикличности паттернов, если генератор заявок (согласно терминологии теории очередей) будет посылать пачки переменной продолжительности и цикличности, что может быть вызвано применением адаптивного управления.

Вопросами стационарности транспортного потока и ее влияние на способы управления дорожным движением, в т.ч. адаптивным, занимались ряд авторов [15-19].

В данном случае предлагается решить поставленную задачу анализом временного ряда транспортного потока на автокорреляцию значений, так как периодическое групповое движение автомобилей в определенные интервалы нарушит строгую стационарность временного ряда.

Исходя из вышеизложенного можно предложить определение изолированного пересечения – пересечение, на котором характеристики входящего потока не имеют значимой автокорреляции по количеству подходящих за короткое время интервалов (5 сек) или по временным интервалам между подходящими транспортными средствами.

Временные ряды подразделяются на стационарные и нестационарные. Так как наблюдаемые значения интенсивности движения являются повторяющимися с разной степенью периодичности, то нестационарные ряды в данном исследовании не рассматриваются.

Стационарные временные ряды делятся на стационарные в широком смысле и в узком смысле.

Ряд x_t называется *стационарным в узком смысле (строго стационарным)*, если $F(y_{t_1}, \dots, y_{t_m}) = F(y_{t_1+\tau}, \dots, y_{t_m+\tau})$ для любых моментов t_1, \dots, t_m и любого сдвига τ [17].

То есть, вне зависимости от начала отсчета характеристик ряда, основные 2-х моментов ряда (математического ожидания μ и дисперсии σ^2) могут определиться на любом из отрезков ряда. Точность нахождения этих величин зависит только от размеров отрезка ряда, а не точки отсчета.

Ряд x_t называется *стационарным в широком смысле*, если $E(x_t) = \mu$ при всех t , $Var(y_t) = \sigma^2$ при всех t , ковариационная матрица $Cov(y_t, y_{t+\tau})$ зависит только от s (и не зависит от t). То есть наблюдается некоторая автокорреляция членов ряда, которая убывает с увеличением аргументов [17, 18].

К стационарным потокам в широком смысле относят т.н. *циклостационарные* потоки [17, 18]. По мнению авторов статьи, движение транспортных потоков по городским улицам (внутри относительного которого интервала времени 30-60 мин) будет представлять преимущественно циклостационарный процесс с пиками во время прохождения «пачек» автомобилей и локальными минимумами, где поток будет иметь только случайную компоненту.

Случайный процесс $Y(t)$ называют циклостационарным в широком смысле [17] в том случае, когда его математическое ожидание и автокорреляционная функция являются периодическими во времени функциями с периодом T :

$$\begin{aligned} m_Y(t+T) &= m_Y(t) \\ R_Y(s+T, u+T) &= R_Y(s, u) \end{aligned} \quad (1)$$

для всех t и u .

$$E(Y_t) = \mu < \infty, Var(Y_t) = \gamma_0, Cov(Y_t, Y_{t-\tau}) = \gamma_\tau, \quad (2)$$

$$\gamma_\tau = E((Y_t - \mu)(Y_{t-\tau} - \mu)). \quad (3)$$

Величина γ_τ называется автокорреляцией.

Совокупность значений γ_τ в зависимости от τ называется автоковариационной функцией. При $\tau = 0$ получаем дисперсию временного ряда $Var(Y_t) = \gamma_0$

Автокорреляционная функция (autocorrelation function, ACF):

$$r_\tau = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-\tau})}{Var(Y_t)} = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0} \quad (4)$$

$$r = 1, |r_\tau| \leq 1 \quad (5)$$

Отличие циклостационарного процесса от стационарного в широком смысле заключается в том, что случайный процесс проявляет свойство циклостационарности в широком смысле тогда, когда имеет место корреляция между произвольно смещенными в частотной области версиями данного процесса. Стационарным в широком смысле случайный процесс можно

назвать тогда, когда не имеет места корреляция между произвольно смещенными версиями случайного процесса: $Ra(y_\tau) \equiv 0$ для всех $\alpha \neq 0$, где τ – временной лаг автокорреляции.

Для транспортных потоков,двигающихся по улично-дорожной сети это означает, что периодически транспортный поток, двигаясь «пачками» и имея локальные максимумы и минимумы через время T в целом сохраняет постоянную интенсивность движения (за время масштаба 30-60 минут). То есть циклостационарность можно рассматривать как частный случай стационарности в широком смысле, так как математическое ожидание при увеличении длины временного ряда стремится к искомому, но не будет наблюдаться окончательного затухания автокорреляционной функции с увеличением временного лага τ (рис. 1).

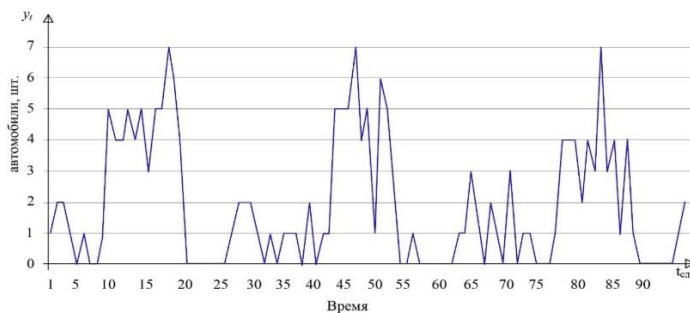


Рис. 1. Пример стационарного в широком смысле (циклостационарного) потока

Для этого требуется представить транспортный поток, проходящий через сечение городских улиц за 5 секунд ($t_{ед}$) как временной ряд и исследовать его на одну из важнейших характеристик – автокорреляцию 1-го порядка с лагом 1.

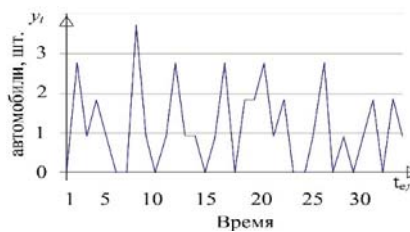


Рис. 2. Пример стационарного в узком смысле потока

Предполагаемую зависимость значений y_t от y_{t-1} можно представить на рисунках 3 и 4.

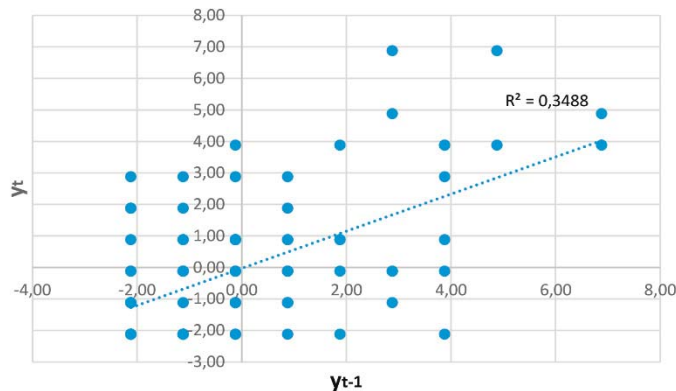


Рис. 3. Зависимость значений y_t от y_{t-1} для циклостационарного потока

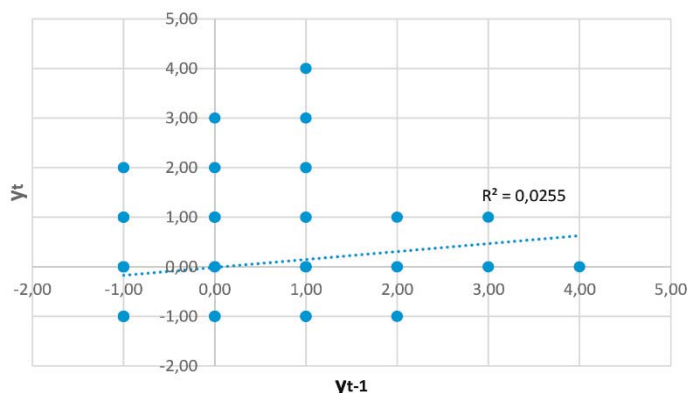


Рис. 4. Зависимость значений y_t от y_{t-1} для стационарного в узком смысле потока

Из рисунков 3 и 4 показывается некоторая автокорреляционная регрессия значений y_t от y_{t-1} с рассчитанным коэффициентом детерминации R^2 . На рисунке 3 визуальнo наблюдается автокорреляция значений. Таким образом необходимо проверить значения временных рядов транспортного потока на значимость автокорреляции.

Эксперимент

Для такого анализа существуют специализированные программные продукты, такие, например, как Eviews 10.0, имеющие также эконометрический характер, которые также можно использовать для анализа временных рядов транспортного потока. Также решения можно найти в приложениях программной среды R-4.0.3.

Описание процесса, скользящего среднего 1-го порядка (MA1):

$$y_i = \mu + r\varepsilon_{i-1} + \varepsilon_i, \quad (6)$$

Описание процесса авторегрессии 1-го порядка (AR1):

$$y_i = \mu + ry_{i-1} + \varepsilon_i, \quad (7)$$

Где μ – константа временного ряда, средняя интенсивность движения за Δt . Во временном ряде транспортного потока $\mu > 0$.

Далее, в работе было выбрано 25 различных перегона магистральных улиц в г. Тюмени с целью проведения исследований на автокорреляцию значений по дискретному времени $\text{тед}=5$ секунд. Выборка для проведения исследования составила 100-120 значений.

ε_t – случайная составляющая временного ряда. Принимается в работах по описанию временных рядов за «белый шум» с нормальным распределением $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$;

r – коэффициент автокорреляции (для авторегрессии τ -го порядка несколько коэффициентов r_τ). При $r = 0$ автокорреляция отсутствует;

MA1 обозначает процесс скользящего среднего (Moving Average) 1-го порядка; AR1 – процесс авторегрессии 1-го порядка.

В теории транспортных потоков в основном применяется различные вариации (смешанное, фазовое) пуассоновского потока и распределение Эрланга [18-23] из-за преимущественно экспоненциального характера интервала между транспортными средствами в потоке. Поэтому можно обозначить случайные остатки авторегрессии как $\varepsilon_i \sim iid(0, \sigma^2)$.

Данные временного ряда можно тестировать на автокорреляцию по следующим тестам:

1. Тест Дарбина-Уотсона (Darbin-Watson test);
2. Бройша-Годфри (Breusch-Godfrey test).

Тест Дарбина-Уотсона с проверкой автокорреляции 1-го порядка рассчитывается по формуле:

$$DW = \frac{\sum(e_t - e_{t-1})^2}{\sum e_t^2}, \quad (8)$$

где e_t – значение остатка в момент t , $e_t = \mu - y_t$.

Тест Дарбина-Уотсона (DW) имеет несколько ограничений. Он тестирует только уравнения типа 6 и имеет предпосылки нормального распределения остатков e_t .

Тест Бройша-Годфри (BG) рассчитывается по формуле:

$$e_t = e^T t + \sum_{i=1}^p r e_{t-i} + \varepsilon_t \quad (9)$$

Статистика BG сравнивается с критическим значением статистики хи-квадрат для 2-х степеней свободы.

Данные, полученные в ходе исследования, будут проверяться по обоим тестам. Так как в уравнение авторегрессии AR1 предполагаемое математическое ожидание содержится в предыдущем значении y_{t-1} , что мнению авторов является недопустимым искажением процесса описания движения автомобилей, так как остатки авторегрессии должны симметрично располагаться вокруг значения μ , предполагаемой моделью описания транспортного потока как временного ряда будет уравнение MA1 (формула 6). Т.е. процессы движения транспортных средств по проезжей части по мнению авторов статьи будут являться процессами скользящего среднего, а не процессами авторегрессии (формула 7), в которых данный тип критерия является неприменимым.

Результаты

Результаты приведены в таблице 1.

При значениях менее 1,65 по первому тесту и более 5,99 по второму (табл. 1) автокорреляция признавалась значимой. Большинство исследованных перегонов показали синхронные качественные значения критерия автокорреляции по обоим критериям. Это говорит о том, что для оценки автокорреляции можно применять критерий DW, несмотря на том, что он основан на предпосылках о нормальности распределения остатков.

Такой результат данного теста с тестом BG можно объяснить большим количеством проверяемых значений и асимптотически близкий результат к результату с «нормальностью» остатков. Но все равно, за основной критерий по мнению авторов статьи, необходимо брать BG тест.

