

Научный журнал "T-Comm: Телекоммуникации и транспорт"

Журнал включен в перечень периодических научных изданий, рекомендуемый ВАК Минобразования России для публикации научных работ, отражающих основное научное содержание кандидатских и докторских диссертаций

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия

Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-55956.

Дата выдачи: 07 ноября 2013 г.

Язык публикации: русский, английский.

Территория распространения:
Российская Федерация, зарубежные страны

Тираж: 1000 экз.

Периодичность выхода: 12 номеров в год
Стоимость одного экземпляра: 1000 руб.

Плата с аспирантов за публикацию рукописи не взимается

Предпечатная подготовка:
ООО "ИД Медиа Паблишер"

Мнения авторов не всегда совпадают с точкой зрения редакции.
За содержание рекламных материалов редакция ответственности не несет

Материалы, опубликованные в журнале — собственность
ООО "ИД Медиа Паблишер". Перепечатка, цитирование,
дублирование на сайтах допускаются только с разрешения издателя

© ООО "ИД Медиа Паблишер", 2025

Адрес редакции и издателя
111024, Россия, Москва, ул. Авиамоторная,
д. 8, стр. 1, офис 323
e-mail: t-comm@media-publisher.ru
Тел.: +7 (495) 957-77-43

Адрес типографии
Москва, ул. Складочная, д. 3, корп. 6

Индексация журнала:
Ulrich's Periodicals Directory; RSCI; EBSCO; elibrary.ru (РИНЦ)
Google Scholar; CyberLeninka (Open Schience);
Bielefeld Academic Search Engine (BASE); OCLC WorldCat;
Registry of Open Access Repositories (ROAR)

Journal is registered by Federal Service for monitoring compliance
with cultural heritage protection law

ISSN 2072-8743 (Online) ISSN 2072-8735 (Print)

Media Registration Certificate
PI No. FS77-55956. Date of issue: November 7, 2013

Publication language: Russian, English.

Distribution Territory: Russian Federation, foreign countries

All articles and illustrations are copyright. All rights reserved.
No reproduction is permitted in whole or part without the express consent of
Media Publisher Joint-Stock Company

© "Media Publisher", 2025

Editorial and Publisher Address
111024, Russia, Moscow, Aviamotornaya str. 8, bloc 1, office 323
e-mail: t-comm@media-publisher.ru.
Tel.: +7 (495) 957-77-43

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ МЕДИА ПАБЛИШЕР



ПОЛНЫЙ ЦИКЛ ПОДГОТОВКИ КНИГ, ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИЗДАНИЙ И РЕКЛАМНОЙ ПРОДУКЦИИ

ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ЛИТЕРАТУРНОЕ И ТЕХНИЧЕСКОЕ РЕДАКТИРОВАНИЕ

ВЫСОКОКАЧЕСТВЕННАЯ ОФСЕТНАЯ И ЦИФРОВАЯ ПЕЧАТЬ

Журнал включен в перечень периодических научных изданий, рекомендуемый ВАК Минобразования России для публикации научных работ, отражающих основное научное содержание кандидатских и докторских диссертаций

Учредитель

ООО "Издательский дом Медиа Паблишер"

Главный редактор

Тихвинский Валерий Олегович

Издатель

Дымкова Светлана Сергеевна

ds@media-publisher.ru

Редакционная коллегия

Аджемов Артём Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Анютин Александр Павлович

(д.ф.-м.н., профессор, член программного и оргкомитетов WSEAS), Россия, Мексика

Бестужин Александр Родольдович

(д.т.н., профессор ГУАП), Россия

Вааль Альберт

(д.т.н., старший научный сотрудник Ганноверского университета им. Лейбница на кафедре коммуникационной техники), Германия

Варламов Олег Витальевич

(д.т.н., в.н.с. МТУСИ), Россия

Головачев Юлиус

(управляющий консультант Detecon International GmbH), Германия

Гребенников Андрей Викторович

(Sumitomo Electric Europe), Великобритания

Данилов Владимир Григорьевич

(д.ф.-м.н., профессор МИЭМ, НИУ ВШЭ), Россия

Дулкейтс Эрик

(д.т.н., старший исполнительный директор корпорации Detecon), Силиконовая долина, США

Елизаров Андрей Альбертович

(д.т.н., профессор МИЭМ, НИУ ВШЭ), Россия

Ибрагимов Байрам

(д.т.н., профессор Азербайджанского технического университета, АзТУ), Азербайджан

Корбетт Розали

(д.т.н., директор по исследованиям в научно-исследовательском центре China Mobile Research Institute, профессор университета Назарбаева), Гон-Конг (Китай), США

Кузовкова Татьяна Алексеевна

(д.э.н., декан экономического факультета МТУСИ), Россия

Лазарева Галина Геннадьевна

(чен-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор РАН, РУДН), Россия

Лернер Илья Михайлович

(д.т.н., КНИТУ-КАИ), Россия

Ныроков Анатолий Павлович

(д.т.н., профессор, ГУМРФ им. адмирала С.О. Макарова), Россия

Омельянов Георгий Александрович

(д.ф.-м.н., Университет де Сонора, факультет математики, Эрмосильо), Мексика

Самойлов Александр Георгиевич

(д.т.н., профессор Владивостокского государственного университета им. А.Г. и Н.Г. Столетовых), Россия

Сысоев Николай Николаевич

(д.ф.-м.н., декан физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова), Россия

Чирков Денис Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Шаврин Сергей Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Шарп Майл

(д.эн., Европейский институт стандартизации – ETSI), Великобритания

Яшина Марина Викторовна

(д.т.н., профессор, МТУСИ), Россия

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОНИКА. РАДИОТЕХНИКА

Дорохин С.В., Шувалов Д.В., Макурин М.Н.,
Ляшев В.А., Оседецов И.В.

Измерительные сигналы на основе перестановочных полиномов для восполнения тензоров канала OFDM MIMO 4

Чембарисова Р.И., Ненашев В.А. Бестужин А.Р.,
Киршина И.А., Ненашев С.А.

Поиск комплексных м-последовательностей для фазовой модуляции сигнально-кодовых конструкций в системах бортового контроля

27

Рыжиков М.Б., Новикова Ю.А.

Разработка перспективного вида отображения метеонавигационной информации на дисплеях индикаторов бортовых РЛС

38

Зинченко А.С., Яшина М.В., Бурова А.Ю.

Численный метод многоступенчатого дискретного преобразования Фурье цифрового сигнала

48

Бен Режеб Тауфик Бен Камель

Комбинирование технологий SCMA и MIMO с автоворением антенн

55

ПУБЛИКАЦИИ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ

СВЯЗЬ

Пастух А.С., Тихвинский В.О., Дымкова С.С.

Сравнительный анализ использования трехдиапазонной полезной нагрузки в узле спутникового доступа для будущей сети 5G NTN

62

ТРАНСПОРТ

Шепелев В.Д., Глушков А.И., Морозов В.В.

Моделирование процесса рассеивания выбросов веществ от автотранспортных потоков под влиянием метеоусловий и плотности городской застройки

75

CONTENT

ELECTRONICS. RADIO ENGINEERING

| | |
|--|----|
| Dorokhin S.V., Shuvalov D.V., Makurin M.N., Lyashev V.A., Oseledets I.V. Reference signals based on permutation polynomials for tensor completion of MIMO OFDM channel | 4 |
| Chembarisova R.I., Nenashev V.A., Bestugin A.R., Kirshina I.A., Nenashev S.A. Search for complex m-sequences for phase modulation of signal-code structures in on-board control systems | 27 |
| Ryzhikov M.B., Novikova Yu.A. Development of a modern type of display of meteorological navigation information on on-board radar indicator display | 38 |
| Zinchenko A.S., Yashina M.V., Burova A.Yu. Numerical method of multi-stage discrete Fourier transform of a digital signal | 48 |
| Ben Rejeb T.B.K. Combination of SCMA and MIMO with antenna selection | 55 |

PUBLICATIONS IN ENGLISH

COMMUNICATIONS

| | |
|--|----|
| Pastukh A.S., Tikhvinskiy V.O., Dymkova S.S. Comparative Analysis of Tri-Band Payload Utilization in Satellite Access Node for Future 5G NTN | 62 |
|--|----|

TRANSPORT

| | |
|--|----|
| Shepelev V.D., Glushkov A.I., Morozov V.V. Modeling the dispersion of vehicle-related emissions under the influence of weather conditions and dense urban area | 75 |
|--|----|

T - C o m m
Telecommunications and transport

Volume 19. No. 5-2025

Release date: 25.05.2025

The journal is included in the list of scientific publications, recommended Higher Attestation Commission Russian Ministry of Education for the publication of scientific works, which reflect the basic scientific content of candidate and doctoral theses.

Founder: "Media Publisher", Ltd.

Publisher: Svetlana S. Dymkova
d s @ m e d i a - p u b l i s h e r . r u

Editor in Chief: Dr. Valery O. Tikhvinskiy

Editorial board

Artem S. Adzhemov
Doctor of sciences, Professor MTUCI, Russia

Alexander P. Anyutin
Doctor of sciences, Professor, member of the program
and organizing committee WSEAS, Russia, Mexico

Aleksandr R. Bestugin
Doctor of sciences, Professor SUAI, Russia

Corbett Rowell
Full Professor: Electronic & Electrical Engineering
Nazarbayev University, Hong Kong (China), USA

Denis S. Chirov
Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Vladimir G. Danilov
Doctor of sciences, Professor MIEM, HSE, Russia

Eric Dulkeys
Ph.D., chief executive officer of the corporation Detecon, USA

Julius Golovachyov
Managing Consultant Detecon International GmbH, Germany

Andrey Grebennikov
Ph.D., Sumitomo Electric Europe, United Kingdom

Bayram Ibrahimov
Ph.D., Professor of Azerbaijan Technical University (AzTU),
Azerbaijan

Tatyana A. Kuzovkova
Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Galina G. Lazareva
Corresponding Member, RAS, Doctor of sciences, Professor RAS,
RUDN, Russia

Ilya M. Lerner
Doctor of sciences, KNRTU-KAI, Russia

Anatoliy P. Nyrkov
Doctor of sciences, Professor of Admiral Makarov State University
of Maritime and Inland Shipping, Russia

Georgii A. Omel'yanov
Doctor of sciences, Universidad de Sonora,
Department of Mathematics, Hermosillo, Mexico

Alexander G. Samoilov
Doctor of sciences, VLSU, Russia

Michael Sharpe
PhD, European Standards Institute – ETSI, United Kingdom

Sergey S. Shavrin
Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Nikolai N. Sysoev
Doctor of sciences, Dean of the Faculty of Physics
of Moscow State University Lomonosov, Russia

Oleg V. Varlamov
Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Albert Waal
Ph.D., Senior Research Fellow University of Hanover. Leibniz
at the Department of Communications Technology, Germany

Marina V. Yashina
Doctor of sciences, Professor MTUCI, Russia

Andrey A. Yelizarov
Doctor of sciences, Professor MIEM, HSE, Russia

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИГНАЛЫ НА ОСНОВЕ ПЕРЕСТАНОВОЧНЫХ ПОЛИНОМОВ ДЛЯ ВОСПОЛНЕНИЯ ТЕНЗОРОВ КАНАЛА OFDM MIMO

Дорохин Семен Владимирович,

Московский Физико-Технический Институт (национальный исследовательский университет, МФТИ), Москва, Россия,
dorohin.sv@phystech.edu

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-5-4-26

Шувалов Денис Васильевич,

Московский Физико-Технический Институт (национальный исследовательский университет, МФТИ), Москва, Россия,
shuvalov.dv@phystech.edu

Manuscript received 02 April 2025;

Accepted 30 April 2025

Макурин Михаил Николаевич,

Московский Физико-Технический Институт (национальный исследовательский университет, МФТИ), Москва, Россия,
makurin.mn@phystech.edu

Ляшев Владимир Александрович,

Московский Физико-Технический Институт (национальный исследовательский университет, МФТИ), Москва, Россия,
lyashev.va@mpt.ru

Оседецов Иван Валерьевич,

АНО "Институт Искусственного Интеллекта" (AIRI);
Сколковский институт науки и технологий (Сколтех),
Москва, Россия, i.osedets@skoltech.ru

Ключевые слова: тензор канал, восполнение
тензора, сжатые измерения, измерительный
сигнал, MIMO OFDM, 6G

Одна из ключевых тенденций развития современных систем мобильной связи на основе MIMO OFDM – увеличение числа антенн, количества поднесущих частот и полосы сигнала. Главной проблемой при практической реализации таких систем становится увеличение затрат частотно-временных ресурсов на оценку канала. Для уменьшения доли пилотных сигналов в литературе предлагается использовать псевдослучайное расположение пилотов и применять алгоритмы сжатых измерений (англ. Compressed Sensing) или же использовать тензорную обработку. Существующие правила расположения пилотов не имеют компактного описания и требуют большого количества памяти для хранения. В то же время популярные тензорные алгоритмы объединяют процедуру измерения и восстановления канала, а также нуждаются в специальной структуре кадра, требующей большого количества символов. В данной статье мы предлагаем новое компактное описание псевдослучайного расположения пилотов на базе перестановочных полиномов. Кроме того, мы предлагаем разделить оценку элементов канального тензора и восполнение частично измеренного тензора на две отдельные задачи. На примере алгоритма восполнения, изначально предложенного для обработки изображений, мы показываем явный физический смысл операции сглаживания в контексте MIMO OFDM. Наконец, мы показываем, что предложенные одномерные перестановки также могут задавать многомерную маску измерений по качеству восполнения не отличающуюся от случайной. По сравнению с классическими методами оценки канала предложенные методы позволяют преодолеть ограничения теоремы Котельникова и увеличить спектральную эффективность системы на 47%. С помощью предложенных методов в дальнейшем возможно применить общую теорию восполнения тензоров для оценки канала.

Информация об авторах:

Дорохин Семен Владимирович, Московский Физико-Технический Институт (национальный исследовательский университет, МФТИ, аспирант, г. Долгопрудный, Россия. ORCID 0000-0002-6894-6906

Шувалов Денис Васильевич, Московский Физико-Технический Институт (национальный исследовательский университет, МФТИ, студент, г. Долгопрудный, Россия. ORCID 0009-0002-4055-7690

Макурин Михаил Николаевич, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет, МФТИ), ведущий инженер-исследователь, к.ф.-м.н., г. Долгопрудный, Россия. ORCID 0000-0002-0289-7056

Ляшев Владимир Александрович, Московский Физико-Технический Институт, (национальный исследовательский университет, МФТИ), доцент кафедры мультимедийных технологий и телекоммуникаций, к.т.н., г. Долгопрудный, Россия. ORCID 0000-0002-6993-1589

Оседецов Иван Валерьевич, АНО "Институт Искусственного Интеллекта" (AIRI), профессор РАН, генеральный директор Института AIRI, профессор Сколтеха, д.ф.-м.н., Сколковский институт науки и технологий (Сколтех), Москва, Россия. ORCID 0000-0003-2071-2163

Для цитирования:

Дорохин С.В., Шувалов Д.В., Макурин М.Н., Ляшев В.А., Оседецов И.В. Измерительные сигналы на основе перестановочных полиномов для восполнения тензоров канала OFDM MIMO // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №5. С. 4-26.

For citation:

S.V. Dorokhin, D.V. Shuvalov, M.N. Makurin, V.A. Lyashev, I.V. Oseledets, "Reference signals based on permutation polynomials for tensor completion of MIMO OFDM channel," T-Comm, 2025, vol. 19, no. 5, pp. 4-26. (in Russian)

I Введение

С развитием технологий мобильной связи становятся всё более и более популярны системы с большими антенными решётками (Massive MIMO). Современные базовые станции пятого поколения [1] могут иметь до 64 антенных элементов, а на пользовательских устройствах число антенн может достигать 4 или даже 8. Одной из ключевых задач при разработке мобильных сетей шестого поколения является увеличение пропускной способности соты с 1 до 16 Гб/с [2].

Один из наиболее перспективных шагов для решения этой проблемы – переход в диапазон 7–24 ГГц. Комитет 3GPP рассматривает этот диапазон для возможного использования, а спецификации для диапазона 14,8–15,35 ГГц уже включены в 19 версию стандарта [3]. Переход в этот частотный диапазон позволит увеличить полосу сигнала, а значит увеличить расстояние между поднесущими частотами и их количеством. По оценкам Nokia Bell Labs полоса сигнала может вырасти до 400 МГц [2]. Кроме того, увеличение частоты несущей позволяет использовать больше антенных элементов, сохраняя форм-фактор решений диапазона 1–5 ГГц. Например, на всемирном конгрессе мобильной связи (англ. Mobile World Congress) в 2024 году в Барселоне компания Qualcomm представила¹ GigaMIMO – прототип базовой станции шестого поколения, с частотой несущей 13 ГГц и 4096 антенными элементами. В то же время активно исследуется возможность размещения до 64 антенн на стороне пользовательского устройства [4].

Таким образом, все размерности тензора канала OFDM-MIMO увеличиваются, что приводит к увеличению вычислительной сложности алгоритмов и увеличению затрат частотно-временных ресурсов на оценку канала. Если увеличение вычислительной сложности может быть скомпенсировано разработкой более эффективных устройств обработки, увеличение затрат на оценку канала является физическим ограничением на пути к увеличению пропускной способности соты и поддержке мобильных пользователей. По этой причине в рамках данной статьи мы сосредоточимся на уменьшении затрат на оценку канала, соответствующих алгоритмах и методах.

Классическим решением при оценке OFDM канала в существующих сетях пятого поколения является расположение пилотных сигналов периодически по частоте с периодом $comb$ поднесущих частот. На стороне приёмника обычно производится оценка частотной характеристики канала на пилотных поднесущих, после чего канальная характеристика восстанавливается с помощью интерполяции. При таком подходе уменьшение доли частотно-временных ресурсов на оценку канала возможно только при увеличении периода $comb$ расположения пилотных поднесущих. Максимальное значение $comb$ в этом случае ограничено по теореме Котельникова, если рассматривать в качестве дискретизуемого сигнала частотную характеристику канала, а в качестве «спектра» – профиль задержек в канале.

Одним из возможных способов преодоления ограничений теоремы Котельникова является псевдослучайное (апериодическое) расположение пилотных поднесущих и применение методов сжатых измерений (англ. Compressed Sensing). Этот

подход получил развитие начиная с 2010 [5] в контексте однантенных OFDM-систем. Основная проблема при этом заключается в нахождении простого способа задания псевдослучайного расположения пилотов. Оценку канала необходимо производить для разных конфигураций системы, в то время как хранение всех возможных вариантов расположения пилотов требует существенного объёма памяти. Ситуация усугубляется при переходе к многоантенным системам, так как псевдослучайные положения пилотов, соответствующих нескольким антеннам, могут совпадать, что приводит к интерференции при одновременной передаче измерительных сигналов. Этую проблему возможно решить, например, с помощью дискретной оптимизации и генетических алгоритмов [6], однако итоговое решение не получается представить в компактном виде. Недавно было предложено решить эту проблему, используя циклические разностные множества и их свойство пересечений [7]. Такой подход, тем не менее, является лишь незначительным продвижением, так как циклические разностные множества существуют для весьма ограниченного набора параметров, а различные способы модификации разностных множеств трудно описать компактным и удобным для хранения способом.

Ещё одним походом к уменьшению частотно-временных ресурсов для оценки канала является использование одновременной обработки канального тензора по размерностям поднесущих и антенн с помощью тензорных представлений. Например, большой популярностью среди исследователей пользуется модель канонического разложения тензора (англ. Canonical Polyadic Decomposition, CPD) для компактного описания канала. В частности, в работе [8] предлагается организовать сканирование базовой станцией и пользовательским устройством блочным методом, передавая при этом одинаковые измерительные сигналы на одних и тех же поднесущих. Принятый сигнал при этом принимает форму канонического тензора. Если тензор канала также соответствует модели канонического разложения, это позволяет существенно снизить затраты на оценку канала, в том числе для мобильных систем. Алгоритмы с использованием аналогичной структуры измерительных сигналов использовались, например, в работах [9] и [10]. Основными недостатками таких работ является необходимость использовать большое число символов для реализации необходимой блочной структуры. Более того, для проверки алгоритмов использовалась простая модель канала, что может существенно повлиять на результаты [11].

В данной работе по сравнению с существующими методами сжатых измерений в OFDM MIMO мы предлагаем гораздо более компактный и не менее эффективный способ псевдослучайного расположения пилотов. Кроме того, в отличие от существующих исследований по тензорной оценке канала, мы разделяем процедуру передачи измерительных сигналов и процедуру восполнения тензора на два отдельных этапа. Наконец, мы показываем, что предложенный метод расположения пилотных сигналов также подходит для создания многомерных масок измерений в задаче восполнения тензора. Более подробно основные результаты статьи можно сформулировать следующим образом:

¹ Веб-страница MWC Barcelona 2024, дата обращения 27 февраля 2025 г. <https://www.qualcomm.com/news/onq/2024/02/mwc-2024-wireless-innovations-enabling-intelligent-computing-everywhere>

- В разделе IV.A предложен способ мультиплексирования одномерных разреженных сигналов с помощью перестановочных полиномов. Доказаны правила на коэффициенты полиномов, гарантирующие свойства, близкие к оптимальным в смысле взаимной неортогональности.

- В разделе IV.B предложен метод генерации многомерных измерительных сигналов на основе одномерных перестановочных полиномов.

- В разделе III.B предложено рассматривать задачу оценки OFDM-MIMO канала как общую задачу восполнения тензора. На основе численных экспериментов с моделью канала 3GPP 38.901 в разделе V.B показана возможность восполнения MIMO OFDM канала итерационными алгоритмами на основе разложения Таккера и предложенных многомерных измерительных сигналов.

- В разделе III.C показан физический смысл процедуры сглаживания для улучшения сходимости метода переменных проекций. В разделе V.C показано, что правильным образом выбранные параметры сглаживания в несколько раз ускоряют сходимость алгоритма восполнения.

- В разделе V.E с помощью численных экспериментов показано, что при использовании предлагаемых измерительных сигналов и алгоритм жадного поиска OMP, и метод переменных проекций для восполнения тензора, позволяют преодолеть ограничения теоремы Котельникова и повысить спектральную эффективность системы на 47% по сравнению с классическими методами, использующими периодически расположенные сигналы. Кроме того показано, что восполнение тензора позволяет сократить вычислительную сложность по крайней мере в три раза по сравнению с алгоритмом OMP.

II Псевдослучайное расположение пилотов и методы Сжатых Измерений

При оценке канала в мобильных системах связи на основе OFDM используется периодическое расположение пилотных сигналов. При оценке канала для одной антенны передатчика поднесущие резервируются под пилоты с некоторым периодом *comb*, то есть множество индексов пилотных поднесущих задаётся как $\Psi = \{n \cdot \text{comb}, n = 0, \dots, (N_p - 1), N_p = \left\lfloor \frac{N_{sc}}{\text{comb}} \right\rfloor\}$, где N_{sc} – общее число поднесущих в системе. Маска пилота Ω определяет положение пилотных поднесущих для выбранной антенны передатчика:

$$\Omega(n) = \begin{cases} 1, & \text{если } n \in \Psi \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (1)$$

Поднесущие, не выделенные под пилоты одной антенны передатчика, могут, например, выделяться для пилотов других антенн (Sounding Reference Signals, SRS или Channel State Information Reference Signals, CSI-RS) или же использоваться для передачи данных (Demodulation Reference Signal, DMRS), как описано стандартом 5G NR [12]. Для простоты изложения рассмотрим случай одноантенной OFDM системы с каналом $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times 1}$. На пилотных поднесущих передаётся некоторая последовательность \mathbf{s} с низким отношением пиковой мощности к средней, например, последовательность Задова-Чу. Сигнал на приёмнике в этом случае описывается следующим уравнением:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h} \odot \mathbf{s} \odot \Omega, \quad (2)$$

где \odot обозначает произведение Адамара (поэлементное умножение). На стороне приёмника в самом простом случае принятый сигнал (2) поэлементно домножается на комплексно-сопряжённую последовательность \mathbf{s}^* , что соответствует оценке канала на поднесущих методом наименьших квадратов:

$$\widehat{\mathbf{h}} = \mathbf{y} \odot \mathbf{s}^* = \mathbf{h} \odot \mathbf{s} \odot \mathbf{s}^* \odot \Omega = \mathbf{h} \odot \Omega, \quad (3)$$

Так как если \mathbf{s} – последовательность с единичным модулем, то $\mathbf{s}(n) \odot \mathbf{s}^*(n) = 1$. Для получения оценки канала на поднесущих с индексами не из Ψ на основе оценки (3) производится интерполяция. Например, интерполяция может производиться с помощью Дискретного Преобразования Фурье (ДПФ). Для этого вычисляется обратное ДПФ измерений (P):

$$\widehat{\mathbf{h}}_\tau = \mathbf{F}^H \widehat{\mathbf{h}}, \quad (4)$$

где \mathbf{F} – матрица ДПФ. Далее с учётом априорной информации о разбросе задержек Δt в канале элементы $\widehat{\mathbf{h}}_\tau$ по индексам, не соответствующим Δt , зануляются и вычисляется прямое ДПФ:

$$\widehat{\mathbf{h}}_f = \mathbf{F} \cdot \mathbf{W}(\widehat{\mathbf{h}}_\tau), \quad (5)$$

где $\mathbf{W}(\widehat{\mathbf{h}}_\tau)$ обозначает применение некоторого окна (в простейшем случае – прямоугольного), $\widehat{\mathbf{h}}_f$ обозначает оценку канала на всех поднесущих.

При таком подходе уменьшение доли пилотных поднесущих подразумевает увеличение периода *comb* расположения этих поднесущих. Максимальное значение *comb* в этом случае по теореме Котельникова ограничено разбросом задержек в канале. В самом деле, ДПФ измерений в уравнении (4) может также быть выражено как

$$\widehat{\mathbf{h}}_\tau = \mathbf{h}_\tau * \Omega_\tau, \quad (6)$$

где $*$ обозначает свёртку, а \mathbf{h}_τ – истинную импульсную характеристику канала:

$$\mathbf{h}_\tau(k) = \sum_{n=0}^{N_{sc}-1} \mathbf{h}(n) e^{2\pi j \frac{nk}{N_{sc}}},$$

а Ω_τ – ОДПФ маски измерений Ω , которую можно рассматривать как эквивалентную импульсную характеристику измерительной системы:

При расположении пилотов с периодом *comb* выражение для эквивалентной импульсной характеристики измерительной системы принимает вид

$$\Omega_\tau(k) = \sum_{n=0}^{N_{sc}-1} \Omega(n) e^{2\pi j \frac{nk}{N_{sc}}}. \quad \Omega_\tau(k) = \sum_{n=0}^{N_p-1} e^{2\pi j \frac{\text{comb} \cdot nk}{N_{sc}}} = \\ = \sum_{n=0}^{N_p-1} e^{2\pi j \frac{n_k}{N_p}} = \delta_{n,k \bmod N_p}, \quad (7)$$

где δ_{nk} – индикатор равенства элементов,

$$\delta_{nk} = \begin{cases} 1, & n = k \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

С помощью этих обозначений можно проиллюстрировать ограничение теоремы Котельникова более удобным для дальнейшего изложения способом. Из уравнения (7) следует, что Ω_τ представляет собой *comb* периодически расположенных пиков, расстояние между которыми составляет $N_p = \frac{N_{sc}}{\text{comb}}$

отсчётов, как показано на рисунке 1. Если в OFDM-системе с частотой дискретизации f_s разброс задержек канала $\Delta\tau$ превышает N_p/f_s секунд:

$$\Delta\tau > \frac{N_p}{f_s}, \quad (8)$$

то измерения канала с помощью периодически расположенных пилотов будут подвержены эффекту наложения, как показано на рисунке 1. В этом примере количество отчётов, занимаемое импульсной характеристикой канала, больше, чем расстояние между пиками Ω_τ . В результате при свёртке (6) идеальной импульсной характеристики с Ω_τ часть компонент (отделены красной вертикальной линией на рис. 1) будет зеркально отражена. Этот эффект существенно ухудшает качество оценки канала и является принципиальным ограничением для уменьшения доли пилотных сигналов в OFDM-системах.

Получается, что ограничения теоремы Котельникова можно понимать как ограничения, связанные с эквивалентной импульсной характеристикой Ω_τ измерительной системы. Вполне логично предположить, что при изменении расположения пилотов изменится Ω_τ , что в свою очередь может изменить или полностью устранить описанные ограничения.

A. Псевдослучайное расположение пилотов как способ преодоления ограничений теоремы Котельникова

Данная работа опирается на псевдослучайное (апериодическое) расположение пилотных сигналов по поднесущим. Стоит отметить, что эта идея по своему принципу связана с теорией неэквидистантных антенных решёток. Интерес к неэквидистантному расположению антенных элементов возник ещё в 60-е годы прошлого столетия. В частности, неэквидистантные антенные решётки удостоены отдельной главы в монографии Р.К. Хансена [13]. Основная задача при построении неэквидистантных решёток – уменьшение количества антенных элементов без значительного ухудшения диаграммы направленности по сравнению с эквидистантными решётками. Примечательно, что этот подход активно исследуется и по сей день [14-16].

Здесь прослеживается прямая аналогия с уменьшением количества пилотных поднесущих без существенного ухудшения качества оценки канала. В самом деле, преобразование Фурье связывает пространство антенн решётки с пространством лучей точно таким же способом, как пространство частот связано с пространством задержек в OFDM-системах.

Наглядно этот принцип можно продемонстрировать, если

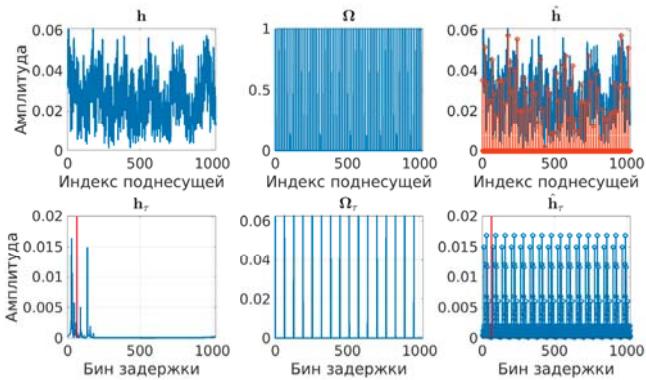


Рис. 1. Эффект наложения импульсной характеристики при слишком большом периоде расположения (comb=16) пилотных поднесущих

изучить поведение эквивалентной импульсной характеристики измерительной системы Ω_τ в случае выбора индексов пилотов Ψ случайно равновероятно. Наложим также дополнительное условие, чтобы количество пилотов N_p не удовлетворяло условиям (8) теоремы Котельникова в случае периодического расположения пилотов.

Как показывает рисунок 2, эквивалентная импульсная характеристика измерительной системы Ω_τ при случайному расположении пилотных сигналов имеет ярко выраженный пик в нуле и шумоподобные «боковые лепестки». При свёртке с идеальной импульсной характеристикой канала h_τ эти «боковые лепестки» определяют интерференцию между ненулевыми компонентами h_τ . При вычислении ОДПФ от оценки канала \hat{h} на пилотных поднесущих от наблюдаемой импульсной характеристики \hat{h}_τ многие компоненты h_τ будут незаметны из-за этой интерференции, однако самые сильные компоненты h_τ всё ещё можно будет различить. Если оценка сильнейших компонент h_τ может быть произведена с приемлимой точностью, то интерференцию между всеми ненулевыми компонентами h_τ можно практически полностью устраниить с помощью методов сжатых измерений, как доказано в работах [17, 18]. Методы сжатых измерений находят широкое применение в том числе в беспроводной связи [19, 20].

Таким образом, при выборе количества пилотов N_p , не удовлетворяющему условию теоремы Котельникова, ограничения этой теоремы можно преодолеть ценой почти устранимой интерференции между компонентами идеальной импульсной характеристики. Обзору методов сжатых измерений и способов устранения этой интерференции посвящён следующий раздел.

B. Общая теория методов сжатых измерений

Методы сжатых измерений применяются для решения недопределённых линейных систем вида

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}\mathbf{x}, \quad (9)$$

где $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ – известный вектор измерений, $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{N \times K}$ – зондирующая матрица, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ вектор неизвестных, причём полагается $N > K$. Также важное предположение состоит в том, что вектор \mathbf{x} полагается m -разреженным, т.е. содержит $m \ll N$ ненулевых компонент.

С точки зрения методов разреженных измерений, матрица \mathbf{M} рассматривается как система N векторов $\{\mathbf{m}_i \in \mathbb{C}^K, i = 1, \dots, N, N > K\}$. Эти вектора не могут образовывать базис в

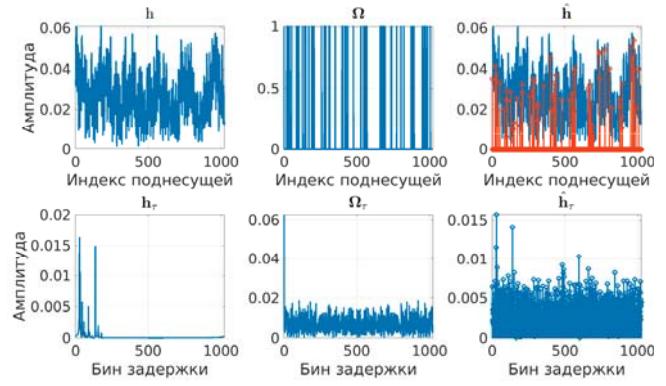


Рис. 2. Влияние псевдослучайного расположения пилотов на наблюдаемую импульсную характеристику

C^K , так как их количество превышает размерность пространства. Тем не менее, вектора можно выбрать таким образом, чтобы вся система векторов была похожа на базис. Иными словами, вектора \mathbf{m}_i можно выбрать «почти» ортогональными. Вводится взаимная неортогональность столбцов (англ. mutual incoherence):

$$\mu = \max_{i \neq j} \frac{|\langle \mathbf{m}_i; \mathbf{m}_j \rangle|}{\|\mathbf{m}_i\|_F \cdot \|\mathbf{m}_j\|_F}, \quad (10)$$

где $\langle \mathbf{a}; \mathbf{b} \rangle$ обозначает скалярное произведение векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} ; $\|\mathbf{a}\|_F$ – норму Фробениуса (в случае вектора – его длину). Чем меньше параметр μ , тем ближе зондирующая матрица к ортогональной и тем выше точность восстановления разреженного сигнала \mathbf{x} . В частности, в отсутствие шума m -разреженный сигнал \mathbf{x} может быть абсолютно точно восстановлен в системе с μ -неортогональной зондирующей матрицей \mathbf{M} , если выполнено условие

$$m < \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu} + 1 \right). \quad (11)$$

Из этого уравнения следует, что чем больше ненулевых компонент содержится в оцениваемом векторе \mathbf{x} , тем более строгие требования предъявляются к взаимной неортогональности зондирующей матрицы. При $K > \sqrt{N}$ минимально возможное значение μ для зондирующей матрицы \mathbf{M} определяется границей Велша [21]:

$$\mu \geq \mu_{WB} = \sqrt{\frac{N-K}{K(N-1)}}. \quad (12)$$

При анализе алгоритмов сжатых измерений также часто используется константа ограниченной изометрии. Зондирующая матрица \mathbf{M} удовлетворяет свойству ограниченной изометрии порядка m , если существует константа $0 < \delta_m < 1$ такая, что неравенство

$$(1 - \delta_m) \|\mathbf{s}\|_F^2 \leq \|\mathbf{Ms}\|_F^2 \leq (1 + \delta_m) \|\mathbf{s}\|_F^2 \quad (13)$$

выполняется для всех m -разреженных векторов $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$. Константа δ_m называется константой ограниченной изометрии.

В общем случае между взаимной неортогональностью (10) и константой ограниченной изометрии нет чёткой связи. Однако, если столбцы зондирующей матрицы \mathbf{M} имеют одинаковую норму Фробениуса (или l_2 -норму, что в данном случае одно и то же), то эта связь определяется неравенством

$$\delta_m \leq (m - 1)\mu_{WB} \leq (m - 1)\mu, \quad (14)$$

как было показано в [22]. Из неравенства (14) следует, что минимизация взаимной неортогональности также минимизирует константу ограниченной изометрии.

В теории сжатых измерений весьма актуален следующий вопрос: сколько измерений K необходимо провести при известной разреженности m неизвестного сигнала $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ для гарантированного восстановления \mathbf{x} ? Несколько известно авторам, наилучшая оценка была получена в работе [23] при случайном выборе измерений:

$$K = O(m \cdot \ln(N)) \quad (15)$$

для зондирующих матриц, удовлетворяющих условию ограниченной изометрии для разреженности $O(m)$.

Покажем теперь, как задача оценки OFDM канала может быть сведена к методам разреженных измерений. При использовании N_{sc} поднесущих частотная характеристика канала $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times 1}$ связана с дискретной импульсной характеристикой канала \mathbf{h}_τ с помощью матрицы Дискретного Преобразования Фурье $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times N_{sc}}$:

$$\mathbf{h} = \mathbf{F} \mathbf{h}_\tau. \quad (16)$$

Предположим теперь, что для оценки канала используется N_p из N_{sc} поднесущих и введём матрицу $\mathbf{P} \in \mathbb{C}^{N_p \times N_{sc}}$ для описания их положения. Матрица \mathbf{P} состоит из строк единичной матрицы $\mathbf{I} \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times N_{sc}}$, причём номера выбранных строк соответствуют индексам пилотных поднесущих. При таких обозначениях измерение OFDM-канала в рамках одного символа можно описать как

$$\mathbf{h}_p = \mathbf{P} \mathbf{F} \mathbf{h}_\tau, \quad (17)$$

где $\mathbf{h}_p \in \mathbb{C}^{N_p \times 1}$ – вектор, содержащий только значения канала на пилотных поднесущих. Предполагается, что измерения значений на пилотных поднесущих уже были проведены в соответствии с уравнением (3). Заметим, что уравнение (17) совпадает с уравнением сжатых измерений (9): дискретная импульсная характеристика канала \mathbf{h}_τ , как правило, разрежена и является в данном случае неизвестным вектором. Размерность вектора измерений $\mathbf{h}_p \in \mathbb{C}^{N_p \times 1}$ меньше размерности вектора неизвестных $\mathbf{h}_\tau \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times 1}$, т.к. $N_p < N_{sc}$, а зондирующей матрицей является матрица $\mathbf{M} = \mathbf{PF}$.

В этом случае выражение для скалярного произведения между i_1 и i_2 столбцами зондирующей матрицы принимает вид

$$\mu_{i_1 i_2} = \sum_n \Omega(n) e^{2\pi j \frac{n(i_1 - i_2)}{N_{sc}}}$$

и совпадает с выражением (1) эквивалентной импульсной характеристики измерительной системы Ω_τ при $k = i_1 - i_2$. Из этого можно сделать вывод, что в данной задаче минимизация взаимной неортогональности (10) и минимизация «шумовых» компонент Ω_τ как на рисунке 2 эквивалентны между собой.

В практических приложениях принято представлять зондирующую матрицу как произведение измерительной матрицы (англ. measurement matrix) и разрежающего словаря (англ. sparsifying dictionary). В случае уравнения (17) разрежающим словарём является матрица ДПФ \mathbf{F} , а измерительная матрица представлена матрицей выбора строк \mathbf{P} , как показано на рисунке 3.

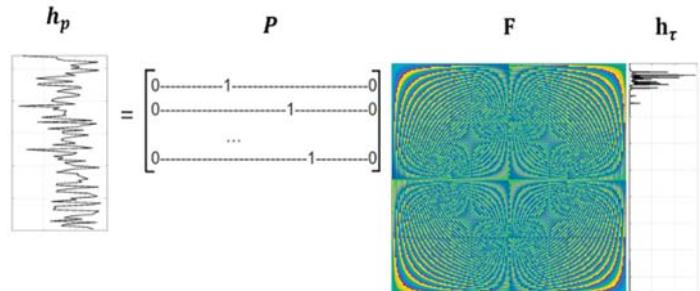


Рис. 3. Оценка канала в OFDM системе как задача сжатых измерений

Выражение для границы Велша (12) в рамках данной задачи принимает вид

$$\mu \geq \mu_{WB} = \sqrt{\frac{N_{sc}-N_p}{N_p(N_{sc}-1)}}. \quad (18)$$

Рассмотрим, как ведёт себя граница Велша при неограниченном увеличении размеров системы при постоянной доле пилотов:

$$\lim_{\substack{N_{sc} \rightarrow +\infty \\ N_p \rightarrow +\infty \\ N_{sc}/N_p = const}} \mu_{WB} = \lim_{\substack{N_{sc} \rightarrow +\infty \\ N_p \rightarrow +\infty \\ N_{sc}/N_p = const}} \sqrt{\frac{N_{sc}/N_p - 1}{N_{sc} - 1}} = 0. \quad (19)$$

Из уравнений (11) и (19) следует основная причина использования методов сжатых измерений в системах со сверхбольшим количеством поднесущих. При фиксированной доле пилотов, чем больше общее число поднесущих, тем ближе к нулю граница Велша и тем больше ненулевых компонент импульсной характеристики канала можно успешно восстановить. Как будет показано далее, многие псевдослучайные методы расположения пилотных поднесущих имеют схожую асимптотику.

Ещё одно обоснование применения методов сжатых измерений для систем со сверхбольшим количеством поднесущих можно получить, если рассмотреть уравнение (15). В терминах OFDM-системы оно принимает следующий вид:

$$N_p = O(m \cdot \ln(N_{sc})). \quad (20)$$

При этом в случае периодического расположения пилотных поднесущих, необходимое для точного восстановления импульсной характеристики, число пилотов имеет асимптотику $N_p = O(N_{sc})$, что явно хуже (20). При маленьком числе поднесущих N_{sc} методы разреженных измерений могут требовать большего числа пилотов для достижения той же точности, что и классические методы. Тем не менее, при увеличении N_{sc} начиная с некоторого значения методы сжатых измерений будут требовать меньше пилотов для достижения той же точности.

C. Практическая реализация методов сжатых измерений для оценки OFDM канала

Идея уменьшения доли пилотов в OFDM системах с помощью нерегулярного расположения пилотных поднесущих впервые была предложена в 2008 году в работе [24]. Предлагалось добавить обратную связь между приёмником и передатчиком по служебному каналу и в этом канале сообщать оптимизированное расположение пилотов в следующем символе или кадре. Оптимизация расположения пилотов, однако, осуществлялась по критерию минимизации вероятности символической ошибки или пропускной способности и не имела отношения к методам сжатых измерений.

Несколько позднее в работе [5] была сформулирована идея применения математических методов сжатых измерений для оценки канала в многоантенных OFDM-системах. Более того, впервые была отмечена связь между выбором индексов пилотных поднесущих (17) и взаимной неортогональностью (18) зондирующей матрицы.

В случае одноантенных OFDM систем было предложено выбирать поднесущие для пилотов случайно из равномерного распределения. Более того, в работе [5] было показано, что задача оценки канала в MIMO OFDM системах с ненулевым

доплеровским сдвигом также может быть сведена к задачам сжатых измерений. Положение пилотов предлагалось выбирать также случайно, но уже из прямоугольника $\{1, \dots, N_{TX}\} \times \{1, \dots, N_{sc}\}$ или многомерного куба, в зависимости от размерности задачи.

В большинстве работ (например, [25]) для нахождения импульсной характеристики канала в формулировке (17) используется ОМР (англ. Orthogonal Matching Pursuit) – классический алгоритм сжатых измерений. ОМР – довольно простой жадный алгоритм. Для полноты изложения приведём описание алгоритма в терминах задачи (17).

Входные данные и параметры алгоритма:

- Зондирующая матрица $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{N_p \times N_{sc}}$
- Вектор измерений $\mathbf{h}_p \in \mathbb{C}^{N_p \times 1}$
- Количество итераций

Выходные данные алгоритма:

- Оценка $\hat{\mathbf{h}}_t \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times 1}$ импульсной характеристики
- Индексы Λ ненулевых компонент $\hat{\mathbf{h}}_t$
- Аппроксимация $\hat{\mathbf{h}}_p$ измерений \mathbf{h}_p
- Остаток $\mathbf{r} = \mathbf{h}_p - \hat{\mathbf{h}}_p$

Алгоритм:

- Остаток инициализируется ветором измерений $\mathbf{r}_0 = \mathbf{h}_p$, множество индексов инициализируется пустым множеством $\Lambda_0 = \emptyset$, счётчик итераций инициализируется единицей $t = 1$.

- Находится индекс λ_t столбца зондирующей матрицы, имеющий наибольшую корреляцию с остатком:

$$\lambda_t = \arg \max_{j=1, \dots, N_{sc}} |\langle \mathbf{r}_{t-1}; \mathbf{m}_j \rangle|, \quad (21)$$

где \mathbf{m}_j – j -тый столбец матрицы \mathbf{M} . Если максимум достигается несколькими столбцами, выбирается один из них любым способом.

- Индекс λ_t добавляется в множество индексов ненулевых компонент $\hat{\mathbf{h}}_t$: $\Lambda_t = \Lambda_{t-1} \cup \lambda_t$, множество выбранных столбцов обновляется: $\mathbf{M}_t = [\mathbf{M}_{t-1}, \mathbf{m}_{\lambda_t}]$, в предположении $\mathbf{M}_0 = \emptyset$.

• Ортогонализация:

$$\mathbf{x}_t = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{h}_p - \mathbf{M}_t \mathbf{x}\| \quad (22)$$

- Вычисление новой аппроксимации измерений и обновление остатка:

$$\hat{\mathbf{h}}_{p_t} = \mathbf{M}_t \mathbf{x}_t \quad (23)$$

$$\mathbf{r}_t = \mathbf{h}_p - \hat{\mathbf{h}}_{p_t} \quad (24)$$

- Увеличение счётчика итераций t , переход к шагу (21)
- По достижении критерия остановки оценка импульсной характеристики $\hat{\mathbf{h}}_t$ содержит ненулевые компоненты по индексам, сохранённым в Λ_t . Значение оценки $\hat{\mathbf{h}}_t$ по индексу λ_j равно оценке j -той компоненты \mathbf{x}_t .

Пример работы алгоритма ОМР при оценке импульсной характеристики с рисунка 2 представлен на рисунке 4 для четырёх итераций работы алгоритма ОМР. Синим цветом на рисунке 4 представлена свёртка (6) идеальной импульсной характеристики с эквивалентной импульсной характеристикой измерительной системы Ω_τ .

Эта же свёртка по сути представляет собой набор скалярных произведений, по которым ищется сильнейшая компонента на шаге (21) до первой итерации.

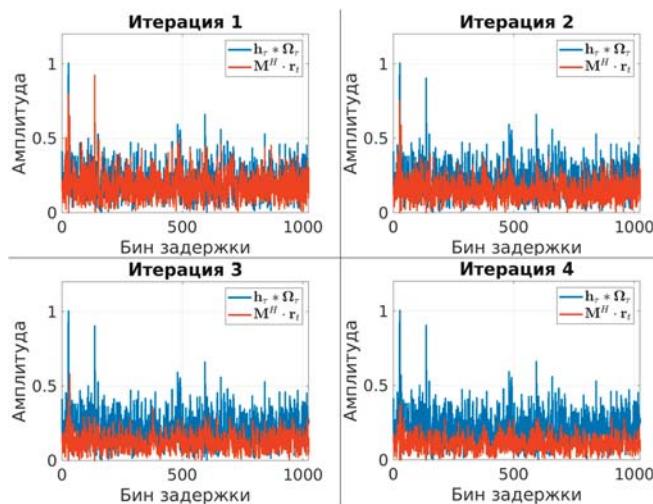


Рис. 4. Устранение самоинтерференции между компонентами импульсной характеристики канала при работе алгоритма ОМР

Оранжевым цветом на рисунке 4 показаны значения тех же самых скалярных произведений, но уже на произвольной итерации. Можно заметить, что помимо удаления сильнейших пиков импульсной характеристики, алгоритм ОМР также устраняет интерференцию, вызываемую выбранной компонентой. В результате даже за четыре итерации уровень интерференционного «шума» значительно снижается. Становится возможным различить компоненты, которые ранее были скрыты интерференцией. Стоит, однако, отметить, что алгоритм ОМР не в состоянии окончательно убрать интерференцию между компонентами импульсной характеристики, особенно при наличии шума в измерениях. По этой причине целесообразно также выбирать расположение пилотных сигналов таким образом, чтобы уменьшить уровень «шума» эквивалентной импульсной характеристики измерительной системы Ω_r .

Выбор позиций пилотов из равномерно случайного распределения хоть и даёт хорошие результаты, но не является оптимальным в смысле границы Велша (18). Ряд исследований был направлен на дальнейшее уменьшение взаимной неортогональности системы. Например, в работе [26] предложены два жадных алгоритма для поиска субоптимального расположения пилотных поднесущих с асимптотиками $O(N_{sc}N_p)$ и $O(N_{sc}^2N_p)$.

Задача нерегулярного расположения пилотных сигналов для минимизации взаимной неортогональности (18) имеет оптимальное решение. Таким решением являются ЦРМ (Циклические Разностные Множества, англ. cyclic difference sets). Набор чисел $D = \{d_1, \dots, d_k\}$ называется (N, k, λ) – ЦРМ, если для любого $\alpha \neq 0 \bmod N$ уравнение вида

$$d_i - d_j \equiv \alpha \bmod N$$

имеет ровно λ решений среди пар $(d_i, d_j), d_i, d_j \in D$. В контексте оценки OFDM-канала параметр N соответствует количеству поднесущих N_{sc} , k соответствует количеству пилотов N_p . Проблема в практическом использовании ЦРМ заключается в том, что они существуют для весьма ограниченного числа пар параметров (N, k) . Для устранения этого недостатка в работе [27] был предложен жадный оптимизацион-

ный алгоритм, который выбирает близкие к оптимальным положениям пилотов на основе усеченных или объединённых ЦРМ.

Для многоантенных систем задача нахождения оптимального в смысле взаимной ортогональности расположения измерительных сигналов нескольких антенн является гораздо более сложной. Например, случайный выбор позиций пилотов для каждой из антенн передатчика имеет ряд существенных недостатков при практической реализации. Без учёта дополнительных ограничений маски пилотов Ω_r , соответствующие разным антеннам, будут иметь пересечение, т.е. сигналы некоторых антенн будут иметь общие поднесущие. При одновременной передаче пилотов этими антеннами пересечения в частотной области приведут к интерференции между пилотными сигналами, что либо ухудшит качество оценки, либо потребует усложнения алгоритмов обработки на стороне приёмника. Интерференции между пересекающимися пилотными сигналами можно избежать, если передавать их в разные моменты времени. Такой подход, однако, увеличивает время на оценку канала и затрудняет планирование ресурсов, так как при случайном выборе положения пилотов невозможно точно предсказать количество пересечений.

Запрет пересечений между масками пилотов на этапе выбора положения пилотных сигналов является самым эффективным способом решения проблемы интерференции. Задача мультиплексирования измерительных сигналов в таком случае формулируется как задача поиска множества N_{TX} наборов индексов для каждой антенны

$$\{\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{N_{TX}}\} \quad (25)$$

таких, что i -тая антenna использует N_{p_i} поднесущих в качестве пилотных

$$\text{card}(\Psi_i) = N_{p_i}, \quad (26)$$

объединённые вместе, наборы индексов образуют множество индексов всех доступных поднесущих

$$\bigcup_{i=1}^{N_{TX}} \Psi_i = \{1, 2, \dots, N_{sc}\},$$

и никакие наборы, соответствующие различным антеннам, не имеют общих индексов

$$\Psi_i \cap \Psi_j = \emptyset \quad \forall i \neq j. \quad (27)$$

В упрощённом случае все антенные могут использовать одинаковое количество пилотов, т.е. $N_{p_i} = N_p \forall i$ в (26).

Именно в такой постановке задача мультиплексирования псевдослучайных измерительных сигналов для MIMO систем была решена в работе [6]. Для решения задачи (25) – (27) в [6] был предложен генетический алгоритм, который в случае $N_p = 24$ пилотов из $N_{sc} = 512$ поднесущих сгенерировал непересекающиеся индексы пилотов для 16 антенн передатчика с максимальной взаимной неортогональностью (10) $\mu = 0.218$ при границе Велша $\mu = 0.2$, что является неплохим результатом.

Предложенный в [6] алгоритм и подобные ему обладают большой вычислительной сложностью, плохо масштабируются при увеличении размеров системы и не представляют сжатого описания итоговых наборов индексов, что может существенно осложнить практическую реализацию.

В работе [7] Циклические Разностные Множества (ЦРМ) использовались для определения положения одновременно передаваемых измерительных сигналов нескольких антенн. В частности, использовалось свойство циклических сдвигов ЦРМ Зингера [28]: предположим, что маска Ω_{i_1} для антенны i_1 задаётся (N_{sc}, N_p, λ) – ЦРМ, а маска Ω_{i_2} для антенны i_2 получена циклическим сдвигом этого ЦРМ. Если ЦРМ принадлежит семейству ЦРМ Зингера, то такие маски будут иметь ровно λ общих поднесущих:

$$\|\Omega_{i_1} \cap \Omega_{i_2}\|_0 = \Psi_{i_1} \cap \Psi_{i_2} = \lambda,$$

где $\|\mathbf{x}\|_0$ обозначает количество ненулевых элементов вектора \mathbf{x} . Таким образом, хотя пересечения и возникают, они контролируются и их можно устраниить, например, удаляя пилотные поднесущие у одной из антенн с пересекающимися масками. В работе [7] было показано, что такие модификации ЦРМ не сильно ухудшают взаимную ортогональность (18) для маски каждой отдельной антенны. Кроме того, в работе [7] в качестве альтернативного варианта было предложено использовать ортогональные коды на пересечениях.

Несмотря на то, что методы разреженных измерений и сопутствующие им нерегулярные маски пилотов позволяют существенно снизить долю пилотных сигналов в системе без потери точности оценки, эти методы страдают от высокой вычислительной сложности. Высокая вычислительная сложность обусловлена, во-первых, жадной природой этих алгоритмов, а во-вторых, необходимостью решать однотипные системы уравнений несколько раз. Например, чтобы полностью оценить трёхмерный тензор канала $\mathcal{H} \in \mathbb{C}^{N_{RX} \times N_{TX} \times N_{sc}}$, необходимо выполнить алгоритм ОМР для каждой пары приемной и передающие антennы. Несомненно, подобные вычисления могут быть ускорены за счёт параллельной обработки, однако для случая $N_{TX} = 32, N_{RX} = 256$ получаем $N_{TX}N_{RX} = 8192$. Такое количество параллельных вычислительных процессов сложно реализовать в коммерческих продуктах.

Вычислительная сложность k -той итерации:

- шаг (21) – поиск столбца с наибольшей корреляцией: нужно вычислить N_{sc} скалярных произведений двух векторов размерности N_p . Вычисление каждого скалярного произведения требует N_p умножений и $N_p - 1$ сложений. Общая вычислительная сложность шага – $N_{sc}(2N_p - 1)$.
- Решение LS-задачи (22) – предполагаем, что решение находится с помощью сингулярного разложения и последующего вычисления псевдообратной матрицы. Вычислительная сложность SVD для матрицы размера $N_p \times k, k < N_p$ составляет $6N_p k^2 + 20k^3$ операций с плавающей точкой (FLOPs).

Далее шаг (23) сводится к умножению вектора размера $k \times 1$ на матрицу размера $N_p \times k, k < N_p$. Вычислительная сложность $2N_p k$

Шаг (24) – поэлементное вычитание векторов, N_p операций

Таким образом, вычислительная сложность k -той итерации составляет

$$T_k = N_{sc}(2N_p - 1) + 6N_p k^2 + 20k^3 + 2N_p k + N_p + 1$$

Общая вычислительная сложность получается суммированием вычислительной сложности всех итераций вплоть до максимального количества итераций N_{iter} :

$$\begin{aligned} T &= \sum_{k=1}^{N_{iter}} N_{sc}(2N_p - 1) + 6N_p k^2 + 20k^3 + 2N_p k + N_p + 1 = \\ &= \sum_{k=1}^{N_{iter}} (N_{sc}(2N_p - 1) + N_p + 1) + 6N_p \sum_{k=1}^{N_{iter}} k^2 + \\ &+ 20 \sum_{k=1}^{N_{iter}} k^3. \end{aligned}$$

Используя тождество $\sum_{k=1}^N k^2 = \frac{1}{6}N(N+1)(2N+1)$ и $\sum_{k=1}^N k^3 = \frac{N^2(N+1)^2}{4}$ и приводя подобные слагаемые, получаем для одной пары антенн

$$T = N_{iter}(N_{sc}(2N_p - 1) + 3N_p + 1) + N_{iter}^2(4N_p + 5) + N_{iter}^3(2N_p + 10) + 5N_{iter}^4$$

Вычислительная сложность оценки всего тензора с помощью ОМР:

$$T_{OMP} = N_{BS}N_{UE}(N_{iter}(N_{sc}(2N_p - 1) + 3N_p + 1) + N_{iter}^2(4N_p + 5) + N_{iter}^3(2N_p + 10) + 5N_{iter}^4) \quad (28)$$

Для уменьшения вычислительной сложности могут использоваться алгоритмы, основанные на многомерной (тензорной) обработке сигналов, активно применяющиеся при анализе изображений, видео и сигналов функциональной магнитно-резонансной томографии. Речь о таких алгоритмах пойдёт в следующем разделе.

III Восполнение тензора в формате Таккера. Сглаживание.

Помимо методов сжатых измерений большую популярность в контексте оценки и сжатия MIMO OFDM канала набирают тензорные методы обработки. В частности, большинство работ посвящено использованию канонического разложения [29], [9] или разложения «тензорный поезд» [30]. Стоит отметить, что выбор канонического разложения в качестве модели канального тензора традиционно сопряжён с проблемами при сходимости алгоритмов и требует детального теоретического анализа. Алгоритмы на основе тензорного поезда, в свою очередь, довольно громоздки и сложны. По этой причине в рамках данной работы мы будем использовать популярную и простую модель Таккера, имеющую явную связь с многомерным ДПФ канального тензора [31].

A. Разложение Таккера. Алгоритм HOSVD

Самый популярный и простой в применении алгоритм построения разложения Таккера – это алгоритм HOSVD [32] (High Order SVD). Смысл HOSVD заключается в последовательном вычислении R_k – ранговых приближений развёрток тензора по каждой из $k = 0, 1, \dots, D$ размерностей. Например, сингулярное разложение для развёртки по k -той размерности:

$$\mathcal{H}^{(k)} = \mathbf{U}_k \boldsymbol{\Sigma}_k \mathbf{V}_k^H = [\bar{\mathbf{U}}_k \quad \bar{\mathbf{V}}_k] \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_k \end{bmatrix} [\bar{\mathbf{V}}_k^H \quad \bar{\mathbf{V}}_k^H] \quad (29)$$

R_k – ранговое приближение состоит из подматрицы $\bar{\mathbf{U}}_k$, содержащей первые R_k столбцов матрицы \mathbf{U}_k ; подматрицы $\bar{\mathbf{V}}_k$, содержащей первые R_k столбцов матрицы \mathbf{V}_k и диагональной подматрицы $\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_k$, содержащей первые R_k диаго-

нальных элементов матрицы Σ_k . Ошибка R_k – рангового приближения $\bar{\mathcal{H}}^{(k)}$ матрицы развёртки $\mathcal{H}^{(k)}$ определяется отброшенными сингулярными значениями, расположенными на диагонали подматрицы $\tilde{\Sigma}_k$:

$$\left\| \mathcal{H}^{(k)} - \bar{\mathcal{H}}^{(k)} \right\|_F^2 = \left\| \tilde{\Sigma}_k \right\|_F^2 = \sigma_{R_{k+1}}^2 + \dots + \sigma_{R_{max}}^2$$

После вычисления R_k – ранговых приближений развёрток D – мерного тензора \mathcal{H} по каждой из размерностей $k = 1, 2, \dots, D$, получается тензорное разложение вида

$$\bar{\mathcal{H}} = \mathcal{G} \times_1 \mathbf{U}_1 \times_2 \mathbf{U}_2 \times \dots \times \mathbf{U}_D, \quad (30)$$

где фактор матрицы ортогональны по построению, а тензорядро $\mathcal{G} \in \mathbb{C}^{R_1 \times R_2 \times \dots \times R_D}$ можно легко вычислить, домножая исходный тензор \mathcal{H} на обратные фактор-матрицы:

$$\mathcal{G} = \mathcal{H} \times_1 \mathbf{U}_1^H \times_2 \mathbf{U}_2^H \times \dots \times \mathbf{U}_D^H.$$

Алгоритм HOSVD не гарантирует, что исходный тензор будет представлен в виде разложения Таккера наилучшим способом в смысле соотношения значений рангов (R_1, R_2, \dots, R_D) и ошибки аппроксимации. Тем не менее, HOSVD получил широкое распространение в практических приложениях из-за ортогональности фактор-матриц и из-за возможности контролировать ошибку аппроксимации. В частности, ошибка (R_1, R_2, \dots, R_D) – рангового приближения для разложений вида (30), полученных с помощью HOSVD, ограничена сверху как

$$\left\| \mathcal{H} - \bar{\mathcal{H}} \right\|_F^2 \leq \sum_{k=1}^d \left\| \tilde{\Sigma}_k \right\|_F^2. \quad (31)$$

Благодаря оценке (31) можно, имея полный тензор, выбрать ранги (R_1, R_2, \dots, R_D) так, чтобы точность приближения не превышала любой наперёд заданной величины.

B. Восполнение тензора. Метод переменных проекций

Задача восполнения тензора в общем виде ставится следующим образом. Для тензора \mathcal{X} , удовлетворяющего (возможно, приближённо) некоторой модели или некоторым условиям, задаётся бинарная маска измерений Ω :

$$\Omega(i_1, \dots, i_d) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{X}(i_1, \dots, i_d) \text{ измерен} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Действие оператора измерений $P_\Omega(\mathcal{X}) = \mathcal{X} \odot \Omega$ вводится как произведение Адамара (поэлементное произведение) исходного тензора на маску измерений. В общем виде задача восполнения ставится как задача восстановления полного тензора \mathcal{X} по его измерениям $\mathcal{M} = P_\Omega(\mathcal{X})$. Как правило, предполагается, что искомый тензор \mathcal{X} удовлетворяет некоторой тензорной модели.

Подходы к восполнению тензоров по формальной постановке задачи и методам решения можно разделить на три большие категории: методы выпуклой оптимизации [33, 34]; методы невыпуклой оптимизации [35, 36]; и алгебраические методы [37, 38]. В случае невыпуклой оптимизации задача ставится следующим образом:

$$\min_{\mathcal{X}} \|P_\Omega(\mathcal{X}) - \mathcal{M}\|_F^2, \text{ ограничением } \text{rank}(\mathcal{X}) = R. \quad (32)$$

В ограничениях задачи (32) ранг тензора \mathcal{X} может различаться по-разному в зависимости от выбранной тензорной модели. Это может быть, например, канонический ранг, ранги Таккера или ранги тензорного поезда. Задачу (32) часто

решают в другой, более удобной формулировке с использованием вспомогательного тензора \mathcal{C} :

$$\begin{aligned} \min_{\mathcal{X}, \mathcal{C}} & \| \mathcal{X} - \mathcal{C} \|_F^2 \text{ с ограничениями } \text{rank}(\mathcal{X}) = R, \\ & P_\Omega(\mathcal{C}) = \mathcal{M} \end{aligned} \quad (33)$$

В работе [39] для решения задачи (33) используется следующий итеративный алгоритм

$$\mathcal{X}_{(n)} = \mathcal{L}(\mathcal{C}_{(n)}) \quad (34)$$

$$\mathcal{C}_{(n)} = P_\Omega(\mathcal{M}) + P_{\Omega^\perp}(\mathcal{X}_{(n)}) \quad (35)$$

где Ω^\perp – дополнение к маске Ω , получаемое заменой нулей на единицы и единиц на нули, то есть маска, определяющая положение не измеренных элементов тензора. Действие оператора $\mathcal{L}(\mathcal{X})$ сводится к вычислению малорангового приближения тензора \mathcal{X} , причём малоранговость может опять же пониматься по-разному в зависимости от выбранного тензорного формата. После вычисления малорангового приближения элементы тензора заменяются (35) на изначальные измерения по индексам, определяемым маской Ω , далее начинается следующая итерация.

Основная вычислительная сложность такого алгоритма заключается в вычислении малорангового приближения (34) на каждой итерации. Для ускорения этой операции в случае тензорной модели Таккера в работе [39] было предложено использовать алгоритм HOSVD, но заменить вычисление сингулярного разложения по каждой из развёрток на вычисление рандомизированного сингулярного разложения. Суть этой оптимизации заключается в замене матрицы развёртки (29) на её подматрицу, содержащую R_d столбцов, выбранных случайно без повторения, где R_d – ранг Таккера по размерности d .

Изучим вычислительную сложность одной итерации (34) – (35) в контексте тензора MIMO OFDM $\mathcal{H} \in \mathbb{C}^{N_{UE} \times N_{sc} \times N_{BS}}$, пренебрегая вычислительной сложностью применения самой маски в (35). Здесь и далее для простоты будем считать, что вычислительная сложность умножения матриц $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ и $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{M \times P}$ определяется тривиальным алгоритмом и составляет $NP(2M - 1)$. Также будем считать, что вычислительная сложность сингулярного разложения матрицы $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ согласно [40] составляет $6NM^2 + 20M^3$ ($N > M$) операций с плавающей точкой (англ. floating point operations, FLOPs). Вычислительная сложность одной итерации складывается из следующих операций:

1. Сингулярное разложение случайной подматрицы $\mathbf{H}_1 \in \mathbb{C}^{N_{UE} \times R_1}$ первой развёртки $\mathcal{H}^{(1)} \in \mathbb{C}^{N_{UE} \times N_{sc} \times N_{BS}}$. Вычислительная сложность: $6N_{UE}R_1^2 + 20R_1^3$ операций

2. Обновление ядра разложения, то есть домножение тензора $\mathcal{H} \in \mathbb{C}^{N_{UE} \times N_{sc} \times N_{BS}}$ на матрицу $\mathbf{U}_1^H \in \mathbb{C}^{N_{UE} \times R_1}$ вдоль первой размерности. Эта операция эквивалентна матричному умножению развёртки $\mathcal{H}^{(1)} \in \mathbb{C}^{N_{sc}N_{BS} \times N_{UE}}$ на \mathbf{U}_1^H . Вычислительная сложность: $N_{BS}N_{sc}R_1(2N_{UE} - 1)$

3. Сингулярное разложение случайной подматрицы $\mathbf{H}_2 \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times R_2}$ развёртки ядра по второй размерности $\mathcal{H}^{(2)} \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times R_1 N_{BS}}$. Вычислительная сложность: $6N_{sc}R_2^2 + 20R_2^3$.

4. Обновление ядра: домножение матрицы $\mathcal{H}^{(2)} \in \mathbb{C}^{R_1 N_{BS} \times N_{sc}}$ на матрицу $\mathbf{U}_2^H \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times R_2}$. Вычислительная сложность $R_1 N_{BS}R_2(2N_{sc} - 1)$.

5. Сингулярное разложение случайной подматрицы $\mathbf{H}_3 \in \mathbb{C}^{N_{BS} \times R_3}$ развёртки ядра по третьей размерности $\mathcal{H}^{(3)} \in$

$\mathbb{C}^{N_{BS} \times R_1 R_2}$. Вычислительная сложность $6N_{BS}R_3^2 + 20R_3^3$.

6. Обновление ядра: домножение матрицы $\mathcal{H}^{(3)} \in \mathbb{C}^{R_1 R_2 \times N_{BS}}$ на матрицу $U_3^H \in \mathbb{C}^{N_{BS} \times R_3}$. Вычислительная сложность $R_1 R_2 R_3 (2N_{BS} - 1)$.

Вычислительная сложность на одну итерацию составляет

$$\begin{aligned} T = & 6N_{UE}R_1^2 + 20R_1^3 + N_{BS}N_{sc}R_1(2N_{UE} - 1) + 6N_{sc}R_2^2 + \\ & 20R_2^3 + R_1N_{BS}R_2(2N_{sc} - 1) + 6N_{BS}R_3^2 + 20R_3^3 + \\ & R_1R_2R_3(2N_{BS} - 1) \end{aligned}$$

Итоговая вычислительная сложность алгоритма (34) – (35):

$$\begin{aligned} T_{Tuck} = & N_{iter}(6N_{UE}R_1^2 + 20R_1^3 + N_{BS}N_{sc}R_1(2N_{UE} - 1) + \\ & 6N_{sc}R_2^2 + 20R_2^3 + R_1N_{BS}R_2(2N_{sc} - 1) + 6N_{BS}R_3^2 + 20R_3^3 + \\ & R_1R_2R_3(2N_{BS} - 1)). \end{aligned} \quad (36)$$

C. Процедура сглаживания как фильтрация.

Физический смысл в контексте OFDM-MIMO тензора

В работе [39] итеративный алгоритм (34) – (35) использовался для восполнения тензоров изображений, то есть две размерности соответствовали высоте и ширине изображений, а третья размерность соответствовала цвету изображения. Для улучшения сходимости алгоритма (34) – (35) в работе [39] было предложено на каждой итерации дополнительно применять сглаживание с помощью скользящего среднего.

Процедура сглаживания выполнялась на этапе вычисления малорангового приближения $\mathcal{L}(\mathcal{X})$ в (34). В качестве тензорной модели была выбрана модель Таккера (30), содержащая три гиперпараметра (R_1, R_2, R_3), соответствующие предполагаемым рангам развёрток (29) тензора по каждой из размерностей. Сглаживание в работе [39] производилось перед вычислением сингулярного разложения развёртки (29). Для экономии вычислительных ресурсов среди столбцов развёртки по k -той размерности для сглаживания случайным образом выбирались только R_k столбцов. Кроме того, сглаживающий фильтр был одинаковым независимо от размерности, по которой бралась развёртка.

В контексте восполнения тензоров изображений положительному эффекту, который подобное сглаживание оказывает на сходимость алгоритма (34) – (35), можно дать лишь качественное обоснование. Выбор конкретного метода сглаживания в данном случае является, скорее, эвристикой. При анализе изображений сложно получить какие-то условия, которым должна удовлетворять «лучшая» импульсная характеристика сглаживающего фильтра.

Совсем иначе обстоит дело при применении алгоритма (34) – (35) и сглаживания к восполнению тензоров OFDM MIMO канала $\mathcal{H} \in \mathbb{C}^{N_{BS} \times N_{UE} \times N_{sc}}$. В этом случае операция фильтрации приобретает чёткий физический смысл. Например, i -тый столбец развёртки тензора \mathcal{H} по размерности поднесущих

$$\mathcal{H}^{(3)} \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times N_{BS} N_{UE}} \quad (37)$$

это ни что иное, как частотная характеристика канала \mathbf{h} (16), соответствующая i_{BS} -той антенне базовой станции и i_{UE} -той антенне пользовательского устройства, где $i = i_{UE} + N_{UE}i_{BS}$. Свёртка вектора \mathbf{h} с импульсной характеристикой сглаживающего фильтра по теореме о свёртке соответствует произведению передаточной функции сглаживающего фильтра и импульсной характеристики канала \mathbf{h}_τ . Иными словами, в каче-

стве «спектра» в привычном понимании выступает спектр задержек в OFDM канале, а сам фильтруемый сигнал располагается в частотной области.

Аналогично можно установить физический смысл сглаживания и для развёрток по другим размерностям. Так, например, k -тый столбец развёртки канального тензора по размерности антенн базовой станции

$$\mathcal{H}^{(2)} \in \mathbb{C}^{N_{BS} \times N_{sc} N_{UE}} \quad (38)$$

представляет собой пространственную характеристику канала на k_1 поднесущей, соответствующую k_2 антенне пользовательского устройства, где $k = k_1 + N_{sc}k_2$. В этом случае в качестве «спектра» в традиционном понимании будет выступать угловой спектр направлений распространения сигнала со стороны базовой станции. Похожие рассуждения можно провести и для развёртки по размерности антенн пользовательского устройства, в этом случае «спектром» будет угловый спектр направлений распространения сигнала со стороны пользовательского устройства.

Таким образом, процедуру сглаживания при обработке MIMO OFDM тензора стоит воспринимать как процедуру фильтрации. Кроме того, имеет смысл для развёрток по каждой размерности использовать различные фильтры. В качестве критерия выбора фильтра в этом случае необходимо руководствоваться доступными знаниями о спектре задержек и угловом спектре.

Становится очевидно, что сглаживание скользящим средним по $L = 5$ отчётом, использованное в работе [39] для улучшения сходимости, в контексте MIMO OFDM тензоров может привести к обратному результату. В самом деле, рисунок 5 показывает, что в случае фильтрации скользящим средним при $L = 5$ подавляется значительная часть пространственного спектра базовой станции и значительная часть задержек.

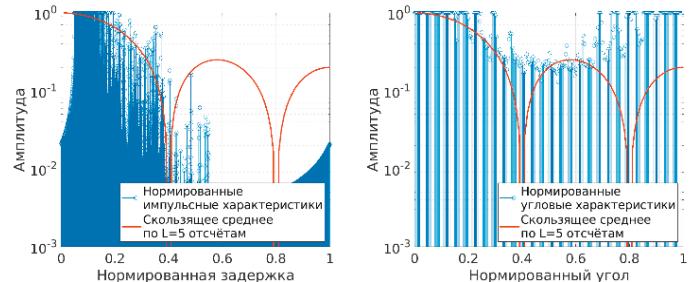


Рис. 5. Фильтрация скользящим средним по $L=5$ отчётом из работы [39] применительно к MIMO OFDM каналу и фильтрации задержек (слева) и углов со стороны базовой станции (справа)

Фильтрацию можно применять не для всех столбцов матриц (37) и (38), а только для случайно выбранных, т.к. на шаге (34) сингулярные разложения заменяются рандомизированными сингулярными разложениями. С точки зрения вычислительной сложности будем считать, что фильтрация выполняется вычислением простой линейной свёртки. Тогда для фильтра порядка L свёртка с вектором длины N_d будет занимать LN_d операций. Всего необходимо отфильтровать R_d таких векторов для каждой размерности $d = 1, 2, 3$.

Из-за фильтрации вычислительная сложность (36) алгоритма восполнения несколько возрастёт. Так, на каждой итерации на шаге 1 потребуется дополнительно $N_{UE}R_1L$ опера-

ций, на шаге 3 $N_{sc}R_2L$ операций, а на шаге 5 $N_{BS}R_3L$ операций. Для вычисления фильтра мы используем встроенную функцию *firceqrip* пакета MatLab с порядком фильтра $L = 50$. Такой выбор фильтров обусловлен прежде всего простотой использования и служит исключительно для качественной демонстрации эффектов. Разумеется, процедура фильтрации может выполняться фильтрами меньшего порядка без существенного изменения характеристик алгоритма восполнения.