Полученные значения статистики Дарбина-Уотсона и Бройша-Годфри

Наименование перегона и направление движения	Количество полос движения в напр.	Статистика Дарбина-Уотсона			Статистика Бройша Годфри	
		Полученные значения	Критические значения для n=100		Полученные значения	Критические значения для вероятности 0,95
			dL	dU		
Ул. 50 лет Октября (от ул. Профсоюзной до ул. М.Горького)	3	1,56	1,65	1,69	4,42	5,99
Ул. 50 лет Октября (от ул. М.Горького до ул.Профсоюзной)	3	0,81	1,65	1,69	34,5	5,99
Ул. Мельникайте (от п/провода к ул. Республики)	3	0,5	1,65	1,69	55,2	5,99
Ул. Мельникайте (от ул. Республики к п/проводу)	3	0,7	1,65	1,69	41,6	5,99
Ул. Профсоюзная (от ул. Ленина до ул. Герцена)	4	0,51	1,65	1,69	54,5	5,99
Ул. Усадебная (от ул. Щербакова)	1	1,82	1,65	1,69	0,58	5,99
Ул. Усадебная (к ул. Щербакова)	1	1,85	1,65	1,69	0,44	5,99
Ул. Щербакова (от Велижанского тракта к ул. Безымянной)	2	1,85	1,65	1,69	0,47	5,99
Ул. Щербакова (от ул. Безымянной до Велижанского тракта)	2	1,68	1,65	1,69	2,52	5,99
Ул. Велижанский тракт (от ул. Мелиораторов к ул. Щербакова)	2	1,68	1,65	1,69	2,52	5,99
Ул. Велижанский тракт (от ул. Щербакова к ул. Мелиораторов)	2	1,24	1,65	1,69	13,7	5,99
Ул. Интернациональная (от ул. Восстания к ул. Амурской)	2	2,18	1,65	1,69	1,08	5,99
Ул. Интернациональная (от ул. Амурской к ул. Восстания)	2	1,82	1,65	1,69	0,73	5,99
Ул. Магнитогорская (к ул. Московский тракт)	1	1,56	1,65	1,69	4,19	5,99
Ул. Московский тракт (от ТЦ «Колумб» к ул. Магнитогорской)	3	0,72	1,65	1,69	40,6	5,99
Ул. Герцена (от ул. Челюскинцев)	2	1,13	1,65	1,69	17,8	5,99
Ул. Герцена (от ул. Грибоедова)	2	1,48	1,65	1,69	6,36	5,99
Ул. Первомайская (от ж/д вокзала)	2	1,71	1,65	1,69	6,06	5,99
Ул. Широкая (от ул. Федорова к ул. Пермякова)	3	0,61	1,65	1,69	48,0	5,99
Ул. Мельникайте (от ул. 30 лет Победы к ул. Широкой)	3	1,91	1,65	1,69	0,2	5,99
Ул. Мельникайте (от ул. Широкой к ул. Гнаровской)	3	1,46	1,65	1,69	6,54	5,99
Ул. Западносибирская (от ул. Юбилейной)	2	2,06	1,65	1,69	0,29	5,99
Ул. Западносибирская (от р.Тура)	1	1,72	1,65	1,69	1,81	5,99
Ул.Тобольский тракт (от ул. Ершова до ул. Судоремонтной)	2	1,14	1,65	1,69	4,43	5,99
Ул.Тобольский тракт (от ул. Судоремонтной до ул.Ершова)	2	1,54	1,65	1,69	16,7	5,99

Выводы

Таким образом, по результатам исследования можно сделать вывод о том, что те перегоны, которые не показали значимой автокорреляции, можно считать изолированными и моделировать транспортный поток и работу средств регулирования и управления на основе теории транспортных потоков.

В противном случае автокорреляция показывает синхронный групповой характер движения автомобилей (в том числе «пачками») и моделирование должно производиться раздельно. При подборе организации движения или введения адаптивного светофорного регулирования по типу поиска разрыва в потоке, рекомендуется проверить данное направление пересечения на *изолированность* по критерию Бройша-Годфри или Дарбина-Уотсона.

Как результат исследования можно предложить определение «изолированного пересечения»: изолированным по параметрам транспортного потока будет считаться пересечение, входящий транспортный поток на которое будет подаваться без значимой автокорреляции значений по интервалам времени $t_{ед}$.

Если регулируемое пересечение будет являться изолированным по параметрам транспортного потока, то вопросы светофорного регулирования и управления им (адаптивное) можно рассматривать вне контекста взаимодействия с другими узлами, даже если соседние перекрестки будут находиться на сравнительно близком расстоянии (менее 200-300 м).

Литература

1. Руководство по пропускной способности автомагистралей (НСМ 2000) // Под ред. национального исследовательского совета. Вашингтон: TRB, 2000.
2. Справочник по определению размеров систем дорожного движения (HBS 2001) // Под ред. исследовательского общества дорог и транспорта №299. Кельн: FGSV Verlag GmbH, 2001.
3. Руководство по пропускной способности для сигнальных перекрестков // Институт инженеров транспорта. Третье издание. Канада: Округ 7.
4. *Кременец Ю.А., Печерский М.П., Афанасьев М.Б.* Технические средства организации дорожного движения : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности "Организация и безопасность движения (автомобильный транспорт)" направления подготовки дипломированных специалистов "Организация перевозок и управление на транспорте". М.: Академкнига, 2005. 279 с.
5. *Петров В.В.* Автоматизированные системы управления дорожным движением в городах. Омск: Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ), 2007. 105 с.
6. Руководство по проектированию и внедрению автоматизированных систем управления дорожным движением на базе АСУДД / под общ. ред. Г.Я. Волошина. М.: ВНИИБД МВД СССР, 1981. 232 с.
7. Методические рекомендации по разработке и реализации мероприятий по организации дорожного движения. Организация дорожного движения на регулируемых пересечениях. М.: ФДА «Росавтодор», 2017. 91 с.
8. *Петров Е.А., Вольф Д.* Адаптивная система управления дорожным движением в составе городской ИТС // Дорожная Держава. 2012. № 40. С. 46-49.
9. *Andronov R., Leverents E.* Effectiveness of adaptive control of traffic light intersection on isolated multi-lane intersections // E3S Web of Conferences : 2018 International Science Conference on Business Technologies for Sustainable Urban Development, SPbWOSCE 2018, St. Petersburg, 10-12 декабря 2018 г. Vol. 110. St. Petersburg: EDP Sciences, 2019. P. 02107. DOI 10.1051/e3sconf/201911002107. EDN DGRBRB

10. *Пильгейкина И.А., Власов А.А., Скорикова И.А.* Методика формирования многопрограммного управления изолированным перекрестком // XV Международная научно – практическая конференция ITS Forum-Razan, 21.09 – 24.09.2020 года, г. Санкт-Петербург.

11. *Минина Д.Н.* Моделирование в Matlab движения автомашин на регулируемом перекрестке // Политехнический молодежный журнал. 2022. № 2(67). DOI 10.18698/2541-8009-2022-2-774.

12. *Mukhopadhyay S., M. J., P., Kumar A.* Approximate Mean Delay Analysis for a Signalized Intersection With Indisciplined Traffic // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 20176 no. 18(10), pp. 2750-2762. doi:10.1109/its.2017.2665121

13. *Андронов Р.В., Левренец Е.Э., Доманский В.О., Елькин Б.П.* Исследование транспортных потоков городской улично-дорожной сети на стационарность методом дисперсионного анализа // Научно-технический вестник Поволжья. 2022. № 9. С. 7-11.

14. *Трухин М.П.* Моделирование сигналов и систем. Система массового обслуживания : учебное пособие; под научной редакцией С.В. Поршнева. Санкт-Петербург: Лань, 2022. 232 с.

15. *Wang Q., Su C.* Examining the Stationarity and Ergodicity of Traffic Flow on Highway Bridges // Journal of Highway and Transportation Research and Development (English Edition). 2015. Т. 9. № 4. С. 24-30.

16. *Дидковская Л.С.* Обоснование области эффективного функционирования адаптивных методов светофорного регулирования через оценку параметров транспортного потока // Научные заметки – 2014. №46. С. 137-146.

17. *Ефимов Е.Н., Шевгунов Т.Я.* Оценка времени задержки циклоstationарных радиосигналов // Гагаринские чтения. 2017. Т. 2017. С. 621-622.

18. *Гарднер У.А.* Циклоstationарность в коммуникациях и обработке сигналов. Том 1. Нью-Йорк: IEEE press, 1994. 90 с.

19. *Slimani N., Amghar M., Sbiri N.* Deep learning and time series analysis application on traffic flow forecasting // Journal of Theoretical and Applied Information Technology. 2022. № 5. С. 18.

20. *Петров В.В.* Автоматизированные системы управления дорожным движением в городах. 3-е издание, стереотипное. Омск: Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ), 2021. 99 с.

21. *Дрю Д.* Теория транспортных потоков и управление ими. М.: Транспорт, 1972. 424 с.

22. *Сильянов В.В.* Теория транспортных потоков в проектировании дорог и организации движения. М.: Транспорт, 1977. 303 с.

23. *Завалицин Д.С., Тимофеева Г.А.* Исследование математической модели регулируемого перекрестка // Труды института математики и механики УрО РАН. 2009. Т. 15, № 4. С. 108-119.

24. *Швецов В.И.* Математическое моделирование транспортных потоков // Автоматика и телемеханика. 2003. № 11. С. 3-46.

25. *Ахмадинуров М.М., Тимофеева Г.А.* Модели массового обслуживания в задаче оптимизации работы светофора // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2011. Т. 3, № 1(57). С. 217-227.

THE ABSENCE OF AUTOCORRELATION IN THE TRAFFIC FLOW TIME SERIES AS A CRITERION FOR THE ISOLATION OF A CONTROLLED INTERSECTION

Roman V. Andronov, Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia
 Evgeny E. Leverets, Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia
 Petr V. Chepur, Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia

Abstract

In the existing regulatory documents, the criterion of an isolated controlled intersection is the distance to the nearest controlled nodes of 1.6 km. Based on it, almost all intersections in the city are transferred to the category of non-isolated with the corresponding management decisions in terms of traffic organization. In reality, many transport nodes with much smaller distances between neighboring traffic lights can be considered isolated with both rigid and adaptive regulation. The article proposes a hypothesis that in the presence of cyclostationarity of the traffic flow, there will be a 1st-order autocorrelation of the values of the time series of the traffic flow. It is proposed to check such autocorrelation using the Durbin-Watson and Breusch-Godfrey tests for short time intervals $\Delta t = 5$ sec. An analysis of the autocorrelation of the traffic flow on the sections of the Tyumen road network is carried out. In conclusion, a definition of an "isolated" intersection is given. An intersection will be considered isolated in terms of traffic flow parameters if the incoming traffic flow is supplied to it without significant autocorrelation of values over time intervals.

Keywords: isolated regulated intersections, stationarity of traffic flow, autocorrelation of traffic flow time series, Breusch-Godfrey test, Durbin-Watson test, urban streets

References

- [1] Manual, Highway Capacity. "Highway capacity manual," Washington, DC 2.1 (2000).
- [2] Handbuch für die Bemessung von Strassenverkehrsanlagen (HBS 2001), Forschungsgesellschaft für Strassen- und Verkehrswesen (Hrsg.), Nr. 299, FGSV Verlag GmbH, K?ln (2001).
- [3] Canadian Capacity Guide for Signalized Intersections, Institute of Transportation Engineers District 7 – Canada, Third Edition, 2008.
- [4] Y.A. Kremenets, M.P. Pechersky, M.B. Afanasiev, "Technical means of road traffic organization," 2005.
- [5] V.V. Petrov, "Automated systems of road traffic control in cities," 2021.
- [6] Guidelines for the design and implementation of automated traffic control systems on the basis of automated traffic control systems, edited by G. Y. Voloshin. USSR, 1981.
- [7] Guidelines for the development and implementation of measures for the organization of traffic, 2007.
- [8] E.A. Petrov, D. Wolf, "Adaptive traffic control system as part of urban ics," [Electronic resource] 2012, E. A. Voytenkov-Mode of access: <http://old.ptvvision.ru/assets/Uploads/publications/ITS.pdf>.
- [9] R. Andronov, E. Leverets, "Effectiveness of adaptive control of traffic light intersection on isolated multi-lane intersections," *E3S Web of Conferences*, 2019. Vol. 110, p. 02107. EDP Sciences.
- [10] I.A. Pilgeikina, A.A. Vlasov, I. A. Skorikova, "Methodology of formation of multiprogram control of an isolated intersection," *Computer Research and Modeling*, 2021, no. 13(2), pp. 295-303.
- [11] D.N. Minina, "Modeling in Matlab of car traffic at a regulated intersection," *Polytechnic Youth Journal*. 2022. No. 2 (67). DOI 10.18698/2541-8009-2022-2-774.
- [12] S.,M.J.,P. Mukhopadhyay, A. Kumar, "Approximate Mean Delay Analysis for a Signalized Intersection With Indisciplined Traffic," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2017, no. 18(10), pp. 2750–2762. DOI:10.1109/tits.2017.2665121
- [13] R. Andronov, E. Leverets, V. Domanskii, B. Yelkin, "Study of traffic flows of urban street-road network for stationarity by the method of dispersion analysis," *Nauchno-tekhnicheskii vestnik povolzhya*, no. (9), pp. 7-11.
- [14] M.P. Trukhin, "Modeling of signals and systems," Mass service system: textbook, edited by S. V. Porshnev. St. Petersburg: Lan, 2022.
- [15] Q. Wang, C. Su, "Examining the Stationarity and Ergodicity of Traffic Flow on Highway Bridges. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*," (English Edition), 2015, no. 9(4), pp. 24-30.
- [16] L.S. Didkovskaya, "Justification of the area of effective functioning of adaptive methods of traffic light regulation through the estimation of traffic flow parameters," *Scientific Notes*, 2014, no. (46), p. 137.
- [17] E.N. Efimov, T.Y. Shevgunov, "Estimation of delay time of cyclostationary radio signals," *Gagarin Readings*, 2017, pp. 621-622.
- [18] W.A. Gardner, (Ed.), "Cyclostationarity in communications and signal processing," Vol. 1, 1994. New York: IEEE press.
- [19] N. Slimani, M. Amghar, N. Sbiti, "Deep learning and time series analysis application on traffic flow forecasting," *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*. 2022. No. 5, pp. 18.
- [20] V.V. Petrov, "Automated systems of road traffic control in cities," 2021.
- [21] D. Drew, "Theory of transportation flows and their management," Moscow: Transport, 1972, 424 p.
- [22] V.V. Silyanov, "Theory of traffic flows in road design and traffic organization," 1977.
- [23] D.S.Zavalishchin, G.A. Timofeeva, "Investigation of the mathematical model of a regulated intersection," *Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences*, 2009, no. 15(4), pp. 108-119.
- [24] V.I. Shvetsov, "Mathematical modeling of transport flows," *Automatics and Telemekhanics*, 2003, no. (11), pp. 3-46.
- [25] M.M. Akhmadinurov, G.A. Timofeeva, "Mass service models in the task of optimization of traffic light operation," *Bulletin of Saratov State Technical University*, 2011, no. 3(1 (57)), pp. 217-227.