Таким образом, с учётом фильтрации выражение (36) для общей вычислительной сложности алгоритма восполнения принимает вид

$$\begin{aligned} T_{tuck} = & N_{iter}(6N_{UE}R_1^2 + 20R_1^3 + N_{UE}R_1L + \\ & N_{BS}N_{sc}R_1(2N_{UE} - 1) + 6N_{sc}R_2^2 + 20R_2^3 + N_{sc}R_2L + \\ & R_1N_{BS}R_2(2N_{sc} - 1) + 6N_{BS}R_3^2 + 20R_3^3 + N_{BS}R_3L + \\ & R_1R_2R_3(2N_{BS} - 1)). \end{aligned} \quad (39)$$

Как будет показано в разделе V, не для всех размерностей фильтрация целесообразна, поэтому выч. сложность может быть меньше.

IV Предлагаемые псевдослучайные маски пилотов на основе перестановочных полиномов

Цель данной работы – предоставление аналитического решения проблемы разделения измерительных сигналов нескольких антенн в смысле постановки задачи (25) – (27), при условии, что набор индексов Ψ_i для каждой антенны передатчика имеет низкую взаимную неортогональность в смысле (10).

Как было сказано в разделе II.C, существующие решения, основанные на разностных множествах, имеют ряд недостатков. При выборе в качестве Ψ_i ЦРМ с циклическим сдвигом для каждой антенны передатчика и удалением пересекающихся индексов [7] один из недостатков связан с существенно ограниченным количеством пар (N_{sc}, N_p) , для которых существуют ЦРМ или близкие к ЦРМ конструкции [41]. Кроме того, такое решение предполагает работу простого оптимизационного алгоритма. Применение этой схемы требует либо работы алгоритма в реальном времени, что что может быть критично для приложений со сверхнизкой задержкой, либо потребует предвычисления всех вариантов расположения измерительных сигналов и их хранения, что существенно увеличивает расходы памяти.

Одним из альтернативных способов задания псевдослучайной маски пилотов является использование полиномов, таких как перемежатель на квадратичном полиноме для помехоустойчивого кодирования стандарта 4G LTE [42]. Множество индексов пилотов может задаваться как

$$\Psi_i = (a_p i^p + a_{p-1} i^{p-1} + \dots + a_1 i + a_0) \bmod N_{sc} \quad (40)$$

Подобный способ в контексте одноантенных систем был рассмотрен в работе [43]. Для зондирующих матриц вида (17) получены оценки на константу ограниченной изометрии (13) и показано, что такие матрицы обладают асимптотически хорошей взаимной неортогональностью.

Это исследование было продолжено в работе [44], где индексы наподобие (40) были использованы для оценки OFDM канала. Было показано, что такое расположение пилотных сигналов в совокупности с методами сжатых измерений поз-

воляет использовать существенно меньше пилотных поднесущих, чем в случае периодического их расположения.

Несмотря на то, что исследования [43] и [44] предлагают полностью детерминированный и простой метод создания псевдослучайной маски пилотов, в этих работах не накладывается никаких ограничений на коэффициенты полинома (40). В этих работах отдельно подчёркивается, что отображение, задаваемое полиномом, не биективно. Иными словами, среди индексов в Ψ_i могут быть повторяющиеся, причём при использовании метода из [44] повторение индексов будет означать увеличение мощности на выделенной поднесущей. Более того, в работах [43] и [44] отсутствует анализ влияния коэффициентов полинома на взаимную неортогональность зондирующей матрицы.

Отсутствие биективности отображения, задаваемого полиномом, является ключевым препятствием для применения масок вида (40) в многоантенных системах. Кроме того, как будет показано в следующих разделах, выбор коэффициентов полинома (40) зависит от параметров системы и существенно влияет на взаимную ортогональность зондирующей матрицы.

A. Предлагаемый метод мультиплексирования сигналов на базе перестановочных полиномов

Простые правила на коэффициенты полинома (40), гарантирующие биективность, хорошо известны [45]. Выбор коэффициентов зависит от разложения длины блока (в случае OFDM систем – количества поднесущих) N_{sc} на простые множители:

$$N_{sc} = p_1^{n_{p_1}} p_2^{n_{p_2}} \cdot \dots \cdot p_T^{n_{p_T}}, \quad (41)$$

где T – количество уникальных простых множителей в разложении. Для биективности квадратичного полинома $\pi(i) = (a_2 i^2 + a_1 i) \bmod N_{sc}$ необходимо и достаточно [45], чтобы

$$a_1 \neq 0 \bmod p_t \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (42)$$

$$a_2 = 0 \bmod p_t \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (43)$$

При выполнении условий (42) – (43) мультиплексировать сигналы от нескольких антенн передатчика становится значительно проще. Мы предлагаем решать задачу мультиплексирования (m)-(t), задавая для каждой антенны передатчика простые непересекающиеся маски до перемежения. К каждой из этих масок мы предлагаем применять один и тот же перестановочный полином (например, квадратичный) для получения итогового набора непересекающихся масок $\{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_{N_{TX}}\}$, как показано на рисунке 6.

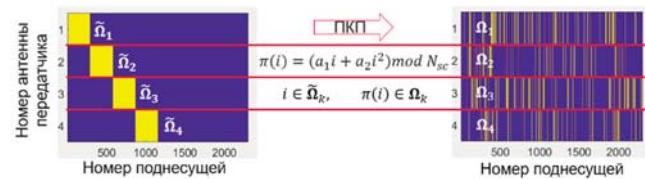


Рис. 6. Получение непересекающихся масок пилотов для нескольких антенн с помощью Перестановки Квадратичным Полиномом (ПКП)

Свойство биективности при этом гарантирует, что если наборы индексов $\{\tilde{\Psi}_1, \tilde{\Psi}_2, \dots, \tilde{\Psi}_{N_{TX}}\}$ и соответствующие им маски пилотов $\{\tilde{\Omega}_1, \tilde{\Omega}_2, \dots, \tilde{\Omega}_{N_{TX}}\}$ до перестановки попарно не

пересекаются, то и после перестановки итоговые наборы индексов $\{\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{N_{TX}}\}$ и соответствующие им маски $\{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_{N_{TX}}\}$ не будут пересекаться. Отсутствие пересечений позволяет передавать измерительные сигналы, положение которых определяется масками $\{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_{N_{TX}}\}$, одновременно со всех N_{TX} антенн без интерференции между измерительными сигналами.

Отдельный интерес представляет анализ влияния коэффициентов полинома (40) на взаимную неортогональность (10) маски измерительного сигнала каждой антенны передатчика. Подобный анализ проще проводить, анализируя выражение (1) для эквивалентной импульсной характеристики измерительной системы.

В случае квадратичного перестановочного полинома выражение (1) принимает вид

$$\Omega_\tau(k) = \sum_{n=0}^{N_p-1} e^{2\pi j \frac{(a_2 n^2 + a_1 n) k}{N_{sc}}} \quad (44)$$

Согласно условию (43) на биективность отображения, задаваемого полиномом, $a_2 = p_1^{m_{p_1}} p_2^{m_{p_2}} \cdots p_T^{m_{p_T}}$, причём $n_{p_i} \neq 0 \forall i = 1, \dots, T$. С учётом (41) можно сократить N_{sc}/a_2 и получим целое число

$$N = \frac{N_{sc}}{a_2} = p_1^{n_{p_1}-m_{p_1}} \cdot p_2^{n_{p_2}-m_{p_2}} \cdots p_T^{n_{p_T}-m_{p_T}}.$$

Из уравнения (44) получаем

$$\Omega_\tau(k) = \sum_{n=0}^{N_p-1} e^{2\pi j \frac{k}{N} \left(n^2 + \frac{a_1}{a_2} n \right)}. \quad (45)$$

Выделяя далее полный квадрат в показателе экспоненты, для модуля $|\Omega_\tau|$ получаем

$$|\Omega_\tau(k)| = \left| \sum_{n=0}^{N_p-1} e^{2\pi j \frac{k}{N} \left(n + \frac{a_1}{2a_2} \right)^2} \right|. \quad (46)$$

Суммы вида (44) известны в теории чисел как неполные обобщённые суммы Гаусса. Далее имеет смысл рассмотреть два случая.

1. В первом случае получим оценку (46) для индексов, делящихся на N , т.е. для $k: N \bmod k = 0$.

Тогда индекс k можно представить в виде $k = p_1^{k_{p_1}} \cdot p_2^{k_{p_2}} \cdots p_T^{k_{p_T}}$, где присутствует по крайней мере одно простое число, т.е. $\exists t: k_{p_t} > 0$.

В таком случае в выражении (46) k сокращается:

$$|\Omega_\tau(k)| = \left| \sum_{n=0}^{N_p-1} e^{2\pi j \frac{1}{N_k} \left(n + \frac{a_1}{2a_2} \right)^2} \right|,$$

где $N_k = N/k$. Оценка сумм такого вида была доказана в работе [46] и имеет вид

$$\left| \sum_{n=0}^{N_p-1} e^{2\pi j \frac{1}{N_k} \left(n + \frac{a_1}{2a_2} \right)^2} \right| \leq K \cdot a_2 \sqrt{N_k}, \quad (47)$$

где K – некоторая постоянная, имеющая явный вид. Подставляя выражение a_2 и N_k через простые множители, получаем

$$a_2 \sqrt{N_k} = \sqrt{a_2 N_k} = \sqrt{p_1^{n_{p_1}+m_{p_1}-k_{p_1}} \cdots p_T^{n_{p_T}+m_{p_T}-k_{p_T}}}$$

Окончательно получаем оценку

$$|\Omega_\tau(k)| \leq \sqrt{p_1^{n_{p_1}+m_{p_1}-k_{p_1}} \cdots p_T^{n_{p_T}+m_{p_T}-k_{p_T}}}. \quad (48)$$

Из (48) становится понятно, что для уменьшения $|\Omega_\tau(k)|$ необходимо выбирать $m_{p_1} = m_{p_2} = \cdots = m_{p_T} = 1$, то есть коэффициент перестановочного полинома при квадратичном члене должен состоять из простых чисел факторизации N_{sc} (41) в первой степени:

$$a_2^{opt} = p_1 \cdot p_2 \cdot \cdots \cdot p_T \quad (49)$$

Такой выбор коэффициента позволит добиться лучших свойств в смысле взаимной неортогональности и в то же время сохранить свойство биективности полиномиального отображения.

2. Рассмотрим второй случай, пусть $N \bmod k \neq 0$ в выражении (45).

Покажем, что и в этом случае выбор коэффициента, согласно условию (49), даёт близкий к оптимальному вид модуля $\Omega_\tau(k)$. Предположим, что коэффициент при квадратичном члене выбран как

$$a_2 = a_2^{opt} \cdot \tilde{a}_2,$$

где $\tilde{a}_2 = a_2 = p_1^{m_{p_1}-1} p_2^{m_{p_2}-1} \cdots p_T^{m_{p_T}-1} > 1$, т.е. $\exists t: m_{p_t} > 1$. Для этого случая в выражении (45) сократим с N_{sc} только a_2^{opt} , в знаменателе оставим $M = N_{sc}/a_2^{opt}$.

Получим

$$\Omega_\tau(k) = \sum_{n=0}^{N_p-1} e^{2\pi j \frac{k \tilde{a}_2}{M} \left(n^2 + \frac{a_1}{a_2^{opt}} n \right)} \quad (50)$$

Сумма (50), вообще говоря, в зависимости от отношения числа пилотов N_p к количеству поднесущих N_{sc} может уже не быть неполной. Рассмотрим теперь три случая.

2.1 Случай $N_p < M$

В этом случае сумма (50) остаётся неполной. Тогда справедлива оценка для сумм вида

$$S_N(x, \theta) = \sum_{n=1}^N e^{\pi j (n^2 x + n \theta)}, \quad (51)$$

где x и θ – действительные числа, изучавшиеся в работах [47]. В частности, показано, что для рациональных $x = a/q$ для сумм вида (51) справедлива оценка

$$\left| S_N \left(\frac{a}{q}, \theta \right) \right| \leq \kappa \sqrt{q},$$

где константа κ может быть вычислена в явном виде. В контексте нашей задачи это означает, что

$$|\Omega_\tau(k)| \leq \kappa \sqrt{\frac{M}{\text{НОД}(M, \tilde{a}_2)}} \quad (52)$$

где $\text{НОД}(M, \tilde{a}_2)$ – наибольший общий делитель. Из этой оценки следует, что если $\frac{N_{sc}}{a_2} < N_p$, то коэффициент a_2 может содержать простые множители разложения N_{sc} в степени выше первой. Более того, такой выбор уменьшает нижнюю границу.

2.2 Случай $N_p = M$

В этом случае сумма (50) является полной обобщённой гауссовой суммой и её значение может быть вычислено в явном виде [48]. Так как $a_1 \bmod(N_{sc}) \neq 0$ и $a_2 \bmod(N_{sc}) = 0$, гауссова сумма равна нулю.

2.3 Случай $N_p > M$

В этом случае максимальное значение индекса суммирования превышает знаменатель в показателе экспоненты и сумму (50) можно разделить на полную сумму гаусса и неполную. Обозначим $\tilde{M} = N_p/M$, $M_{res} = N_p \bmod M$. Тогда

$$\Omega_\tau(k) = \sum_{n=0}^{\tilde{M}-1} e^{2\pi j \frac{k\tilde{a}_2}{M} \left(n^2 + \frac{a_1}{a_2^{opt}} n \right)} + \sum_{n=0}^{M_{res}-1} e^{2\pi j \frac{k\tilde{a}_2}{M} \left(n^2 + \frac{a_1}{a_2^{opt}} n \right)} = \Omega_\tau^{full}(k) + \Omega_\tau^{res}(k).$$

К полной сумме гаусса $\Omega_\tau^{full}(k)$ применимы рассуждения из п. 2.2 и она в данном случае равна нулю. К сумме $\Omega_\tau^{res}(k)$ применимы рассуждения из п. 2.1. и она ограничена сверху как в (52). Аналогичные рассуждения при максимальном индексе суммирования, превосходящем знаменатель суммы, применимы к подслучаю 2.1 при больших a_2 и случаю 1, когда индекс k сокращается со знаменателем.

Таким образом, для элементов $\Omega_\tau(k)$ при $N \bmod k \neq 0$ (k делящем N_{sc}) выгодно (52) выбирать как можно большие значения a_2 , удовлетворяющего условию (42). Однако выбор больших значений a_2 приводит к появлению сильных второстепенных максимумов $\Omega_\tau(k)$ при $N \bmod k = 0$, как следует из оценки (47). Компромиссом в этом случае выступает выбор a_2 согласно (49), что позволяет не допустить появления больших значений при $N \bmod k = 0$ и в то же время даёт приемлемый результат при $N \bmod k \neq 0$. Отметим, что выбор коэффициента a_1 не влияет на оценки верхнего уровня $\Omega_\tau(k)$ при соблюдении условия (42).

Как показывает рисунок 7а, при выборе коэффициентов перестановочного полинома, согласно условию (49), уровень взаимной неортогональности в среднем близок к границе Велша (18). В то же время, как следует из рисунка 7б, изменение коэффициента a_1 в рамках условия (42) не влияет на максимальный уровень $|\Omega_\tau(k)|, k \neq 0$.

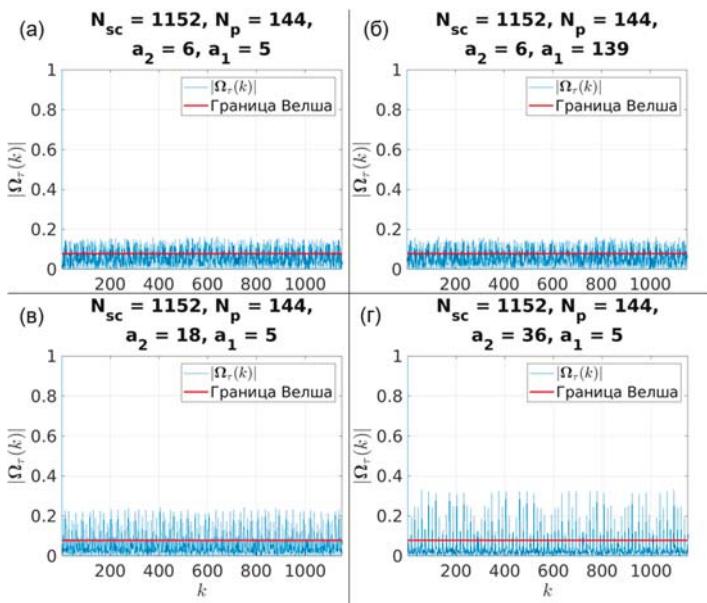


Рис. 7. Влияние коэффициентов перестановочного полинома на максимальное значение $\Omega_\tau(k)$ для $k \neq 0$. Значения $\Omega_\tau(k)$ нормированы, чтобы $\Omega_\tau(0) = 1$

В то же время, увеличение коэффициента a_2 при соблюдении условий биективности (42) приводит к значительному увеличению уровня $|\Omega_\tau(k)|, k \neq 0$, что иллюстрирует рисунок 7в,г. Подобное поведение полностью согласуется с правилом (49) и приведёнными выше рассуждениями.

Константы в оценках (47) и (52), вообще говоря, могут зависеть от параметра a в рациональном приближении $x = a/q$. Более строгая верхняя граница может быть получена аналогично работе [46] и в данном контексте будет, скорее всего, избыточной.

B. Предлагаемые многомерные маски с помощью одномерной перестановки квадратичным полиномом

Маски из предыдущего раздела можно использовать для одновременной передачи несколькими антеннами, как показано на рисунке 6. Далее для каждой пары антенн передатчика и приёмника возможно восстановить канальную характеристику с помощью, например, алгоритма ОМР. Такой способ мультиплексирования измерительных сигналов мы будем называть «1D-QPP», так как он подразумевает перестановку только вдоль одной размерности (поднесущих).

Как уже было сказано, основной недостаток такого подхода заключается в том, что он не учитывает возможные связи и корреляцию между канальными характеристиками, соответствующими соседним антеннам. Этих недостатков можно избежать, используя тензорную обработку сигнала, например, описанную в разделе III. В этом случае вполне естественно, что потребуются условия наподобие взаимной неортогональности не только для размерности поднесущих, как в случае 1D-QPP, но и для остальных размерностей. Так как измерительные сигналы принимаются всеми антеннами приёмника, в случае тензорных алгоритмов маска измерений определяется матрицей $\Omega \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{sc}}$. По этой причине здесь и далее мы ограничимся двумерными масками, однако аналогичные рассуждения легко обобщаются на случай произвольной размерности.

Вполне естественным способом обобщить маски типа «1D-QPP» на двумерный случай является введение второго перемежителя по размерности антенн передатчика N_{TX} . Ко второму перемежителю будут применимы все те же правила на выбор коэффициентов полинома, (43), (49), только длина «блока» перестановки вместо N_{sc} станет N_{TX} . Можно сказать, что в таком случае будет применяться перестановка двумерным полиномом.

$$\pi(\{i, k\}) = \{\pi_{TX}(i), \pi_{sc}(k)\} == \{(a_1^{TX} i + a_2^{TX} i^2) \bmod N_{TX}, (a_1^{sc} k + a_2^{sc} k^2) \bmod N_{sc}\}$$

Такой способ создания масок Ω мы будем называть «2D-QPP». Результат работы такого перемежителя представлен на рисунке 8. Аналогично количеству пилотов N_p для измерительного сигнала каждой антенны для перестановки вдоль поднесущих, вводится количество пилотов на всех антенных для одной поднесущей N_{TP} для перестановки вдоль антенн передатчика. Как показано на рисунке 8, начальная маска до перестановки представляет собой набор блоков размера $N_{TP} \times N_p$, где $N_p = \frac{N_{sc}}{8} = \frac{1024}{8} = 125$, $N_{TP} = \frac{N_{TX}}{8} = \frac{32}{8} = 4$. Параметр $N_{TP} = 4$ при этом определяет количество символов, необходимых для передачи измерительных сигналов с такой маской. Иными словами, за каждый символ передаются непересекающиеся сигналы 8 антенн.

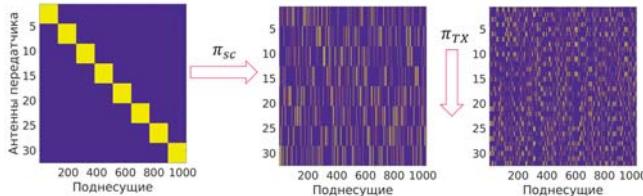


Рис. 8. Получение маски 2D-QPP с помощью последовательных перестановок вдоль размерности поднесущих и вдоль размерности антенн передатчика

Ещё один способ задания многомерной маски пилотов основан на применении операции векторизации (превращения матрицы в вектор) и девекторизации (превращения вектора в матрицу). Идея этого способа заключается в следующем: вместо задания двумерной псевдослучайной маски для матрицы $\Omega \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{SC}}$ будем задавать одномерную маску для вектора $\omega = vec(\Omega) \in \mathbb{C}^{N_{TX}N_{SC} \times 1}$. Долю числа пилотных сигналов при этом нужно сохранить такой же, как и в случае 1D-QPP. Т.е. если в 1D-QPP для каждой антенны передатчика использовалось N_p из N_{SC} поднесущих, то для нашей векторизованной маски мы должны использовать N_pN_{SC} из $N_{TX}N_{SC}$ элементов.

В качестве маски $\tilde{\omega}_{vec}$ до перестановки можно выбрать массив из подряд идущих $N_p = \frac{N_{SC}N_{TX}}{P}$ единиц, как показывает рисунок 9 (P в данном случае – доля известных элементов).

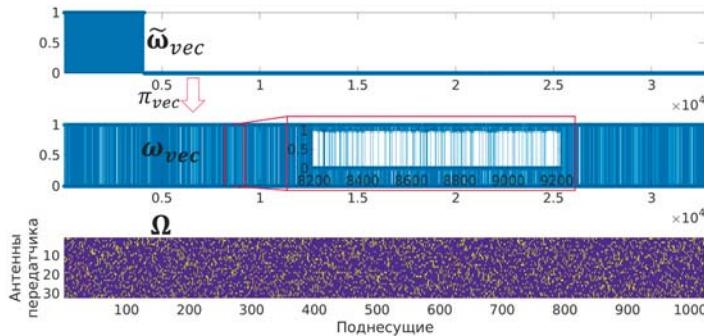


Рис. 9. Получение маски «QPP-reshape» путём девекторизации одномерной перестановки

Перестановку предлагается осуществлять при помощи квадратичного перемежителя по блоку длиной $N_{SC}N_{TX}$:

$$\pi_{vec}(k) = (a_1^{vec}k + a_2^{vec}k^2) \bmod N_{SC}N_{TX}, \quad (53)$$

где $k = 0, 1, \dots, N_p$. Обозначим вектор после перестановки как ω_{vec} . Далее из вектора ω_{vec} длины $N_{SC}N_{TX}$ можно сформировать матрицу Ω размера $N_{TX} \times N_{SC}$, располагая в столбцах Ω непересекающиеся блоки длины N_{SC} из вектора π_{vec} . Такой способ задания маски Ω мы будем называть «QPP-reshape».

Важным является вопрос практической реализации измерений с использованием масок «QPP-reshape». Отличительной особенностью масок «1D-QPP» и «2D-QPP» является контроль за количеством пересечений между измерительными сигналами нескольких антенн. Если число пилотных поднесущих, занимаемых одной антенной, равно N_{SC}/P , то такие маски позволяют за один символ мультиплексировать измерительные сигналы от P антенн передатчика без пересечений в частотной области. Это позволяет провести измерения за N_{TX}/P символов. Сохраняется ли это свойство для маски «QPP-reshape»?

Для ответа на этот вопрос предположим, что вектор ω_{vec} преобразуется в двумерную маску $\Omega \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{SC}}$ следующим образом: первой строкой Ω становится первые N_{SC} элементов ω_{vec} , второй строкой Ω становятся вторые N_{SC} элементов ω_{vec} и т.д. В этом случае индекс k вектора ω_{vec} и индексы строк r и столбцов c матрицы Ω связаны как

$$k = s + tN_{SC}.$$

Подставляя это соотношение в выражение (53), получаем

$$= (a_1^{vec}(s + tN_{SC}) + a_2^{vec}(s + tN_{SC})^2) \bmod N_{SC}N_{TX}. \quad (54)$$

После простых преобразований (54) принимает вид

$$\pi_{vec}(k) = \Omega(t, s) = [s(a_1^{vec} + a_2^{vec}s) + tN_{SC}(a_1^{vec} + 2a_2^{vec}s + tN_{SC}a_2^{vec})] \bmod N_{SC}N_{TX}. \quad (55)$$

Заметим, что в выражении (55) строчный индекс t матрицы $\Omega(t, s)$ входит с коэффициентом N_{SC} . Это означает, что если в векторе $\tilde{\omega}_{vec}$ элемент находился по индексу $k: k \bmod N_{SC} = s$, то после перестановки этот элемент будет соответствовать элементу в векторе ω_{vec} с индексом $\pi_{vec}(k) \bmod N_{SC} = (sa_1^{vec} + s^2a_2^{vec}) \bmod N_{SC}$. Так как полином $sa_1^{vec} + s^2a_2^{vec}$ также является перестановочным по модулю N_{SC} , это означает, что если до перестановки элементы в разных блоках размера N_{SC} имели одинаковый индекс s , то и после перестановки эти элементы будут иметь одинаковый индекс $sa_1^{vec} + s^2a_2^{vec}$ внутри блоков размера N_{SC} . При выполнении условия

$$N_p \bmod N_{SC} = 0 \quad (56)$$

в начальном векторе $\tilde{\omega}_{vec}$ при произвольном s ровно $\frac{N_p}{N_{SC}} = \frac{N_{SC}N_{TX}}{N_{SC}P} = \frac{N_{TX}}{P}$ ненулевых элементов. Значит, после перестановки в векторе ω_{vec} будет также $\frac{N_{TX}}{P}$ ненулевых элементов. В силу построения матрицы Ω это означает, что на каждой поднесущей будут измерительные сигналы только от $\frac{N_{TX}}{P}$ антенн, как показано на рисунке 10.

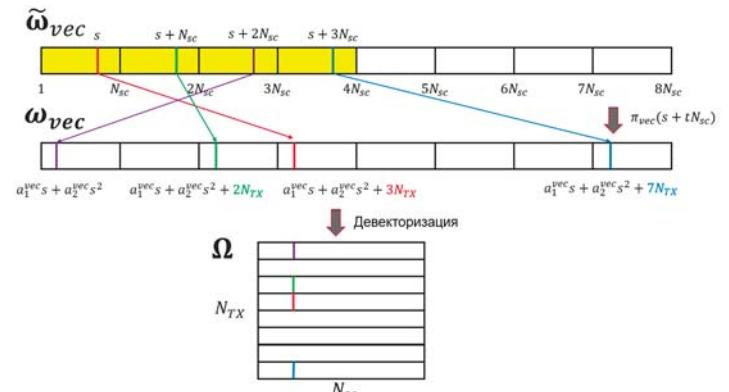


Рис. 10. К доказательству о постоянном числе общих поднесущих у масок типа «QPP-reshape»

Иными словами, при выполнении условия (56), маска «QPP-reshape» с точки зрения практической реализации требует такого же количества символов, как и маски «1D-QPP» и «2D-QPP». Отметим, что при этом количество пилотных поднесущих в случае «QPP-reshape» может, вообще говоря, несколько изменяться от антенн к антеннам.

Примечательно, что в силу метода построения маски типа «QPP-reshape» позволяют применить алгоритмы сжатых измерений (например, OMP) для нахождения сразу всей матрицы $\mathbf{H} = \mathcal{H}(:, :, i_{RX}) \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{sc}}$ для сигнала, принятого на i_{RX} антенну приёмника. В самом деле, предположим, что оценка элементов матрицы \mathbf{H} по индексам, задаваемым Ω уже произведена. После векторизации матрицы вектор \mathbf{h}_f^p из $s = \frac{N_{sc}N_{TX}}{p}$ измеренных элементов \mathbf{H} можно представить по аналогии с одномерным случаем в виде

$$\mathbf{h}_f^p = \mathbf{P} \text{vec}(\mathbf{H}), \quad (57)$$

где \mathbf{P} – матрица выбора строк, оставляющая в $\text{vec}(\mathbf{H})$ элементы, соответствующие ненулевым элементам $\text{vec}(\Omega)$. $\text{vec}(\mathbf{H}) \in \mathbb{C}^{N_{TX}N_{sc} \times 1}$ можно представить через разреженный ДПФ-прообраз $\mathbf{h}_{\tau,\varphi}$ как $\text{vec}(\mathbf{H}) = \mathbf{F}\mathbf{h}_{\tau,\varphi}$, где $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N_{TX}N_{sc} \times N_{TX}N_{sc}}$ – матрица ДПФ, а $\mathbf{h}_{\tau,\varphi}$ имеет блочную структуру и соответствует совмещённому спектру задержек и углов со стороны передатчика. Выражение (57) приобретает вид

$$\mathbf{h}_f^p = \mathbf{P}\mathbf{F}\mathbf{h}_{\tau,\varphi}.$$

Таким образом, с помощью операции векторизации многомерная задача восполнения матрицы или тензора может быть сведена к одномерной задаче сжатых измерений. Как и в одномерном случае, выбор перестановки квадратичным полиномом согласно условиям (42), (43) и (49) обеспечивает взаимную неортогональность μ зондирующей матрицы $\mathbf{P}\mathbf{F}$ близкую к оптимальной (к границе Велша). Более того, так как столбцы матрицы $\mathbf{P}\mathbf{F}$ имеют единичную L_2 -норму, то, согласно неравенству (14), константа ограниченной изометрии δ_m для m -разреженных векторов $\mathbf{h}_{\tau,\varphi}$ в неравенстве

$$(1 - \delta_m) \|\mathbf{h}_{\tau,\varphi}\|_F^2 \leq \|\mathbf{P}\mathbf{F}\mathbf{h}_{\tau,\varphi}\|_F^2 \leq (1 + \delta_m) \|\mathbf{h}_{\tau,\varphi}\|_F^2 \quad (58)$$

ограничена сверху взаимной неортогональностью μ и, следовательно, близка к наименьшему значению.

Решение многомерной задачи с помощью векторизации, однако, сопряжено с большими затратами по памяти и высокой вычислительной сложностью в силу большого размера зондирующей матрицы в такой постановке. Гораздо эффективнее многомерные задачи можно решать тензорными методами. Стоит отметить, что к анализу масок измерений для тензоров применим другой, более общий подход, связанный с обобщением условия ограниченной изометрии (13) на многомерный случай. Говорят, что оператор измерения $\mathcal{R}_\Omega: \mathbb{C}^{N_1 \times N_2 \times N_3} \rightarrow \mathbb{C}^{N_p}$ удовлетворяет на многообразии тензоров фиксированного ранга (например, рангов Таксера $\mathbf{R} = (R_1, R_2, R_3)$) условию ограниченной изометрии с константой δ_R , если неравенство

$$(1 - \delta_R) \|\mathcal{X}\|_F^2 \leq \|\mathcal{R}_\Omega \mathcal{X}\|_F^2 \leq (1 + \delta_R) \|\mathcal{X}\|_F^2, \quad (59)$$

выполняется для всех тензоров \mathcal{X} с рангами Таксера $\mathbf{R} = (R_1, R_2, R_3)$. В задаче восполнения тензора (или матрицы) уменьшение константы ограниченной изометрии позволяет понизить требуемое для восполнений число измерений и в целом приводит к улучшению качества восполнения [49, 50].

Заметим, что в нашем простом случае действие оператора измерений сводится к удалению всех элементов тензора \mathcal{X} , кроме элементов, соответствующих единицам в многомерной

маске Ω . Так как значение нормы Фробениуса не зависит от способа группировки элементов, то в выражении (59) вместо тензора \mathcal{X} можно рассматривать его векторизацию и это не повлияет на значение константы ограниченной изометрии δ_R . Далее заметим, что действие оператора измерений на векторизацию полного тензора аналогично (17) сводится к домножению последнего на матрицу выбора строк $P_\Omega \in \mathbb{C}^{N_p \times N_1 N_2 N_3}$. Вводя обозначение $\mathbf{x} = \text{vec}(\mathcal{X}) \in \mathbb{C}^{N_1 N_2 N_3 \times 1}$, получаем условие (59) в виде

$$(1 - \delta_R) \|\mathbf{x}\|_F^2 \leq \|P_\Omega \mathbf{x}\|_F^2 \leq (1 + \delta_R) \|\mathbf{x}\|_F^2. \quad (60)$$

Заметим далее, что нормированная матрица ДПФ $\mathbf{F}: \mathbf{F}^H \mathbf{F} = \mathbf{I}$ унитарна, следовательно, она не может изменить норму вектора. Поэтому условие (60) эквивалентно

$$(1 - \delta_R) \|\widehat{\mathbf{x}}\|_F^2 \leq \|P_\Omega \mathbf{x}\|_F^2 \leq (1 + \delta_R) \|\widehat{\mathbf{x}}\|_F^2, \quad (61)$$

где $\widehat{\mathbf{x}} = \mathbf{F}^H \mathbf{x}$. Наконец, используя в (61) равенство $\mathbf{x} = \mathbf{F}\widehat{\mathbf{x}}$, получаем

$$(1 - \delta_R) \|\widehat{\mathbf{x}}\|_F^2 \leq \|P_\Omega \mathbf{F}\widehat{\mathbf{x}}\|_F^2 \leq (1 + \delta_R) \|\widehat{\mathbf{x}}\|_F^2. \quad (62)$$

Сравнивая выражения (58) и (62), нетрудно заметить их сходство. При этом вектора $\mathbf{h}_{\tau,\varphi}$ в (58) и $\widehat{\mathbf{x}}$ в контексте нашей задачи имеют одинаковый физический смысл и представляют собой одни и те же параметры. Различие заключается в том, что в случае (58) неравенство должно выполняться для всех m -разреженных векторов, а в случае (62) неравенство должно выполняться для всех ДПФ-прообразов векторизованных тензоров с рангами Таксера $\mathbf{R} = (R_1, R_2, R_3)$. Окончательную связь можно установить, если допустить в задаче восполнения тензора некоторую дополнительную информацию, в иностранной литературе именуемую side information. Более подробно, решая задачу восполнения, мы будем рассматривать не просто тензоры с фиксированными рангами Таксера, но дополнительно наложим на них ограничение на разреженность векторизованного представления.

Теоретический анализ влияния такого условия на гарантии сходимости алгоритмов восполнения мы оставим за рамками данной работы. Скажем лишь только, что такое допущение позволяет нам установить связь между константой ограниченной изометрии δ_m в смысле разреженных измерений (58) и похожей константой δ_R в смысле тензоров малого ранга Таксера. Перестановки квадратичным полиномом дают близкую к оптимальной взаимную неортогональность и следовательно, «хорошую» константу δ_m , причём это не зависит от рангов тензора. По этой причине для рассматриваемого множества тензоров мы также получаем «хорошую» константу δ_R и можем надеяться на успешность применения маски «QPP-reshape» для восполнения тензоров.

V Результаты численных экспериментов

Для получения тензоров MIMO OFDM канала мы используем платформу моделирования QuaDRiGa [51], согласующуюся с требованиями стандарта 3GPP. В качестве сценария был выбран 3GPP 38.901 UMa NLoS (макро-сотова, отсутствие прямой видимости) как наименее благоприятный для применения методов разреженных измерений и восполнения тензоров (отсутствие прямой видимости существенно увеличивает количество компонент задержки и ранги тензора). Центр ба-

зовой станции с $N_{BS} = 16 \times 16 = 256$ антеннами имеет координаты $(0, 0, 25)$. 50 пользователей с $N_{UE} = 4 \times 8$ антеннами равномерно случайно расположены в прямоугольнике с координатами $(150; 50), (200; 50), (200; -50), (150; -50)$ на высоте 1,5 м. Рассматривается случай оценки восходящего канала, где пользователь является передатчиком, а базовая станция -- приёмником. Для каждого пользователя алгоритмы оценки канала выполняются отдельно, результаты усредняются по всем 50 пользователям. На графиках приводятся средние значения исследуемых величин, а также отмечается среднее квадратическое отклонение.

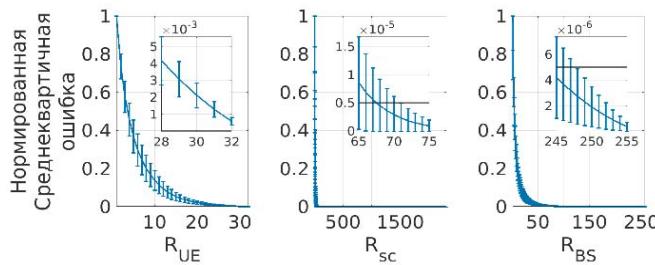


Рис. 11. Ошибка аппроксимации развёртки каждой размерности в зависимости от ранга аппроксимации

В соответствии с характеристиками прототипов, которые были представлены компанией Qualcomm на всемирном конгрессе мобильной связи в 2024 году, частота несущей $f_c = 12$ ГГц, расстояние между поднесущими $\Delta f = 90$ кГц, используется $N_{sc} = 2304$ поднесущих (192 ресурсных блока по 12 поднесущих).

Здесь и далее предполагается, что для всех алгоритмов, исключая референсные маски $\Omega \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{sc}}$ содержит $N_p = N_{sc}N_{TX}/8$ единиц. Для маски «1D-QPP» коэффициенты перестановки по массиву длины $N_{sc} = 2304$ выбираются как $a_1 = 5, a_2 = 6$. Для маски «QPP-reshape» используются те же самые коэффициенты при перестановке по массиву длины $N_{sc}N_{TX} = 73728$. Алгоритм восполнения тензора инициализируется с помощью трёхмерного ДПФ с удалением 17/18 части наиболее слабых компонент.