MODELING THE FORMATION OF A VEHICLE QUEUE AT URBAN SIGNAL-CONTROLLED INTERSECTIONS

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-3-61-68

Viacheslav V. Morozov,
Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia,
morozov1990_72@mail.ru

Georgy N. Morozov,
Sverdlovsk region, Baikalo village, Russia,
morgn11@yandex.ru

Vladimir D. Shepelev,
South Ural State University (National Research University),
Chelyabinsk,, Russia, shepelevd@susu.ru

Manuscript received 02 February 2025;
Accepted 27 February 2025

The presented research results were obtained under RSF grant project # 23-79-01021 "Study of urban traffic flow management based on neural network technologies", 2023-2025

Keywords: channelization of traffic flows, turn storage lane, traffic queue, signal-controlled intersection, urban transport system, simulation modeling, PTV Vissim

The study addresses the problems of urban transport systems, their structure, and integrated development. The object of this study is the formation of traffic queues within the urban street and road network, and the subject is the patterns of changes in the length of traffic queues formed at signal-controlled intersections in left-hand directions. The purpose of the study is to develop a mathematical model for the formation of a traffic queue depending on the traffic capacity of urban signal-controlled intersections and weather and climate conditions. The methodological framework of the study is systems approach, including systems analysis and synthesis; mathematical statistics; mathematical and simulation modeling; correlation, regression analysis; experimental planning theory. The study revealed that traffic management is a significant element of the urban transport system in modern cities. The sustainable operation of the urban transport system directly depends on the efficiency of traffic management. A method for optimizing traffic at signal-controlled intersections is the use of turn storage lanes. Simulation modeling using PTV Vissim software demonstrated that the introduction of turn storage lanes helps to increase the traffic capacity of signal-controlled intersections and reduce traffic delays. However, the unjustified extension of these lanes does not significantly increase the traffic capacity. Analytical studies allowed framing a linear, two-factor, additive mathematical model that describes changes in the length of the transport queue at signal-controlled intersections. Unlike existing models, the new model takes into account the influence of the residual transport queue and road slipperiness. Experimental studies were carried out at more than 20 signal-controlled intersections in Russian cities to collect a sample size of 759 measurements. The analysis of the obtained data showed that there is an effect of joint interaction between the residual transport queue and the road surface slipperiness, which influences the length of the forming transport queue.

Information about authors:

Viacheslav V. Morozov, Tyumen Industrial University, Associate Professor of the Department of Transport and Technological Systems, Candidate of Engineering Sciences, Tyumen, Russia, ORCID: 0000-0001-6840-1247

Georgy N. Morozov, LLC Rokada, category I engineer, Candidate of Engineering Sciences, Sverdlovsk region, Baikalo village, Russia

Vladimir D. Shepelev, South Ural State University (National Research University), Associate Professor of the Department of Vehicles and Automobile Service, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Chelyabinsk, Russia, ORCID: 0000-0002-1143-2031

Для цитирования:

Морозов В.В., Морозов Г.Н., Шепелёв В.Д. Моделирование процесса формирования автотранспортной очереди на городских регулируемых пересечениях // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №3. С. 61-68.

For citation:

V. V. Morozov, G. N. Morozov, V. D. Shepelev, "Modeling the Formation of a Vehicle Queue at Urban Signal-Controlled Intersections," T-Comm, 2025, vol. 19, no. 3, pp. 61-68

Introduction

A modern city is a complex and diverse system that consists of many different elements, including the urban transport system, which is essential for the unimpaired functioning of the city. Urban appearance directly depends on the methods of transport public services [1-3].

The increase in motorization and stimulating the use of private cars contributes to the formation of an urban space with a large number of multi-level junctions, wide roadways, overpasses, and other similar structures. The key advantage of using a private car is the ability to move around the city at any time of the day. However, the use of this transport service system constitutes risks that pedestrian traffic and the development of public transport will be stopped. Global experience shows that an increase in transport supply increases transport demand. The unreasonable and active growth of the street and road network leads to an increase in the number of private vehicles [4-7].

Cities with dense historical development face difficulties in adapting to active motorization conditions and vehicle storage. In practice, the courtyard area of old districts is not designed to accommodate many cars. In limited space conditions, vehicles arriving in the city center encounter difficulties in parking, which additionally loads the street and road network. Besides, randomly parked cars reduce the traffic capacity of the street and road network, create emergency situations, and have a negative impact on the urban ecology.

An alternative approach to transport services and road traffic organization is a set of methods and techniques focused on the development of pedestrian and public transport. The main goal of this strategy is to ensure appropriate conditions for pedestrian and bicycle traffic, as well as the development of public transport. Some measures are aimed at limiting the use of private cars: the introduction of additional taxes, paid parking, and paid entry into the city center. This approach requires much less capital investment in the development and subsequent maintenance of the road network.

The most efficient strategy for the development of the transport system is to find a compromise involving a balance between different modes of transportation, which allows setting up an integrated multimodal transport system [8, 9]. The practice of road traffic organization shows that in reality there is no single mode of transport able to satisfy all the human needs for transportation. An effective transport system should offer transportation services combing both individual and mass modes of transportation.

Modern cities face traffic congestion of varying degrees, which indicates ineffective traffic organization [10]. The traffic capacity of the road network is determined by the capacity of its individual components, such as space intervals, signal-controlled intersections, and artificial structures. Road sections with limited traffic capacity, including signal-controlled intersections, have a particularly significant impact [11-14]. Elements of the road network are often used at urban signal-controlled intersections to channel traffic flows. A turn storage lane is one of them [15-18].

This study considers the use of turn storage lanes to optimize left-turn traffic flows. The improvement of traffic organization at urban signal-controlled intersections using turn storage lanes reduces traffic delays and minimizes the number of vehicle changes in the flow. Such lane-changes are also associated with

bypassing the forming traffic queues in left-turn directions. Therefore, the resources of a signal-controlled intersection with turn storage lanes can be used most efficiently through the understanding of the most effective use of the turn storage lane length relative to the traffic light control cycle and the traffic capacity of the signal-controlled intersection.

To this end, the purpose of the study is to develop a mathematical model describing the formation of a traffic queue depending on the traffic capacity of urban signal-controlled intersections and weather and climate conditions.

The object of this study is the formation of traffic queues within the urban street and road network, and the subject is the patterns of changes in the length of traffic queues that occur at signal-controlled intersections in left-turn directions.

The methodological framework of the study is the systems approach, including systems analysis and synthesis; mathematical statistics; mathematical and simulation modeling; correlation, regression analysis; experimental design theory.

Analytical studies

Simulation modeling was carried out using the PTV Vissim software suite to assess the effect of introducing a turn storage lane at urban signal-controlled intersections.

The simulation model reflecting the key features of the transport system elements enables to analyze the impact of various traffic organization methods without interfering with the real process, as well as to obtain extensive data and assess both the current and expected traffic situation [19-21]. Figure 1 shows the implemented simulation model.

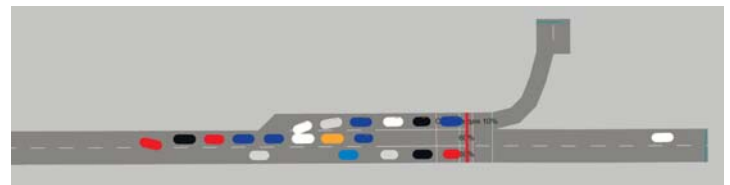


Fig. 1. Simulation model of the street and road network section

The implemented simulation model includes a turn storage lane and two lanes for the forward movement of vehicles. The model parameters are presented in Table 1.

Table 1
Simulation model parameters

Parameter	Value
Duration of the traffic light regulation cycle, sec	180
Forward traffic flow, vehicles/hour	900
Duration of the traffic light signal permitting the forward traffic flow, sec	40
Left-turn traffic flow, vehicles/hour	300

We assessed two operation variants of a signal-controlled intersection with different durations of the traffic light go signal for the left-turn direction: 20 and 25 seconds, respectively.

Traffic parameters were determined for each variant with a gradual increase in the length of the turn storage lane (Table 2).

Table 2

Vehicle delays depending on the length of the turn storage lane

Length of the turn storage lane, vehicles	Traffic delay during the go traffic light signal, sec/vehicles	
	20 seconds	25 seconds
0	405.06	404.84
11	270.77	224.07
12	188.36	148.33
15	125.94	95.28
18	120.93	68.38
23	117.12	65.54
24	113.85	61.43
26	106.03	66.16
32	105.62	64.99
36	106.26	62.51
39	103.94	64.52
41	101.98	63.49

Figure 2 graphically represents the numerical values of the simulation results.

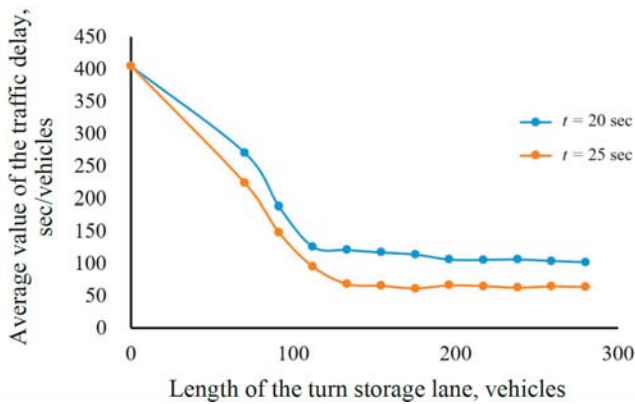


Fig. 2. Estimation of changes in traffic delays at different lengths of traffic queues and durations of the go traffic light signal

The analysis of the simulation modeling results shows that channeling the movement of vehicles at a signal-controlled intersection using a turn storage lane helps to reduce traffic delays. A further increase in the length of the turn storage lane does not change significantly the considered indicator of road traffic organization efficiency. Optical traffic capacity can be achieved if the time of the traffic light signal permitting movement for the left-turn flow is comparable to the length of the turn storage lane.

Besides, the turning traffic queue formed during the stop traffic light signal should be located in the turn storage lane. A process built in this way reduces the likelihood of an event when the traffic flow going forward needs to maneuver around the formed traffic queue or wait until the queue in the left-turn direction decreases, thereby freeing up the traffic lane.

The authors obtained linear models describing the length of the forming traffic queue depending on the residual traffic queue (1) and the road surface slipperiness (3) [15-18]:

$$Q = Q_0 + F \cdot Q_{res. queue} \tag{1}$$

where $Q_{res. queue}$ is the average residual queue, vehicles; Q_0 is the length of the traffic queue, which is the number of vehicles

that can pass during the traffic light regulation cycle; F is the coefficient reflecting the influence of the traffic light regulation cycle (2).

$$F = \frac{\left(1 - \frac{g}{C}\right)}{1 - \left[\min(1, Z) \frac{g}{C}\right]}, \tag{2}$$

where C is the duration of the regulation cycle, s; g is the duration of the go traffic light signal, s; Z_n is the lane loading level.

$$Q = Q_0 + P_{av. dry sur} \cdot W_s, \tag{3}$$

where W_s is the slipperiness coefficient (4); $P_{av. dry sur}$ is the number of vehicles passing in the road section during the traffic light regulation cycle on dry road surfaces, vehicles/cycle.

$$W_s = 1 - \frac{P_{av. sur}}{P_{av. dry sur}}, \tag{4}$$

where $P_{av. sur}$ is the number of vehicles passing in the road section during the traffic light regulation cycle depending on the road surface slipperiness, vehicles/cycle.

At the first stage of framing the mathematical model, we chose the dependence type (multiplicative or additive). To this end, the following should be established [22]:

1. Whether the desired dependence is monotonic.

The desired dependence is monotonic because regularities (1) and (3) are linear.

2. The behavior of function Y at $X \rightarrow 0$ and $X \rightarrow \infty$.

If $Q_{res. queue}$ is equal to zero, the demand for movement does not exceed the number of requests processed by the traffic light signal in the left-turn direction. The forming transport queue Q does not exceed Q_0 . When the traffic light signal operates in normal mode, $Q_{res. queue}$ cannot be more than the queue Q . That is, at $Q_{res. queue} = Q$, it turns out that during the cycle, no vehicle was able to cross the intersection. Such a traffic state at the intersection is exceptional and results from random events, such as, for example, road accidents. Under normal operating conditions of the traffic light signal, $Q_{res. queue} \rightarrow 0$ and, therefore,

$$Q(Q_{res. queue}) \rightarrow Q_0.$$

The following expression is also true $Q_0, Q(W_s) \rightarrow Q_0$. The queue of vehicles grows with an increase in the road surface slipperiness. W_s at a dry road surface does not affect the traffic capacity and, therefore, is zero. In the warm season, when precipitation falls, the surface slipperiness increases briefly. However, over a certain period of time, the surface dries restoring its original characteristics. In winter, when icy conditions appear, roads are subjected to special treatment to reduce the road surface slipperiness. Thus $W_s \rightarrow 0$.

3. Points of the factor space that obligatorily belong to the graphical display of the response function.

Let us take the coordinate space XYZ , where X is the variable of $Q_{res. queue}$, vehicles; Y is the variable of W_s ; Z is the response function of Q , vehicles. The graph of the response function Z will be a certain surface, which should necessarily pass through point $(0; Y; Z)$ taking into account items 1 and 2 of this algorithm.

4. The influence of factors on the response function.

Above points 1–3 show that zeroing the factors does not zero the response Q . In case of unsaturated traffic flows within the urban street and road network $Q \rightarrow Q_0$.

The traffic queue grows with an increase in the intensity of the traffic flow and the road surface slipperiness. When the traffic demand corresponds to the traffic capacity of the signal-controlled intersection and the length of the turn storage lane, the time of traffic delays does not increase. Otherwise, the length of the traffic queue Q exceeds Q_0 , which leads to the formation of a traffic jam.

The nature of the behavior of the response functions indicates that the multifactorial mathematical model should be configured based on the general form of the additive model. Therefore, it is assumed that the change in the length of the traffic queue under the influence of the residual traffic queue and the road surface slipperiness is described by a two-factor linear additive model based on the main effects:

$$Q = Q_0 + F \cdot Q_{res. queue} + P_{av. dry sur} \cdot W_s \quad (4)$$

Experimental studies

A natural, passive experiment was carried out to confirm the formulated assumptions under the experimental studies. It consisted of the following stages:

- 1) establishing the necessary intersections to carry out experimental studies;
- 2) collecting and processing the initial information on the parameters of traffic light regulation, as well as the characteristics of traffic flows and the road surface slipperiness;
- 3) analyzing the obtained data, determining the parameters of the mathematical model, and assessing its adequacy.

The following restrictions, assumptions, and conditions were introduced for the correctness of the studies:

- 1) the turning traffic flows can move either in a separate traffic light regulation phase, or simultaneously with the direct preceding traffic flow without intersecting with oncoming flows within the same traffic light regulation phase;
- 2) data are collected under the conditions of high traffic flow density;
- 3) when collecting data within the studied street and road network section, traffic accidents and road works able to affect the traffic capacity should be completely excluded.

The necessary intersections meeting the stated conditions were selected to implement the experiment. The time for the experiment was set based on the traffic density of traffic flows, with most typical ‘rush hours’.

The data were collected from 2018 to 2024. Thus, the experiments were conducted at more than 20 intersections in Tyumen, Vologda, Chelyabinsk, Ufa and other Russian cities. As a result of the gross error check of the sample, the number of measurements was 759. Figure 3 presents the results of experimental data collection.

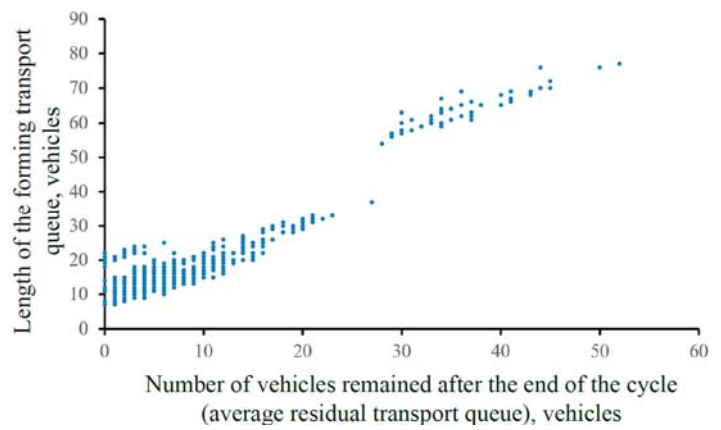


Fig. 3. Aggregate sample of experimental data

The initial data were processed using the STATISTICA 10 software suite, which resulted in the graphical image of the interaction of the residual traffic queue and the road surface slipperiness affecting the length of the forming traffic queue (Fig. 4).

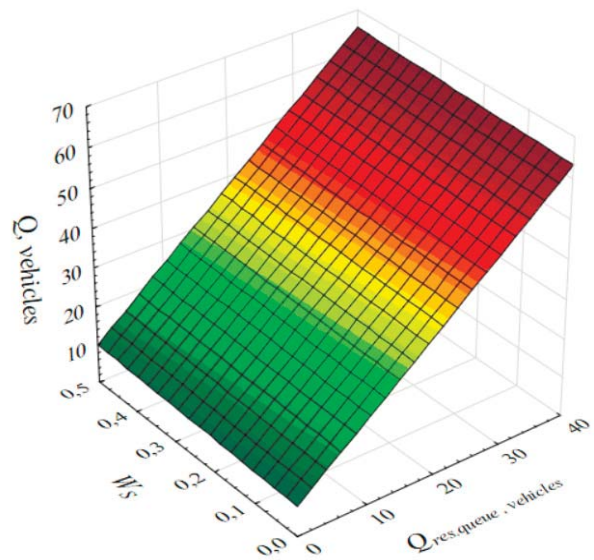


Fig. 4. The influence of the residual traffic queue and the road surface slipperiness on the length of the forming traffic queue

The experimental studies showed that the residual traffic queue has a significant effect on the length of the traffic queue formed when the traffic flow crosses a signal-controlled intersection in the left-turn direction. An increase in the residual traffic queue indicates worsening in road traffic organization and traffic jamming. The efficiency of road traffic organization decreases due to an increase in the intensity of traffic flows or a decrease in the traffic capacity of the street and road network section. It was also established that changes in the road surface slipperiness affect the traffic capacity of the signal-controlled intersection. Thus, the combined effect of the residual traffic queue and the road surface slipperiness is reflected in the change in the length of the forming traffic queue. An unfavorable manifestation of this effect may be linked with an increase in the traffic flow intensity and worsening of weather conditions that change the characteristics of the road surface, such as an increase in the level of slipperiness. Ultimately, the speed of vehicles decreases and traffic delays increase when crossing a signal-controlled intersec-

tion increase. These factors should be taken into to develop traffic management models aimed at minimizing transport losses when moving around the city and increasing the traffic capacity of signal-controlled intersections.

The experimental studies allowed defining the main parameters and statistical characteristics for the multifactorial mathematical model, as well as determining and analyzing their numerical values (Table 3).

Table 3

Parameters and statistical characteristics of the proposed mathematical model

Model parameters			Determination coefficient R_2	Table value of Student's criterion t	Calculated value of Student's criterion t	Calculated Fisher's criterion F	Table Fisher's criterion $F_{0.9}$
a , vehicles	b	c , vehicles/cycle					
1.4	4.8	7.7	0.9	8.85	19.88	18.03	3.27

The obtained statistical characteristics allowed concluding that the developed mathematical model is adequate and reliable. Ultimately, the experimental studies confirmed the proposed assumption about the mathematical model type.

The research findings revealed the significance of the influence of such factors as the residual traffic queue and the road surface slipperiness on the formation of a traffic queue in turn storage lanes when the traffic flow moves in the left-turn direction, which provides a basis for the further improvement of urban traffic management methods.

Conclusion

The studies revealed new dependencies aimed at improving traffic accessibility within the urban transport network. This improvement can be achieved by reducing transport delays, which is ensured by optimizing road traffic through traffic flow channeling at urban signal-controlled intersections. The most significant conclusions include:

1. The study established that the organization of road traffic as one of the most significant elements of the transport system should be improved to maintain a variety of travel options along urban transport systems. One of such methods is the introduction of turn storage lanes at intersections.

2. Simulation modeling carried out in the PTV Vissim software suite established that an infinite increase in the length of the turn storage lane does not significantly increase the traffic capacity of the intersection and decrease the time of transport delays. To ensure the most efficient use of the traffic capacity of a signal-controlled intersection, the time of the traffic light signal permitting movement for the left-turn flow should comparable to the length of the turn storage lane.

3. The authors configured a multifactorial mathematical model describing the change in the traffic queue and developed a two-factorial linear additive mathematical model describing the formation of a traffic queue at a signal-controlled intersection in the left-turn direction.

4. The experimental studies included the collection of initial data at more than 20 signal-controlled intersections in different

Russian cities. The sample size of the initial experimental data was 759 values. The experimental studies established that the combined effect of the residual traffic queue and the road surface slipperiness is manifested in changes in the length of the forming traffic queue.

5. The further prospect for research and improving the obtained results can be the refinement of the proposed mathematical model taking into account other possible factors and developing a methodology for the practical application of traffic flow channeling at urban signal-controlled intersections.

Funding

RSF Grant # 23-79-01021 under the project "Study of urban traffic flow management based on neural network technologies", 2023–2025.

References

[1] I. N. Pugachev, S. S. Yevtyukhov, N. G. Sheshera, D. E. Grigorov. "The maximum speed provided as a key indicator of injuries in an accident. Methods of collection, processing and analysis," *T-Comm*. 2024. Vol. 18, No. 6, pp. 46-54. DOI 10.36724/2072-8735-2024-18-6-46-54

[2] I. N. Pugachev, S. S. Yevtyukhov, N. G. Sheshera, D. E. Grigorov. "Forecast of traffic flow intensity. Learning with a teacher. the random tree method," *T-Comm*. 2024. Vol. 18, No 4, pp. 36-47. DOI 10.36724/2072-8735-2024-18-4-36-47

[3] V. Morozov, A. I. Petrov, V. Shepelev, M. Balfaqih. "Ideology of Urban Road Transport Chaos and Accident Risk Management for Sustainable Transport Systems," *Sustainability*, 2024. Vol. 16, No. 6. P. 2596. DOI 10.3390/su16062596

[4] V. V. Morozov. "Improving the efficiency of traffic management using the assigned left turn method," *Architecture, construction, transport*. 2023. Vol. 3, No 105, pp. 72-80. DOI 10.31660/2782-232X-2023-3-72-80

[5] A. Fadyushin, D. Zakharov. "The Impact Of The Cost Of Paid Parking For Private Cars And Public Transport Fare On The Structure Of Urban Mobility," *International Journal of Transport Development and Integration*, 2022. Vol. 6, No. 2, pp. 197-207. DOI 10.2495/tdi-v6-n2-197-207

[6] I. Makarova, A. Serikkaliyeva, L. Gubacheva, E. Mukhametdinov, P. Buyvol, A. Barinov, V. Shepelev, G. Mavlyautdinova. "The Role of Multimodal Transportation in Ensuring Sustainable Territorial Development: Review of Risks and Prospects," *Sustainability*. 2023. Vol. 15, No. 7. P. 6309. DOI 10.3390/su15076309

[7] V. Shepelev, A. Glushkov, I. Slobodin, M. Balfaqih. "Studying the Relationship between the Traffic Flow Structure, the Traffic Capacity of Intersections, and Vehicle-Related Emissions," *Mathematics*. 2023. Vol. 11, No. 16. P. 3591. DOI 10.3390/math11163591

[8] D. V. Kuzmin, V. V. Baginova, D. A. Krasnobaev, D. V. Musatov. "Development of a simulation discrete-event model of transport infrastructure using optimization tools," *T-Comm*. 2023. Vol. 17, No. 2, pp. 42-48. DOI 10.36724/2072-8735-2023-17-2-42-48

[9] E. V. Malovetskaya, A. K. Mozalevskaya. "The possibilities of increasing the efficiency of the transportation process based on the construction of complex predictive models of infrastructure utilization," *T-Comm*. 2023. Vol. 17, No. 7, pp. 38-46. DOI 10.36724/2072-8735-2023-17-7-38-46

[10] V. I. Kolesov, D. A. Sorokin, M. L. Gulyaev. "Urban mobility management by means of traffic flow dynamics," *Transport: science, technology, management. Scientific information collection*. 2022. No. 8, pp. 3-10. DOI 10.36535/0236-1914-2022-08-1

[11] O. S. Fadina, V. D. Shepelev, M. A. Varvorkin, L. E. Plyukhin. "Increasing throughput at controlled intersections by optimizing the

speed modes of traffic flows,” *Bulletin of the South Ural State University. Series: Economics and Management*. 2023. Vol. 17, No. 3, pp. 175-182. DOI 10.14529/em230317