А. Выбор рангов Таккера и их влияние на сходимость алгоритма восполнения

В рамках данного исследования предполагается, что ранги тензорного представления фиксированы и являются гиперпараметром задачи. Выбор рангов определяет ошибку аппроксимации исходного тензора моделью. Заметим, что ошибка восполнения не может превышать ошибку аппроксимации. Поэтому перед исследованием сходимости алгоритмов восполнения необходимо выбрать ранги таким образом, чтобы ошибка аппроксимации не превышала предельно допустимую ошибку восполнения. Разделив обе части уравнения (31) на норму полного тензора $\|\mathcal{H}\|_F^2 = \sum_{k=1}^d \|\Sigma_k\|_F^2$, получим выражение нормированной среднеквадратичной ошибки аппроксимации:

$$NMSE_{model} = \frac{\|\mathcal{H} - \tilde{\mathcal{H}}\|_F^2}{\|\mathcal{H}\|_F^2} \leq \frac{\sum_{k=1}^d \|\Sigma_k\|_F^2}{\|\mathcal{H}\|_F^2}. \quad (63)$$

В выражении (63) норму исходного тензора можно выразить через сумму квадратов развёрток этого тензора по каждой из размерностей:

$$\|\mathcal{H}\|_F^2 = \|\Sigma_1\|_F^2 = \|\Sigma_2\|_F^2 = \dots = \|\Sigma_D\|_F^2.$$

С учётом этого замечания, оценка (63) принимает вид

$$NMSE_{model} \leq \frac{\|\Sigma_1\|_F^2}{\|\Sigma_1\|_F^2} + \frac{\|\Sigma_2\|_F^2}{\|\Sigma_2\|_F^2} + \dots + \frac{\|\Sigma_D\|_F^2}{\|\Sigma_D\|_F^2}, \quad (64)$$

т.е. ошибка аппроксимации алгоритмом HOSVD не превосходит суммы ошибок аппроксимации всех развёрток. Из неравенства (64) становится понятно, что для выбора рангов необходимо изучить зависимость ошибки $\|\tilde{\Sigma}_k\|_F^2 / \|\Sigma_k\|_F^2 R_k$ -- ранговой аппроксимации k -той развёртки от величины ранга R_k . В случае исследуемого трёхмерного тензора неравенство (64) принимает вид

$$NMSE_{model} \leq NMSE_{UE} + NMSE_{BS} + NMSE_{sc},$$

где $NMSE_{UE}, NMSE_{BS}, NMSE_{sc}$ -- среднеквадратичные ошибки малорангового приближения развёрток исходного тензора по размерностям антенн пользовательского устройства, антенн базовой станции и по размерности поднесущих. Зависимость этих среднеквадратичных ошибок от ранга аппроксимации по каждой размерности представлена на рисунке 11.

Зададимся эмпирически максимальной нормированной ошибкой аппроксимации в $NMSE_{MAX} = 10^{-5}$. Тогда ошибка аппроксимации развёрток по каждой из $d = 3$ размерностей не должна превышать $NMSE_{MAX}/3$. Из рисунка 10 следует, что для этого достаточно выбрать ранги $R_{UE} = 32, R_{sc} = 72, R_{BS} = 248$. Заметим, что при таком выборе рангов степень сжатия, определяемая как отношения числа параметров тензорной модели к числу элементов всего тензора

$$CR = \frac{R_{UE}R_{BS}R_{sc} + N_{UE}R_{UE} + N_{BS}R_{BS} + N_{sc}R_{sc}}{N_{UE}N_{BS}N_{sc}}$$

составляет всего 4,24%.

Выбор рангов и соответствующая ошибка аппроксимации задают только нижнюю границу на точность восполнения тензора. Влияние выбора рангов на сходимость итерационного алгоритма (34)-(35) носит менее тривиальный характер, что демонстрирует рисунок 12.

Например, если ранги выбирать исходя из ошибки аппроксимации $NMSE_{MAX} = 0.1$, соответствующей рангам $R_{UE} = 20, R_{sc} = 26, R_{BS} = 38$ и $CR = 0.47\%$, то при вычислении малорангового приближения (34) будет теряться слишком много информации и алгоритм не будет сходиться к приемлемым значениям нормированной среднеквадратичной ошибки. На рисунке 12 этому случаю соответствует голубая кривая, после 100 итераций выходящая на уровень ошибки выше 0,5 и имеющая значительную дисперсию.

При увеличении рангов сходимость начинает улучшаться. Так, при рангах $R_{UE} = 32, R_{sc} = 49, R_{BS} = 157, CR = 2.12\%$ и ошибке аппроксимации $NMSE_{MAX} = 10^{-3}$ алгоритм в среднем сходится к ошибке 0,14, что уже приемлемо (оранжевая кривая на рисунке 12).

Дальнейшее увеличение рангов приводит к повышению точности алгоритма восполнения. В самом деле, жёлтая кривая на рисунке 12 соответствует рангам $R_{UE} = 32, R_{sc} = 72, R_{BS} = 248$ и ошибке аппроксимации $NMSE_{MAX} = 10^{-5}$. В этом случае увеличение числа параметров модели сильно улучшает сходимость: нормированная среднеквадратичная ошибка в среднем достигает 0,07, что в два раза ниже, чем в предыдущем случае.

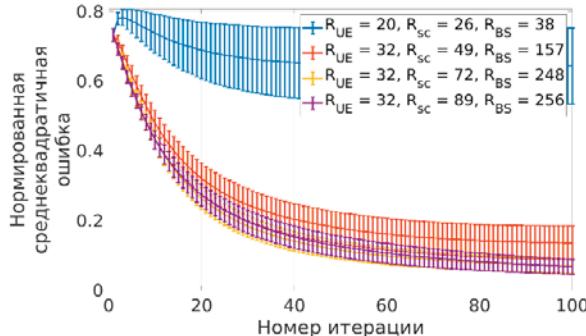


Рис. 12. Влияние рангов на сходимость итерационного алгоритма восполнения (34)-(35)

Чрезмерное увеличение рангов, однако, не даёт ощутимого улучшения сходимости, что демонстрирует фиолетовая кривая на рисунке 12. При рангах $R_{UE} = 32, R_{sc} = 89, R_{BS} = 256$ и ошибке аппроксимации $NMSE_{MAX} = 10^{-7}$ скорость сходимости незначительно снижается и по истечении 100 итераций алгоритм в среднем восстанавливает тензор с ошибкой 0.07, как и в предыдущем случае. Это поведение можно объяснить тем, что наибольшее сжатие в формате Таккера достигается именно по размерности поднесущих, что иллюстрирует рисунок 11. Выбор рангов по размерности антенн базовой станции R_{BS} в случае жёлтой ($R_{BS} = 248$) и фиолетовой ($R_{BS} = 256$) кривой не оказывает влияния на сходимость.

Выбранный для фиолетовой кривой ранг по поднесущим $R_{sc} = 89$ заведомо больше максимально возможного ранга развёртки по размерности поднесущих R_{sc}^{MAX} , как следует из рисунка 1. По этой причине оставшиеся $R_{sc} - R_{sc}^{MAX}$ векторов в сингулярном разложении соответствуют ядру линейного преобразования, ассоциированного с матрицей развёртки. Дальнейшее увеличение R_{sc} приведёт только к ухудшению сходимости. Таким образом, основное влияние на сходимость алгоритма в данном сценарии оказывает сокращённое сингулярное разложение по размерности поднесущих и сглаживание по всем размерностям.

Детальный анализ сходимости алгоритмов восполнения типа (34)-(35) является сложной теоретической задачей и выходит за рамки данной работы. Стоит также отметить, что при построении кривых на рисунке 12 использовалось случайное задание маски Ω . Как будет показано в следующем разделе, хорошей сходимости можно добиться и при некоторых детерминированных Ω .

B. Исследование сходимости алгоритма оценки канала в зависимости от паттерна измерений

После выбора рангов Таккера $R_{UE} = 32, R_{sc} = 72, R_{BS} = 248$ можно приступить к анализу влияния маски измерений Ω на сходимость алгоритма (34)-(35). Так как измерительные сигналы принимаются всеми антеннами приёмника (базовой станции), то достаточно задать двумерную маску $\Omega \in \mathbb{C}^{N_{UE} \times N_{sc}}$. Для сравнения использовался случайный выбор единиц в Ω из равномерного распределения, а также маски «1D-QPP», «2D-QPP» и «QPP-reshape» из раздела IV. Результаты сравнения представлены на рисунке 13.

Как следует из рисунка 13, с масками «1D-QPP» и «2D-QPP» алгоритм (34)-(35) сходится очень плохо, после примерно 40 итераций в среднем выходя на плато с ошибкой восполнения 0.59. Более того, после 40 итераций дисперсия ошибки увеличивается. Это означает, что для некоторых

пользователей алгоритм начинает расходиться. Тем не менее стоит отметить, что маска «2D-QPP» даёт несколько лучший результат, чем «1D-QPP».

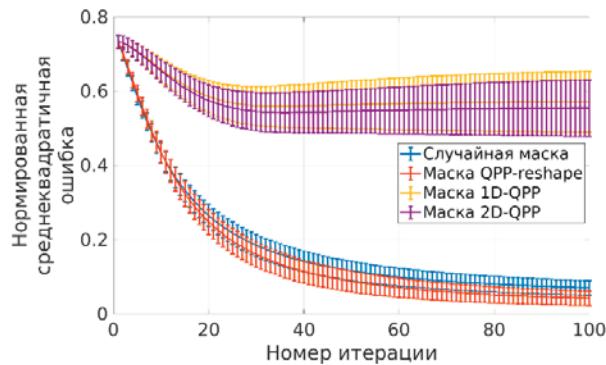


Рис. 13. Влияние паттерна измерений на сходимость алгоритма (34)-(35)

В то же время маска «QPP-reshape» даёт результат очень близкий к случайной маске, и также демонстрирует несколько лучшую скорость сходимости и меньшую ошибку восполнения (нормированная среднеквадратичная ошибка 0,04 у «QPP-reshape» против 0,07 у случайной маски). Тем не менее, это различие находится в рамках погрешности эксперимента и скорее всего связано с недостаточным числом пользователей.

Тем не менее, результаты, представленные на рисунке 13 показывают, что рассуждения о константе ограниченной изометрии δ_R в неравенстве (62) для масок «QPP-reshape» выполняются по крайней мере для тензоров из описанного сценария.

C. Сглаживание с учётом априорной информации и его влияние на сходимость

После того, как мы убедились в совместимости масок типа «QPP-reshape» и алгоритма (34)-(35), переходим к исследованию физического смысла операции сглаживания и его влияния на сходимость алгоритма (34)-(35). Как было сказано в разделе III.C, сглаживание из статьи [39] применительно к OFDM-MIMO тензорам проще рассматривать как процедуру фильтрации. Например, сглаживание вдоль размерности поднесущих означает фильтрацию спектра задержек, а сглаживание вдоль размерности антенн базовой станции означает сглаживание спектра углов со стороны базовой станции.

В рамках нашего исследования мы предполагаем, что базовая станция уже имеет накопленную статистику, например, о характерном разбросе задержек или о характерном разбросе углов. С учётом этой информации можно подобрать полосу W фильтра для улучшения сходимости алгоритма (34)-(35). Для выбора полосы изучим, прежде всего, нормированные импульсные характеристики и нормированные угловые характеристики всех 50 пользователей. Результаты представлены на рисунке 14.

Графики зависимости нормированной среднеквадратичной ошибки восполнения от номера итерации, соответствующие различным вариантам выбора фильтров из рисунка 14, представлены на рисунке 15. Кроме того, на рисунке 15 также представлена кривая, соответствующая фильтрации скользящим средним по $L = 5$ отсчётам по всем размерностям в том виде, в котором оно применялось в статье [39].

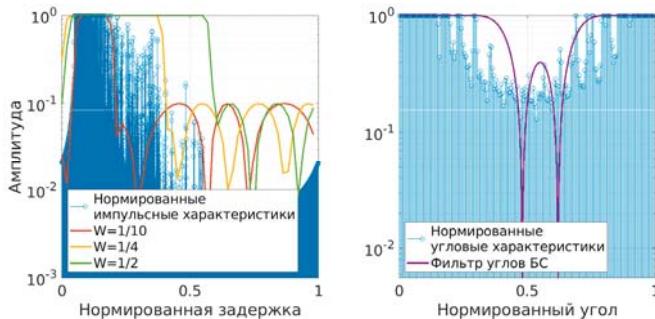


Рис. 14. Нормированные импульсные и угловые характеристики канала для всех 50 пользователей, совмещённые на одном графике

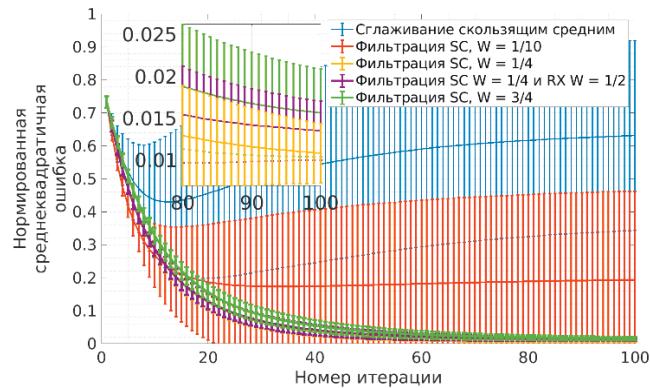


Рис. 15. Влияние полосы фильтра на сходимость алгоритма восполнения

Из рисунка 15 видно, что при фильтрации скользящим средним без изменения параметров фильтра алгоритм начинает расходиться примерно после 15 итераций. Самая низкая ошибка, которую можно достичь при такой фильтрации, составляет в среднем 0,43. Неудовлетворительные результаты даёт также и выбор фильтра задержек с слишком узкой полосой $W = 0.1$ (оранжевая кривая на рис. 15).

После приблизительно 20-й итерации алгоритм в среднем перестаёт сходиться, и дисперсия ошибки восполнения сильно возрастает. Такое поведение можно объяснить большим различием импульсных характеристик отдельных пользователей. Для определённых реализаций разброс задержек вполне может быть небольшим, и такой фильтр может значительно улучшить сходимость. Вместе с тем для других реализаций разброс задержек может быть крайне высоким, фильтрация настолько узким окном отбрасывает значительную часть информации о канале, что негативно сказывается на сходимости. Предположим, что лучших результатов можно добиться, если настраивать фильтр адаптивно под каждого пользователя.

При увеличении полосы фильтра задержек до $W = 0.25$ сходимость алгоритма значительно улучшается (жёлтая кривая на рисунке 15, практически совпадает с фиолетовой) и средняя ошибка восполнения после 100 итераций достигает 0,010. Добавление дополнительной фильтрации углов со стороны базовой станции с полосой $W = 0.5$ не улучшает, а наоборот немного ухудшает сходимость: средняя ошибка восполнения после 100 итераций в этом случае составляет 0,013. По этой причине в дальнейших экспериментах мы будем применять только фильтрацию задержек.

При дальнейшем увеличении полосы фильтра задержек до $W = 0.75$ сходимость ухудшается, как следует из рисунка. Нормированная среднеквадратичная ошибка восполнения в этом случае составляет 0,015. Причина такого поведения заключается в том, что при настолько большой полосе фильтр практически не вносит изменений в работу алгоритма, так как в полосе подавления оказывается только малое число относительно слабых компонент задержки. По этой причине здесь и далее мы используем фильтрацию только по размерности поднесущих с полосой $W = 0.25$.

Исследуем далее, как влияет выбранный метод сглаживания (фильтрации) на сходимость алгоритма при различном выборе масок Ω . При этом не будем исследовать все маски из раздела IV, а ограничимся только масками «1D-QPP» и «QPP-reshape», так как «1D-QPP» и «2D-QPP» дают практически одинаково плохой результат без сглаживания, а результаты «QPP-reshape» и случайной маски почти не отличаются. Результаты моделирования представлены на рисунке 16.

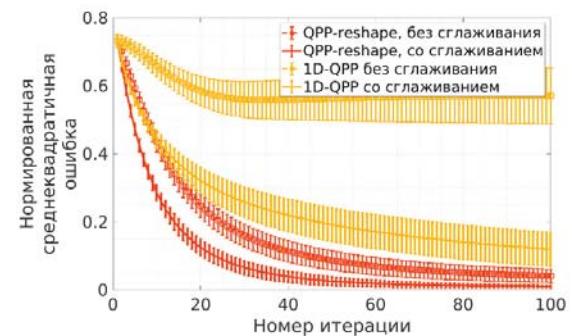


Рис. 16. Влияние сглаживания на зависимость от паттерна измерений

Можно заметить, что фильтрация задержек существенно улучшает итоговую среднюю ошибку восполнения для «1D-QPP» с 0,59 до 0,15. Более того, фильтрация задержек также значительно улучшает сходимость алгоритма при начальной маске «QPP-reshape». Как следует из рисунка 16, для достижения ошибки восполнения 0,1 алгоритму с фильтрацией требуется в два раза меньше итераций, чем алгоритму без фильтрации (22 итерации против 44). Значительно уменьшается дисперсия ошибки, а также финальный уровень средней ошибки после 100 итераций. Алгоритм без фильтрации достигает ошибки восполнения 0,04, в то время как с фильтрацией ошибка уменьшается до 0,010 (более, чем в четыре раза).

Дальнейший этап исследований – использование восполненных тензоров для построение пространственного фильтра базовой станции для передачи в нисходящем канале и подсчёт спектральной эффективности такой системы. Однако, прежде чем перейти к этому этапу, необходимо дать пояснение о методах расчёта спектральной эффективности.

D. Методология расчёта спектральной эффективности

После оценки тензора канала на каждой поднесущей с помощью сингулярного $R_d = 8$ -рангового разложения можно получить тензор пространственных фильтров $W \in \mathbb{C}^{N_{Bs} \times R_d \times N_{Sc}}$. Спектральную эффективность на i -той поднесущей в нисходящем канале будем рассчитывать по формуле

$$C_i = \sum_{r=1}^{R_d} \log_2 (1 + SINR_{i,r}),$$

где $SINR_{i,r} = \frac{P_{sig,i,r}}{P_{interf,i,r} + \sigma^2}$ – отношение сигнал-шум и интерференция (ОСШИ). Мы полагаем, что матрица канала на i -той поднесущей имеет единичную норму $\|\mathcal{H}(:, :, i)\|_F = 1$ и что мощность шума σ^2 вычисляется исходя из заданного ОСШ передачи в нисходящем канале SNR_{DL} . Считаем также, что шум равномерно распределяется между всеми $R_d = 8$ слоями передачи. Мощность сигнала на r -том слое вычисляется как

$$P_{sig,i,r} = |\mathcal{U}(:, r, i)^H \cdot \mathcal{H}(:, :, i) \cdot \hat{\mathcal{W}}(:, r, i)|^2,$$

где $\mathcal{U} \in \mathbb{C}^{N_{UE} \times R_d \times N_{sc}}$ – тензор пространственных фильтров со стороны приёмника (пользователя), вычисленный по идеальному каналу с помощью сингулярного разложения на каждой поднесущей. Для распределения мощности базовой станции по слоям используется водоналивной алгоритм. Интерференция на r -том слое передачи и i -той поднесущей вычисляется как

$$P_{interf,i,r} = \sum_{r=1, r \neq j}^R |\mathcal{U}(:, r, i)^H \cdot \mathcal{H}(:, :, i) \cdot \hat{\mathcal{W}}(:, r, i)|.$$

Разумеется, для расчёта пространственных фильтров \mathcal{U} и $\hat{\mathcal{W}}$ могут применяться более сложные алгоритмы, например, минимизирующие среднеквадратичное отклонение (MMSE) или учитывающие статистику канала. В данной работе мы воздержимся от использования этих методов, поскольку такие пространственные фильтры подавят часть интерференции, вносимой неточной оценкой канала, и в таком случае графики спектральной эффективности не будут в полной мере характеризовать качество оценки канала.

Отношение сигнал-шум в восходящем канале при измерениях определим как

$$SNR_{UL} = \frac{\|Y_{id}\|_F^2}{N_{RX}N_{sc}\sigma^2}, \quad (65)$$

где $Y_{id} \in \mathbb{C}^{N_{BS} \times N_{sc}}$ – принятый сигнал в отсутствие шума

$$Y_{id} = \sum_{j=1}^{N_{TX}} \mathcal{H}(i, j, k) \mathbf{S}(j, k), \quad (66)$$

а $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N_{UE} \times N_{sc}}$ – матрица измерительных сигналов, передаваемых за один символ всеми антеннами пользовательского устройства на всех поднесущих. Во время оценки восходящего канала канальная матрица нормируется таким образом, чтобы выполнялось условие $E[\|Y_{id}\|_F^2] = 1$. Далее к принятому сигналу добавляется шум: $Y(i, k) = Y_{id}(i, k) + \mathbf{W}(i, k)$, где \mathbf{W} – матрица аддитивного белого гауссова шума, $W(i, k) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$. Мощность шума σ^2 выбирается так, чтобы поддерживать наперёд заданное значение SNR_{UL} .

Такой способ нормировки отражает важное физическое свойство реальных систем. Матрица измерительных сигналов \mathbf{S} , вообще говоря, содержит значительную часть нулевых элементов, так как передача измерительных сигналов одновременно со всеми антеннами на всех поднесущих не имеет смысла и измерительные сигналы требуется мультиплексировать. Так как мощность передатчика фиксирована, при уменьшении доли измерительных сигналов в матрице \mathbf{S} отношение сигнал-шум на каждой пилотной поднесущей должно возрастать. Нормировка (65)-(66) гарантирует это свойство.

E. Сравнение спектральной эффективности

В силу стохастического характера модели канала, спектральная эффективность может отличаться от реализации к реализации. Для полной характеристики системы требуется

изучить функцию распределения спектральной эффективности одного пользователя как случайной величины. Результаты моделирования представлены на рисунке 17.

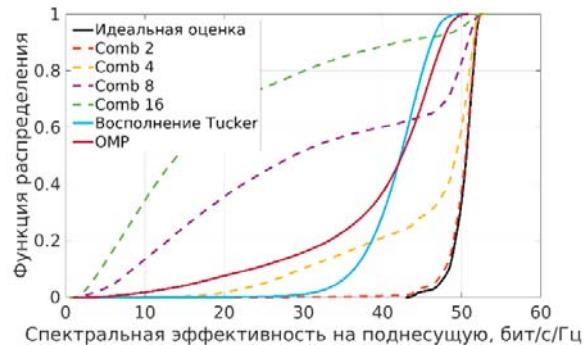


Рис. 17. Спектральная эффективность системы при различных методах оценки канала. Методы «OMP», «Восполнение Tucker» и «comb 8» имеют требуемое количество частотно-временных ресурсов (поднесущих и символов)

В качестве референсного метода используется передача измерительных сигналов, расположенных в частоте через каждые *comb* поднесущих с последующей одномерной ДПФ-интерполяцией. Такой метод оценки канала соответствует уравнению (5) из раздела II.

Референсный метод сравнивается с алгоритмом ОМР из раздела II.C при маске измерений «1D-QPP», соответствующей уравнению (44) из раздела IV.A. Наконец, исследуется спектральная эффективность при оценке канала с маской «QPP-reshape» и описанным выше алгоритмом восполнения с фильтрацией (отмечен на рисунке 17 как «Восполнение Tucker»). При моделировании $SNR_{DL} = 30$ дБ, $SNR_{UL} = 20$ дБ.

При анализе кривых, соответствующих опорному решению, можно заметить, что при *comb* = 2,4 спектральная эффективность близка к спектральной эффективности при идеальной оценке канала. Однако при увеличении *comb* = 8 для большинства реализаций канала условие теоремы Котельникова (8) нарушаются, качество оценки канала заметно падает, что приводит к уменьшению спектральной эффективности. Средняя спектральная эффективность при *comb* = 8 составляет 28,7 бит/с/Гц, что чуть больше половины от спектральной эффективности идеальной системы в 50,5 бит/с/Гц.

Алгоритм ОМР при маске «1D-QPP» и восполнение тензора при маске «QPP-reshape» при том же числе частотно-временных ресурсов, что и *comb* = 8, позволяют достичь средней спектральной эффективности 42,3 бит/с/Гц. Это на 47% больше, чем у референсного решения и составляет 83% от спектральной эффективности идеальной системы.

Несмотря на то, что ОМР и восполнение тензора позволяют достичь в среднем одинаковой спектральной эффективности, функции распределения, соответствующие этим методам, отличаются, как показано на рисунке 17. Для «хороших» пользователей со спектральной эффективностью выше средней метод ОМР даёт несколько лучшую оценку канала и на пару процентов большую спектральную эффективность. В то же время для «плохих» пользователей со спектральной эффективностью ниже среднего восполнение тензора даёт заметно более качественную оценку канала. Доля пользователей со спектральной эффективностью ниже 30 бит/с/Гц для метода OMP составляет 18%, а для восполнения тензора менее 2%.

Ещё одним преимуществом рассмотренного метода восполнения является меньшая в сравнении с OMP вычислительная сложность. Подставим параметры моделей и системы в выражение (28) для $N_{iter} = 50$ итераций OMP и выражение (39) для $N_{iter} = 100$ итераций алгоритма (34), (35) с фильтрацией только задержек. В результате получим, что для оценки канала одного пользователя OMP требуется 1422.75 FLOP (операций с плавающей точкой), а алгоритму восполнения с фильтрацией 468.62 FLOP. Иными словами, даже при самой тривиальной реализации матричного умножения, занимающего значительную часть вычислительной сложности вычисления разложения Таккера, алгоритм восполнения имеет в три раза меньшую вычислительную сложность.

Вычислительная сложность алгоритма OMP потенциально может быть снижена, основываясь на предположении, что импульсные характеристики канала, соответствующие различным антеннам базовой станции (приёмника), могут иметь большое количество совпадающих по величине задержек. В таком случае возможно одновременно оценивать импульсные характеристики каналов всех антенн базовой станции, используя матричную модификацию OMP – алгоритм Simultaneous OMP [52]. Однако вместе с тем ввиду большого размера антенной решётки базовой станции может уменьшиться точность оценки канала и, как следствие, спектральная эффективность системы. Это направление заслуживает дальнейшего исследования.

Заключение

В рамках данной работы был предложен метод псевдослучайного расположения пилотных поднесущих на основе перестановки квадратичным полиномом для оценки OFDM канала методами сжатых измерений. Установлена связь между взаимной неортогональностью зондирующей матрицы и неполными обобщёнными суммами Гаусса. С помощью оценок на модуль сумм Гаусса из теории чисел доказаны правила на коэффициенты перестановочного полинома, гарантирующие близкую к оптимальной взаимную неортогональность зондирующей матрицы. Показана связь между константой ограниченной изометрии в задаче сжатых измерений векторизованного тензора и константой ограниченной изометрии в задаче восполнения тензора. Установленная связь позволяет с помощью переупорядочения индексов использовать одномерную перестановку квадратичным полиномом для задания оператора измерений в задаче восполнения тензора. Эффективность предложенных методов измерения подтверждается результатами моделирования с использованием модели канала по стандарту 3GPP 38.901.

Отдельное внимание уделяется свойствам мультиплексирования измерительных сигналов. В силу свойств биективности отображения, задаваемого предлагаемыми перестановками, можно гарантировать отсутствие пересечений между измерительными сигналами разных антенн передатчика. Это свойство позволяет проводить измерения за наименьшее число символов. В сравнении с классическими методами оценки канала алгоритмы сжатых измерений и восполнения тензора позволяют преодолеть ограничения теоремы Котельникова и увеличить спектральную эффективность системы на 47%. Восполнение тензора по сравнению с алгоритмом сжатых измерений OMP позволяет сократить вычислительную

сложность по меньшей мере в три раза без потери спектральной эффективности системы.

Предложенные методы расположения измерительных сигналов позволяют переиспользовать алгоритмы восполнения тензоров из других областей, таких как анализ сигналов MPT и обработка изображений. В частности, в нашей работе показано, что операция сглаживания, носящая в контексте обработки изображений эвристический характер, в случае тензоров OFDM MIMO принимает ясный физический смысл. В качестве направления дальнейших исследований было бы интересно применить более точные алгоритмы восполнения, а также исследовать возможность адаптивного сглаживания (фильтрации) отдельно для каждого пользователя.

Литература

1. Yu J., Hu C., Xie W., Lin P., Xu X. Field Test of 5G FDD Massive MIMO // 5th International Conference on Information Communication and Signal Processing (ICICSP), Shenzhen, 2022.
2. Wang C.-X., You X., Gao X., Zhu X., Li Z., Zhang C. On the road to 6G: Visions, requirements, key technologies, and testbeds // IEEE Communications Surveys & Tutorials, vol. 25, no. 2, pp. 905-974, 2023.
3. Lin X. The Bridge Toward 6G: 5G-Advanced Evolution in 3GPP Release I9 // IEEE Communications Magazine, vol. 9, no. 1, pp. 28-35, 2025.
4. Alhamed A., Gültepe G., Rebeiz G.M. 64-element 16–52-GHz transmit and receive phased arrays for multiband 5G-NR FR2 operation // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 71, no 1, pp. 360-372, 2022.
5. Bajwa W.U., Haupt J., Sayeed A.M., Nowak R. Compressed channel sensing: A new approach to estimating sparse multipath channels // Proceedings of the IEEE, vol. 98, no. 6, pp. 1058-1076, 2010.
6. Dhanasekaran S., Ramalingam S., Karthick P.V., Silambarasan D. An improved pilot pattern design-based channel estimation in wireless communication using distribution ant colony optimization // Simulation Modelling Practice and Theory, vol. 129, 2023.
7. Zhou Y., Gu Z., Wang S., Yang Y., Fan P. Non-uniform Pilot Pattern Design for Sparse Channel Estimation in MIMO-OFDM Systems // IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2024.
8. Zhang R., Cheng L., Wang S., Lou Y., Wu W., Ng D.W.K. Tensor decomposition-based channel estimation for hybrid mmwave // IEEE Transactions on Communications, vol. 70, no. 9, pp. 6325-6340, 2022.
9. Gong X., Chen W., Sun L., Chen J., Ai B. An ESPRIT-based supervised channel estimation method using tensor train decomposition for mmWave 3-D MIMO-OFDM systems // IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 71, pp. 555-570, 2023.
10. Gong X., Chen W., Ai B., Leus G. Deep-Learning-Aided Alternating Least Squares for Tensor CP Decomposition and Its Application to Massive MIMO Channel Estimation // IEEE Transactions on Communications, pp. 1-11, 2024.
11. Dorokhin S., Lysov P., Lyashev V., Kunavin A., Anastasia A. RIS-Assisted MIMO Channel Modeling with Spatially Consistent Sparsified Properties // Wireless Personal Communications, pp. 1-32, 2024.
12. European Telecommunications Standards Institute, 5G NR Physical channels and modulation (3GPP TS 38.211). 3GPP, Sophia Antipolis, 2022.
13. Хансен Р. Сканирующие антенные системы СВЧ. М.: Советское радио, 1969.
14. Nath G.V., Subhashini K.R. A hybrid discrete fourier transform based difference set approach for reduction in peak sidelobe level of planar antenna array // International Journal of RF and Microwave Computer - Aided Engineering, vol. 32, no. 11, 2022.
15. Najati N., Hendrantoro G., Hasbi W., Mukti P.H. Enhancing Array Antenna Radiation Patterns Using Hadamard Difference Sets and Win-

- dowing Functions // IEEE International Conference on Aerospace Electronics and Remote Sensing Technology (ICARES), Yogyakarta, 2024.
16. Ahmed M., Ballal T., Liu X., Al-Naffouri T.Y. Multipath Detection and Mitigation from GNSS Observations Using Antenna Arrays. IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS), Monterey, 2023.
 17. Candes E.J., Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies? // IEEE transactions on information theory, vol. 52, no. 12, pp. 5406-5425, 2006.
 18. Rudelson M., Vershynin R. On sparse reconstruction from Fourier and Gaussian measurements // Communications on Pure and Applied Mathematics: A Journal Issued by the Courant Institute of Mathematical Sciences, vol. 61, no. 8, pp. 1025-1045, 2008.
 19. Kunavin A., Dorokhin S., Lyshev V. Fast Compressed Sensing Beam Training in RIS-assisted MISO Systems // 32nd Telecommunications Forum (TELFOR), Belgrade, 2024.
 20. Aderkina A., Makurin M., Semernya R., Lyshev V. Frequency sampling scheme for effective MIMO-OFDM channel estimation with SALSA and LS algorithms // 32nd Telecommunications Forum (TELFOR), Belgrade, 2024.
 21. Welch L. Lower bounds on the maximum cross correlation of signals // IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 13, pp. 619-621, 1967.
 22. Foucart S., Rauhut H. A Mathematical Introduction to Compressive Sensing, Springer, 2013.
 23. Zhang T. Sparse recovery with orthogonal matching pursuit under RIP // IEEE Transactions on Information Theory, vol. 57, no. 9, pp. 6215-6221, 2011.
 24. Panah A.Y., Vaughan R.G., Heath R.W. Optimizing pilot locations using feedback in OFDM systems // IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 58, no. 6, pp. 2803-2814, 2008.
 25. Zhan T., Ma T., Yu Y., Lei X., Zhou J. An iterative channel estimation algorithm based on OMP for OCDM systems // IEEE Communications Letters, 2024.
 26. Fedorov M. Fast and Deterministic Method for Compressed Sensing Based Pilot Patterns Allocation // 8th International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT), Vladikavkaz, 2024.
 27. Zhang Y., Venkatesan R., Dobre O.A., Li C. Novel compressed sensing-based channel estimation algorithm and near-optimal pilot placement scheme // IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 15, no. 4, pp. 2590-2603, 2015.
 28. Huczynska S., Johnson L., Paterson M.B. Beyond uniform cyclotomy // Finite Fields and Their Applications, vol 105, pp. 1-23, 2025.
 29. Chen L., Jiang X., Xiao P., Liu X., Haardt M. Structured Tensor Decomposition for FDD Massive MIMO Downlink Channel Reconstruction // IEEE Transactions on Signal Processing, t. 73, pp. 887-901, 2025.
 30. Xie Q., Wen F., Xie X., Wang Z., Pan X. Coarray Tensor Train Aided Target Localization for Bistatic MIMO Radar // IEEE Signal Processing Letters, vol. 32, pp. 46-50, 2024.
 31. Rakhimov D., Haardt M. Channel Estimation for mmWave MIMO-OFDM Systems Using Time Domain 3-D Tensor-ESPRIT in DFT beamspace // 9th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS), Paris, 2024.
 32. Bentbib A.H., Jbilou K., Tahiri R. Hosvd-tmpe: an extrapolation method for multidimensional sequences // Calcolo, vol. 61, no. 2, pp. 1-20, 2024.
 33. Wenjin Q., Wang H., Zhang F., Wang J., Luo X., Huang T. Low-Rank High-Order Tensor Completion // IEEE Transactions on Image Processing, vol. 31, pp. 2433-2448, 2022.
 34. Lin C.-H., Liu Y., Chi C.-Y., Hsu C.-Y., Ren H., Quek T. Hyperspectral Tensor Completion Using Low-Rank Modeling and Convex Functional Analysis // IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, vol. 35, no. 8, pp. 10736-10749, 2023.
 35. Qin W., Wang H., Zhang F., Ma W., Wang J., Huang T. Nonconvex Robust High-Order Tensor Completion Using Randomized Low-Rank Approximation // IEEE Transactions on Image Processing, vol. 33, pp. 2835-2850, 2024.
 36. Tong T., Ma C. P.-B. A., Tripp E. Scaling and Scalability: Provable Nonconvex Low-Rank Tensor Estimation from Incomplete Measurements // Journal of Machine Learning Research, vol. 23, no. 163, pp. 1-77, 2022.
 37. Hendrikx S., Sørensen M., De Lathauwer L. Multilinear singular value decomposition of a tensor with fibers observed along one mode // IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP), Hanoi, Vietnam, 2023.
 38. Sofi S.S., Hendrikx S., De Lathauwer L. Tensor train completion of multi-way data observed along one mode // 32nd European Signal Processing Conference (EUSIPCO), Lyon, France, 2024.
 39. Ahmadi-Asl S., Asante-Mensah M.G., Cichocki A., Huy Phan A., Oseledets I., Wang J. Fast cross tensor approximation for image and video completion // Signal Processing, vol. 213, p. 109121, 2023.
 40. Golub G.H., Van Loan C.F. Matrix Computations, JHU press, 2013.
 41. Gordon D.M. On difference sets with small λ // Journal of Algebraic Combinatorics, vol. 55, no. 1, pp. 109-115, 2022.
 42. 3GPP, «Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Multiplexing and channel coding. ETSI, Sophia Antipolis Cedex, 2018.
 43. Haupt J., Applebaum L., Nowak R. On the restricted isometry of deterministically subsampled Fourier matrices // 44th Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS), New Jersey, 2010.
 44. Applebaum L., Bajwa W.U., Calderbank A.R., Haupt J., Nowak R. Deterministic pilot sequences for sparse channel estimation in OFDM systems // 17th International Conference on Digital Signal Processing (DSP), Corfu, Greece, 2011.
 45. Jarali V., Poojary P., Bhatta V.G. Construction of Permutation Polynomials Using Additive and Multiplicative Characters // Symmetry, vol. 14, no. 8, pp. 1-11, 2022.
 46. Салиба X., Чубариков В.Н. Об одном обобщении суммы Гаусса,» Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика, т. 2, pp. 77-80, 2009.
 47. Oskolkov I.K. On Functional Properties of Incomplete Gaussian Sums // Canadian Journal of Mathematics, vol. 43, no. 1, pp. 182-212, 1991.
 48. Berndt B.C., Evans R.J., Williams K.S. Gauss and Jacobi sums, Wiley, 1998.
 49. Song G.-J., Ng M.Z.X. Tensor completion by multi-rank via unitary transformation // Applied and Computational Harmonic Analysis, t. 65, pp. 348-373, 2023.
 50. Zhang W., Wang Z. Restricted Isometry Property of Rank-One Measurements with Random Unit-Modulus Vectors // International Conference on Artificial Intelligence and Statistics, 2024, 2024.
 51. Jaeckel S., Raschkowski L., Börner K. et al. QuaDRiGa: A 3-D Multicell Channel Model with Time Evolution for Enabling Virtual Field Trials // IEEE Transactions on Antennas Propagation, vol. 62, no. 6, pp. 3242-3255, 2014.
 52. Zhang W., Kim T. Successful Recovery Performance Guarantees of SOMP Under the l2-Norm of Noise // IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 73, no. 2, pp. 2156-2170, 2023.