[12] A. A. Fadyushin, A. V. Pistov. “Application of neural network technologies in traffic light control,” *Transport engineering*. 2024. Vol. 4, No. 28, pp. 57-65. DOI 10.30987/2782-5957-2024-4-57-65

[13] V. Morozov, V. Shepelev, V. Kostyrchenko, V. “Modeling the Operation of Signal-Controlled Intersections with Different Lane Occupancy,” *Mathematics*. 2022. Vol. 10, No. 24, pp. 4829. DOI 10.3390/math10244829

[14] P. I. Pospelov, M. V. Yashina, A. G. Tatashev, D. L. Le. “Delays of vehicles at an unregulated pedestrian intersection with a dedicated lane,” *T-Comm*. 2022. Vol. 16, No. 11, pp. 35-42. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-11-35-42

[15] G. N. Morozov, V. V. Morozov. “Determination of the required capacity of turn-storage lanes at urban controlled intersections,” *Intellect. Innovation. Investment*. 2022. No. 1, pp. 117-125. DOI 10.25198/2077-7175-2022-1-117

[16] G. N. Morozov, V. V. Morozov, A. A. Fadyushin, Sh. M. Merdanov. “The effect of the residual traffic queue on the movement of vehicles at urban controlled intersections,” *Architecture, construction, transport*. 2024. Vol. 1, No. 107, pp. 89-97. DOI 10.31660/2782-232X-2024-1-89-97

[17] G. N. Morozov, V. V. Morozov. “Determination of the required capacity of the turn-storage lanes depending on the parameter of the remaining transport queue,” *Bulletin of Civil Engineers*. 2022. Vol. 5, No. 94, pp. 109-115. DOI 10.23968/1999-5571-2022-19-5-109-115

[18] G. N. Morozov. “The influence of the condition of the road surface on the capacity of the turn-storage lanes,” *Transport: science, technology, management. Scientific information collection*. 2022. No. 11, pp. 48-51. DOI 10.36535/0236-1914-2022-11-9

[19] H. Jiang. “Simulation of vehicle movement based on a macroscopic fundamental diagram of the traffic flow,” *T-Comm*. 2022. Vol. 16, No. 2, pp. 22-28. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-2-22-28

[20] A. Go. “A traffic management system based on Blockchain technology and the Internet of Things,” *T-Comm*. 2022. Vol. 16, No. 10, pp. 28-35. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-10-28-35

[21] A. V. Suprunovsky, R. S. Bolshakov. “On the issue of building simulation models of transportation processes in the ANYLOGIC software environment,” *T-Comm*. 2022. Vol. 16, No. 3, pp. 31-35. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-3-31-35.

[22] V. Morozov, S. Iarkov. “Formation of the traffic flow rate under the influence of traffic flow concentration in time at controlled intersections in Tyumen, Russian federation,” *Sustainability*. 2021. Vol. 13, No. 15. DOI 10.3390/su13158324

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ АВТОТРАНСПОРТНОЙ ОЧЕРЕДИ НА ГОРОДСКИХ РЕГУЛИРУЕМЫХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ

Морозов Вячеслав Валерьевич, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, Россия, morozov1990_72@mail.ru

Морозов Георгий Николаевич, ООО "Рокада", Свердловская обл., с. Байкалово, Россия, morgn11@yandex.ru

Шепелёв Владимир Дмитриевич, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), г. Челябинск, Россия, shepelevvd@susu.ru

Представленные результаты исследования получены в рамках выполнения проекта гранта РФФ № 23-79-01021 "Исследование процесса управления транспортными потоками в городах на основе нейросетевых технологий", 2023-2025 гг.

Аннотация

Исследование затрагивает проблемы транспортных систем городов, их структуру и вопросы комплексного развития. Объектом данного исследования является процесс формирования транспортных очередей на городской улично-дорожной сети, а предметом – закономерности изменений длины транспортных очередей, возникающих на регулируемых пересечениях в левопоротных направлениях. Цель исследования – разработка математической модели формирования транспортной очереди в зависимости от пропускной способности городских регулируемых пересечений и погоднo-климатических условий. Методологической базой исследования являются: системный подход, включая системный анализ и синтез; математическая статистика; математическое, имитационное моделирование; корреляционный, регрессионный анализы; теория планирования эксперимента. В ходе проведения исследования установлено, что организация дорожного движения является значимым элементом городской транспортной системы современных городов. Устойчивое функционирование транспортной системы города напрямую зависит от эффективности организации дорожного движения. Одним из методов оптимизации дорожного движения на регулируемых перекрестках является использование поворотно-накопительных полос. Имитационное моделирование, проведённое с использованием программного обеспечения PTV Vissim, продемонстрировало, что внедрение поворотно-накопительных полос способствует увеличению пропускной способности регулируемых перекрёстков и снижению транспортных задержек. Однако неоправданное удлинение этих полос не приводит к значительному росту пропускной способности. В ходе аналитических исследований была создана линейная, двухфакторная, аддитивная математическая модель, которая описывает процесс изменения длины транспортной очереди на регулируемых перекрёстках. В отличие от уже существующих моделей, новая модель учитывает влияние остаточной транспортной очереди и скользкости дороги. Проведены экспериментальные исследования на более чем 20 регулируемых перекрёстках в городах Российской Федерации, в ходе которых собран объём выборки, составивший 759 измерений. Анализ полученных данных показал, что существует эффект совместного взаимодействия между остаточной транспортной очередью и скользкостью дорожного покрытия, оказывающий влияние на длину формирующейся транспортной очереди.

Ключевые слова: канализирование транспортных потоков, поворотно-накопительная полоса, транспортная очередь, регулируемое пересечение, транспортная система города, имитационное моделирование, PTV Vissim

Литература

1. Пугачев И.Н., Евтюков С.С., Шешера Н.Г., Григоров Д.Е. Максимальная обеспечиваемая скорость как ключевой показатель травматизма при ДТП. Способы сбора, обработки и анализа // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт, 2024. № 18(6). С. 46-54. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2024-18-6-46-54>
2. Пугачев И.Н., Евтюков С.С., Шешера Н.Г., Григоров Д.Е. Прогноз интенсивности транспортного потока. Обучение с учителем. метод случайных деревьев // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт, 2024. № 18(4). С. 36-47. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2024-18-4-36-47>
3. Morozov V., Petrov A. I., Shepelev V., Balfaqih M. Ideology of Urban Road Transport Chaos and Accident Risk Management for Sustainable Transport Systems // Sustainability, 2024. Vol. 16, No 6. P. 2596. <https://doi.org/10.3390/su16062596>
4. Морозов, В.В. Повышение эффективности организации дорожного движения методом отнесенного левого поворота // Архитектура, строительство, транспорт, 2023. № 3(105). С. 72-80. <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2023-3-72-80>
5. Fadyushin A., Zakharov D. The Impact Of The Cost Of Paid Parking For Private Cars And Public Transport Fare On The Structure Of Urban Mobility // International Journal of Transport Development and Integration, 2022. Vol. 6, No 2. pp. 197-207. <https://doi.org/10.2495/tdi-v6-n2-197-207>
6. Makarova I., Serikkaliyeva A., Gubacheva L., Mukhametdinov E., Buyvol P., Barinov A., Shepelev, V., Mavlyautdinova G. The Role of Multimodal Transportation in Ensuring Sustainable Territorial Development: Review of Risks and Prospects // Sustainability, 2023. Vol. 15, No. 7. P. 6309. <https://doi.org/10.3390/su15076309>
7. Shepelev V, Glushkov A, Slobodin I, Balfaqih M. Studying the Relationship between the Traffic Flow Structure, the Traffic Capacity of Intersections, and Vehicle-Related Emissions // Mathematics, 2023. Vol. 11, No. 16. P. 3591. <https://doi.org/10.3390/math11163591>
8. Кузьмин Д.В., Багинова В.В., Краснобаев Д.А., Мусатов Д.В. Разработка имитационной дискретно-событийной модели транспортной инфраструктуры с использованием инструментов оптимизации // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт, 2023. № 17(2). С. 42-48. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2023-17-2-42-48>

9. Маловецкая Е.В., Мозалевская А.К. Возможности повышения эффективности перевозочного процесса на основе построения комплексных прогнозных моделей загрузки инфраструктуры // Т-Сomm: Телекоммуникации и транспорт, 2023. № 17(7). С. 38-46. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2023-17-7-38-46>
10. Колесов В.И., Сорокин Д.А., Гуляев М.Л. Управление городской мобильностью средствами динамики транспортного потока. Транспорт: наука, техника, управление // Научный информационный сборник, 2022. № 8. С. 3-10. <https://doi.org/10.36535/0236-1914-2022-08-1>
11. Фадына О.С., Шепелев В.Д., Варворкин М.А., Плюхин Л.Э. Повышение пропускной способности на регулируемых пересечениях за счет оптимизации скоростных режимов транспортных потоков // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Экономика и менеджмент, 2023. № 17(3). С. 175-182. <https://doi.org/10.14529/em230317>
12. Фадюшин А.А. Применение нейросетевых технологий в управлении светофорными объектами // Транспортное машиностроение, 2024. № 4(28). С. 57-65. <https://doi.org/10.30987/2782-5957-2024-4-57-65>
13. Morozov V., Shepelev V., Kostyrchenko V. Modeling the Operation of Signal-Controlled Intersections with Different Lane Occupancy // Mathematics, 2022. Vol. 10, No. 24. P. 4829. <https://doi.org/10.3390/math10244829>
14. Поспелов П.И., Яшина М.В., Таташев А.Г., Ле Д.Л. Задержки транспортных средств на нерегулируемом пешеходном пересечении с выделенной полосой // Т-Сomm: Телекоммуникации и транспорт, 2022. Т. 16, № 11. С. 35-42. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2022-16-11-35-42>
15. Морозов Г.Н., Морозов В.В. Определение необходимой вместимости поворотного-накопительных полос на городских регулируемых пересечениях // Интеллект. Инновации. Инвестиции, 2022. № 1. С. 117-125. <https://doi.org/10.25198/2077-7175-2022-1-117>
16. Морозов Г.Н., Морозов В.В., Фадюшин А.А., Мерданов Ш.М. Влияние остаточной автотранспортной очереди на процесс движения автомобилей на городских регулируемых пересечениях // Архитектура, строительство, транспорт, 2024. № 1(107). С. 89-97. <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2024-1-89-97>
17. Морозов Г.Н., Морозов В.В. Определение требуемой вместимости поворотного-накопительных полос в зависимости от параметра остаточной транспортной очереди // Вестник гражданских инженеров, 2022. № 5(94). С. 109-115. <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2022-19-5-109-115>
18. Морозов Г.Н. Влияние состояния дорожного покрытия на вместимость поворотного-накопительных полос // Транспорт: наука, техника, управление. Научный информационный сборник, 2022. № 11. С. 48-51. <https://doi.org/10.36535/0236-1914-2022-11-9>
19. Цзянг Х. Моделирование передвижения транспортных средств на основе макроскопической фундаментальной диаграммы транспортного потока // Т-Сomm: Телекоммуникации и транспорт, 2022. Т. 16. № 2. С. 22-28. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2022-16-2-22-28>
20. Го А. Система управления дорожным движением на основе технологии Блокчейн и Интернета вещей // Т-Сomm: Телекоммуникации и транспорт, 2022. Т. 16. № 10. С. 28-35. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2022-16-10-28-35>
21. Супруновский А.В., Большаков Р.С. К вопросу о построении имитационных моделей перевозочных процессов в программной среде ANYLOGIC // Т-Сomm: Телекоммуникации и транспорт, 2022. Т. 16. № 3. С. 31-35. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2022-16-3-31-35>
22. Morozov V., Iarkov S. Formation of the traffic flow rate under the influence of traffic flow concentration in time at controlled intersections in Tyumen, Russian federation // Sustainability, 2021. Vol. 13. No. 15. <https://doi.org/10.3390/su13158324>

Информация об авторах:

Морозов Вячеслав Валерьевич, Тюменский индустриальный университет, доцент кафедры транспортных и технологических систем, канд. техн. наук, г. Тюмень, Россия, ORCID: 0000-0001-6840-1247

Морозов Георгий Николаевич, ООО "Рокада", инженер I категории, канд. техн. наук, Свердловская обл., с. Байкалово, Россия

Шепелев Владимир Дмитриевич, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), доцент кафедры "Автомобили и автомобильный сервис", канд. техн. наук, доцент, г. Челябинск, Россия, ORCID: 0000-0002-1143-2031

COLOR CONTRAST METHOD BASED ON SUBJECTIVE WARMTH AND COLDNESS

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-3-69-76

Aleksei M. Potashnikov,
Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, nickmikh@gmail.com

Igor V. Vlasuyk,
Moscow technical university of communication and informatics, Moscow, Russia, i.v.vlasiuk@mtuci.ru

Elena P. Stroganova,
Moscow technical university of communication and informatics, Moscow, Russia

Manuscript received 12 January 2025;
Accepted 10 February 2025

The study was supported by the grant of the Russian Science Foundation No. 23-29-00300, <https://rscf.ru/project/23-29-00300/>

Keywords: color contrast method, color thermal-coldness, sRGB

The developed method for assessing the warmth-coldness allows us to determine the ranks for the entire range of the sRGB color gamut with accuracy 4% with a relatively small number of studies. The model calculated based on the method allows us to estimate the ranks of intermediate colors that are not involved in testing. At the same time, the accuracy of the model when using third-order approximation allows us to ensure accuracy comparable to the accuracy of the experimental results. Optimization of the path of traversal of the color space allows us to reduce the influence of high-frequency noise, while maintaining the path from cold shades to warm ones. The color contrasting method based on warmth-coldness shows results that significantly exceed the results of previously developed algorithms. This method is suitable for use in security and medical applications where it is necessary to highlight invisible details in a grayscale images, for example in radiography. In order to achieve better quality of applied systems, their sensors can have parameters and characteristics that differ from those of the human visual system, which can make it fundamentally impossible to form realistic controlled images. This article discusses a method for subjective assessment of color thermal-coldness with an extended range based on an inaccurate model. By iteratively refining the results in 6 stages, a third-order model was created and approximated for use in color contrasting. Based on the model, a simplified color contrasting method was developed, which was further optimized using an upgraded annealing method. As a result, an improved color contrasting method was created, significantly exceeding the characteristics of similar methods.

Для цитирования:

Поташиников А.М., Власюк И.В., Стрoганова Е.П. Метод цветового контрастирования на основе субъективной теплохолодности // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №3. С. 69-76.

For citation:

A. M. Potashnikov, I. V. Vlasuyk, E. P. Stroganova, "Color Contrast Method Based on Subjective warmth and coldness," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no. 3, pp. 69-76.

Introduction

While in broadcast television systems the main criterion of image quality is its realism, assessed, for example, by preference in the process of performing subjective-statistical examinations, the criteria of the quality of work of applied television systems, which provide for visual control of images by the operator, can often be different. These may include the probabilities of errors of the first and second kind when detecting certain objects or events, the operator's reaction time to events and the degree of his fatigue, associated with the complexity of the structure of the controlled images and the visibility of the controlled objects, including that associated with the absolute or relative contrast of these objects. In order to achieve better quality of applied systems, their sensors can have parameters and characteristics that differ from those of the human visual system, which can make it fundamentally impossible to form realistic controlled images.

Most often in applied television systems relative to the human visual system, spectral characteristics are changed, which allows for better contrast of objects (for example, in spectrozonal systems) or obtaining information that is not available for direct observation [21, 24, 25] (for example, in lidar, bolometric systems, radiography, electron microscopy, polarimetry, etc.). The output data of such systems are one or more images in grayscale. Since human vision is capable of perceiving about two hundred different gradations of brightness within a limited dynamic range even under optimal conditions, in many cases this is a limitation, since the visualized data may have a larger dynamic range or a larger number of significant gradations of brightness.

Considering that displaying the original color information in the considered cases typical for applied systems is impractical or even impossible, color information is often used to visualize images in conventional colors. The fact is that human vision has three independent x color channels, each of which has the above limitations on perceived contrast and the number of gradations of stimulus intensity, thus, theoretically, using color coding, it would be possible to increase the total number of perceived gradations n_0 to $n_0 = n_{RGB}$, where the letter indices correspond to the red, green and blue channels. A well-known and obvious disadvantage of such a solution is the loss of resolution - it is known that the color resolution of the human visual system is significantly, approximately an order of magnitude, lower than that of brightness [3], however, a decrease in the gain from using color coding of information by an order of magnitude still leaves it quite high.

The first color contrasting systems of images created in the era of analog television were optimized not so much for the efficiency of information perception, but for the ease of implementation [7, 15, 18]. The algorithm for converting a black-and-white image into a pseudo-color one, the so-called color encoding algorithm, can be visualized by depicting a line of detours of points of a color body (or plane), for example, in the x, y, Y color space [8]. By dividing the specified detours line into equal sections so that the number of section boundaries corresponds to the number of brightness gradations of the original image, the coordinates of each of the boundary points of the detours line sections will give the coordinates of the color to which the encoded brightness value will correspond.

It should be noted that in digital image processing, the shape of the detours line does not affect the complexity of image processing, since a table of correspondence between the input and

output brightness/color values is technically calculated, therefore modern color contrasting algorithms are somewhat more complex in terms of concept than earlier ones, but this does not affect the complexity of information processing. The evaluation of the efficiency of color contrasting is usually performed subjectively, by presenting test images to subjects who must determine the presence of certain low-contrast details.

This procedure is not standardized, but can generally be performed under the conditions described in recommendation [1]. [2] also proposes a test image that allows us to evaluate the effectiveness of color coding at all brightness levels of the original image. It consists of two gradation wedges joined together in such a way that the difference in their brightness at the transition boundary is one unit, i.e.

$$L(x, y) = \begin{cases} x, & y < \frac{y_{\max}}{2} \cup x \leq L_{\max} \\ x-1, & y \geq \frac{y_{\max}}{2} \cup 1 \leq x \leq L_{\max} \\ L_{\max}, & x > L_{\max} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

where L_{\max} is the maximum pixel brightness value, x and y are coordinates.

A common disadvantage of known color contrasting methods [12, 19] is that information about the original image intensity is not reflected in the final result, although it is often important for interpreting the output data. In addition, if the task of color contrasting an image is set in the traditional way, that is, to perform a traversal of the color body in such a way that the distance between adjacent points is maximum, while the distance between points in the color space is proportional to the distance between them on the traversal line, the resulting image often contains "unexpected" color transitions (artifacts) that create false boundaries and mask objects instead of contrasting them. In addition, given the many ways of drawing the traversal line, this problem cannot be solved optimally today, at least by direct enumeration. Given the indicated disadvantage, it is advisable to introduce additional restrictions in the optimization problem formulated above.

In general, even if the original image intensity values are rejected, a person is able to estimate the value of the color-coded quantity. This practice is used to visualize in conventional colors functions, the number of dimensions of which is greater than the visualization tools allow to display [11, 14]. Such solutions can be seen, for example, in the color indication of some parameters, in the display of heights on geographical maps, visualization of function graphs. Usually, smooth color transitions are used to visualize such data, which the authors choose based on personal preferences.

However, there is a color scale that many people interpret quite unambiguously in the values of the value encoded in it - the scale of heat and cold [2]. It can be assumed that the idea of this scale appeared in humans in the process of their life, possibly over generations - warm colors are considered to be approximately the color of the flame of a fire, while cold colors are well described by the color of snow reflecting a clear sky, which can be observed in the northern hemisphere in winter during the action of the Arctic anticyclone. It should be noted that in general the scale of heat-coldness, as follows from the description above, is subjective, and

in fact the color of the radiation of an absolutely black body, depending on the temperature, changes inversely proportional to the subjective ideas about its heat, that is, the color of the radiation of an absolutely black body, which a person would consider the coldest, corresponds to its maximum temperature and, conversely, warm colors correspond to relatively low temperatures of the radiation of an absolutely black body.

Thus, using the human ability to sort colors by heat-coldness, it is possible to encode information about the intensity of a value in color so that it can be subsequently interpreted. To do this, it is necessary to sort all the displayed colors by the criterion of heat-coldness, that is, to create a mathematical model of the subjective sensation of the warmth of colors.

The first stage of creating this model is obviously the collection of data, which should be a sorting of all colors perceived by a person by the criterion of heat-coldness [9, 10]. However, even if we do not use all colors perceived by humans, but limit ourselves to the values of the sRGB color space used in most display devices, then with eight-bit quantization we will have to sort 2563 values. On the other hand, following the recommendation [ITU500], the duration of the evaluation session should not exceed 30-40 minutes, and the evaluation time of each pair should be 5-10 seconds.

Considering that it is advisable to test each subject in one session, which eliminates the need to take into account the influence of the mental and physiological state of the subjects and similar factors on the assessments, it is obviously impossible to perform a complete enumeration of colors during testing. However, taking into account the possibility of using fast sorting methods and Grassmann's second law "With a continuous change in radiation, the color of the mixture also changes continuously" [22], it is possible to solve the problem of conducting subjective-statistical examinations and obtaining results with an accuracy that can be estimated.

At the same time, in many applied problems, it is not necessary to transmit an image while preserving all its characteristics. But it is important to preserve certain parameters. In particular, in medical and security systems, image contrast has a higher priority than color. Therefore, many cameras in these areas are black and white, since it is easier to implement high contrast in such cameras while maintaining other characteristics at a sufficient level. For example, in medical systems, camera size is often key to being able to use it in limited spaces, and small size is associated with a decrease in contrast.

In monitoring tasks, the final recipient of information is often a person, so an important task is to ensure the required subjective parameters. In some cases, when using low-contrast images, the required parameters are present in the television signal, but are not captured by the human visual system [13]. Therefore, the task of image transformation with the allocation of the necessary parameters is relevant.

If the original image does not contain color information or it is not important for solving the problem, you can use color to increase the contrast of the image even if these colors do not match the original. This technology is called color contrasting in pseudo colors. The choice of colors is key to successful contrasting. This article is devoted to the choice of colors for high-quality contrasting of images using subjective thermal coldness.

The first part presents a method for determining thermal coldness for the entire sRGB color gamut, the initial colors are indicated taking into account the capabilities of the subjects.

The second part examines the experimental results, analyzes them, determines the accuracy of the experimental data, builds an approximation model, and defines the scope of application.

The third part presents two methods for determining color contrast. The first is simplified based on the ranks of color coolness, and the second is optimized using the annealing method.

In conclusion, conclusions are drawn on the work.

Definitions of subjective warmth-coldness

Method

The method for determining the warmth-coldness of colors is based on pairwise comparison of colors by subjects with the identification of a warmer shade. Since putting the colors in the correct order requires a large number of tests, and the subjects in this case get very tired and the quality of the study is noticeably reduced, a combined iterative algorithm was used, allowing experiments to be carried out in several stages, gradually refining the results.

The initial order was randomized to equalize of error between colors [5]. Each stage is carried out on a separate day, if possible with new subjects, which increases the accuracy of the experiment.

At the first stage, an experiment is carried out with a small number of color shades, on the basis of which an inaccurate assistant model is created, allowing relatively accurate comparison of colors that are confidently very different in warmth-coldness. The peculiarity of the model is the ability to use the rank of a close color when assessing the warmth-coldness, which allows it to be effectively used when conducting an experiment with a larger number of colors than those in the model.

At each subsequent stage, the model obtained at the previous stage is used to relieve the subject from answering previously known questions, due to which additional colors can be added to the experiment while maintaining the number of tests.

At the last stages of the experiment, new colors are not shown to the subjects, but due to the more accurate model, the number of experiments is reduced. Due to this, the subjects are less tired, which gives more accurate results that can be used in practice.

Synthesis of the initial data

The purpose of the experiment is a subjective comparison of colors by warmth-coldness, which is supposed to be carried out for the entire sRGB color space, since the results of the experiment are supposed to be used in the problem of color contrast for display on monitors, which in most cases have exactly this color gamut. However, this color space has approximately 16 million colors [20, 23], which makes the task of subjective assessment very long.

Since the dependence of subjective warmth and coolness on color is continuous, it is possible to use some colors with subsequent interpolation without significant deterioration in the quality of the results. In [2], the process of choosing colors using the CIE Lab color space with a step of 11, providing a good balance between accuracy and the number of experiments, is described.

However, in this study, all colors have the same brightness, which leads to certain disadvantages of the model. Firstly, color contrast methods using brightness along with chroma have certain advantages [16, 17]. Secondly, using only brightness significantly reduces the color gamut.

Therefore, the method from [2] was used to synthesize the initial data, but it was expanded for use with different brightnesses.

Unfortunately, this increases the number of experiments, so it was decided to conduct several stages of testing using an intermediate model after each test to maintain the number of tests while increasing the colors.

The first and second stages are carried out at the average brightness of the monitor and allow you to create a model for one brightness. The third and fourth stages are carried out with an expanded grid, but with successive addition of color space sections of lower and higher brightness.

The sixth stage is carried out with a grid with a step of 11 for the entire range of brightnesses.

The seventh stage is equivalent to the sixth, but with a reduced number of tests to increase the accuracy of each experiment.

Table 1
Number of colors for each experiment

Stage	1	2	3	4	5	6
Step	11	11	15	15	11	11
Number of brightnesses	1	1	3	5	13	13
Number of colors	135	135	169	214	786	786
Number of tests	675	675	1014	1284	5502	5502

Experiment results

Analysis of results

During each stage of the experiments, the condition of the subjects was assessed. As a result, it was concluded that a person can pass up to 1000 tests poorly and up to 400 tests well enough. Adding more tests would result in incorrect regions of interest [4] and poorer quality data. The concept of quality means that when conducting additional tests, the maximum error (confidence interval at the level of 0.95) decreases. Thus, the results were considered high-quality if 10 tests reduced the error by 20%.

At the same time, at each stage it was necessary to maintain a certain ratio of quality and quantity of tests. Thus, stages 1, 3, 4, 5 provided primary data, and more time was included in them for one subject. At stages 2 and 6, the task was to refine the model, so a smaller number of tests were included there.

Each stage was carried out until the model became accurate enough to comply with the required number of tests for the next stage. The resulting number of tests, as well as the maximum error at each stage are given in Table 2.