REFERENCE SIGNALS BASED ON PERMUTATION POLYNOMIALS FOR TENSOR COMPLETION OF MIMO OFDM CHANNEL

Semyon V. Dorokhin, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University, MIPT), Dolgoprudny, Russia,
dorohin.sv@phystech.edu

Denis V. Shuvalov, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University, MIPT), Dolgoprudny, Russia,
shuvalov.dv@phystech.edu

Mikhail N. Makurin, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University, MIPT), Dolgoprudny, Russia,
makurin.mn@phystech.edu

Vladimir A. Lyashev, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University, MIPT), Dolgoprudny, Russia,
lyashev.va@mipt.ru

Ivan V. Oseledets, ANO "AI RESEARCH INSTITUTE" (AIRI);

Skolkovo Institute of Science and Technology (Skoltech), Moscow, Russia, **Oseledets@airi.net, i.oseledets@skoltech.ru**

Abstract

The key trends of modern MIMO OFDM systems is the increase in the number of antennas, the number of subcarriers and the signal bandwidth. This results in substantial channel estimation overhead increase. Two research directions emerge to solve this problem. The first direction proposes placing pilots pseudorandomly to favor compressed sensing algorithms, while the second direction focuses on tensor processing. Existing rules for pseudorandom patterns lack compact description and typically require either additionally calculations in real time or a lot of memory to store the results. At the same time, popular tensor algorithms combine channel sensing and channel tensor recovery into one problem. This typically requires special frame structure and excessive number of symbols. We propose a new compact description of the pseudorandom pilot patterns based on permutation polynomials and prove that they are close to optimal. In addition, we divide channel tensor elements estimation and partially measured tensor completion into separate tasks. Using example of image tensors completion algorithm, we show that in context of MIMO OFDM tensors smoothing operation becomes closely related to physical parameters of the channel. Finally, we demonstrate that the proposed one-dimensional permutations can also be used to define a multidimensional sampling pattern that yields the same completion accuracy as random pattern. Compared with classical channel estimation, the proposed methods overcome the limitations of Nyquist-Kotelnikov sampling theorem and increase the spectral efficiency of the system by 47%. The proposed methods can be further used to apply general tensor completion theory to MIMO OFDM channel estimation.

Keywords: channel tensor, tensor completion, compressed sensing, reference signal, MIMO OFDM, 6G

References

- [1] J. Yu, C. Hu, W. Xie, P. Lin and X. Xu, "Field Test of 5G FDD Massive MIMO," *5th International Conference on Information Communication and Signal Processing (ICICSP)*, Shenzhen, 2022.
- [2] C.-X. Wang, X. You, X. Gao, X. Zhu, Z. Li and C. Zhang, "On the road to 6G: Visions, requirements, key technologies, and testbeds," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 25, no. 2, pp. 905-974, 2023.
- [3] X. Lin, "The Bridge Toward 6G: 5G-Advanced Evolution in 3GPP Release 19," *IEEE Communications Magazine*, vol. 9, no. 1, pp. 28-35, 2025.
- [4] A. Alhamed, G. Gultepe and G. M. Rebeiz, "64-element 16-52-GHz transmit and receive phased arrays for multiband 5G-NR FR2 operation," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 71, no. 1, pp. 360-372, 2022.
- [5] W. U. Bajwa, J. Haupt, A. M. Sayeed and R. Nowak, "Compressed channel sensing: A new approach to estimating sparse multipath channels," *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 1058-1076, 2010.
- [6] S. Dhanasekaran, S. Ramalingam, P. V. Karthick and D. Silambarasan, "An improved pilot pattern design-based channel estimation in wireless communication using distribution ant colony optimization," *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 129, 2023.
- [7] Y. Zhou, Z. Gu, S. Wang, Y. Yang and P. Fan, "Non-uniform Pilot Pattern Design for Sparse Channel Estimation in MIMO-OFDM Systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024.
- [8] R. Zhang, L. Cheng, S. Wang, Y. Lou, W. Wu and D. W. K. Ng, "Tensor decomposition-based channel estimation for hybrid mmwave," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 70, no. 9, pp. 6325-6340, 2022.
- [9] X. Gong, W. Chen, L. Sun, J. Chen and B. Ai, "An ESPRIT-based supervised channel estimation method using tensor train decomposition for mmWave 3-D MIMO-OFDM systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 71, pp. 555-570, 2023.
- [10] X. Gong, W. Chen, B. Ai and G. Leus, "Deep-Learning-Aided Alternating Least Squares for Tensor CP Decomposition and Its Application to Massive MIMO Channel Estimation," *IEEE Transactions on Communications*, pp. 1-11, 2024.
- [11] S. Dorokhin, P. Lysov, V. Lyshev, A. Kunavin and A. Anastasia, "RIS-Assisted MIMO Channel Modeling with Spatially Consistent Sparsified Properties," *Wireless Personal Communications*, pp. 1-32, 2024.
- [12] European Telecommunications Standards Institute, "5G NR Physical channels and modulation (3GPP TS 38.211)," 3GPP, Sophia Antipolis, 2022.
- [13] R. Hansen, "Microwave Scanning Antenna Systems," Moscow: Soviet Radio, 1969.
- [14] G. V. Nath and K. R. Subhashini, "A hybrid discrete fourier transform based difference set approach for reduction in peak sidelobe level of planar antenna array," *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 32, no. 11, 2022.
- [15] N. Najati, G. Hendrantoro, W. Hasbi and P. H. Mukti, "Enhancing Array Antenna Radiation Patterns Using Hadamard Difference Sets and Windowing Functions," *IEEE International Conference on Aerospace Electronics and Remote Sensing Technology (ICARES)*, Yogyakarta, 2024.
- [16] M. Ahmed, T. Ballal, X. Liu and T. Y. Al-Naffouri, "Multipath Detection and Mitigation from GNSS Observations Using Antenna Arrays," *IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS)*, Monterey, 2023.
- [17] E. J. Candes and T. Tao, "Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?," *IEEE transactions on information theory*, vol. 52, no. 12, pp. 5406-5425, 2006.
- [18] M. Rudelson and R. Vershynin, "On sparse reconstruction from Fourier and Gaussian measurements," *Communications on Pure and Applied Mathematics: A Journal Issued by the Courant Institute of Mathematical Sciences*, vol. 61, no. 8, pp. 1025-1045, 2008.

- [19] A. Kunavin, S. Dorokhin and V. Lyshev, "Fast Compressed Sensing Beam Training in RIS-assisted MISO Systems," *32nd Telecommunications Forum (TELFOR)*, Belgrade, 2024.
- [20] A. Aderkina, M. Makurin, R. Semernya and V. Lyshev, "Frequency sampling scheme for effective MIMO-OFDM channel estimation with SALSA and LS algorithms," *32nd Telecommunications Forum (TELFOR)*, Belgrade, 2024.
- [21] L. Welch, "Lower bounds on the maximum cross correlation of signals," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 13, pp. 619-621, 1967.
- [22] S. Foucart and H. Rauhut, *A Mathematical Introduction to Compressive Sensing*, Springer, 2013.
- [23] T. Zhang, "Sparse recovery with orthogonal matching pursuit under RIP," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 57, no. 9, pp. 6215-6221, 2011.
- [24] A. Y. Panah, R. G. Vaughan and R. W. Heath, "Optimizing pilot locations using feedback in OFDM systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 6, pp. 2803-2814, 2008.
- [25] T. Zhan, T. Ma, Y. Yu, X. Lei and J. Zhou, "An iterative channel estimation algorithm based on OMP for OCDM systems," *IEEE Communications Letters*, 2024.
- [26] M. Fedorov, "Fast and Deterministic Method for Compressed Sensing Based Pilot Patterns Allocation," *8th International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT)*, Vladikavkaz, 2024.
- [27] Y. Zhang, R. Venkatesan, O. A. Dobre and C. Li, "Novel compressed sensing-based channel estimation algorithm and near-optimal pilot placement scheme," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 15, no. 4, pp. 2590-2603, 2015.
- [28] S. Huczynska, L. Johnson and M. B. Paterson, "Beyond uniform cyclotomy," *Finite Fields and Their Applications*, vol. 105, pp. 1-23, 2025.
- [29] L. Chen, X. Jiang, P. Xiao, X. Liu and M. Haardt, "Structured Tensor Decomposition for FDD Massive MIMO Downlink Channel Reconstruction," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 73, pp. 887-901, 2025.
- [30] Q. Xie, F. Wen, X. Xie, Z. Wang and X. Pan, "Coarray Tensor Train Aided Target Localization for Bistatic MIMO Radar," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 32, pp. 46-50, 2024.
- [31] D. Rakhimov and M. Haardt, "Channel Estimation for mmWave MIMO-OFDM Systems Using Time Domain 3-D Tensor-ESPRIT in DFT beam-space," *9th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, Paris, 2024.
- [32] A. H. Bentbib, K. Jbilou and R. Tahir, "Hosvd-tmpe: an extrapolation method for multidimensional sequences," *Calcolo*, vol. 61, no. 2, pp. 1-20, 2024.
- [33] Q. Wenjin, H. Wang, F. Zhang, J. Wang, X. Luo and T. Huang, "Low-Rank High-Order Tensor Completion," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 31, pp. 2433-2448, 2022.
- [34] C.-H. Lin, Y. Liu, C.-Y. Chi, C.-Y. Hsu, H. Ren and T. Quek, "Hyperspectral Tensor Completion Using Low-Rank Modeling and Convex Functional Analysis," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 35, no. 8, pp. 10736-10749, 2023.
- [35] W. Qin, H. Wang, F. Zhang, W. Ma, J. Wang and T. Huang, "Nonconvex Robust High-Order Tensor Completion Using Randomized Low-Rank Approximation," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 33, pp. 2835-2850, 2024.
- [36] T. Tong, C. P.-B. A. Ma and E. Tripp, "Scaling and Scalability: Provable Nonconvex Low-Rank Tensor Estimation from Incomplete Measurements," *Journal of Machine Learning Research*, vol. 23, no. 163, pp. 1-77, 2022.
- [37] S. Hendrikx, M. S?rensen and L. De Lathauwer, "Multilinear singular value decomposition of a tensor with fibers observed along one mode," *IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, Hanoi, Vietnam, 2023.
- [38] S. S. Sofi, S. Hendrikx and L. De Lathauwer, "Tensor train completion of multi-way data observed along one mode," *32nd European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Lyon, France, 2024.
- [39] S. Ahmadi-Asl, M. G. Asante-Mensah, A. Cichocki, A. Huy Phan, I. Oseledets and J. Wang, "Fast cross tensor approximation for image and video completion," *Signal Processing*, vol. 213, p. 109121, 2023.
- [40] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, JHU press, 2013.
- [41] D. M. Gordon, "On difference sets with small λ ," *Journal of Algebraic Combinatorics*, vol. 55, no. 1, pp. 109-115, 2022.
- [42] 3GPP, "Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Multiplexing and channel coding," ETSI, Sophia Antipolis Cedex, 2018.
- [43] J. Haupt, L. Applebaum and R. Nowak, "On the restricted isometry of deterministically subsampled Fourier matrices," *44th Annual Conference on Information Sciences and Systems (CIS)*, New Jersey, 2010.
- [44] L. Applebaum, W. U. Bajwa, A. R. Calderbank, J. Haupt and R. Nowak, "Deterministic pilot sequences for sparse channel estimation in OFDM systems," *17th International Conference on Digital Signal Processing (DSP)*, Corfu, Greece, 2011.
- [45] V. Jarali, P. Poojary and V. G. Bhatta, "Construction of Permutation Polynomials Using Additive and Multiplicative Characters," *Symmetry*, vol. 14, no. 8, pp. 1-11, 2022.
- [46] H. Saliba and Chubarikov V.N., "On one generalization of the Gauss sum," *Moscow University Bulletin. Series 1. Mathematics. Mechanics*, vol. 2, pp. 77-80, 2009.
- [47] I. K. Oskolkov, "On Functional Properties of Incomplete Gaussian Sums," *Canadian Journal of Mathematics*, vol. 43, no. 1, pp. 182-212, 1991.
- [48] B. C. Berndt, R. J. Evans and K. S. Williams, *Gauss and Jacobi sums*, Wiley, 1998.
- [49] G.-J. Song and M. Z. X. Ng, "Tensor completion by multi-rank via unitary transformation," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 65, pp. 348-373, 2023.
- [50] W. Zhang and Z. Wang, "Restricted Isometry Property of Rank-One Measurements with Random Unit-Modulus Vectors," *International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*, 2024, 2024.
- [51] S. Jaekel, L. Raschkowski, K. B?rner and T. L., "QuaDRiGa: A 3-D Multicell Channel Model with Time Evolution for Enabling Virtual Field Trials," *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, vol. 62, no. 6, pp. 3242-3255, 2014.
- [52] W. Zhang and T. Kim, "Successful Recovery Performance Guarantees of SOMP Under the l2-Norm of Noise," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 73, no. 2, pp. 2156-2170, 2023.

Information about authors:

Semyon V. Dorokhin, PhD student, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University, MIPT), Dolgoprudny, Russia. ORCID: 0000-0002-6894-6906

Denis V. Shuvalov, Student, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University, MIPT), Dolgoprudny, Russia. ORCID: 0009-0002-4055-7690

Mikhail N. Makurin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, leading research engineer, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University, MIPT), Dolgoprudny, Russia. ORCID: 0000-0002-0289-7056

Vladimir A. Lyshev, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Multimedia Technologies and Telecommunications, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University, MIPT), Dolgoprudny, Russia. ORCID: 0000-0002-6993-1589

Ivan V. Oseledets, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Russian Academy of Sciences, AIRI CEO, Professor of Skoltech, ANO "AI RESEARCH INSTITUTE" (AIRI), Skolkovo Institute of Science and Technology (Skoltech), Moscow, Russia. ORCID: 0000-0003-2071-2163

ПОИСК КОМПЛЕКСНЫХ М-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДЛЯ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ СИГНАЛЬНО-КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ В СИСТЕМАХ БОРТОВОГО КОНТРОЛЯ

Чембарисова Рената Ильдаровна

Санкт-Петербургский Государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия,
renatachembarisova@yandex.ru

Ненашев Вадим Александрович,

Санкт-Петербургский Государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия,
nenashev@guap.ru

Бестугин Александр Роальдович,

Санкт-Петербургский Государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

Киршина Ирина Анатольевна,

Санкт-Петербургский Государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

Ненашев Сергей Александрович,

Санкт-Петербургский Государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-5-27-37

Manuscript received 31 March 2025;
Accepted 30 April 2025

Исследование выполнено за счет гранта
Российского научного фонда (проект № 24-79-10259)

Ключевые слова: М-последовательность,
автокорреляционная функция, боковые лепестки,
анализ последовательностей, фазовая
модуляция, система бортового контроля,
сигнально-кодовые конструкции

В настоящее время широко применяются модулированные М-последовательностью по фазе сигналы в системах радиолокации, радионавигации и обмена данными благодаря их уникальным корреляционным свойствам. Однако, несмотря на их преимущества, высокие уровни боковых лепестков автокорреляционной функции (АКФ) могут существенно снижать достоверность работы соответствующих систем обнаружения. Поиск новых комплексных М-последовательностей, обладающих более низкими уровнями боковых лепестков нормированной АКФ является актуальной и важной задачей для повышения помехоустойчивости и достоверности в современных системах обнаружения. Цель исследования состоит в том, чтобы разработать и обосновать метод снижения уровня боковых лепестков (БЛ) АКФ за счет поиска новых комплексных значений М-последовательностей. Это достигается путем замены традиционного алфавита $[1; -1]$ на асимметричный $[1; -\exp(\phi)]$, после чего вычисляются выражения, описывающие БЛ нормированной автокорреляционной функции (НАКФ), по которым определяются такие значения ϕ , при которых БЛ обладают наименьшим уровнем. В работе применяются аналитические методы для вывода выражений опи- сывающих уровни боковых лепестков АКФ, методы численного поиска комплексных значений М-последовательностей, а также методы компьютерного моделирования и проведения экспериментов для оценки уровней боковых лепестков АКФ по найденным выражениям. В данной работе осуществлен поиск новых комплексных значений М-последовательностей и проведено исследование характеристик их АКФ. Полученные результаты включают графики и зависимости, показывающие снижение уровней боковых лепестков АКФ за счет найденных новых комплексных значений М-последовательностей с целью формирования модулированной по фазе сигнально-кодовой конструкции. Применение на практике кодовых конструкций, являющихся новыми комплексными М-последовательностями продемонстрировало и тем самым подтвердило улучшение их корреляционных характеристик. Данный подход может быть использован для повышения эффективности работы бортовых малогабаритных радиолокационных систем контроля земной поверхности, в том числе многопозиционных, а также в устройствах цифровой связи и радионавигации, требующих обеспечения высоких показателей достоверности и помехоустойчивости.

Информация об авторах:

Чембарисова Рената Ильдаровна, лаборант лаборатории машинного обучения проектно-технологического офиса инженерной школы ГУАП, студентка кафедры аэрокосмических компьютерных и программных систем ГУАП, Санкт-Петербург, Россия

Ненашев Вадим Александрович, к.т.н., доцент, заведующий лабораторией машинного обучения проектно-технологического офиса инженерной школы ГУАП, доцент кафедры "Конструирования и технологий электронных и лазерных средств" ГУАП, Санкт-Петербург, Россия

Бестугин Александр Роальдович, д.т.н., проф., заведующий кафедрой "Конструирования и технологий электронных и лазерных средств" ГУАП, Санкт-Петербург, Россия

Киршина Ирина Анатольевна, к.э.н., доцент кафедры "Конструирования и технологий электронных и лазерных средств" ГУАП, Санкт-Петербург, Россия

Ненашев Сергей Александрович, заведующий лабораторией промышленной электроники проектно-технологического офиса инженерной школы ГУАП, младший научный сотрудник кафедры "Конструирования и технологий электронных и лазерных средств" ГУАП, аспирант ГУАП, Санкт-Петербург, Россия

Для цитирования:

Чембарисова Р.И., Ненашев В.А. Бестугин А.Р., Киршина И.А., Ненашев С.А. Поиск комплексных м-последовательностей для фазовой модуляции сигнально-кодовых конструкций в системах бортового контроля // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №5. С. 27-37.

For citation:

R.I. Chembarisova, V.A. Nenashev, A.R. Bestugin, I.A. Kirshina, S.A. Nenashev, "Search for complex m-sequences for phase modulation of signal-code structures in on-board control systems," T-Comm, 2025, vol. 19, no.5, pp. 27-37. (in Russian)

1 Введение

Как известно, М-последовательности представляют собой особый класс псевдослучайных кодов, которые генерируются линейными регистровыми схемами сдвига и обладают довольно приемлемыми корреляционными свойствами [1]. Эти последовательности имеют свойства, близкие к случайным, что делает их незаменимыми в задачах, связанных с кодированием, синхронизацией и обнаружением сигналов.

М-последовательности широко применяются в радиолокации [2, 3], где они используются для генерации зондирующего сигнала в целях повышения точности определения расстояний до объектов и обеспечения достоверности их обнаружения, где требуется выделить полезный эхо-сигнал над шумовым [4]. В системах связи [5] они служат для кодирования данных в целях обеспечения надежной синхронизации между передающей и принимающей аппаратурой связи. М-последовательности также играют важную роль при проектировании многопозиционных систем бортового контроля, используемых в авиационной и космической технике дистанционного зондирования [6, 7].

Во втором разделе представлены методы вычисления периодической и аperiодической АКФ для М-последовательностей. Показаны механизмы получения аналитических выражений, описывающих уровни главного и боковых лепестков АКФ, а также осуществляется поиск новых комплексных значений элементов М-последовательностей для улучшения их корреляционных свойств.

В третьем разделе осуществляется поиск новых комплексных значений М-последовательностей в целях минимизации уровня боковых лепестков АКФ и вычисление начальных фаз элементарных импульсов для формирования сигнально-кодовой конструкции. Получены графики, описывающие зависимости уровней лепестков АКФ от значения начальной фазы и приведены рекомендации для генерации реальных сигнально-кодовых конструкций, применяемых в системах бортового контроля.

В четвертом разделе подведены итоги проведенного исследования и даны рекомендации по их дальнейшему развитию в различных областях гражданского применения.

2 Аperiодическая и периодическая автокорреляционная функция М-последовательностей

Одной из ключевых причин востребованности М-последовательностей в разных областях является их автокорреляционные характеристики. При выборе последовательностей часто отдают предпочтение тем, у которых уровень БЛ НАКФ минимальный. Для М-последовательностей максимальное значение АКФ наблюдается только при нулевом сдвиге, а при любых других сдвигах корреляция стремится к нулю. Периодическая АКФ (ПАКФ) любой М-последовательности длины N имеет постоянный уровень БЛ, равный $-1/N$ [8].

Для вычисления АКФ любой последовательности используется следующий алгоритм: пусть нужно вычислить АКФ последовательности $x(n)$. АКФ обозначается как $R(k)$ и вычисляется при помощи выражения (1) для ПАКФ последовательностей и выражения (2) для аperiодических АКФ (ААКФ) [9, 10].

Для вычисления периодической АКФ:

$$R_p(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot x(n+k), \quad (1)$$

где $x(n+k)$ – это элемент последовательности, сдвинутый на k позиций. Если $n+k$ выходит за пределы длины последовательности, то используется периодическое продолжение последовательности.

Для вычисления аperiодической АКФ:

$$R_a(k) = \sum_{n=0}^{N-k-1} x(n) \cdot x(n+k), \quad (2)$$

где k варьируется от 0 до $N-1$. В этом случае суммирование происходит только по тем индексам n , для которых $n+k$ остаётся в пределах длины последовательности N .

В процессе исследования М-последовательностей возникает необходимость минимизации уровня БЛ НАКФ путем поиска новых значений в ее кодовой конструкции. Одним из подходов к решению этой задачи является замена элементов в структуре М-последовательности существующего симметричного традиционного алфавита [1; -1] на несимметричный алфавит, состоящий из действительных и комплексных значений. В комплексном виде используется экспоненциальная форма представления элементов кода в виде $\exp(\phi i)$, где ϕ представляет собой угол направления единичного вектора на комплексной плоскости (рис. 1) и далее может использоваться для фазовой модуляции (ФМ) элементарных импульсов при формировании сигнально-кодовой конструкции.

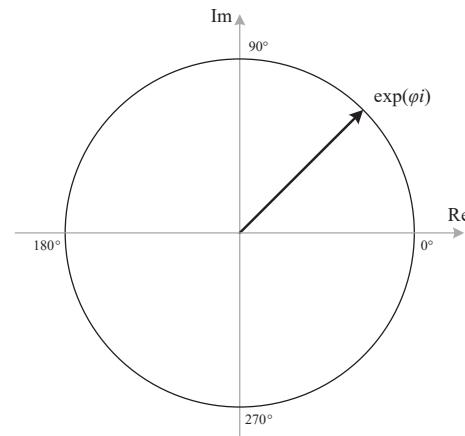


Рис. 1. Единичный вектор на комплексной плоскости

На рисунке 2 представлен пример амплитудной и фазовой модуляции сигнала [11-13] традиционной М-последовательностью длиной $N = 15$.

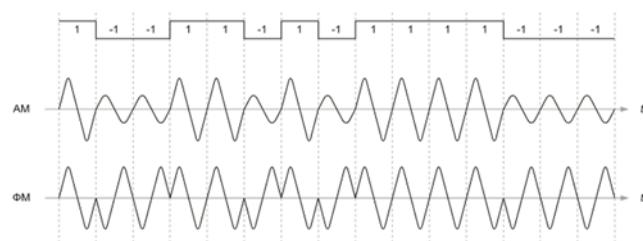


Рис. 2. Амплитудная и фазовая модуляция сигнала

На рисунке 3 представлены два варианта замены алфавита $[1; -1]$ элементов традиционной M-последовательности в его же структуре на действительный несимметричный алфавит $[1; -a]$ (рис. 3а) и комплексный несимметричный алфавит со значениями $[1; -\exp(\varphi i)]$ (рис. 3б).

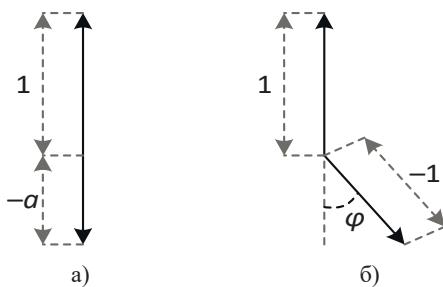


Рис. 3. Несимметричные бинарные алфавиты

Цель замены отрицательных элементов с « -1 » на « $-a$ », в случае действительных чисел, и с « -1 » на « $-\exp(\varphi i)$ », в случае замены на комплексное значение, в алфавите кодовой последовательности заключается в изменении ее структуры таким образом, чтобы уровень БЛ НАКФ был наименьшим из возможных.

Далее рассматриваются четыре M-последовательности длиной 15 и 31. В таблице 1 приведены порождающие их полиномы [14-17] и сгенерированные по ним последовательности.

Таблица 1

M-последовательности и генерирующие их полиномы

| № | Длина | Порождающий полином | Последовательность |
|---|-------|-----------------------------|--|
| 1 | 15 | $x^4 + x + 1$ | [1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1] |
| 2 | 15 | $x^4 + x^3 + 1$ | [1 1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1] |
| 3 | 31 | $x^5 + x^2 + 1$ | [-1 1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 -1 1 -1 1 1 1 1 1 -1 1 1 1 -1 -1 -1 -1] |
| 4 | 31 | $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$ | [-1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 1 -1 1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 -1] |

В таблицах 2-9 представлены аналитические выражения главного и боковых лепестков ААКФ для каждой рассматриваемой M-последовательности из таблицы 1. Главный лепесток обозначается как «ГЛ» и нумеруется как «1», а боковые лепестки нумеруются последовательно начиная с 2.

Таблица 2

ААКФ M-последовательности №1

| M15 = [1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 1 1 1 -1 -1 -1] | | |
|---|--|---|
| Апериодическая АКФ | | |
| Вещественная несимметричная последовательность, где « -1 » заменяется на « $-\exp(\varphi i)$ » | Комплексная несимметричная последовательность, где « -1 » заменяется на « $-\exp(\varphi i)$ » | |
| ГЛ | $7a^2 + 8$ | $7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) + 8$ |
| 2 | $3a^2 - 7a + 4$ | $4 - 4 \exp(-\bar{\varphi}i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 3 \exp(\varphi i)$ |
| 3 | $2a^2 - 7a + 4$ | $4 - 4 \exp(-\bar{\varphi}i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$ |
| 4 | $a^2 - 7a + 4$ | $3 - 4 \exp(-\bar{\varphi}i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 3 \exp(\varphi i)$ |

| | | |
|----|-----------------|---|
| 5 | $a^2 - 7a + 3$ | $3 - 4 \exp(-\bar{\varphi}i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$ |
| 6 | $2a^2 - 5a + 3$ | $4 - 3 \exp(-\bar{\varphi}i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$ |
| 7 | $2a^2 - 4a + 3$ | $3 - 4 \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$ |
| 8 | $2a^2 - 4a + 2$ | $3 + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 3 \exp(-\bar{\varphi}i)$ |
| 9 | $a^2 - 4a + 2$ | $1 - 4 \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$ |
| 10 | $a^2 - 4a + 1$ | $1 + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 3 \exp(-\bar{\varphi}i)$ |
| 11 | $a^2 - 3a + 1$ | $-\exp(\varphi i) - 3 \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i)$ |
| 12 | $2a^2 - a + 1$ | $1 + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(-\bar{\varphi}i)$ |
| 13 | $2a^2 - a$ | $1 + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(-\bar{\varphi}i)$ |
| 14 | $a^2 - a$ | $-2 \exp(-\bar{\varphi}i)$ |
| 15 | $-a$ | $-\exp(-\bar{\varphi}i)$ |

Таблица 3

ПАКФ M-последовательности №1

| M15 = [1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 1 1 1 -1 -1 -1] | | |
|---|--|---|
| Периодическая АКФ | | |
| Вещественная несимметричная последовательность, где « -1 » заменяется на « $-a$ » | Комплексная несимметричная последовательность, где « -1 » заменяется на « $-\exp(\varphi i)$ » | |
| ГЛ | $7a^2 + 8$ | $7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) + 8$ |
| БЛ | $3a^2 - 8a + 4$ | $4 - 4 \exp(-\bar{\varphi}i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 4 \exp(\varphi i)$ |

Таблица 4

ААКФ M-последовательности №2

| M15 = [1 1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1 1 1] | | |
|---|--|---|
| Апериодическая АКФ | | |
| Вещественная несимметричная последовательность, где « -1 » заменяется на « $-a$ » | Комплексная несимметричная последовательность, где « -1 » заменяется на « $-\exp(\varphi i)$ » | |
| ГЛ | $7a^2 + 8$ | $7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) + 8$ |
| 2 | $3a^2 - 8a + 3$ | $3 - 4 \exp(-\bar{\varphi}i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 4 \exp(\varphi i)$ |
| 3 | $3a^2 - 8a + 2$ | $2 - 4 \exp(-\bar{\varphi}i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 4 \exp(\varphi i)$ |
| 4 | $3a^2 - 6a + 3$ | $3 - 3 \exp(-\bar{\varphi}i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 3 \exp(\varphi i)$ |
| 5 | $3a^2 - 5a + 3$ | $3 - 3 \exp(-\bar{\varphi}i) + 3 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$ |
| 6 | $2a^2 - 5a + 3$ | $3 - 3 \exp(-\bar{\varphi}i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$ |
| 7 | $2a^2 - 5a + 2$ | $2 - 3 \exp(-\bar{\varphi}i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$ |
| 8 | $a^2 - 6a + 1$ | $1 - 4 \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$ |
| 9 | $2a^2 - 2a + 3$ | $3 + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(-\bar{\varphi}i)$ |
| 10 | $a^2 - 3a + 2$ | $2 - 2 \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$ |
| 11 | $a^2 - 3a + 1$ | $1 - 2 \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$ |
| 12 | $1 - 3a$ | $1 + 2 \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$ |
| 13 | $1 - 2a$ | $1 - \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$ |
| 14 | 2 | 2 |
| 15 | 1 | 1 |

Таблица 5

ПАКФ М-последовательности №2

| M15 = [1 1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1] | | |
|---|-----------------|---|
| Периодическая АКФ | | |
| Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a» | | Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(φi)» |
| ГЛ | $7a^2 + 8$ | $7 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) + 8$ |
| БЛ | $3a^2 - 8a + 4$ | $4 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 4 \exp(\phi i)$ |

Таблица 6

ААКФ М-последовательности №3

| M31 = [-1 1 1 -1 1 1 -1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 1 1 -1 1 1 1 -1 -1 -1 1 1] | | |
|---|------------------|---|
| Апериодическая АКФ | | |
| Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a» | | Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(φi)» |
| ГЛ | $15a^2 + 16$ | $15 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) + 16$ |
| 2 | $7a^2 - 15a + 8$ | $8 - 7 \exp(-\bar{\phi} i) + 7 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 8 \exp(\phi i)$ |
| 3 | $6a^2 - 16a + 7$ | $7 - 8 \exp(-\bar{\phi} i) + 6 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 8 \exp(\phi i)$ |
| 4 | $7a^2 - 14a + 7$ | $7 - 7 \exp(-\bar{\phi} i) + 7 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 7 \exp(\phi i)$ |
| 5 | $6a^2 - 14a + 7$ | $7 - 7 \exp(-\bar{\phi} i) + 6 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 7 \exp(\phi i)$ |
| 6 | $5a^2 - 15a + 6$ | $6 - 8 \exp(-\bar{\phi} i) + 5 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 7 \exp(\phi i)$ |
| 7 | $6a^2 - 11a + 8$ | $8 - 6 \exp(-\bar{\phi} i) + 6 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 5 \exp(\phi i)$ |
| 8 | $5a^2 - 12a + 7$ | $7 - 6 \exp(-\bar{\phi} i) + 5 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 9 | $5a^2 - 11a + 7$ | $7 - 5 \exp(-\bar{\phi} i) + 5 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 10 | $4a^2 - 12a + 6$ | $6 - 5 \exp(-\bar{\phi} i) + 4 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 7 \exp(\phi i)$ |
| 11 | $3a^2 - 13a + 5$ | $5 - 6 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 7 \exp(\phi i)$ |
| 12 | $4a^2 - 11a + 5$ | $5 - 5 \exp(-\bar{\phi} i) + 4 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 13 | $4a^2 - 10a + 5$ | $5 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 4 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 14 | $3a^2 - 11a + 4$ | $4 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 7 \exp(\phi i)$ |
| 15 | $5a^2 - 7a + 5$ | $5 - 2 \exp(-\bar{\phi} i) + 5 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 5 \exp(\phi i)$ |
| 16 | $5a^2 - 6a + 5$ | $5 - \exp(-\bar{\phi} i) + 5 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 5 \exp(\phi i)$ |
| 17 | $2a^2 - 10a + 3$ | $3 - 3 \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 7 \exp(\phi i)$ |
| 18 | $2a^2 - 9a + 3$ | $3 - 3 \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 19 | $4a^2 - 5a + 4$ | $4 - \exp(-\bar{\phi} i) + 4 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 4 \exp(\phi i)$ |
| 20 | $3a^2 - 6a + 3$ | $3 - 2 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 4 \exp(\phi i)$ |
| 21 | $3a^2 - 5a + 3$ | $3 - 2 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 3 \exp(\phi i)$ |
| 22 | $4a^2 - 3a + 3$ | $3 - \exp(-\bar{\phi} i) + 4 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(\phi i)$ |
| 23 | $3a^2 - 4a + 2$ | $2 - \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 3 \exp(\phi i)$ |
| 24 | $2a^2 - 5a + 1$ | $1 - 2 \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 3 \exp(\phi i)$ |
| 25 | $2a^2 - 4a + 1$ | $1 - 2 \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(\phi i)$ |

| | | |
|----|----------------|--|
| 26 | $a^2 - 5a$ | $-3 \exp(-\bar{\phi} i) + \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(\phi i)$ |
| 27 | $2a^2 - a + 2$ | $2 - \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i)$ |
| 28 | $a^2 - 2a + 1$ | $1 - \exp(-\bar{\phi} i) + \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - \exp(\phi i)$ |
| 29 | $1 - 2a$ | $1 - \exp(-\bar{\phi} i) - \exp(\phi i)$ |
| 30 | $a^2 + 1$ | $1 + \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i)$ |
| 31 | $-a$ | $-\exp(\phi i)$ |

Таблица 7

ПАКФ М-последовательности №3

| M31 = [-1 1 1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 1 1 1 -1 1 1 1 -1 -1 -1 1 1] | | |
|---|------------------|---|
| Периодическая АКФ | | |
| Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a» | | Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(φi)» |
| ГЛ | $15a^2 + 16$ | $15 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) + 16$ |
| БЛ | $7a^2 - 16a + 8$ | $8 - 8 \exp(-\bar{\phi} i) + 7 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 8 \exp(\phi i)$ |

Таблица 8

ААКФ М-последовательности №4

| M31 = [-1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 1] | | |
|---|------------------|---|
| Апериодическая АКФ | | |
| Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a» | | Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(φi)» |
| ГЛ | $15a^2 + 16$ | $15 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) + 16$ |
| 2 | $6a^2 - 16a + 8$ | $8 - 8 \exp(-\bar{\phi} i) + 6 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 8 \exp(\phi i)$ |
| 3 | $6a^2 - 15a + 8$ | $8 - 8 \exp(-\bar{\phi} i) + 6 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 7 \exp(\phi i)$ |
| 4 | $7a^2 - 13a + 8$ | $8 - 7 \exp(-\bar{\phi} i) + 7 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 5 | $6a^2 - 14a + 7$ | $7 - 7 \exp(-\bar{\phi} i) + 6 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 7 \exp(\phi i)$ |
| 6 | $6a^2 - 14a + 6$ | $6 - 7 \exp(-\bar{\phi} i) + 6 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 7 \exp(\phi i)$ |
| 7 | $7a^2 - 12a + 6$ | $6 - 6 \exp(-\bar{\phi} i) + 7 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 8 | $7a^2 - 12a + 5$ | $5 - 6 \exp(-\bar{\phi} i) + 7 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 9 | $5a^2 - 14a + 4$ | $4 - 7 \exp(-\bar{\phi} i) + 5 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 7 \exp(\phi i)$ |
| 10 | $5a^2 - 13a + 4$ | $4 - 7 \exp(-\bar{\phi} i) + 5 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 11 | $6a^2 - 10a + 5$ | $5 - 5 \exp(-\bar{\phi} i) + 6 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 5 \exp(\phi i)$ |
| 12 | $5a^2 - 12a + 3$ | $3 - 6 \exp(-\bar{\phi} i) + 5 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 13 | $4a^2 - 12a + 3$ | $3 - 6 \exp(-\bar{\phi} i) + 4 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 14 | $5a^2 - 9a + 4$ | $4 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 5 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 5 \exp(\phi i)$ |
| 15 | $4a^2 - 9a + 4$ | $4 - 4 \exp(-\bar{\phi} i) + 4 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 5 \exp(\phi i)$ |
| 16 | $2a^2 - 11a + 3$ | $3 - 5 \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 6 \exp(\phi i)$ |
| 17 | $5a^2 - 5a + 5$ | $5 - 2 \exp(-\bar{\phi} i) + 5 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 3 \exp(\phi i)$ |
| 18 | $3a^2 - 7a + 4$ | $4 - 3 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 4 \exp(\phi i)$ |
| 19 | $2a^2 - 7a + 4$ | $4 - 3 \exp(-\bar{\phi} i) + 2 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 4 \exp(\phi i)$ |
| 20 | $3a^2 - 4a + 5$ | $5 - 2 \exp(-\bar{\phi} i) + 3 \exp(\phi i) \cdot \exp(-\bar{\phi} i) - 2 \exp(\phi i)$ |

| | | |
|----|-----------------|---|
| 21 | $2a^2 - 4a + 5$ | $5 - 2 \exp(-\bar{\varphi}i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$ |
| 22 | $a^2 - 6a + 3$ | $3 - 3 \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 3 \exp(\varphi i)$ |
| 23 | $2a^2 - 3a + 4$ | $4 - 2 \exp(-\bar{\varphi}i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$ |
| 24 | $2a^2 - 2a + 4$ | $4 - \exp(-\bar{\varphi}i) + 2 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$ |
| 25 | $3 - 4a$ | $3 - 2 \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$ |
| 26 | $2 - 4a$ | $2 - 2 \exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$ |
| 27 | $a^2 - 2a + 2$ | $2 - \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$ |
| 28 | $a^2 - 2a + 1$ | $1 - \exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - \exp(\varphi i)$ |
| 29 | $-3a$ | $-\exp(-\bar{\varphi}i) - 2 \exp(\varphi i)$ |
| 30 | $a^2 - a$ | $-\exp(-\bar{\varphi}i) + \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i)$ |
| 31 | a^2 | $\exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i)$ |

Таблица 9

ПАКФ М-последовательности №4

| | | |
|--|--|---|
| M31 = [-1 1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 1 -1 -1 1 1 1 -1 -1 1 1 1 -1 -1] | | |
| Периодическая АКФ | | |
| Вещественная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-a» | Комплексная несимметричная последовательность, где «-1» заменяется на «-exp(iφ)» | |
| ГЛ | $15a^2 + 16$ | $15 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) + 16$ |
| БЛ | $7a^2 - 16a + 8$ | $8 - 8 \exp(-\bar{\varphi}i) + 7 \exp(\varphi i) \cdot \exp(-\bar{\varphi}i) - 8 \exp(\varphi i)$ |

Стоит заметить, что аналитические выражения ПАКФ М-последовательностей одной длины совпадают.