Table 2
The resulting parameters of each experiment stage

Stage	1	2	3	4	5	6
Number of tests (real)	675	370	900	800	900	400
Maximum error, %	7	5	8	8	7	4

Model

Despite the large number of colors in the test, it is necessary to expand the task to the entire sRGB space. For this purpose, a three-dimensional polynomial regression was performed and a model in xy coordinates was obtained. Since the experiment was also conducted for different brightnesses, the brightness was also taken into account. Different options were considered and it turned out that the most convenient way to consider the brightness is as the average value of R, G and B. This value is further designated as I in the article. In this case, the maximum degree of the polynomial

is 3, since this is a sufficient degree to achieve accuracy comparable to the accuracy of the experiments (4%). In this case, accuracy was defined as the maximum deviation of the model from the experimental results relative to the maximum rank.

$$R = -1.77 + 15.5x + 3.09y + 2.92I - 6.7x^2 - 65.7xy + 19.5y^2 - 21.6xI + 1.95yI - 1.09I^2 - 2.21x^3 + 40.1x^2y + 34.3xy^2 - 21.5y^3 + 6.06x^2I + 12.3xI^2 - 10.9y^2I - 5.6yI^2 + 32.7xyI - 0.88I^3 \quad (1)$$

The figure shows the contour images of the obtained model for different brightnesses from 30% to 70% of the maximum screen brightness. It follows from the model that blue shades are perceived as the coldest, and orange shades are perceived as the warmest. At the same time, brightness has little effect on the perception of warmth and coldness, but there is a slight effect, which is manifested in a faster increase in the warmth of the tone at higher brightness. Thus, in cold shades, light colors seem colder, and in warm shades – warmer.

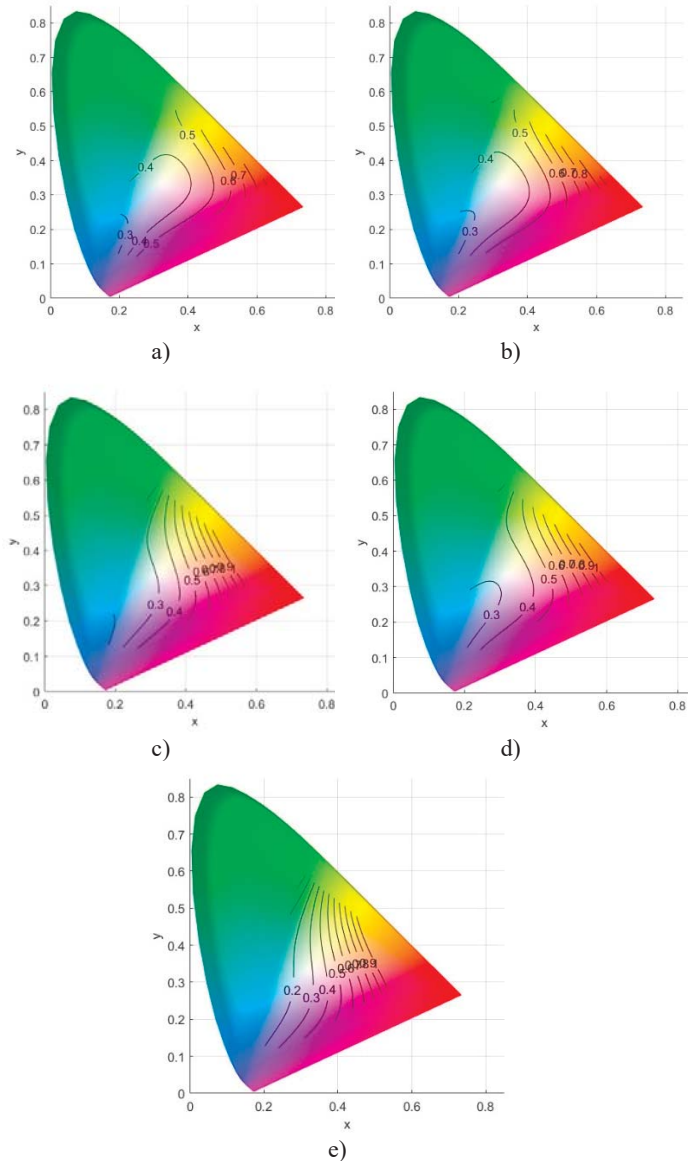


Fig. 1. Contour graphs of the model depending on brightness (a – 30%; b – 40%; c – 50%; d – 60%; e – 70%)

Developing a LUT table for color contrast

Choosing color shades

Color contrast requires the use of a number of shades of gray equal to the number of shades of gray in the original image. In most cases, this is 256, so this case is considered in this paper. Since the color model calculated based on the experimental results turned out to be quite accurate, it is possible to use any color shades within the model range. In this case, it is possible to use brightness from 30% to 70% of the monitor and any colors in the sRGB gamut within these brightnesses. The brightness restrictions are due to the fact that outside the specified range, the model becomes less accurate.

As in the case of choosing colors to determine warmth and coldness, when choosing shades, it is necessary to use an isotropic color space from the point of view of perception, so the CIE Lab space was chosen.

In this space, colors in the specified range were chosen at an equal distance due to the features of the space. Since 256 shades are required, the distance between the colors was chosen equal to 13 for three brightness levels: 37%, 50%, 63%.

Matching Shades Taking into Account Warmth-Coolness

Each of the resulting shades was assigned a warmth-coolness rank according to the model described above. The colors were then sorted by the resulting rank. After that, each of the 256 grayscale gradations in the low-contrast image was matched with a color with the corresponding index. Thus, black was matched with the coldest element, and white with the warmest. The resulting path is shown in the image.

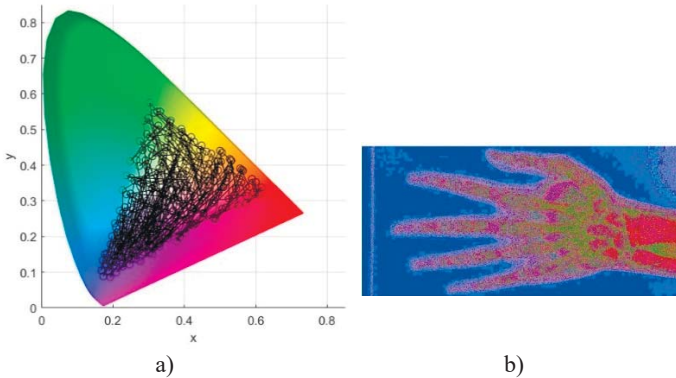


Fig. 2. The way to use simple rank increase

The obtained results show that this method allows contrasting certain objects, but the path by simply increasing the warmth and coldness does not provide sufficient image contrast. Moreover, this option leads to high-frequency noise that masks certain details, which significantly worsens the quality of the method [6].

From the color sequence, it is clear that the main problem is that colors with the same color temperature can be located in different areas of the color space, which often leads to the path making sharp transitions to one tone in another part of the spectrum and back (with the same subjective color temperature).

This problem can be solved by reducing the "color" length of the path from cold to warm, while maintaining the direction of increasing warmth. The temperature can be reduced by the annealing method, which easily copes with the task of reducing the length of the path. In addition, this method is a gradual

improvement method, so some initial value is supplied to the input. Usually, such a value becomes a random path, but in this case there is already a method that needs to be improved, so it is advisable to specify the above method as the initial value. In addition, the main idea of the work is to create a contrasting method based on warmth and coldness, so it is necessary to preserve the transition from cold to warm.

This can be ensured by two mechanisms. The first mechanism is to preserve the initial (for black) and final (for white) shades. Thus, when solving the problem of finding the minimum path, the initial and final points are fixed. The second mechanism is to add a coefficient of warmth and coldness so that the path by decreasing warmth would be considered less favorable. Thus, the length of the path is equal to the product of the distance between the color shades in the CIE Lab space and $(1 - \text{the difference in warmth and coldness})$.

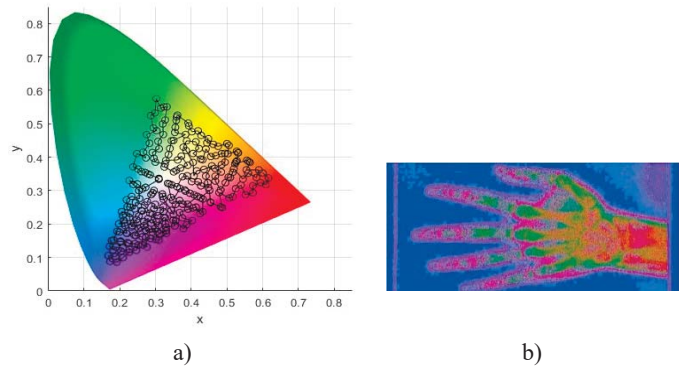


Fig. 3. Path taking into account the annealing mechanism

The annealing algorithm allowed us to reduce the length of the color path by 4 times, which reduced the number of intersections and ordered the path in the color space. As a result, color contrast became much more noticeable.

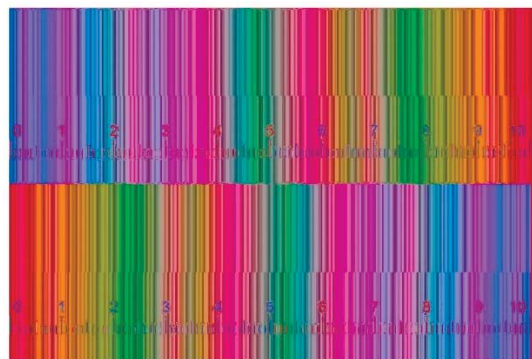


Fig. 4. Test image with color contrast

To quantify the algorithm's performance, a gradation wedge with a scale and a 1-pixel offset is used. Image analysis shows that across the entire brightness range, the method allows for high-quality separation of adjacent shades in approximately 90% of cases, making it the most effective of the algorithms under consideration.

Table 3

Comparison of algorithms

№	Algorithm	Efficiency
1	Stigma	0.29
2	Circular, 2 circles	0.23
3	Spiral-triangular	0.43
4	Equal-contrast	0.67
5	Warmth	0.9

Conclusions

The developed method for assessing the warmth-coldness allows us to determine the ranks for the entire range of the sRGB color gamut with sufficient accuracy (4%) with a relatively small number of studies.

The model calculated based on the method allows us to estimate the ranks of intermediate colors that are not involved in testing. At the same time, the accuracy of the model when using third-order approximation allows us to ensure accuracy comparable to the accuracy of the experimental results.

The coefficients of the calculated model allow us to conclude that color coolness depends on the color tone much more strongly than on the brightness, while the brightness increases the difference in warmth-coldness between close shades.

Direct use of warmth-coldness ranks for color contrasting allows us to highlight low-contrast areas, but introduces high-frequency noise, which degrades the quality of the algorithm.

Optimization of the path of traversal of the color space allows us to reduce the influence of high-frequency noise, while maintaining the path from cold shades to warm ones.

The color contrasting method based on warmth-coldness shows results that significantly exceed the results of previously developed algorithms.

This method is suitable for use in security and medical applications where it is necessary to highlight invisible details in a grayscale images, for example in radiography.

References

- [1] ITU-R BT. 500-15, "Methodology for the Subjective Assessment of the Quality of Television Pictures," International Telecommunication Union, 2023.
- [2] V. V. Ivanchev, I. V. Vlasuyk, E. P. Stroganova, "Objective assessment of colours' warmth," *T-Comm*. 2024. Vol. 18, No. 1, pp. 44-50. DOI 10.36724/2072-8735-2024-18-1-44-50.
- [3] Anastasia Mozhaeva, Michael J. Cree, Robert J. Durrant, Igor Vlasuyk, Aleksei Potashnikov, Vladimir Mazin, Lee Streeter, "A contrast sensitivity model of the human visual system in modern conditions for presenting video content," *PLOS ONE*, 2024, no. 19(5): e0303987. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0303987>
- [4] N. S. Stepanov, D. D. Matua, V. A. Mazin, S. Yu. Votyakov, V. Yu. Vinetskiy, I. V. Vlasuyk, "Analysis of the current algorithms for calculating regions area of users interest when streaming video content," *T-Comm*, 2023, vol. 17, no.2, pp. 27-32. (in Russian)
- [5] D. A. Egorov, V. D. Fedorov, I. V. Vlasuyk, A. M. Potashnikov and A. I. Mozhaeva, "A Novel Method for Estimating the Spatial Frequency Characteristics of Cameras Based on Generative Random Sequences," *2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russian Federation, 2022, pp. 1-5, doi: 10.1109/IEEECONF53456.2022.9744396.
- [6] A. M. Drebuzhan, K. I. Nezhivleva, A. M. Potashnikov, I. V. Vlasuyk and A. I. Mozhaeva, "The Steganographic Method of Introducing Additional Information, Resistant to Transcoding and Conversion,"

2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2022, pp. 1-5, doi: 10.1109/IEEECONF53456.2022.9744086.

[7] A. M. Potashnikov, I. V. Vlasuyk, V. V. Ivanchev, A. V. Balobanov, "The Method of Representing Grayscale Images in Pseudo Color Using Equal-Contrast Color Space," *2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, 19-20 марта 2020 года. Moscow: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2020. P. 9078584. DOI 10.1109/IEEECONF48371.2020.9078584.

[8] A. M. Potashnikov, I. V. Vlasuyk, "Method of equal contrast color space construction for a given information visualization system and control conditions," *T-Comm*, 2020, vol. 14, no.4, pp. 15-22. (in Russian)

[9] A. Mozhaeva, E. Vashenko, V. Selivanov, A. Potashnikov, I. Vlasuyk, L. Streeter, "Analysis of current video databases for quality assessment," *T-Comm*, 2022, vol. 16, no.2, pp. 48-56.

[10] N. S. Valitskaya, I. V. Vlasuyk, A. M. Potashnikov, "Video compression method on the basis of discrete wavelet transform for application in video information systems with non-standard parameters," *T-Comm*. 2020. Vol. 14, No. 3, pp. 47-53. DOI 10.36724/2072-8735-2020-14-3-47-53

[11] A. I. Mozhaeva, I. V. Vlasuyk, A. M. Potashnikov, M. J. Cree, and L. Streeter, "The Method and Devices for Research the Parameters of the Human Visual System to Video Quality Assessment," *2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russia, 2021, pp. 1-5, doi: 10.1109/IEEECONF51389.2021.9416081

[12] A. Mozhaeva, A. Potashnikov, I. Vlasuyk, L. Streeter, "Constant Subjective Quality Database: The Research and Device of Generating Video Sequences of Constant Quality," *2021 International Conference on Engineering Management of Communication and Technology, EMCTECH 2021 - Proceedings*, Vienna, 20-22 october 2021. Vienna, 2021. DOI 10.1109/EMCTECH53459.2021.9618977

[13] M. Vyatkin, A. Potashnikov, V. Selivanov, I. Vlasuyk, K. Nezhivleva, A. Mozhaeva, "Method of preventing leakage of personal data through eyetracking modules of user devices," *T-Comm*, 2022, vol. 16, no.7, pp. 44-51. (in Russian)

[14] A. Potashnikov, I. Vlasuyk, A. Balobanov, and S. Romanov, "Irregular spatial color sampling in video single matrix sensors," *2018 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russia, 2018, pp. 1-6, doi: 10.1109/SOSG.2018.8350627.

[15] A. V. Balobanov, V. G. Balobanov, V. N. Bezrukov, "Recommendations for choice algorithm and the form of the peak characteristic of colourcoding devices," *Infokommunikationnye tehnologii*. Vol.7. No.3, 2009, pp. 85-89. (in Russian)

[16] Syeda Sana Bukhari, Waqar Ahmad, Khurram Khan Jadoon, Shahab U. Ansari, "Artificial Neural Network-Based Color Contrast Recommendation System", *MATEC Web Conf.* 398 01029, 2024, DOI: 10.1051/mateconf/202439801029

[17] A. M. Potashnikov, A. I. Mozhaeva, I. V. Vlasuyk, V. D. Fedorov and A. V. Balobanov, "The Method of Forming a Panorama with Increased Resolution in the Spatial Direction," *2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russia, 2021, pp. 1-5, doi: 10.1109/IEEECONF51389.2021.9415978.

[18] A. M. Drebuzhan, K. I. Nezhivleva, A. M. Potashnikov, I. V. Vlasuyk and A. I. Mozhaeva, "The Steganographic Method of Introducing Additional Information, Resistant to Transcoding and Conversion," *2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russian Federation, 2022, pp. 1-5, doi: 10.1109/IEEECONF53456.2022.9744086.

[19] Lu Kecheng, Zhu Lihang, Wang Yunhai, Zeng Qiong, Song Weitao, Reda Khairi, "Color-Name Aware Optimization to Enhance the Perception of Transparent Overlapped Charts," 2024, 10.48550/arXiv.2412.16242.

[20] A. M. Potashnikov, V. A. Mazin, N. S. Stepanov, A. P. Smirnov, and A. I. Mozhaeva, "Analysis of Modern Methods Used to Assess the

Quality of Video Sequences During Signal Streaming," *2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russian Federation, 2022, pp. 1-4, doi: 10.1109/IEEECONF53456.2022.9744294.

[21] Ayadi Lassaad, Ghodbane Hatem, "A hybrid approach for robust object tracking using particle filters and color histograms," *Studies in engineering and exact sciences*. 2024. 5. e11058. 10.54021/seesv5n2-561.

[22] Masaoka Kenichiro, Smith Euan, Lang Karl, Berkeley Brian, Bergquist Johan, Penczek John, "Visualization of reproducible object colors in standard color spaces using the gamut ring intersection," *Journal of the Society for Information Display*. 2025. 10.1002/jsid.2031.

[23] S. G. Romanov, I. V. Vlasuyk, "Method of calculation of

parameters of anti-aliasing filters for correction of spectral characteristics depending on the sampling structures used in color filter arrays," *T-Comm*, 2023, vol. 17, no.5, pp. 4-13. (in Russian)

[24] Liangliang Li, Ren Jia, Wang Peng, Lü Zhigang, Li Xiaoyan, Sun Mengyu, "An adaptive false-color enhancement algorithm for super-8-bit high grayscale X-ray defect image of solid rocket engine shell," *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2022, 179. 109398. 10.1016/j.ymsp.2022.109398.

[25] A. Y. Kudryashova, "A method of efficient coding of color images under the condition of permissible and forbidden values of color gamut," *T-Comm*. 2019. Vol. 13. No. 6, pp. 65-70.

МЕТОД ЦВЕТОВОГО КОНТРАСТИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ СУБЪЕКТИВНОЙ ТЕПЛОХОЛОДНОСТИ

Поташников Алексей Михайлович, Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия,
a.m.potashnikov@mtuci.ru

Власюк Игорь Викторович, Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, i.v.vlasiuk@mtuci.ru
Строганова Елена Петровна, Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00300,
<https://rscf.ru/project/23-29-00300/>

Аннотация

В данной статье рассматривается метод субъективной оценки теплородности цветов с расширенным диапазоном на основе неточной модели. Благодаря итерационному уточнению результатов за 6 этапов создана и аппроксимирована полиномиальной регрессией третьего порядка модель восприятия теплородности для использования в цветовом контрастировании. На основе модели был разработан упрощенный метод цветового контрастирования, который в дальнейшем был оптимизирован с помощью модернизированного метода отжига. В результате был создан улучшенный метод цветового контрастирования, значительно превышающий характеристики аналогичных методов.

Ключевые слова: метод цветового контрастирования, теплородность цветов, sRGB

Литература

1. МСЭ-R BT.500-15. Ме дики субъективной оценки качества телевизионных изображений. Женева: Электронная публикация, 2023. 112 с.
2. Иванчев В.В., Власюк И.В., Строганова Е.П. Объективная оценка теплородности цветов // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №1. С. 44-50.
3. Anastasia Mozhaeva, Michael J. Cree, Robert J. Durrant, Igor Vlasuyk, Aleksei Potashnikov, Vladimir Mazin, Lee Streeter. A contrast sensitivity model of the human visual system in modern conditions for presenting video content // PLOS ONE 19(5): e0303987. 2024. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0303987>
4. Степанов Н.С., Матуа Д.Д., Мазин В.А., Вотяков С.Ю., Винецкий В.Ю., Власюк И.В. Анализ текущих алгоритмов вычисления области регионов интереса пользователей при потоковой передаче видеоконтента // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Том 17. №2. С. 27-32.
5. Egorov D.A., Fedorov V.D., Vlasuyk I.V., Potashnikov A.M., Mozhaeva A.I. A Novel Method for Estimating the Spatial Frequency Characteristics of Cameras Based on Generative Random Sequences // 2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2022, pp. 1-5, doi: 10.1109/IEEECONF53456.2022.9744396.

6. *Drebuzhan A.M., Nezhivleva K.I., Potashnikov A.M., Vlasuyk I.V., Mozhaeva A.I.* The Steganographic Method of Introducing Additional Information, Resistant to Transcoding and Conversion," 2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2022, pp. 1-5, doi: 10.1109/IEEECONF53456.2022.9744086.
7. *Potashnikov A.M., Vlasuyk I.V., Ivanchev V.V., Balobanov A.V.* The Method of Representing Grayscale Images in Pseudo Color Using Equal-Contrast Color Space // 2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, 19-20 марта 2020 года. Moscow: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2020. P. 9078584. DOI 10.1109/IEEECONF48371.2020.9078584.
8. *Поташиников А.М., Власюк И.В.* Метод построения равноконтрастного цветового пространства для заданной системы отображения информации и условий контроля // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Том 14. №4. С. 15-22.
9. *Можяева А., Ващенко Е., Селиванов В., Поташиников А., Власюк И., Стрейтер Л.* Анализ современных баз видео данных оценки качества // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Том 16. №2. С. 48-56.
10. *Валицкая Н.С., Власюк И.В., Поташиников А.М.* Метод видеокompрессии на базе дискретного вейвлет-преобразования для применения в видеоинформационных системах с нестандартными параметрами // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Том 14. №3. С. 47-53.
11. *Mozhaeva A.I., Vlasuyk I.V., Potashnikov A.M., Cree M.J., Streeter L.* The Method and Devices for Research the Parameters of the Human Visual System to Video Quality Assessment // 2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russia, 2021, pp. 1-5, doi: 10.1109/IEEECONF51389.2021.9416081
12. *Mozhaeva A., Potashnikov A., Vlasuyk I., Streeter L.* Constant Subjective Quality Database: The Research and Device of Generating Video Sequences of Constant Quality // 2021 International Conference on Engineering Management of Communication and Technology, EMCTECH 2021 - Proceedings, Vienna, 20-22 октября 2021 г. Vienna, 2021. DOI 10.1109/EMCTECH53459.2021.9618977
13. *Вяткин М., Поташиников А., Селиванов В., Власюк И., Неживлева К., Можяева А.* Метод предотвращения утечки персональных данных через модули отслеживания взгляда пользовательских устройств // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Том 16. №7. С. 44-51.
14. *Potashnikov A., Vlasuyk I., Balobanov A., Romanov S.* Irregular spatial color sampling in video single matrix sensors // 2018 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russia, 2018, pp. 1-6, doi: 10.1109/SOSG.2018.8350627.
15. *Балобанов А.В., Балобанов В.Г., Безруков В.Н.* Рекомендации по выбору алгоритма и формы амплитудной характеристики цветокодирующего устройства. "Инфокоммуникационные технологии" Том 7, № 3, 2009, 85-89с.
16. *Syeda Sana Bukhari, Waqar Ahmad, Khurram Khan Jadoon, Shahab U. Ansari.* Artificial Neural Network-Based Color Contrast Recommendation System // MATEC Web Conf. 398 01029, 2024, DOI: 10.1051/mateconf/202439801029
17. *Potashnikov A.M., Mozhaeva A.I., Vlasuyk I.V., Fedorov V.D., Balobanov A.V.* The Method of Forming a Panorama with Increased Resolution in the Spatial Direction," 2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russia, 2021, pp. 1-5, doi: 10.1109/IEEECONF51389.2021.9415978.
18. *Drebuzhan A.M., Nezhivleva K.I., Potashnikov A.M., Vlasuyk I.V., Mozhaeva A.I.* The Steganographic Method of Introducing Additional Information, Resistant to Transcoding and Conversion // 2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2022, pp. 1-5, doi: 10.1109/IEEECONF53456.2022.9744086.
19. *Lu Kecheng, Zhu Lihang, Wang Yunhai, Zeng Qiong, Song Weitao, Reda Khairi.* Color-Name Aware Optimization to Enhance the Perception of Transparent Overlapped Charts. 2024. 10.48550/arXiv.2412.16242.
20. *Potashnikov A.M., Mazin V.A., Stepanov N.S., Smirnov A.P., Mozhaeva A.I.* Analysis of Modern Methods Used to Assess the Quality of Video Sequences During Signal Streaming // 2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2022, pp. 1-4, doi: 10.1109/IEEECONF53456.2022.9744294.
21. *Ayadi Lassaad, Ghodbane Hatem.* A hybrid approach for robust object tracking using particle filters and color histograms // Studies in engineering and exact sciences. 2024. 5. e11058. 10.54021/seesv5n2-561.
22. *Masaoka Kenichiro, Smith Euan, Lang Karl, Berkeley Brian, Bergquist Johan, Penczek John.* Visualization of reproducible object colors in standard color spaces using the gamut ring intersection. Journal of the Society for Information Display. 2025. 10.1002/jsid.2031.
23. *Романов С.Г., Власюк И.В.* Методика расчета параметров анти-алайсинговых фильтров для коррекции спектральных характеристик в зависимости от используемых структур дискретизации массивов светофильтров // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Том 17. №5. С. 4-13
24. *Liangliang Li, Ren Jia, Wang Peng, Li Zhigang, Li Xiaoyan, Sun Mengyu.* An adaptive false-color enhancement algorithm for super-8-bit high grayscale X-ray defect image of solid rocket engine shell. Mechanical Systems and Signal Processing. 2022. 179. 109398. 10.1016/j.ymssp.2022.109398.
25. *Kudryashova A.Y.* A method of efficient coding of color images under the condition of permissible and forbidden values of color gamut // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Т. 13. № 6. С. 65-70. EDN: VSDJGJ