3 Поиск новых комплексных значений М-последовательностей и оценка уровней лепестков апериодической и периодической автокорреляционной функции

В работе [14] уже были определены оптимальные действительные значения «a» для отрицательных элементов М-последовательностей длины $N = 15, 31, 63, 127, 255, 511$. Поэтому далее следует провести исследования для случая замены отрицательных элементов у традиционной М-последовательности с «-1» на комплексное значение «-exp(iφ)» с целью оценки уровней БЛ как для ПАКФ, так и для ААКФ. В работе [18] также представлен пример модификации М-последовательностей новыми действительными значениями, которые обеспечивают улучшение корреляционных характеристик.

На рисунке 4 представлено графическое отображение всех значений БЛ периодической НАКФ М-последовательности №1 в зависимости от фазы φ, где $\varphi = 0 \dots 360^\circ$.

На графике видно два значения ($\varphi_1 = 28.955^\circ$ и $\varphi_2 = 311.045^\circ$), в которых значение БЛ НАКФ наименьшее., что соответствует следующим комплексным знаменаниям в структуре М-последовательности: $[1 0.7740+0.6332i 0.7740+0.6332i 1 0.7740+0.6332i 1 0.7740+0.6332i 1 1 1 1 0.7740+0.6332i 0.7740+0.6332i 0.7740+0.6332i]$.

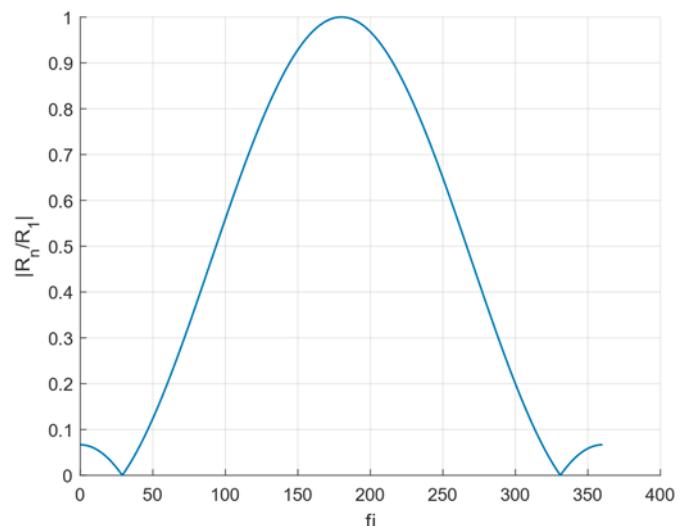


Рис. 4. Значение БЛ периодической НАКФ М-последовательности №1

На рисунке 5 показано сравнение периодической НАКФ классической М-последовательности и новой, с алфавитом $[1; -\exp(i\varphi)]$. Как видно из графиков, новая М-последовательность показывает меньший уровень БЛ периодической НАКФ, чем классическая.

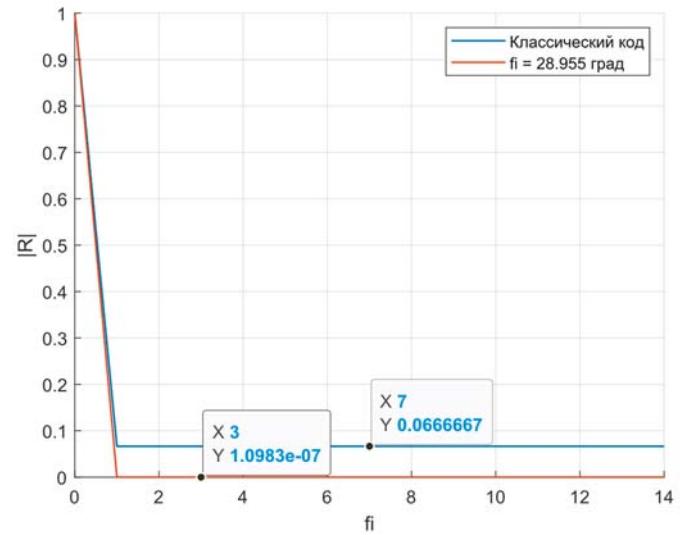


Рис. 5. Сравнение периодической НАКФ М-последовательности №1

На рисунках 6-7 аналогично проводится сравнение апериодической НАКФ для данной М-последовательности. Как следует из графиков, при значении $\varphi_1 = 28.955^\circ$ и $\varphi_2 = 311.045^\circ$ все БЛ нормированной ААКФ достигают минимального уровня.

Поскольку аналитические выражения ПАКФ данной последовательности совпадают со значениями последовательности, рассмотренной ранее, достаточно ограничиться анализом ААКФ.

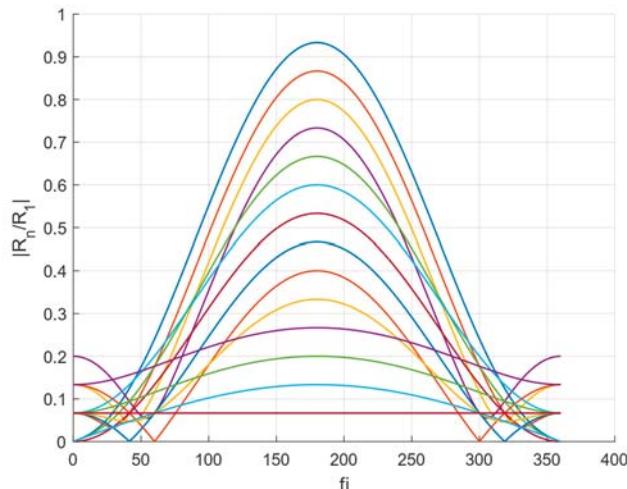


Рис. 6. Значение БЛ апериодической НАКФ М-последовательности №1

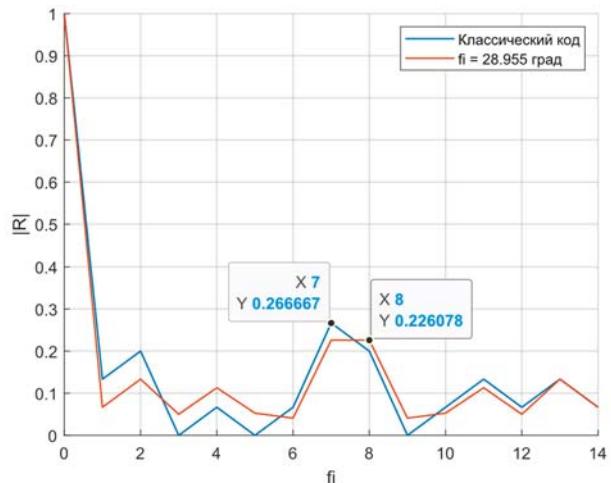


Рис. 9. Сравнение апериодической НАКФ М-последовательности №2

Сравнивая все значения, полученные для М-последовательностей длиной $N = 15$, можно сделать вывод, что наименьшие значения уровней БЛ НАКФ достигаются при $\varphi_1 = 28.955^\circ$ и $\varphi_2 = 311.045^\circ$.

Аналогично рассмотренным выше М-последовательностям длиной $N = 15$, нужно рассмотреть М-последовательности длиной $N = 31$. На рисунке 10 представлено графическое отображение всех значений БЛ периодической НАКФ М-последовательности №3 в зависимости от фазы φ , где $\varphi = 0 \dots 360^\circ$.

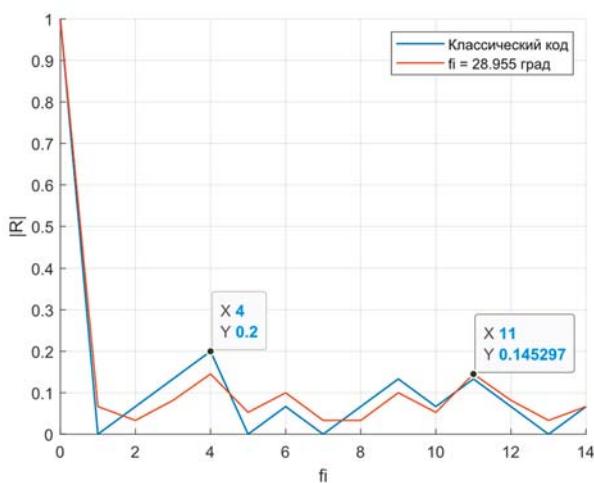


Рис. 7. Сравнение апериодической НАКФ М-последовательности №1

На рисунках 8-9 показано сравнение апериодической НАКФ классической М-последовательности и новой, с заменой « -1 » на « $-\exp(\varphi i)$ ».

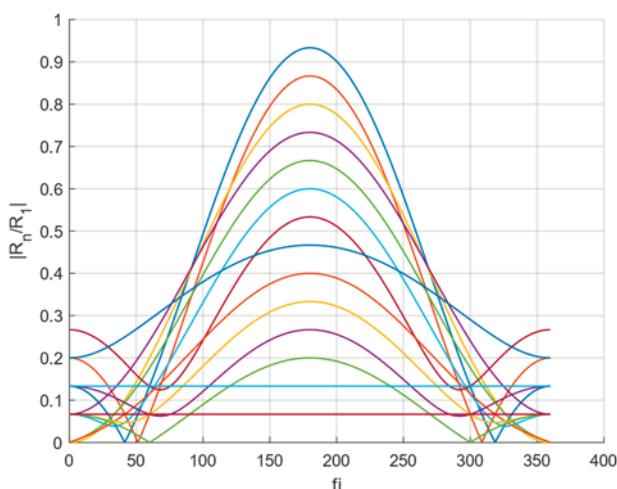


Рис. 8. Значение БЛ апериодической НАКФ М-последовательности №2

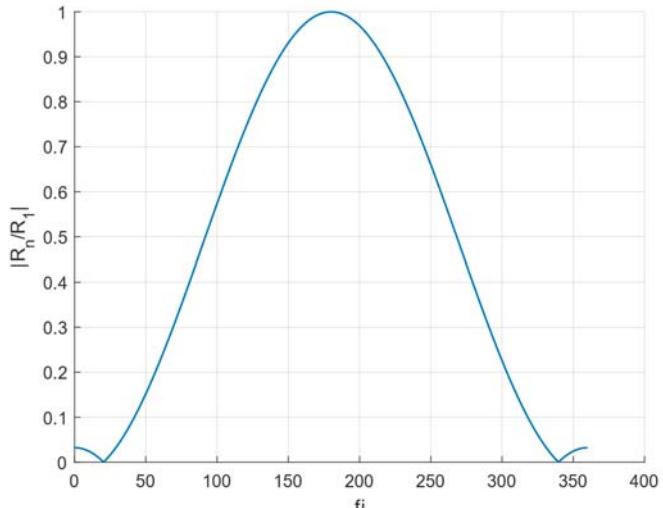


Рис. 10. Значение БЛ периодической НАКФ М-последовательности №3

На рисунке 10 представлены два значения фазы φ , равные 20.36° и 339.64° , при которых значения БЛ НАКФ минимальны. На рисунке 11 показано сравнение периодической НАКФ классической и новой М-последовательностей, где видно, что новая последовательность обеспечивает более низкие уровни БЛ НАКФ.

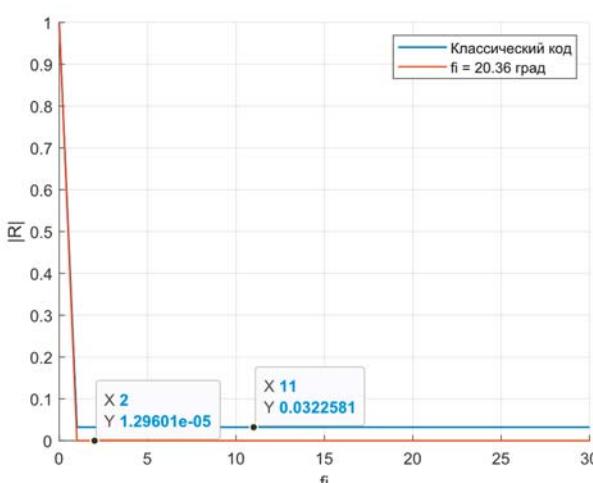


Рис. 11. Сравнение периодической НАКФ М-последовательности №3

На рисунках 12-13 проводится сравнение значений апериодической НАКФ для новой и классической М-последовательностей. Графики показывают, что при $\phi_1 = 20.36^\circ$ и $\phi_2 = 339.64^\circ$, аналогично периодической НАКФ, все БЛ достигают более низкого уровня.

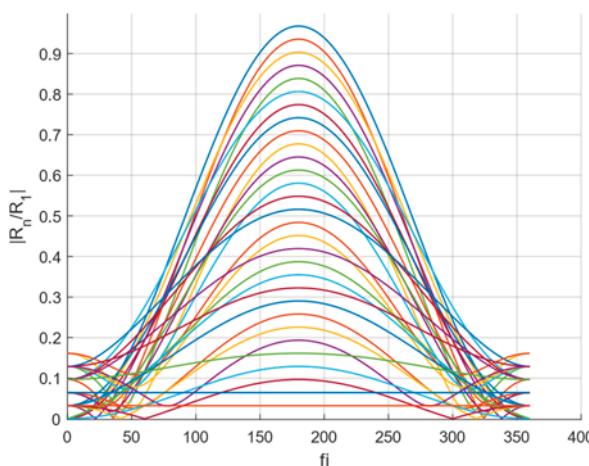


Рис. 12. Значение БЛ аperiодической НАКФ М-последовательности №3

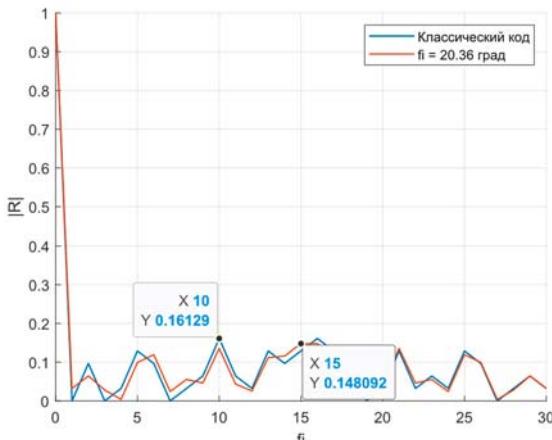


Рис. 13. Сравнение аperiодической НАКФ М-последовательности №3

Аналитические выражения ПАКФ всех М-последовательностей одинаковой длины совпадают, поэтому рассматривать их снова не нужно. На рисунках 14-15 показано сравнение аperiодической НАКФ классической М-последовательности и новой, полученной путем замены « -1 » на « $-\exp(\phi i)$ ».

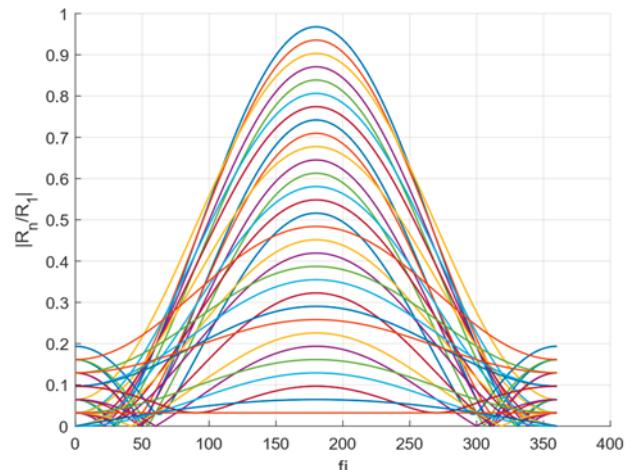


Рис. 14. Значение БЛ аperiодической НАКФ М-последовательности №4

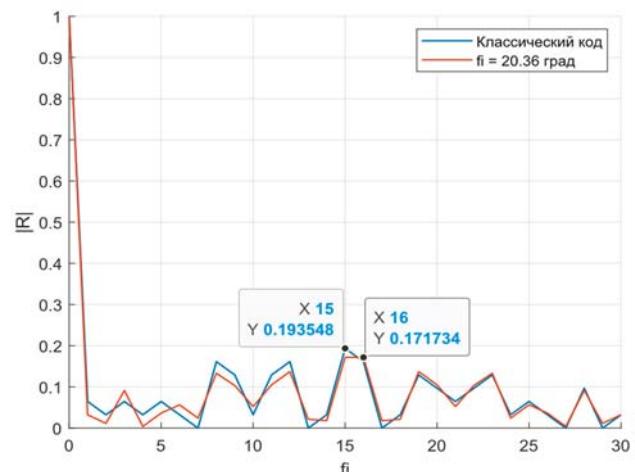


Рис. 15. Сравнение аperiодической НАКФ М-последовательности №4

Сравнивая все значения, полученные для М-последовательностей длиной $N = 31$, можно сделать вывод, что наименьшие значения уровней БЛ как для периодической, так и для аperiодической НАКФ достигаются при $\phi_1 = 20.36^\circ$ и $\phi_2 = 339.64^\circ$.

Так как $\exp(\phi_1 i) = \exp((360^\circ - \phi_1) i)$, то ϕ_2 можно представить как $-\phi_1$. Полученные значения ϕ для рассмотренных М-последовательностей представлены в таблице 10.

Таблица 10

Значения фаз ϕ для М-последовательностей длиной $N = 15$ и $N = 31$

| Длина М-последовательности | Полученные значения ϕ | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------|
| | ϕ_1 | ϕ_2 |
| 15 | 28.955° | -28.955° |
| 31 | 20.36° | -20.36° |

Таким образом, для анализа влияния комплексной замены отрицательных элементов М-последовательностей на ее автокорреляционные свойства были проведены численные эксперименты. Результаты показывают, что использование несимметричного алфавита позволяет уменьшить уровень БЛ НАКФ. В частности, было установлено, что оптимальные значения параметра φ зависят от длины последовательности – чем выше N , тем меньше φ .

В таблице 11 представлены модифицированные М-последовательности с длиной N от 7 до 511, а в таблице 12 показаны найденные значения ϕ .

Таблица 11

Модифицированные М-последовательности длиной $N = 7, 15, 31, 63, 127, 255, 511$

Таблица 12

Значения ϕ для M-последовательностей

| Длина N | Полученные значения ф ААКФ и ПАКФ |
|-----------|--------------------------------------|
| 7 | $\pm 41.41^\circ$ |
| 15 | $\pm 28.955^\circ$ |
| 31 | $\pm 20.36^\circ$ |
| 63 | $\pm 14.354^\circ$ |
| 127 | $\pm 10.136^\circ$ |
| 255 | $\pm 7.16^\circ$ |
| 511 | $\pm 5.07^\circ$ |
| 1023 | $\pm 3.58^\circ$ |
| 2047 | $\pm 2.53^\circ$ |

В таблицах 13 и 14 приведен сравнительный анализ значений уровней БЛ традиционных М-последовательностей и новых, где отрицательный элемент « -1 » был заменен на комплексное значение « $-\exp(\phi i)$ ».

Таблица 13

Уровень БЛ ААКФ М-последовательностей

| <i>N</i> | Уровень БЛ нормированной ААКФ классической М-последовательности | Уровень БЛ нормированной ААКФ модифицированной М-последовательности | Разница между уровнями |
|----------|---|---|------------------------|
| 7 | 0.2857 | 0.2020 | 0.0837 |
| 15 | 0.2000 | 0.1452 | 0.0548 |
| | 0.2667 | 0.2261 | 0.0406 |
| 31 | 0.1612 | 0.1481 | 0.0131 |
| | 0.1935 | 0.1717 | 0.0218 |
| 63 | 0.1746 | 0.1613 | 0.0133 |
| 127 | 0.1102 | 0.0973 | 0.0129 |
| 255 | 0.0667 | 0.0644 | 0.0023 |
| 511 | 0.0450 | 0.0439 | 0.0011 |
| 1023 | 0.0450 | 0.0445 | 0.0005 |
| 2047 | 0.0225 | 0.0222 | 0.0003 |

Таблица 14

Уровень БЛ ПАКФ М-последовательностей

| <i>N</i> | Уровень БЛ нормированной ПАКФ классической М-последовательности | Уровень БЛ нормированной ПАКФ модифицированной М-последовательности | Разница между уровнями |
|----------|---|---|------------------------|
| 7 | 0.1429 | 0.0000025 | 0.1428 |
| 15 | 0.0667 | 0.0000001 | 0.0666 |
| 31 | 0.0323 | 0.0000130 | 0.0322 |
| 63 | 0.0159 | 0.0000165 | 0.0158 |
| 127 | 0.0079 | 0.0000090 | 0.0078 |
| 255 | 0.0039 | 0.0000073 | 0.0038 |
| 511 | 0.0020 | 0.0000031 | 0.0019 |
| 1023 | 0.0020 | 0.0009793 | 0.0019 |
| 2047 | 0.0005 | 0.0000009 | 0.0004 |

Из анализа численных результатов таблиц 13 и 14 следует, что при применении нового метода поиска комплексных значений для М-последовательностей, описанного в разделе 2, была осуществлена замена отрицательного элемента « -1 » на найденное комплексное значение для модификации традиционной М-последовательности, в результате чего удалось познить уровень БЛ ААКФ и ПАКФ по сравнению с аналогичным уровнем, полученным на основе классических представлений данного кода.

Поэтому, например, наибольшее уменьшение максимального бокового лепестка для нормированной ААКФ составило 0.0837, в то время как для нормированной ПАКФ – 0.1428 для полинома 3-й степени $x^3 + x + 1$, генерирующего М-последовательность длины $N = 7$ с начальной фазой сигнала $\phi = 41.41^\circ$. С увеличением длины М-последовательности уровень БЛ АКФ уменьшается до значений близких к нулю, что позволит повысить возможность обнаружения сигнала на фоне внутренних шумов [19].

Исходя из этого, следует сделать вывод о целесообразности использования метода поиска новых комплексных значений отрицательных элементов для модификации М-последовательностей. Данный метод можно использовать при измерении толщины льда на основе применения сверхширокополосных сигнально-кодовых конструкций [20].

4 Заключение

В результате проведенного исследования была выполнена оценка свойств автокорреляционных функций М-последовательностей, включающая анализ их периодической и апериодической составляющих. Разработанный подход, основанный на замене традиционного алфавита последовательностей на асимметричный, что позволило значительно снизить уровень боковых лепестков автокорреляционной функции.

Значимость полученных результатов для практической сферы заключается в их применении для улучшения качества систем радиолокации и связи, где минимизация уровня боковых лепестков АКФ является одним из ключевых требований. Модифицированные М-последовательности продемонстрировали высокую эффективность при проведении компьютерных экспериментов в лабораторных условиях, что в дальнейшем позволит генерировать реальные сигнально-кодовые конструкции, применяемых в технических системах бортового контроля за земной поверхностью.

Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на поиск новых М-последовательностей с заменой ее классических элементов как отрицательных, так и положительных на их представление в комплексном виде.

Литература

1. Опалихина О.В. Формирование м-последовательности над полем вычетов Галуа // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2023. № 2. С. 77-90. – DOI 10.17308/sait/1995-5499/2023/2/77-90. EDN ZWXTCG
2. Панкратов Д.Ю., Горовенко А.В. Использование пространственно-временного мультиплексирования с целью повышения защищенности информации в мобильных сетях радиосвязи // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2023. Т. 14, № 1. С. 49-54. EDN WEIADA
3. Sergeev A.M., Nenashev V.A., Vostrikov A.A. et al. Discovering and analyzing binary codes based on monocyclic quasi-orthogonal matrices // Smart Innovation, Systems and Technologies. 2019. Vol. 143, pp. 113-123. DOI 10.1007/978-981-13-8303-8_10
4. Бестужин А.Р., Рыжиков М.Б., Новикова Ю.А., Киришина И.А. Оценка эффективности применения антенн с несимметричной диаграммой направленности для снижения влияния помех от земной поверхности на обнаружение со средней частотой повторения в бортовых импульсных радиолокационных станциях // Радиотехника. 2023. Т. 87, № 6. С. 32-40.
5. Kirshina I.A., Yakimov A.N., Bestugin A.R. Generalized Mathematical Model of Ground Radio Line of Communication // 2019 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF 2019), Санкт-Петербург, 03-07 июня 2019 года. Vol. [2]. Санкт-Петербург: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2019. Р. 8840127. DOI 10.1109/WECONF.2019.8840127. EDN GEQEGQ.
6. Тимофеев А.Л., Султанов А.Х., Мешков И.К., Гизатулин А.Р. Радиолокация с голографическим кодированием зондирующего сигнала // Журнал радиоэлектроники. 2024. № 3. DOI 10.30898/1684-1719.2024.3.11. EDN HKOUND
7. Ипанов Р.Н., Комаров А.А. Применение зондирующих ФКМ-сигналов с нулевой зоной автокорреляции для улучшения качества измерений в РСА // Журнал радиоэлектроники. 2024. № 1. DOI 10.30898/1684-1719.2024.1.11. EDN YHDAYR.
8. Урамбеков Э.Б. Разработка модели функции фазоманипулированного сигнала для улучшения разрешающей способности БРЛС (бортовая радиолокационная станция) // Международный журнал

информационных технологий и энергоэффективности. 2024. Т. 9. № 4(42). С. 156-162.

9. Changjie Wang, Hao Zhang, Wei Ren, Quanhua Liu. Design of polyphase sequence sets with good correlation properties under spectral distortion via majorization-minimization framework. Digital Signal Processing, Volume 145, 2024, Article 104284. ISSN 1051-2004. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2023.104284>

10. Кочетова И.В., Левенец А.В. Способ оценки автокорреляционной функции последовательности цифровых данных // Вестник Тихоокеанского государственного университета. 2023. № 4(71). С. 7-12. EDN ZZGCGV.

11. Бурень Г.А., Полевода Ю.А. Принципы амплитудно-фазовой модуляции // Фундаментальные, поисковые, прикладные исследования и инновационные проекты: Сборник трудов Национальной научно-практической конференции, Москва, 07-08 декабря 2023 г. М.: Ассоциация выпускников и сотрудников ВВИА им. профессора Н.Е. Жуковского содействия сохранению исторического и научного наследия ВВИА им. профессора Н.Е. Жуковского, 2023. С. 347-351. EDN KIGIQT.

12. Вахтин В.Е., Лебедев Е.С., Бобров Д.А. Модуляция сигналов и ее виды, сравнение // Молодой ученый. 2023. № 33 (480). С. 66-68.

13. Левин Д.В., Макаренков В.В., Паршуткин А.В. Исследование возможностей реализации многопозиционной радиолокации на основе комплексной обработки сигналов от разнодиапазонных радиолокационных станций // Радиолокационное исследование природных сред : Материалы XXXIII Всероссийского симпозиума, посвященного 100-летию со дня рождения доктора технических наук, профессора Клюева Николая Фомича, Санкт-Петербург, 19-20 апреля 2023 г. Санкт-Петербург: Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, 2024. С. 348-354.

14. Nenashev V.A., Nenashev S.A. Search and Study of Marked Code Structures for a Spatially Distributed System of Small-Sized Airborne Radars. Sensors 2023, 23, 6835. <https://doi.org/10.3390/s23156835>

15. Межетов М.А., Васин А.Д. Особенности применения широкополосных сигналов в системах связи и навигации // Актуальные проблемы и перспективы развития гражданской авиации: материалы XIII Международной научно-практической конференции, Иркутск, 10-11 октября 2024 г. Иркутск: Московский государственный технический университет гражданской авиации, 2024. С. 169-176.

16. Яковлев В.Ф. Выбор характеристического полинома двоичной М-последовательности для идентификации нелинейного динамического объекта // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 4-1. Т.13, 2011. С. 133-135.

17. Гариуллина З.Р., Иванов М.А., Рябков В.Е., Чугунков И.В. Способ формирования нелинейных М-последовательностей // Безопасность информационных технологий. Т. 18, №2, 2001. С. 31-36.

18. Bhatt T.D. Construction of Perfect Periodic Binary Sequences for Radar Applications. International Journal on Emerging Technologies, 2020. No. 11(2), pp. 662-667.

19. Чембарисова Р.И., Ненашев В.А. Контроль аномалий в структуре кодов на основе анализа выражений лепестков автокорреляционной функции // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №12. С. 4-11.

20. Ненашев С.А., Бестужин А.Р., Чембарисова Р.И., Киришина И.А., Ненашев В.А. Контроль толщины льда на основе применения сверхширокополосных сигнально-кодовых конструкций // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2024. Т. 22. № 6. С. 13-22. DOI: <https://doi.org/10.18127/j20700814-202406-02>

SEARCH FOR COMPLEX M-SEQUENCES FOR PHASE MODULATION OF SIGNAL-CODE STRUCTURES IN ON-BOARD CONTROL SYSTEMS

Renata I. Chembarisova, SUAI, Saint Petersburg, Russia, renatachembarisova@yandex.ru

Vadim A. Nenashev, SUAI, Saint Petersburg, Russia, nenashev.va@yandex.ru, nenashev@guap.ru

Alexander R. Bestugin, SUAI, Saint Petersburg, Russia

Irina A. Kirshina, SUAI, Saint Petersburg, Russia

Sergey A. Nenashev, SUAI, Saint Petersburg, Russia

The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation (project No. 24-79-10259)

Abstract

Currently, M-sequence phase-modulated signals are widely used in radar, radio navigation and data exchange systems due to their unique correlation properties. However, despite their advantages, high levels of side lobes of the autocorrelation function (ACF) can significantly reduce the reliability of the corresponding detection systems. The search for new complex M-sequences with lower levels of side lobes of the normalized ACF is an urgent and important task for increasing noise immunity and reliability in modern detection systems.

Objective. The purpose of the study is to develop and justify a method for reducing the level of side lobes (SL) of the ACF by searching for new complex values of M-sequences. This is achieved by replacing the traditional alphabet $[1; -1]$ with an asymmetric $[1; \exp(i\pi)]$, after which the expressions describing the SL of the normalized autocorrelation function (NACF) are calculated, according to which such values of $\exp(i\pi)$ are determined at which the SL have the lowest level. The paper uses analytical methods for deriving expressions describing the levels of the ACF sidelobes, algorithms for numerical search for complex values of M-sequences, as well as methods of computer modeling and experiments to estimate the levels of the ACF sidelobes based on the expressions found. In this paper, a search for new complex values of M-sequences was carried out and a study of the characteristics of their ACF was conducted. The obtained results include graphs and dependencies showing a decrease in the levels of the ACF sidelobes due to the found new complex values of M-sequences in order to form a phase-modulated signal-code structure. The practical application of code structures, which are new complex M-sequences, demonstrated and thereby confirmed the improvement of their correlation characteristics. This approach can be used to improve the efficiency of onboard small-sized radar systems for monitoring the earth's surface, including multi-position ones, as well as in digital communication and radio navigation devices that require high reliability and noise immunity.

Keywords: M-sequence, autocorrelation function, side lobes, sequence analysis, phase modulation, on-board monitoring system, signal-code structures

References

- [1] O. V. Opalikhina, "Formation of an m-sequence over a Galois residue field," *Bulletin of the Voronezh State University. Series: Systems Analysis and Information Technologies.* 023. No. 2, pp. 77-90. DOI 10.17308/sait/1995-5499/2023/2/77-90.
- [2] D. Yu. Pankratov, A. V. Gorovenko, "Using space-time multiplexing to improve information security in mobile radio networks," *Systems for synchronization, generation and processing of signals.* 2023. Vol. 14, No. 1, pp. 49-54.
- [3] A. Sergeev, V. Nenashev, A. Vostrikov et al., "Discovering and analyzing binary codes based on monocyclic quasi-orthogonal matrices." *Smart Innovation, Systems and Technologies.* 2019. Vol. 143, pp. 113-123. DOI 10.1007/978-981-13-8303-8_10.M. B.
- [4] A. R. Bestugin, M. B. Ryzhikov, Yu. A. Novikova, I. A. Kirshina, "Evaluation of the efficiency of the application of antennas with asymmetric radiation pattern to reduce the influence of interference from the ground surface on the detection with the average repetition rate in the onboard pulse radar stations," *Radiotekhnika.* 2023. Vol. 87, no. 6. pp. 32-40.
- [5] I. A. Kirshina, A. N. Yakimov, A. R. Bestugin, "Generalized Mathematical Model of Ground Radio Line of Communication," *2019 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF 2019)*, Saint Petersburg: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2019. P. 8840127. DOI 10.1109/WECONF.2019.8840127
- [6] A. L. Timofeev, A. Kh. Sultanov, I. K. Meshkov, A. R. Gizatulin, "Radar with holographic coding of the probing signal," *Journal of Radio Electronics.* 2024. No. 3. DOI 10.30898/1684-1719.2024.3.11
- [7] R. N. Ipanov, A. A. Komarov, "Application of probing PCM signals with zero autocorrelation zone to improve the quality of measurements in SAR," *Journal of Radio Electronics.* 2024. No. 1. DOI 10.30898/1684-1719.2024.1.11
- [8] E. B. Urambekov, "Development of a phase-shift keyed signal function model to improve the resolution of an airborne radar station," *International Journal of Information Technology and Energy Efficiency.* 2024. Vol. 9. No. 4(42), pp. 156-162.
- [9] Changjie Wang, Hao Zhang, Wei Ren, Quanhua Liu, "Design of polyphase sequence sets with good correlation properties under spectral distortion via majorization-minimization framework," *Digital Signal Processing.* Vol. 145, 2024, Article 104284. ISSN 1051-2004. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2023.104284>
- [10] I. V. Kochetova, A. V. Levenets, "Method for Estimating the Autocorrelation Function of a Digital Data Sequence," *Bulletin of the Pacific State University.* 2023. No. 4 (71), pp. 7-12.
- [11] G. A. Buren, Yu. A. Polevoda, "Principles of amplitude-phase modulation. Fundamental, exploratory, applied research and innovative projects," *Collection of works of the National scientific and practical conference, Moscow, December 7-8, 2023.* Moscow: Association of graduates and employees of VVIA named after professor N.E. Zhukovsky for the preservation of the historical and scientific heritage of VVIA, 2023, pp. 347-351.
- [12] V. E. Vakhtin, E. S. Lebedev, D. A. Bobrov, "Signal modulation and its types, comparison," *Young scientist.* 2023. No. 33 (480), pp. 66-68.
- [13.] D. V. Levin, V. V. Makarenkov, A. V. Parshutkin, "Study of the possibilities of implementing multi-position radar based on complex processing of signals from multi-range radar stations," *Radar study of natural environments: Proceedings of the XXXIII All-Russian symposium dedicated to the 100th anniversary of the birth of Doctor of Technical Sciences, Professor Nikolai Fomich Klyuev*, St. Petersburg, April 19-20, 2023. St. Petersburg: A.F. Mozhaisky Military Space Academy, 2024, pp. 348-354.
- [14] V. A. Nenashev, S. A. Nenashev, "Search and Study of Marked Code Structures for a Spatially Distributed System of Small-Sized Airborne Radars," *Sensors.* 2023, 23, 6835.
- [15.] M.A. Mezhetov, A.D. Vasin, "Features of the application of broadband signals in communication and navigation systems," *Actual problems and prospects for the development of civil aviation: materials of the XIII International scientific and practical conference, Irkutsk, October 10-11, 2024.* Irkutsk: Moscow State Technical University of Civil Aviation, 2024, pp. 169-176.
- [16] V. F. Yakovlev, "Selection of the characteristic polynomial of a binary M-sequence for identification of a nonlinear dynamic object," *Bulletin of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences.* 4-1 v.13, 2011, pp. 133-135.
- [17] Z. R. Garifullina, M. A. Ivanov, V. E. Ryabkov, I. V. Chugunkov, "Method for forming nonlinear M-sequences," *Information Technology Security.* Vol 18, No.2, 2001, pp. 31-36
- [18] T. D. Bhatt, "Construction of Perfect Periodic Binary Sequences for Radar Applications," *International Journal on Emerging Technologies,* 2020, no. 11(2), pp. 662-667.
- [19] R. I. hembarisova, V. A. Nenashev, "Monitoring anomalies in the code structure based on the analysis of expressions of the autocorrelation function petals," *T-Comm.* 2024. Vol. 18. No. 12, pp. 4-11.
- [20] S. A. Nenashev, A. R. Bestugin, R. I. Chembarisova, I. A. Kirshina, V. A. Nenashev, "Monitoring ice thickness based on the use of ultra-wideband signal-code structures," *Information, measuring and control systems.* 2024. Vol. 22. No. 6, pp. 13-22. DOI: <https://doi.org/10.18127/j20700814-202406-02>

Information about authors:

Renata I. Chembarisova, laboratory assistant of the machine learning laboratory of the design and technology office of the engineering school of SUAI, student of the Department of Aerospace Computer and Software Systems of SUAI, Saint Petersburg, Russia

Vadim A. Nenashev, Ph.D. (Tech.), Head of the machine learning laboratory of the SUAI engineering school, associate professor of the department of "Design and technology of electronic and laser devices" of SUAI, Saint Petersburg, Russia

Alexander R. Bestugin, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of "Design and Technologies of Electronic and Laser Equipment" of SUAI, Saint Petersburg, Russia

Irina A. Kirshina, Ph.D. (Econ.), Associate Professor of the Department of Design and Technologies of Electronic and Laser Equipment, SUAI, Saint Petersburg, Russia

Sergey A. Nenashev, Head of the Industrial Electronics Laboratory of the Design and Technology Office of the Engineering School of SUAI, Junior Researcher at the Department of Design and Technology of Electronic and Laser Equipment at SUAI, Postgraduate Student at SUAI, Saint Petersburg, Russia

РАЗРАБОТКА ПЕРСПЕКТИВНОГО ВИДА ОТОБРАЖЕНИЯ МЕТЕОНАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ДИСПЛЕЯХ ИНДИКАТОРОВ БОРТОВЫХ РЛС

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-5-38-47

Рыжиков Максим Борисович,
Санкт-Петербургский Государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия,
maxrmb@yandex.ru

Manuscript received 27 March 2025;
Accepted 20 April 2025

Новикова Юлиана Александровна,
Санкт-Петербургский Государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия,
nov-jliana@yandex.ru

Ключевые слова: метеонавигация, бортовая
радиолокационная станция, индикация,
визуализация

Задача повышения безопасности пилотирования воздушных судов малой авиации, совершающих свои полеты на высотах, не превышающих нижнюю границу облачности, зависит в том числе от полноты и скорости интуитивного восприятия метеонавигационной информации, позволяющей заблаговременно выбирать маршруты облета областей со сложными метеоусловиями. При этом визуализация данной информации в воздушных судах, предназначенных для международных перелетов, ограничена принятыми стандартными протоколами передачи данных. Анализируются ограничения, накладываемые по отображению метеонавигационной информации, существующие решения по получению и отображению более полных данных как о пространственных координатах, так и о степени опасности атмосферных образований, получаемых в бортовых РЛС. Предложены новые подходы к визуализации, увеличивающие информативность метеонавигационных данных, ориентированные на получение более интуитивно-понятных изображений. Цель работы – исследовать научно-технический задел, применяемый в бортовых радиолокаторах для анализа текущей метеообстановки, дополнить его предложениями по разработке перспективного вида отображения метеонавигационной информации на дисплеях индикаторов с обеспечением преемственности по критериям опасности, принятым в международных стандартах для бортовых РЛС. Приведены результаты анализа, подтверждающие целесообразность перехода от плоской - двумерной формы отображения метеонавигационной информации в псевдотрехмерном или трехмерном виде с визуализацией дополнительных слоев, полученных для текущего положения воздушного судна из векторных карт местности. Оценены требования к быстродействию процессора, реализующего вторичную обработку радиолокационных данных перед их потенциальным выводом на индикаторе. Результаты работы могут быть использованы в метеонавигационных бортовых импульсно-доплеровских РЛС с optionalным выводом изображения при гибридной визуализации.

Информация об авторах:

Рыжиков Максим Борисович, к.т.н., доцент, кафедра "Радиотехнических и оптико-электронных комплексов", ГУАП, Санкт-Петербург, Россия
Новикова Юлиана Александровна, к.ф.-м.н., доцент, кафедра "Физики", ГУАП, Санкт-Петербург, Россия

Для цитирования:

Рыжиков М.Б., Новикова Ю.А. Разработка перспективного вида отображения метеонавигационной информации на дисплеях индикаторов бортовых РЛС // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №5. С. 38-47.

For citation:

M.B. Ryzhikov, Yu.A. Novikova, "Development of a modern type of display of meteorological navigation information on on-board radar indicator display," T-Comm, 2025, vol. 19, no.5, pp. 38-47. (in Russian)

Введение. Постановка задачи исследования.

Настоящая работа посвящена исследованию современных требований, тенденций и научно-технического задела, достигнутого в области визуализации метеокарт в режимах радиолокационного обнаружения опасных для полета грозовых фронтов и зон турбулентности, для выработки предложений по созданию прототипов перспективного, визуально ориентированного и интуитивно-понятного вида отображения информации о действующей метеонавигационной обстановке, на дисплеях бортовых индикаторов. Декомпозиция данной задачи подразумевает следующее деление:

- выдача предложений в части прототипа перспективного, визуально ориентированного вида отображения радиолокационной информации о метеообразованиях на дисплеях бортовых индикаторов;

- выполнение оценки требований ко времени накопления необходимого объема исходной информации и к быстродействию процессора бортовой цифровой вычислительной машины по обработке и формированию данных для вывода на индикаторе перспективного, визуально ориентированного

вида отображения радиолокационной или гибридной метеонавигационной информации.

1 Понятия потенциально опасных для полетов метеообразований и текущие требования к визуализации бортовой метеонавигационной информации по международному стандарту ARINC 708A

Степень опасности грозовых метеообразований связывают с определенным уровнем их радиолокационной отражаемости (РЛО), обозначаемой как Z , выражаемой в децибелах с обозначением dBZ . В свою очередь указанная степень опасности связана с интенсивностью выпадения осадков, измеряемой в мм/час [1]. В настоящее время большинство международных современных наземных и бортовых радиолокационных станций используют эмпирическую зависимость между радиолокационной отражаемостью и интенсивностью осадков, полученную американским сервисом погоды WSR-88D в 2014 году [2].

Типичные значения радиолокационной отражаемости облаков и осадков, интенсивности осадков, а также протяженностей по горизонтали и по вертикали для различных типов облаков представлены в таблице 1 [3-5].

Таблица 1

| Тип облака | Протяженность по вертикали, км | Протяженность по горизонтали, км | Тип осадков | Радиолокационная отражаемость, dBZ | Интенсивность осадков, мм/час |
|--------------------------|---|----------------------------------|---|---|--|
| Слоистые | 0,4-1 | до 300 | осадков не дают | 0 | 0 |
| Высокослоистые | 3- 6 | до 100 | мелкие осадки, обычно не достигают поверхности земли вследствие испарения | 0 | 0 |
| Высококучевые | нижняя граница варьируется в пределах 2-6 протяженность по вертикали 0,7 | | мелкие осадки, обычно не достигают поверхности земли вследствие испарения в подоблачном слое | 0 | 0 |
| Перистые | 5-12 | до 300 | осадков не дают | 0 | 0 |
| Перисто-слоистые | 5-8 | до 300 | осадков не дают | 0 | 0 |
| Перисто-кучевые | нижняя граница варьируется в пределах 4-8 протяженность по вертикали 1 | до 300 | осадков не дают | 0 | 0 |
| Кучевые | 0,7-3,6 | до 50 | в умеренных широтах очень кратковременный (до 5 минут) редкий дождь или отдельные капли дождя | 0-15 | 0-0,2 |
| Слоисто-кучевые | 0,8- 4,3 | 200-300 | мелкий дождь | 16 -35 | 0,25-5 (при меньшей интенсивности большая горизонтальная протяженность) |
| Слоисто-дождевые | 0,2-3,7 | 10-50 | умеренный дождь | 35-47 | 5-40 (при меньшей интенсивности большая горизонтальная протяженность) |
| Кучево-дождевые с грозой | 0,2-5 | до 10 | ливневые дожди | >47 | >40 |

В соответствии с требованиями ARING-708 для бортовых метеонавигационных радаров установлены единые градации по отображению потенциальной степени опасности для полетов, связанной с радиолокационной отражаемостью облаков и осадков. Области с различными значениями РЛО отображаются на индикаторе следующими цветами [6]:

20 дБZ $\leq Z < 30$ дБZ – зеленый цвет,

30 дБZ $\leq Z < 40$ дБZ – желтый цвет,

$Z \geq 40$ дБZ – красный цвет.

Область опасной турбулентности – фиолетовый цвет (или пурпурный цвет).

Такое деление в соответствии с требованиями ARING-708 приводит к тому, что на экранах метеонавигационных радаров авиационных носителей многие виды облаков и осадков не визуализируются (так как имеют радиолокационную отражаемость менее 20 дБZ), в том числе на современных метеонавигационных радарах RDR-4000 (для самолетов Boeing) и RDR-7000 (для самолетов малой авиации), что подтверждают данные материалов [7], из которых следует, что хорошо обнаруживаются мокрый град, дождь, мокрый снег; плохо – сухой град и совсем плохо обнаруживается сухой снег, не наблюдаются водяной пар, облака, туман.

Таким образом в бортовых РЛС, оценка опасности метеообразований для которых ведется по принятым в стандартах ARINC-708 и DO-220 порогам опасности, визуализируются только слоисто-кучевые, слоисто-дождевые, и кучево-дождевые с грозой, а также выпадение осадков в виде мокрого снега и дождя с интенсивностью более 0,5 мм/час.

При разработке перспективных радиолокационных метеонавигационных режимов в РЛС целесообразно прогнозировать построение зоны обзора, учитываяющей то, что область с существенной, отражающей водностью и сама величина потенциальной грозовой облачности ограничена протяженностью по вертикали. И здесь нужно выделить две задачи, которые на сегодняшний день часто не принимаются во внимание.

Первая из них нужна для оценивания требуемых потенциальных требований по обнаружению метеообразований, которые, как следует из градаций по степени опасности, характеризуют часто лишь величиной Z , предполагая, что весь пространственный объем элемента разрешения целиком заполнен отражающими частицами. Это подтверждается формулой [1], которая связывает мощность сигнала P , отраженного от элемента разрешения, который расположен на расстоянии R :

$$P = C_I \frac{|K|^2 Z \Delta \beta \Delta \varepsilon \cdot 10^{-0,2lR}}{R^2 \lambda^2},$$

где C_I – коэффициент, зависящий от параметров станции и зондирующего сигнала; $|K|^2$ – коэффициент, учитывающий диэлектрическую проницаемость водной частицы при текущей длине волны излучения, Z – радиолокационная отражаемость метеоцели; $\Delta\beta$ – ширина диаграммы направленности антенны (ДН) по азимуту; $\Delta\varepsilon$ – ширина ДН по углу места; λ – длина волн; l – удельное затухание в атмосфере.

Однако в случае относительно больших значений РЛО – область пространства, занятая метеообразованием, ограничена по высоте некоторым значением ΔH , а на значительных дальностях при относительно большой угловой ширине луча $\Delta\varepsilon$ – его линейный размер больше высоты грозового фронта, поэтому часть мощности не отражается, а распространяется

далее, не испытывая отражения. Фактически граничное условие полного заполнения элементом разрешения отражающим облаком по высоте можно сформулировать в простой форме

$$R \leq \frac{\Delta H}{\Delta \varepsilon_{\max}}.$$

При этом следует учитывать и различия в структуре облачности для разных географических регионов. Высота грозовой ячейки в тропических широтах ($\Delta H \approx 20$ км), что почти вдвое больше чем высота грозовой ячейки в средних широтах [8].

Кроме того, сильные грозовые ячейки могут быть единичными, в том числе ограниченными и по горизонтали. С отменой стандарта RTCA DO-173, в котором предлагалось проводить вычисления дальности метеонавигационной РЛС по грозовой ячейке диаметром порядка 5,5 км пропала возможность получать прогнозы по дальности обнаружения стандартной метеоцели, что привело часто к завышенным расчетным потенциальным дальностям обнаружения опасных гроз. При этом получается, что расчеты потенциальных характеристик бортовых РЛС ведутся без учета оценки эффективности применения в потенциальном регионе эксплуатации. Так для заполярных широт требования к критериям опасности должны быть иными, чем те, которые декларируются в международных требованиях рекомендациях [1, 6, 7] к бортовым РЛС в целом. Это подтверждают и результаты исследований, представленные в [9-11].

Вторая задача – выбор закона сканирования в вертикальной плоскости, который с одной стороны должен охватить весь диапазон высот, который может быть занят потенциальными метеообразованиями на ближних и средних дальностях, а с другой – на относительно больших дальностях должен исключать касания лучом земной поверхности и случаев зондирования выше верхней границы облачности. По этой причине прогнозируемую протяженность грозовых ячеек по вертикали целесообразно использовать для оценивания той области пространства, которую необходимо просматривать с учетом высоты полета воздушного судна.

Решение этих двух задач совместно позволяет реализовать разумный выбор той зоны обзора – ее размеров по дальности и по углам, что позволяет в дальнейшем оценить требования к памяти и быстродействию процессора индикатора, который потенциально может выводить 3D изображения метеообразований.

Проведем текущий анализ способов отображения радиолокационной информации в индикаторах метеонавигационных РЛС. При работе любого международного авиационного метеонавигационного радара индикация стандартизована (по требованиям процедур сертификации (в США и в Европе) и соответствующих стандартов ARING) и обязана содержать отображение на черном фоне потенциально опасных для полета погодных областей на плоскости в полярных координатах «Азимут» – «Дальность» (2D – визуализация), наличие и степень опасности которых кодируются указанными ранее градациями цвета (зеленый, желтый, красный, фиолетовый). Примеры обязательной стандартной 2D – визуализации изображения для различных современных радаров приведены на рисунке 1.

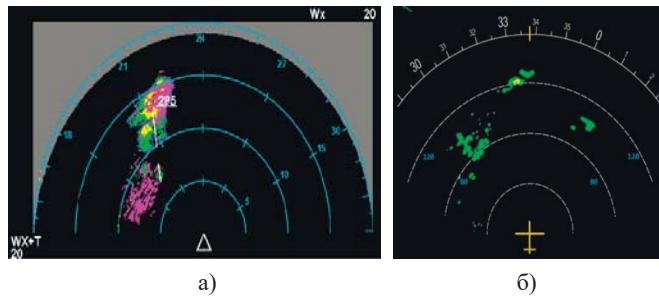


Рис. 1. Примеры сертифицированной 2D визуализации метеонавигационной информации в полярных координатах азимут-дальность (а – Rockwell Collins RTA-4100 MultiScan (для оснащения самолетов Airbus); б) – Honeywell Aerospace Technologies RDR-4000 (для оснащения самолетов Boeing)

Это стало возможным, так как кроме метеонавигационного радара «Garmin» разрабатывает и производит индикаторы, а также приемопередатчики для создания радиолинии связи с землей с целью получения вспомогательных (дополнительных) навигационных данных, в том числе для передачи на борт собственных детальных цифровых карт местности «Garmin» для их последующей индикации на страницах навигации. Таким образом, комплекс из собственных бортовой РЛС и индикатора позволяет компании «GARMIN» реализовывать альтернативный подход к визуализации метеонавигационных данных [12, 13]. В целом получаемое изображение при этом сохраняет определенную преемственность по отношению к тем, которые заданы в базовых сертификационных требованиях по построению 2-D визуализации, но есть ряд отличий:

1) визуализация РЛО в 16-ти цветной палитре (помимо черного цвета), как это показано на рисунке 2.

| Enhanced Color Palette | Intensity (in dBZ) |
|------------------------|--------------------|
| Black | <23 dBZ |
| Green | 23 or 24 dBZ |
| Green | 25 or 26 dBZ |
| Green | 27 or 28 dBZ |
| Green | 29 or 30 dBZ |
| Green | 31 or 32 dBZ |
| Yellow | 33 or 34 dBZ |
| Yellow | 35 or 36 dBZ |
| Yellow | 37 or 38 dBZ |
| Yellow | 39 or 40 dBZ |
| Red | 41 or 42 dBZ |
| Red | 43 or 44 dBZ |
| Red | 45 or 46 dBZ |
| Red | 47 or 48 dBZ |
| Magenta | 49-50 dBZ |
| Magenta | 51-53 dBZ |
| Magenta | >54 dBZ |

Рис. 2. Расширенная палитра визуализации РЛО

2) отображение турбулентности выполняется белым цветом. На рисунке 3 представлен пример изображения с расширенной цветовой палитрой, которая более точно позволяет передавать изменения градаций интенсивности осадков в разных областях пространства в пределах потенциально опасного метеообразования.

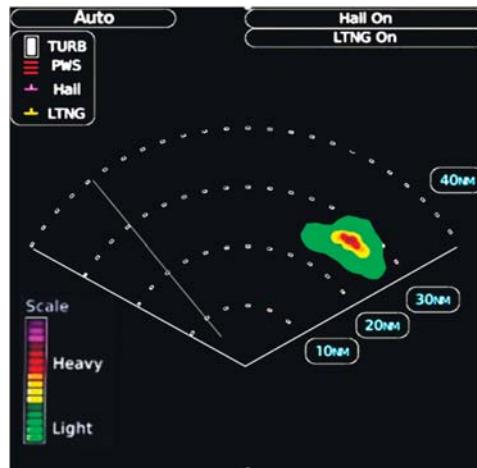


Рис. 3. Пример 2D визуализации метеонавигационной информации в режиме «Гроза» в БРЛС «GWX-8000» (компании «Garmin»)

2 Дополнительные виды изображений для увеличения полезной метеонавигационной информации на индикаторе при использовании 3-D сканирования

Стандартный вид и задержка получения всех метеонавигационных данных плохо влияет на оперативность пилота при принятии решений о маневрах облета областей с опасными погодными условиями [14]. Для решения задачи метеонавигации в условиях полета по длительному сложному маршруту в бортовой метео РЛС может быть предложен режим автоматического 3-D сканирования с формированием 3-D буфера радиолокационной и навигационной информации с последующим выводом «псевдо 3-D» изображения в горизонтальном и вертикальном сечениях, имеющего более понятный и визуально ориентированный для оператора вид отображения метеообразований.

Для индикатора бортового радара RTA-4100 MultiScan визуализация изображения, полученного после 3-D сканирования, приведена на рисунке 4.

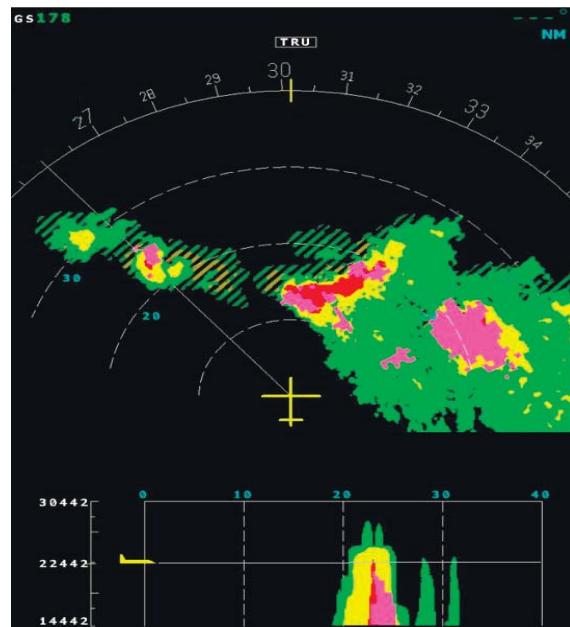


Рис. 4. Пример «псевдо 3-D» визуализации на индикаторе бортовой РЛС RDR-4100

Поскольку графическое изображение по-прежнему должно удовлетворять стандартам ARINC (выводу изображения в плоских полярных координатах «Азимут»-«Дальность»), то для его визуализации также используется «псевдо-3-D» визуализация, а области, которые лежат ниже высоты полета, при отображении на индикаторе перечеркиваются штриховыми линиями.

При управлении азимутом вертикального сечения, которое визуализируется на экране, можно просмотреть распределение РЛО облака по высоте. Представляемая на индикаторе визуализация метеообстановки довольно продолжительное время не меняется, при этом маркер положения носителя движется по «замороженному» горизонтальному изображению, используя необходимую для формирования радиолокационной информации (РЛИ), накапливаемой в буфере данных.

В качестве накапливаемых параметров выступают: азимут, угол места, дальность до центра элемента разрешения по дальности, значение в нем РЛО, оценки радиальной скорости ветра и СКО радиальных скоростей, которое может выступать критерием опасной турбулентности [15]. Смена кадра изображения, выводимого на индикатор происходит тогда, когда 3-Д буфер накопит очередную порцию необходимой информации и сформируется новый кадр «псевдо» 3-Д визуализации (в случае незначительного поворота изображения из-за смены курса носителя).

При достаточно существенной смене курса носителя ввиду нецелесообразности использования накопленных в 3-D буфере данных, возможен уход в режим 2-D сканирования с обеспечением той же «псевдо 3-D» визуализации, но с потерей изображения заштрихованных областей (содержащих метеоданные на других высотах). Следует отметить, что в случае малых изменений курса заполнение 3-D буфера возможно даже при использовании достаточно больших масштабов дальностей, а полет может выполняться довольно длительное время с использованием визуализированного изображения, сформированного по ранее полученной метеонавигационной информации.

Рассмотрим работу в режиме 3-D сканирования самолетного локатора «RDR-4100 MultiScan» по формированию кадров «псевдо» 3-D изображения с использованием накопленных данных в буфере радиолокационной информации. Для накопления РЛИ при использовании 3-D сканирования используется 17 кадров обзора по 4 секунды каждый с целью получения первичных радиолокационных данных о грозовой активности и турбулентности. Далее выполняется этап обработки этой полученной информации и ее дальнейшая визуализация. За время набора и формирования очередного кадра «псевдо» 3-D изображения (порядка 120 с) самолет успевает пролететь от 30 до 40 км, при этом оператор (пилот) пользуется данными предыдущего кадра «псевдо» 3-D изображения. Таким образом, при работе в режиме 3-D сканирования доступные пилоту самолета масштабы изображения начинаются с 72 км (40 морских миль).

Для маловысотных воздушных полетов (со скоростью порядка 50 м/с) аналогичное по времени накопление приводит к достоверности масштабов дальности с нижней границей порядка 6 км. Но время можно и существенно уменьшить, поскольку верхняя граница облета у такого класса воздушных судов часто не превышает 4-5 км, что позволяет снизить зону сканирования по углу места вдвое (в умеренных широтах,

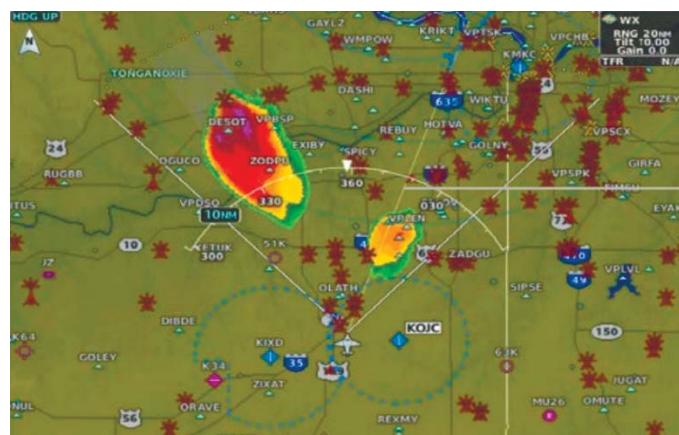
верхняя граница облачности лежит на высотах 8-11 км) и получить нижнюю границу для масштабов дальности визуализируемого «псевдо» 3-D изображения порядка 3 км.

3 Дополнительные виды информации, выводимой для увеличения информативности радиолокационных изображений. Предложения по внедрению новых интуитивно-понятных способов индикации метеонавигационных данных

При решении задачи метеонавигации по маршруту полета, кроме реальной погодной обстановки и курса целесообразно добавить опционально режим автоматического вывода на индикаторе слоя цифровой карты местности, совмещаемой с выводимым РЛИ. При этом чаще всего само совмещенное изображение выводится в окне «Навигация» [13]. Примеры визуализации выглядят так, как показано на рисунке 5а,б.



a)



б)

Следующим шагом по расширению функциональных возможностей штурмана по навигации стало подключение внешней метеонавигационной информации: это или передача через спутниковую линию связи объединениях вместе данных сети наземных РЛС (технология NEXRAD в США) с темпом

обновления порядка 2,5 минут и вывод рядом изображений с радара и с наземных РЛС. Такое объединение позволяет лучше анализировать достоверность и точность погодных условий и упрощает навигацию воздушного судна (рис. 6а).



Рис. 6. Совместное использование метеонавигационной информации, получаемой через систему NEXRAD США и с бортовой РЛС GWX-70 (рис. 6а) и отдельное использование технологии NEXRAD (рис. 6б)

В случае неисправности или отсутствия БРЛС система является единственным источником метеонавигационной информации (рис. 6б), недостатки которой – медленный темп обновления данных и неравномерность покрытия территории США наземными метео РЛС, которая приводит иногда к плохой разрешающей способности метеоданных, иногда к ее отсутствию в некоторых регионах. Поэтому создание автономной системы метеонавигации по-прежнему является актуальной задачей, особенно для малых воздушных судов, где ее достоверность и детализация обеспечивать полета.

Практику использования дополнительного планшета со спутниковыми метеонавигационными данными использует не только компания GARMIN (приложение GARMIN PILOT), но и компания Honeywell Aerospace Technologies, выдавая пилотам самолётов Boeing планшет с приложением Weather Information Service, полностью ориентированный для проектирования маршрута и текущий навигации с учетом погодных условий, получаемых со спутника.

Таким образом, в бортовых метеонавигационных РЛС для обеспечения формирования на дисплеях бортовых индикаторов перспективного, визуально ориентированного для оператора вида отображения РЛИ метеообразований можно рекомендовать два варианта исполнения (базовый и дополненный). Первый вариант – базовый соответствует международными требованиями и представляет собой «псевдо» 3-D изображение, второй вариант формирует полноценное 3D изображение сектора полученной радиолокационным способом метеообстановки.

Их совмещение возможно, так как обоим вариантам исполнения присущи одинаковые методы получения метеонавигационной информации, и оба варианта имеют общие характерные признаки выводимого на индикатор изображения, а именно:

- 1) выполнение автоматического сканирования пространства в горизонтальной плоскости при разных углах наклона (с целью получения данных о метеообстановке в необходимом для безопасного полета диапазоне высот);

- 2) применение автоматического масштабирования изображения в зависимости от дальности до обнаруженных опасных метеообразований и их протяженности по радиальным направлениям;

- 3) использование в формируемом на дополненном изображении многоцветной палитры, которую предлагается реализовывать примерно так, как это сделано в метеонавигационной РЛС «GWX-8000» компании «Garmin» (см. рис. 2), но с большим числом градаций цветов и визуализации не только случаев наличия дождевых, кучево-дождевых и грозовых ячеек и дождя с РЛО более 20 dBZ, но и случаев облачности не опасной для полета, но способной уменьшить эффективность работы оптико-электронных систем, используемых на борту воздушного судна;

- 4) формирование одновременно двух видов визуализации РЛИ (горизонтальное сечение и вертикальное сечение), совместно выводимых на индикаторе:

- а) горизонтальное сечение – представляет собой 2D изображение оценки опасности метеообстановки, полученное при автоматически выбранном угле наклона, или объемное 3-D изображение (как результат интерполяции по данным, полученным в горизонтальных сечениях с разными углами наклона), например, такое, как это показано на рисунке 7.

- б) вертикальное сечение – представляет собой 2D изображение оценки опасности метеообстановки в вертикальном сечении. Вертикальное сечение формируется:

- по курсу полета (или вектору путевой скорости) при отсутствии наиболее опасных областей при азимутальном сканировании,

- по азимуту в направлении на центр обнаруженного наиболее опасного метеообразования – с радиолокационной отражаемостью более 30 dBZ и расположенного с нижней границей по дальности не менее 3-6 км (из-за времени накопления данных в буфере);

- 5) вывод цифровой карты местности, которая при ее наличии для данной местности, визуализируется вторым слоем, помогает оператору ориентироваться в сложной метеообстановке. В «псевдо» 3-D изображении этот слой формируется, как на горизонтальной развертке, так и на вертикальной. На вертикальной развертке земля – прорисовывается как рельеф высот – единым, например, коричневым или темно серым цветом.

Проект предлагаемого для визуализации 3-D РЛИ, совмещенного с цифровой картой местности Санкт-Петербурга, с масштабом дальности 5 км и просмотром области высот для построения метеокарты от 0,5 до 2,5 км представлен на рисунке 7.

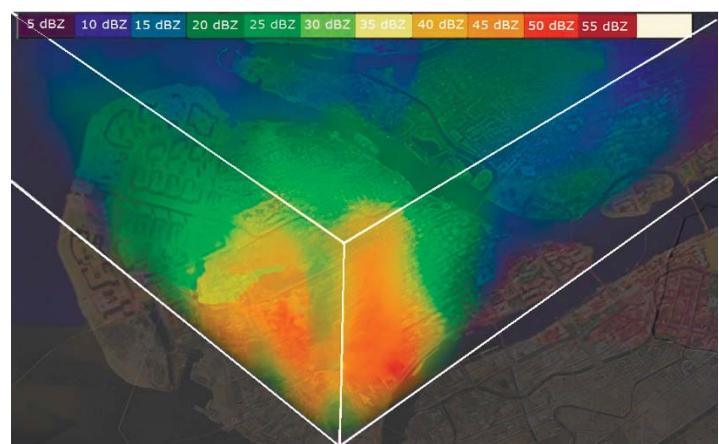


Рис. 7. 3D – РЛИ метеонавигационной информации с постилающей ЦКМ (для упрощения навигации, молочным цветом обозначается область опасной турбулентности)

Для избежания влияния на метеокарту переотражений от земной поверхности следует применять антенны с уменьшенным уровнем боковых лепестков в нижней полусфере и автоматическим подъемом луча, зависящим от высоты полета носителя бортовой РЛС. Такие решения предложены в [16, 17]. При этом они являются актуальными и перспективными, так как базируются на применении технологий ФАР или АФАР, которые все чаще рассматриваются как современная замена волноводно-щелевых антенных решеток с механическим сканированием луча [18, 19]. Они же позволяют создавать многофункциональные системы не только для метеолокации, но и для задач радиовидения, параметры, функциональное назначение которых также должны выбираться или адаптироваться с учетом региона применения, как, например, это сделано в случае ориентации на работу в заполярных широтах [20].

4 Выполнение оценки временных требований по накоплению необходимого объема исходной метеонавигационной информации. Оценка требований к быстродействию бортового вычислителя для вывода на индикаторе 3-D отображения метеонавигационной информации

Для построения изображения метеонавигационной обстановки с автоматическим масштабированием по дальности в зависимости от текущей метеобстановки в «псевдо»-3D или в 3D виде необходимо использовать накопление некоторого объема полученной радиолокационной информации в буфере данных.

Построение «псевдо»-3D изображения при 2-D сканировании – не занимает много времени, так как при его формировании используется накопление двух кадров сканирования (горизонтального и вертикального), которые вместе с выводом РЛИ на индикатор занимают время не более 10 с. Требования к буферу этих данных не рассматриваются, так как они не значительны в сравнении с требованиями к буферу данных при реализации 3-D сканирования.

Для получения 3-D изображения следует учесть, что при крейсерской скорости 70 м/с вертолет пролетает расстояние в 3 км примерно за 43 с. Это означает, что значительную часть этого времени придется потратить на сбор радиолокационной информации, а оставшиеся несколько секунд – на ее обработку и визуализацию.

Если за 28 с сделать 7 кадров обзора (скорость обзора 4 кадра/с) по горизонтали и 1 кадр обзора по вертикали (за 2 с), то оставшиеся 13 с можно потратить на обработку полученной информации (т.е. на подготовку к визуализации и на вывод данных). В автоматическом режиме просматривается не вся область пространства по вертикали, а только та ее часть, которая может быть использована для обхода вертолетом кучево-дождевой облачности (с учетом ее потенциальной нижней границы), то есть на высотах от 500 до 4000 м. Радиолокационная отражаемость нелинейно меняется от нижней до верхней границы облачности, поэтому для ее интерполяции по высоте необходимо иметь как можно больше срезов с разным углом места. При сборе радиолокационной информации будем просматривать 7 сечений (кадров), которые на конце масштаба дальности расположены по высоте через 500 м.

Чтобы увеличить скорость сбора радиолокационной информации следует сканировать в совмещенном режиме обнаружения грозовых фронтов и областей турбулентности, что

позволит сразу формировать данные о радиолокационной отражаемости и ширине спектра доплеровских частот. При этом возникает ограничение по максимальному масштабу дальности для 3-D визуализации значением 50 км.

При отсутствии существенного изменения курса автоматически проводится «замораживание» области зондируемого пространства в стабилизированной горизонтированной системе координат. Исследуемая область пространства по дальности может составлять от 3 до 48 км с достаточно большим числом элементов разрешения дальности: $(48-3) \text{ км}/100\text{м} = 450$ дискретов дальности. При этом максимально просматриваемый диапазон углов по азимуту составляет 120 градусов (80 угловых направлений через $1,5^\circ$). Это означает, что буфер радиолокационной информации состоит из 36 000 дискретов дальности на одном кадре, и, соответственно из 252 000 дискретов при семи накопленных горизонтальных кадров. В этом случае в буфере данных по каждому элементу разрешения требуется сохранить 5-ть 32-битных слов (два слова – для значений радиолокационной отражаемости и ширины спектра, и три слова – для значений координатных составляющих по X, Y и Z, полученных из текущих значений дальности, азимута и угла места до центров элементов разрешения). Таким образом, требуемый размер буфера памяти для хранения радиолокационной информации составит $5*32*252*10^3 \text{ бит} = 5,04 \text{ Мб}$. В случае передачи этих данных в видеопроцессор за время, составляющее не более 20% от времени, выделенного на обработку, требуется обеспечить скорость передачи данных не менее 2 Мб/с.

При выполнении обработки накопленной в буфере радиолокационной информации кадра, наибольшей емкостью обладает циклически выполняемая интерполяция данных, обеспечивающая получение для визуализации значений в регулярной сетке по координатам X, Y и Z с заданными шагами (порядка 100 м). В случае использования квадратичной интерполяции в скользящем окне из трех элементов по координате Y и линейной интерполяции по координатам X и Z по восьми точкам, количество выполняемых операций типа сложение и вычитание составляет величину порядка 8 млн, а операций типа умножение и деление – порядка 7 млн.

Возможный порядок проведения операций по интерполяции разных пространственных метеонавигационных данных и предлагаемому способу их сохранения в буфере подробно описан в [21].

Количество выполнения операций чтения при обращениях к памяти составляет порядка 10 млн, таким общее количество операций порядка 25 млн за 11 с, и производительность не менее 2,5 MFLOPs для подготовки изображения. Это не самые высокие требования по производительности при построении 3D отображений в реальном масштабе времени.

Заключение

Рассмотрены современные требования к визуализации метеонавигационной информации в бортовых РЛС. Показано, что если они выполняются только в рамках международных стандартов к погодным бортовым РЛС, то они не являются источником интуитивно-понятной, ориентированной на быстрое восприятие метеонавигационной информацией и должны быть опционально дополнены. В этой связи раскрыта идеология построения «псевдо» 3D визуализации, описан

опыт ее исполнения в современных бортовых РЛС и предложено более информативное решение на основе накопления и последующего 3D отображения метеонавигационной информации, совместно с цифровой картой местности, а также одновременным выводом дополнительного изображения с РЛИ вертикального слоя (с наличием данных о профиле земной поверхности) выбранного оператором бортовой РЛС при поиске маневра облета или обхода.

Литература

1. *Morbidelli Renato*. Rainfall: Modeling, Measurement and Applications, Elsevier, USA, 2022, 502 p.
2. *Chandrasekar V., Beauchamp Robert M., Bechini Renzo*. Weather Radar Introduction to Dual Polarization Weather Radar: Fundamentals, Applications, and Networks, Cambridge University Press, UK, 2023, 400 p.
3. *Yang J., Zhao Z., Zhu Q., Han J., Zhang Q., Li S.* The Impact of Raindrop Size Distributions on the Propagation Characteristics and Differential Parameters of X-Band Polarimetric Weather Radar // 2024 14th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory (IS-APE), Hefei, China, 2024, pp. 1-4, doi: 10.1109/IS-APE62431.2024.10840453.
4. *Ran Y., Wang H., Tian L.* Precipitation cloud identification based on faster-RCNN for Doppler weather radar // J Wireless Com Network, vol. 19, 2021, pp.1-20.
5. *Ryzhkov Alexander V., Zrnic Dusan S.* Radar Polarimetry for Weather Observations, Springer International Publishing, Germany, 2019, 831 p.
6. Standard ARINC708A-3. Airborne Weather Radar with Forward Looking Windshear Detection Capability, ARING, Cedar Rapids, Iowa, USA. 1999, 120 p.
7. Standard RTCA DO-220. A.2016. Minimum Operational Performance Standards for Airborne Weather Radar Systems. Washington, United States. 2016. 210 p.
8. Базлова, Т.А., Бочарников, Н.В., Брылев, Г.Б., Букатич, С.В., Линев, А.Г. Радиолокационная метеорологическая информация в аэронавигации. СПб.: РГГМУ. 2014. 363 с.
9. Рыжиков, М. Б., Бестужин, А. Р., Новикова, Ю. А., Киришина И. А. Временная автоматическая регулировка усиления в метеонавигационном радиолокаторе при отражении сигнала от стандартной грозовой ячейки или от арктического слоисто-дождевого облака// Электромагнитные волны и электронные системы. 2023. Т.28. №2. С. 21-28.
10. Ryzhikov M.B. Requirements for On-Board Radar Antennas to Reduce False Detections of Arctic Clouds Due to the Presence of Re-Reflections from the Earth's Surface // 2023 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF), St. Petersburg, Russian Federation, 2023, pp. 1-5, doi: 10.1109/WECONF57201.2023.10148050.
11. Ryzhikov M.B. Investigation of Conditions for Reducing the Number of False Wind Shear Detections in the Onboard Ka-band Radar for Polar Latitudes // 2024 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF), St. Petersburg, Russian Federation, 2024, pp. 1-5, doi: 10.1109/WECONF61770.2024.10564603.
12. Haolin Wang, Xu Guan, Jiao Li, Yanbo Peng, Guoqiang Wang, Qingzhu Zhang, Tianshuai Li, Xinfeng Wang, Qingpeng Meng, Jiaqi Chen, Min Zhao, Qiao Wang. Quantifying the pollution changes and meteorological dependence of airborne trace elements coupling source apportionment and machine learning // Science of The Total Environment, Vol. 948, 2024, pp. 1-4.
13. Ison David. Navigating Weather: A Pilot's Guide to Airborne and Datalink Weather Radar, Aviation Supplies & Academics, Inc., USA, 2021, 184 p.
14. Lesheng Hua, Chen Ling, Rick Thomas. Effects of delayed weather radar images on pilots' spatial awareness// Applied Ergonomics, Vol. 98, No. 103598, 2022, pp. 1-7, doi: 10.1016/j.apergo.2021.103598.
15. Hamilton David W., Proctor Fred H., Ahmad Nash'at N. Flight Tests of the Turbulence Prediction and Warning System (TPAWS), Report NASA TM-2012-217337, VA: NASA Langley Research Center Hampton, USA, 2012, 152 p.
16. Рыжиков М.Б. Разработка микрополосковой решетки с наклонным раскрывом и сниженным числом элементов регулировки амплитудно-фазового распределения для маловысотной метеонавигации БПЛА в Арктике // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Т. 17. №10. С. 13-19.
17. Рыжиков М.Б. Уменьшение уровня боковых лепестков в кластерных микрополосковых антенных решетках бортовых метеонавигационных РЛС для заполярных широт // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Т. 18. № 11. С. 22-29.
18. Uno T., Uesaka T., Nakamoto N., Fukasawa T., Takahashi T., Inasawa Y., Yamamoto T., Koyanagi T., Kakimoto I., Konishi Y. Y. Design of a Dual-Polarized Low Sidelobe Slotted Waveguide Antenna for C-Band Phased Array Weather Radar // 2022 IEEE International Symposium on Phased Array Systems & Technology (PAST), Waltham, MA, USA, 2022, pp. 1-4, doi: 10.1109/PAST49659.2022.9975055.
19. Palmer R.D., Yeary M.B., Schwartzman D., Salazar-Cerreno J.L., Fulton C., McCord M., Cheong B., Bodine D., Kirstetter P., Sigmarsson H.H., Yu T.-Y., Zrnić D., Kelley R., Meier J., Herndon M. Horus – A Fully Digital Polarimetric Phased Array Radar for Next-Generation Weather Observations // IEEE Transactions on Radar Systems, vol. 1, pp. 96-117, 2023, doi: 10.1109/TRS.2023.3280033.
20. Рыжиков М.Б., Новикова Ю.А., Киришина И.А., Сванидзе В.Г. Энергетические соотношения, типы зондирующих сигналов и внутривидеродная сигнальная обработка в РЛС бортового базирования, предназначенных для построения карт арктической поверхности // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. № 6. С. 29-37.
21. Рыжиков М.Б., Новикова Ю.А., Терещенко В.Г. Численное моделирование для проверки режима обнаружения сдвига ветра в имитаторах радиолокационных сигналов для бортовых РЛС // Инженерный вестник Дона. 2024. №12. С.1-16.

DEVELOPMENT OF A MODERN TYPE OF DISPLAY OF METEOROLOGICAL NAVIGATION INFORMATION ON ON-BOARD RADAR INDICATOR DISPLAY

Maksim B. Ryzhikov, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia, maxrmb@yandex.ru

Yuliana A. Novikova, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia, nov-jliana@yandex.ru

Abstract

The task of improving the safety of piloting small aircraft flying at altitudes not exceeding the lower cloud limit depends, among other things, on the completeness and speed of intuitive perception of meteorological navigation information, which makes it possible to choose flight routes in advance in areas with difficult weather conditions. At the same time, the visualization of this information in aircraft intended for international flights is limited by the accepted standard data transmission protocols. The limitations imposed on the display of meteorological navigation information, existing solutions for obtaining and displaying more complete data on both spatial coordinates and the degree of danger of atmospheric formations received in on-board radars are analyzed. New visualization approaches have been proposed that increase the information content of meteorological navigation data and focus on obtaining more intuitive images. Purpose – to investigate the scientific and technical groundwork used in on-board radars to analyze the current meteorological situation, to supplement it with proposals for developing a promising type of display of meteorological navigation information on indicator displays, ensuring continuity according to the hazard criteria adopted in international standards for on-board radar, focused on obtaining more intuitive images. The results of the analysis are presented, confirming the expediency of switching from a flat- two-dimensional form of displaying meteorological navigation information in a pseudo-three-dimensional or three-dimensional form with visualization of additional layers obtained for the current position of the aircraft from vector terrain maps. The performance requirements of the processor implementing secondary processing of radar data before their potential output on the indicator are estimated. The results of the work can be used in meteorological navigation onboard pulse-Doppler radars with optional image output for hybrid visualization.

Keywords: meteorological navigation, on-board radar, display, visualization

References

- [1] Renato Morbidelli, "Rainfall: Modeling, Measurement and Applications," Elsevier, USA, 2022.
- [2] V. Chandrasekar, Robert M. Beauchamp, Renzo Bechini, "Weather Radar Introduction to Dual Polarization Weather Radar: Fundamentals, Applications, and Networks," Cambridge University Press, UK, 2023.
- [3] J. Yang, Z. Zhao, Q. Zhu, J. Han, Q. Zhang and S. Li, "The Impact of Raindrop Size Distributions on the Propagation Characteristics and Differential Parameters of X-Band Polarimetric Weather Radar," 2024 14th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory (ISAPE), Hefei, China, 2024, pp. 1-4, doi: 10.1109/ISAPE62431.2024.10840453.
- [4] Ran Y, Wang H, Tian L, "Precipitation cloud identification based on faster-RCNN for Doppler weather radar," *J Wireless Com Network*, 2021, vol. 19, pp.1-20.
- [5] Alexander V. Ryzhkov, Dusan S. Zrnic, "Radar Polarimetry for Weather Observations," Springer International Publishing, Germany, 2019.
- [6] Standard ARINC708A-3 (1999), Airborne Weather Radar with Forward Looking Windshear Detection Capability, ARING, Cedar Rapids, Iowa, USA.
- [7] Standard RTCA DO-220. A.2016 (2016), Minimum Operational Performance Standards for Airborne Weather Radar Systems, RTCA, Washington, USA.
- [8] T.A. Bazlova., N.V. Bocharnikov, G.B. Brylev, S.V. Bukatich, A.G. Linev, "Radar meteorological information in air navigation," Saint Petersburg: Russian State Hydrometeorological University, 2014, 363 p. (in Russian)
- [9] M. B. Ryzhikov, A. R. Bestugin, Y. A. Novikova, I. A. Kirshina, "Temporary automatic gain control in a weather radar when a signal is reflected from a standard thunderstorm cell or from an arctic layered-rain cloud," *Journal Electromagnetic Waves and Electronic Systems*, 2023, vol. 28, no. 2, pp. 21-28. (in Russian).
- [10] M. B. Ryzhikov, "Requirements for On-Board Radar Antennas to Reduce False Detections of Arctic Clouds Due to the Presence of Reflections from the Earth's Surface," 2023 *Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF)*, St. Petersburg, Russian Federation, 2023, pp. 1-5, doi: 10.1109/WECONF57201.2023.10148050.

- [11] M. B. Ryzhikov, "Investigation of Conditions for Reducing the Number of False Wind Shear Detections in the Onboard Ka-band Radar for Polar Latitudes," 2024 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF), St. Petersburg, Russian Federation, 2024, pp. 1-5, doi: 10.1109/WECONF61770.2024.10564603.
- [12] Haolin Wang, Xu Guan, Jiao Li, Yanbo Peng, Guoqiang Wang, Qingzhu Zhang, Tianshuai Li, Xinfeng Wang, Qingpeng Meng, Jiaqi Chen, Min Zhao, Qiao Wang, "Quantifying the pollution changes and meteorological dependence of airborne trace elements coupling source apportionment and machine learning," *Science of The Total Environment*, 2024, vol. 948, pp. 1-4.
- [13] David Ison, "Navigating Weather: A Pilot's Guide to Airborne and Datalink Weather Radar," *Aviation Supplies & Academics*, Inc., USA, 2021.
- [14] Lesheng Hua, Chen Ling, Rick Thomas, "Effects of delayed weather radar images on pilots' spatial awareness," *Applied Ergonomics*, Vol. 98, No. 103598, 2022, pp.1-7, doi: 10.1016/j.apergo.2021.103598.
- [15] David W. Hamilton, Fred H. Proctor and Nash'at N. Ahmad, "Flight Tests of the Turbulence Prediction and Warning System (TPAWS)," Report NASA TM-2012-217337, VA: NASA Langley Research Center Hampton, USA, 2012.
- [16] Ryzhikov M. B, "Development of a inclined patch antenna array with reduced number of elements for adjusting the amplitude-phase distribution for low-altitude weather radar navigation of UAVs in the Arctic," 2023, *T-Comm*, vol. 17, no.10, pp. 13-19. (in Russian).
- [17] Ryzhikov M.B, "Reducing the level of side lobes in the cluster microstrip antenna arrays of airborne weather radars for polar latitudes," *T-Comm*, 2024, vol. 18, no.11 pp. 22-29. (in Russian)
- [18] T. Uno, T. Uesaka, N. Nakamoto, T. Fukasawa, T. Takahashi, Y. Inasawa, T. Yamamoto, T. Koyanagi, I. Kakimoto, Y. Konishi, "Design of a Dual-Polarized Low Sidelobe Slotted Waveguide Antenna for C-Band Phased Array Weather Radar," 2022 IEEE International Symposium on Phased Array Systems & Technology (PAST), Waltham, MA, USA, 2022, pp. 1-4, doi: 10.1109/PAST49659.2022.9975055.
- [19] R. D. Palmer, M. B. Yeary, D. Schwartzman, J. L. Salazar-Cerreno, C. Fulton, M. McCord, B. Cheong, D. Bodine, P. Kirstetter, H. H. Sigmarsson, T. -Y. Yu, D. Zrnic, R. Kelley, J. Meier, M. Herndon, "Horus - A Fully Digital Polarimetric Phased Array Radar for Next-Generation Weather Observations," *IEEE Transactions on Radar Systems*, vol. 1, pp. 96-117, 2023, doi: 10.1109/TRS.2023.3280033.
- [20] M.B. Ryzhikov, Yu.A. Novikova, I.A. Kirshina, V.G. Svanidze, "Energy ratios, types of probing signals and intra-period signal processing in airborne radars designed to build maps of the Arctic ground surface," *T-Comm*, 2024, vol. 18, no.6, pp. 29-37. (in Russian)
- [21] M.B. Ryzhikov, Yu.A. Novikova, V.G. Tereschenko, "Numerical simulation to test the wind shear detection mode in an on-board radar signal simulator," *Engineering journal of Don*, 2024, no.12, pp.1-16. (in Russian)

Information about authors:

Maksim B. Ryzhikov, Ph.D.(Tech.), Associate Professor, Department "Radio-engineering and Fiber-optic Complexes", Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia

Juliana A. Novikova , Ph.D. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department "Physics", Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ЦИФРОВОГО СИГНАЛА

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-5-48-54

Зинченко Александр Сергеевич,
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия,
frambe@mail.ru

Manuscript received 07 April 2025;
Accepted 12 May 2025

Яшина Марина Викторовна,
Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ);
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет);
Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, yash-marina@yandex.ru

Бурова Аделия Юрьевна,
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

Ключевые слова: гармонические компоненты спектра, дискретное преобразование Фурье, мгновенный спектр сигнала, разностная цифровая фильтрация, цифровая обработка сигналов

Рассмотрены вопросы, связанные с исследованием возможностей математического и программного моделирования цифровых алгоритмов дискретного преобразования Фурье без алгоритмических операций умножения. Актуальность исследования обусловлена востребованностью снижения вычислительной сложности алгоритмов цифровой обработки сигналов. Цель исследования - формализация численного метода многоступенчатого дискретного преобразования Фурье цифрового комплексного сигнала. При исследовании применялись методы математического и программного моделирования численных методов цифровой обработки сигналов. Результаты исследования показали и подтвердили возможность моделирования численного метода многоступенчатого дискретного преобразования Фурье цифрового комплексного сигнала на основе численных методов разностной цифровой фильтрации с целочисленными разностными коэффициентами различных порядков разности и численного метода сведения прямых вычислений сложных функций к выполнению простых операций сложения и сдвига. Определено и описано понятие многоступенчатого дискретного преобразования Фурье и концепция этого преобразования. Предложена его математическая модель и проведена формализация численного метода такого преобразования. Отмечено, что он позволяет снижать вычислительную сложность аппаратно-программной реализации цифровой обработки сигналов за счет применения численных методов разностной цифровой фильтрации, направленный перебор и сравнительный анализ допустимых наборов числовых значений целочисленных коэффициентов которой обеспечивает возможность снижения погрешности численного метода многоступенчатого дискретного преобразования Фурье. Для снижения вычислительной сложности его алгоритмов выделения гармонических составляющих цифрового комплексного сигнала применены принципы разделения его частотного спектра на узкополосные спектральные компоненты, частотного сдвига этих компонентов и их низкочастотной разностной цифровой фильтрации без выполнения арифметических операций умножения.

Информация об авторах:

Зинченко Александр Сергеевич, кандидат экономических наук, доцент, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

Яшина Марина Викторовна, д.т.н., Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ); Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия

Бурова Аделия Юрьевна, старший преподаватель, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

Для цитирования:

Зинченко А.С., Яшина М.В., Бурова А.Ю. Численный метод многоступенчатого дискретного преобразования Фурье цифрового сигнала // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №5. С. 48-54.

For citation:

A.S. Zinchenko, M.V. Yashina, A.Yu. Burova, "Numerical method of multi-stage discrete Fourier transform of a digital signal," T-Comm, 2025, vol. 19, no.5, pp. 48-54. (in Russian)

Введение

Актуальность исследования обусловлена востребованностью снижения вычислительной сложности алгоритмов цифровой обработки сигналов (ЦОС). В аппаратно-программной реализации большого числа алгоритмов ЦОС центральную роль играют численные методы ДПФ, поскольку они служат математической основой спектрального анализа цифровых сигналов [1-2]. Эти методы применяются для решения таких задач, как вычисление спектров мощности, быстрое вычисление свёрток при цифровой фильтрации, оценивание передаточных функций и импульсных откликов [2-3]. Поэтому, одним из перспективных способов снижения вычислительной сложности алгоритмов дискретного преобразования Фурье (ДПФ) может стать применение численного метода многоступенчатого дискретного преобразования Фурье (МДПФ), цифровые алгоритмы которого можно построить без использования алгоритмических операций умножения [6-7].

Цель и методы исследования

Цель исследования – формализация численного метода МДПФ цифрового комплексного сигнала. При исследовании применялись методы математического и программного моделирования численных методов ЦОС.

Результаты исследования

Результаты исследования показали и подтвердили возможность моделирования численного метода МДПФ цифрового комплексного сигнала на основе алгоритмов численных методов разностной цифровой фильтрации (РЦФ) с целочисленными разностными коэффициентами различных порядков разности и методом сведения прямых вычислений сложных функций к выполнению простых операций сложения и сдвига CORDIC (COordinate Rotation DIgital Computer) [7-8].

Концепция предлагаемого аддитивного метода МДПФ состоит в постепенном («пошаговом») L -ступенчатом расчете статистик (оценок) $\{\mathbf{x}_l(m_l; \Omega_l, n_l; T_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $\Omega_l=\omega_D/(2\cdot M_l)$, $n_l=0,1,2\dots N/M_l-1$, $T_l=2\cdot\pi\cdot M_l/\omega_D$, $M_l=B_{\text{MDPF}}^l$, мгновенного спектра $\{\mathbf{X}(m_l; \Omega_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $\Omega_l=\omega_D/(2\cdot M_l)$, $M_l=B_{\text{MDPF}}^l$, комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, на l -х ступенях МДПФ, $l=1,2,3\dots L$, только численными методами РЦФ и CORDIC без выполнения арифметических операций умножения.

При этом, адаптация к изменению во времени частотного разрешения $\Omega_l \leq \Omega_L$ мгновенных спектров $\{\mathbf{X}(m_l; \Omega_l)\}$, $\mathbf{X}(m_l; \Omega_l)=\mathbf{x}(m_l; \Omega_l, n_l; T_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $\Omega_l=\omega_D/(2\cdot M_l)$, $n_l=0,1,2\dots N/M_l-1$, $T_l=2\cdot\pi\cdot M_l/\omega_D$, $M_l=B_{\text{MDPF}}^l \leq N$, $l=1,2,3\dots L$, обеспечивается переходом от вычисления мгновенных спектров $\{\mathbf{X}(m_l; \Omega_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, с разрешением по частоте $\Omega_l=\omega_D/(2\cdot M_l)$ на l -й ступени МДПФ к вычислению мгновенных спектров $\{\mathbf{X}(m_{l+1}; \Omega_{l+1})\}$, $m_{l+1}=0,1,2\dots M_{l+1}-1$, с разрешением по частоте $\Omega_{l+1}=\omega_D/(2\cdot M_{l+1})$, на $(l+1)$ -й ступени МДПФ, при $l < L$ [8].

В предлагаемом численном методе МДПФ реализуются:

- частотный перенос полосовых спектров на основе метода CORDIC, позволяющему получать вектор $\mathbf{y}(n\cdot T)=Re[\mathbf{y}(n\cdot T)]+i\cdot Im[\mathbf{y}(n\cdot T)]$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, при повороте вектора $\mathbf{x}(n\cdot T)=Re[\mathbf{x}(n\cdot T)]+i\cdot Im[\mathbf{x}(n\cdot T)]$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, на угол Θ без выполнения арифметических операций умножения по формулам (1) – (3):

$$\begin{aligned} Re[\mathbf{y}(n\cdot T)] &= -Im[\mathbf{x}(n\cdot T)], \quad Im[\mathbf{y}(n\cdot T)] = +Re[\mathbf{x}(n\cdot T)], \\ \text{если } \Theta &= \pi/2 \pm 2\cdot\pi; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} Re[\mathbf{y}(n\cdot T)] &= -Re[\mathbf{x}(n\cdot T)], \quad Im[\mathbf{y}(n\cdot T)] = -Im[\mathbf{x}(n\cdot T)], \\ \text{если } \Theta &= \pi/2 \pm 2\cdot\pi; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} Re[\mathbf{y}(n\cdot T)] &= +Im[\mathbf{x}(n\cdot T)], \quad Im[\mathbf{y}(n\cdot T)] = -Re[\mathbf{x}(n\cdot T)], \\ \text{если } \Theta &= 3\pi/2 \pm 2\cdot\pi; \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{y}(n\cdot T)$ – выходной параметр алгоритма по методу CORDIC, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$; $\mathbf{x}(n\cdot T)$ – входной параметр алгоритма по методу CORDIC, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$;

– построение разностных схем на основе метода конечных разностей по формуле (4):

$$\mathbf{z}(n\cdot T) = \mathbf{x}(n\cdot T) - \mathbf{y}(n\cdot T), \quad (4)$$

где $\mathbf{z}(n\cdot T)$ – выходной параметр алгоритма по методу конечных разностей, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$; $\mathbf{y}(n\cdot T)$ – входной параметр алгоритма по методу конечных разностей, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$; $\mathbf{x}(n\cdot T)$ – входной параметр алгоритма по методу конечных разностей, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$;

– оптимальный поиск на основе метода направленного перебора по формулам (5) – (7):

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(n\cdot T) &= \mathbf{x}_{p-1}(n\cdot T), \quad \mathbf{x}_{p-1}(n\cdot T) < \mathbf{x}_p(n\cdot T), \mathbf{x}_p(n\cdot T) < \mathbf{x}_{p+1}(n\cdot T), \\ p &= 1,2,3\dots P-2; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(n\cdot T) &= \mathbf{x}_p(n\cdot T), \quad \mathbf{x}_{p-1}(n\cdot T) > \mathbf{x}_p(n\cdot T), \mathbf{x}_p(n\cdot T) < \mathbf{x}_{p+1}(n\cdot T), \\ p &= 1,2,3\dots P-2; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(n\cdot T) &= \mathbf{x}_{p+1}(n\cdot T), \quad \mathbf{x}_{p-1}(n\cdot T) > \mathbf{x}_p(n\cdot T), \mathbf{x}_p(n\cdot T) > \mathbf{x}_{p+1}(n\cdot T), \\ p &= 1,2,3\dots P-2; \end{aligned} \quad (7)$$

где $\mathbf{y}(n\cdot T)$ – выходной параметр алгоритма по методу направленного перебора, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$; $\mathbf{x}_p(n\cdot T)$ – входной параметр алгоритма по методу направленного перебора, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, $p=1,2,3\dots P-2$.

Для снижения вычислительной сложности выделения гармонических составляющих $\{\mathbf{x}_m(n\cdot T)\}$, $m=0,1,2\dots N-1$, комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, применены следующие принципы снижения вычислительной сложности при построении цифровых алгоритмов МДПФ за счет использования только алгоритмических операций наименьшей вычислительной сложности:

– принцип разделения частотного спектра $\{\mathbf{X}(m_l; \Omega_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $\Omega_l=\omega_D/(2\cdot M_l)$, $M_l=B_{\text{MDPF}}^l$, $l=1,2,3\dots L$, N -точечного фрагмента временной выборки $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, на M_l узкополосных спектральных компонентов $\{\mathbf{x}_l(m_l; \Omega_l, n_l; T_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $\Omega_l=\omega_D/(2\cdot M_l)$, $n_l=0,1,2\dots N/M_l-1$, $T_l=2\cdot\pi\cdot M_l/\omega_D$, при $M_l \leq N$, $l=1,2,3\dots L$, и их частотного сдвига без выполнения арифметических операций умножения [7-8];

– принцип низкочастотной РЦФ l -х спектральных компонентов $\{\mathbf{x}_l(m_l; \Omega_l, n_l; T_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $\Omega_l=\omega_D/(2\cdot M_l)$, $n_l=0,1,2\dots N/M_l-1$, $T_l=2\cdot\pi\cdot M_l/\omega_D$, $M_l=B_{\text{MDPF}}^l$, $l=1,2,3\dots L$, комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, при $N=M_l$ по формуле (8) только алгоритмическими операциями сложения и сдвига за счет тривиальности или бинарности целочисленных значений [7-11].

$$\begin{aligned} & K_p-1 \quad k_0 \quad k_{j-2} \quad k_{j-1} \\ & \mathbf{y}(n \cdot T) = \sum_{n=0,1,2 \dots N-1} \sum_{T=2 \cdot \pi / \omega_D} \dots \sum_{k_0=0} \sum_{k_1=0} \dots \sum_{k_{j-1}=0} h_p(J, k_j) \times \mathbf{x}(n \cdot T - k_j \cdot T), \\ & k_j=0 \quad k_0=0 \quad k_{j-1}=0 \quad k_j=0 \end{aligned} \quad (8)$$

где $\mathbf{y}(n \cdot T)$ – n -ый временной отсчёт N -точечной выборки цифрового сигнала на выходе разностного цифрового фильтра K_p -го порядка и J -го порядка разности, $n=0,1,2 \dots N-1$, $T=2 \cdot \pi / \omega_D$;

$h_p(J, k_j)$ – k_j -ый разностный коэффициент разностного цифрового фильтра K_p -го порядка и J -го порядка разности, $k_j=0,1,2 \dots K_p-1$;

J – порядок разности разностного цифрового фильтра K_p -го порядка;

K_p – порядок разностного цифрового фильтра J -го порядка разности;

$\mathbf{x}(n \cdot T - k_j \cdot T)$ – $(n-k_j)$ -ый временной отсчёт N -точечной выборки цифрового сигнала на входе разностного цифрового фильтра K_p -го порядка и J -го порядка разности, $n=0,1,2 \dots N-1$, $T=2 \cdot \pi / \omega_D$;

N – число отсчетов временной выборки цифрового сигнала $\{\mathbf{x}(n \cdot T)\}$, $n=0,1,2 \dots N-1$, $T=2 \cdot \pi / \omega_D$;

T – период временной дискретизации цифрового сигнала $\{\mathbf{x}(n \cdot T)\}$, $n=0,1,2 \dots N-1$, $T=2 \cdot \pi / \omega_D$;

ω_D – частота дискретизации цифрового сигнала $\{\mathbf{x}(n \cdot T)\}$, $n=0,1,2 \dots N-1$, $\omega_D=2 \cdot \pi / T$.

Изначально метод построения алгоритма РЦФ был предложен и разработан как особое направление цифровизации обработки сигналов на основе идей, изложенных в классических монографиях по ЦОС [1-3]. Он был создан на основе применения метода «конечных разностей» для формирования коэффициентов цифровой фильтрации на основе приращений их значений относительно значений предыдущих соседних коэффициентов цифровой фильтрации по формуле (9):

$$\Delta[h(k+1)] = h(k+1) - h(k), \quad k=0,1,2 \dots K-1, \quad (9)$$

где Δ – «разрядный оператор», который сопоставляет функцию $h(k)$ с функцией $\Delta[h(k+1)]$, определяемой как «конечная разность», т.е. математическое выражение $\{h(k+1) - h(k)\}$;

$h(k)$ – k -ый отсчёт импульсной характеристики цифровой фильтрации K -го порядка, $k=0,1,2 \dots K-1$;

$h(k+1) - (k+1)$ -ый отсчёт импульсной характеристики цифровой фильтрации K -го порядка, $k=0,1,2 \dots K-1$;

$\Delta[h(k+1)]$ – «конечная разность» $(k+1)$ -го и k -го отсчётов импульсной характеристики цифровой фильтрации K -го порядка, $k=0,1,2 \dots K-1$;

K – число отсчётов импульсной характеристики цифровой фильтрации.

Этот метод был своевременно апробирован на научных сессиях Российского научно-технического общества радио-техники, электроники и связи (РНТОРЭС) имени А.С. Попова и на Международных научных конференциях по ЦОС [9-10]. Использованные при этом приращения значений коэффициентов цифровой фильтрации относительно значений предыдущих соседних коэффициентов цифровой получили условные наименования: «приращения коэффициентов» и «разностные коэффициенты» [9].

Понятие и термин «Разностная цифровая фильтрация» были предложены и определены для определения и обозначения способов, методов и алгоритмов цифровой фильтрации нижних частот с малоразрядными коэффициентами фильтрации, формируемыми на основе метода конечных разностей и условно именуемыми «разностными коэффициентами», а применены для низкочастотной цифровой фильтрации в алгоритмах Многоступенчатого дискретного преобразования Фурье и Дедуктивной обработки цифровых сигналов [5, 7-8, 12].

Этот термин уже более тридцати лет используется в докладах на Международных научных конференциях по ЦОС и научных сессиях РНТОРЭС имени А.С. Попова, а также в научных статьях, опубликованных в журналах, рекомендемых Высшей аттестационной комиссией при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации и индексируемых в базах данных рецензируемой научной литературы «Scopus» и «Web of Science» [4-15]. Он свидетельствует о применении разностных схем на основе метода конечных разностей для формирования коэффициентов цифровой фильтрации, каждый из которых заменён разностью между ним и соседним коэффициентом, условно именуемой «разностным коэффициентом 1-го порядка разности» и, в свою очередь, замененной разностью между этим и соседним разностным коэффициентом 1-го порядка разности, условно именуемой «разностным коэффициентом 2-го порядка разности» и также замененной разностью между этим и соседним разностным коэффициентом 2-го порядка разности, условно именуемой «разностным коэффициентом 3-го порядка разности», и т.д. [9].

Численный метод РЦФ ненулевых порядков разности позволяет существенно уменьшить разрядности как $MULT_{\text{РЦФ}}(K_p)$ умножителей, так и $CELL_{\text{РЦФ}}(K_p)$ ячеек памяти, требуемых для аппаратной реализации цифровых фильтров нижних частот (ЦФНЧ) K -го порядка на основе ТРЦФ K_p -го порядка и J -го порядка разности [9, 11]. Такая экономия аппаратных средств обеспечивается за счёт специализированной реализации таких фильтров K -го порядка на основе алгоритма ТРЦФ K_p -го порядка и J -го порядка разности при $K_p=K+J$. Для этого, значения разностных коэффициентов $\{h_p(j, k_j)\}$, $k_j=0,1,2 \dots K+j-1$, $(j+1)$ -го порядка разности, $j=1,2,3 \dots J$, заменяются по формуле (10) значениями разностных коэффициентов $\{h_p(j+1, k_j)\}$, $k_j=0,1,2 \dots K+j$, следующего порядка разности $(j+1)$, $j=1,2,3 \dots J$, при условии $h_p(j, k_j)=0$, если $k_j=0$ или $k_j>0$:

$$h_p(j+1, k_j) = h_p(j, k_j) - h_p(j, k_j-1), \quad (10)$$

где $h_p(j, k_j)$ – k_j -ый разностный коэффициент ТРЦФ $(K+j)$ -го порядка и j -го порядка разности, $k_j=0,1,2 \dots K+j-1$, $j=1,2,3 \dots J$; j – порядок разности алгоритма ТРЦФ $(K+j)$ -го порядка, $j=1,2,3 \dots J$;

J – максимальный порядок разности алгоритма ТРЦФ $(K+j)$ -го порядка;

k_j – номер разностного коэффициента ТРЦФ $(K+j)$ -го порядка и j -го порядка разности, $k_j=0,1,2 \dots K+j-1$, $j=1,2,3 \dots J$;

K_p – порядок ТРЦФ J -го порядка разности;

K – порядок ЦФНЧ, реализуемого на основе ТРЦФ K_p -го порядка и J -го порядка разности, $K=K_p-J$.

Однако, аппаратная реализация ЦФНЧ K -го порядка на основе РЦФ ($K+j$)-го порядка j -ых порядков разности алгоритма РЦФ, $j=1,2,3\dots J$, требует значительно числа $SUMM_{РЦФ}(K+j)$ сумматоров для фильтрации цифрового сигнала $\{\mathbf{x}(nT)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\pi/\omega_D$ [10]. Это обусловлено ростом числа арифметических операций сложения в алгоритме ТРЦФ ($K+j$)-го порядка при увеличении его порядка разности j [12]. А в случае применения бинарных значений или тривиальных значений, или единичных значений разностных коэффициентов $\{h_p(J,k_j)\}$ при $k_j=0,1,2\dots K_p-1$, разностная цифровая фильтрация не требует выполнения арифметических операций умножения [6, 9-11].

Методология ДПФ предлагаемым численным методом МДПФ учитывает современные и перспективные достижения в области цифрового спектрального анализа и использует основные методы ЦОС при построении цифровых алгоритмов МДПФ.

Снижение вычислительной сложности выделения гармонических составляющих $\{\mathbf{x}_m(n\cdot T)\}$, $m=0,1,2\dots N-1$, комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, численным методом МДПФ основывается на использовании невостребуемых ещё в полной мере резервов снижения вычислительной сложности известных алгоритмов ЦОС и позволяет решать следующие проблемы ЦОС при построении цифровых алгоритмов выделения спектральных компонентов $\{\mathbf{X}(m\cdot W)\}$, $m=0,1,2\dots N-1$, $W=\omega_D/(2N)$, комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, при изменении во времени его частотного разрешения:

- обеспечивать ДПФ N -точечного фрагмента временной выборки комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, без выполнения арифметических операций умножения;

- исключать вычисления тех m -ых спектральных компонентов $\{\mathbf{X}(m\cdot W)\}$, $m=0,1,2\dots N-1$, $W=\omega_D/(2N)$, наличие и величина которых в спектре комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, не представляет практического интереса для спектрального анализа, но обязательно рассчитывается при использовании алгоритмов БПФ;

- исключать применение M одинаковых полосовых или согласованных цифровых фильтров $K(m)$ -го порядка, $m=0,1,2\dots M-1$, $h_r(m_g,k)=h_r(m_q,k)$, $m_g=0,1,2\dots M-1$, $m_q=0,1,2\dots M-1$, $k_g=0,1,2\dots K(m_g)-1$, $k_q=0,1,2\dots K(m_q)-1$, $K(m_g)=K(m_q)$, если $g^l q$, поскольку их сложно реализовать при спектральном анализе методами МПЦФ для разных спектральных компонентов $\{\mathbf{X}(m\cdot W)\}$, $m=0,1,2\dots N-1$, $W=\omega_D/(2N)$;

- обеспечивать единый уровень точности M -точечной МПЦФ K -го порядка $C_{MPCF}(M,K,Z)$ при Z -разрядности представления обрабатываемых вещественных чисел для вычисления всех m -ых гармонических составляющих $\{\mathbf{x}_m(n\cdot T)\}$, $m=0,1,2\dots M-1$, комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, при $N \geq M$.

Результаты экспериментального моделирования на ПЛИС в рамках проведенного исследования показали и подтвердили, что при использовании алгоритмов метода CORDIC для M_L -точечного L -ступенчатого ДПФ разностными цифровыми фильтрами с целочисленными разностными коэффициентами на точность и вычислительную сложность его алгоритмов влияет в основном взаимосвязь параметров РЦФ.

При сдвиге на частоты, кратные $W_{SH}=\pi/2$, вычислительная процедура сдвига m_{l-1} -х статистик (оценок) $\{\mathbf{x}_{l-1}(Int[m_l/B_{MDPF}]W_{l-1}, n_{l-1}\cdot T_{l-1})\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $W_{l-1}=\omega_D/(2\cdot M_{l-1})$, $n_{l-1}=0,1,2\dots N/M_{l-1}-1$,

$T_{l-1}=2\cdot\pi\cdot M_{l-1}/\omega_D$, $M_{l-1}=B_{MDPF}^{l-1}$, спектральных компонентов $\{\mathbf{X}(m_{l-1}\cdot W_{l-1})\}$, $m_{l-1}=0,1,2\dots M_{l-1}-1$, $W_{l-1}=\omega_D/(2\cdot M_{l-1})$, комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, в область нуля на l -ой ступени МДПФ, $l=1,2,3\dots L$, сводится к выполнению арифметических операций умножения на $\sin[\pi/2]=1$.

А сам частотный сдвиг статистик (оценок) $\{\mathbf{x}_l(Int[m_l/B_{MDPF}]W_{l-1}, n_{l-1}\cdot T_{l-1})\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $W_{l-1}=\omega_D/(2\cdot M_{l-1})$, $n_{l-1}=0,1,2\dots N/M_{l-1}-1$, $T_{l-1}=2\cdot\pi\cdot M_{l-1}/\omega_D$, $M_{l-1}=B_{MDPF}^{l-1}$, расположенных в частотных диапазонах $[m_l \times W_{l-1}/B_{MDPF}, W_{l-1}+m_l \times W_{l-1}/B_{MDPF}]$ с шириной W_{l-1} , сводится к формированию статистик (оценок) $\{\exp[-i\cdot m_l W_{l-1} n_{l-1} \cdot T_{l-1}] \cdot \mathbf{x}_{l-1}(Int[m_l/B_{MDPF}]W_{l-1}, n_{l-1}\cdot T_{l-1})\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $W_l=\omega_D/(2\cdot M_l)$, $M_l=B_{MDPF}\cdot M_{l-1}$, $W_{l-1}=B_{MDPF}\cdot W_l$, $n_{l-1}=0,1,2\dots N/M_{l-1}-1$, $T_{l-1}=2\cdot\pi\cdot M_{l-1}/\omega_D$, $M_{l-1}=B_{MDPF}^{l-1}$, расположенных в частотных диапазонах $[m_l \cdot W_l, W_l+m_l \cdot W_l]$ с шириной W_l :

Причём, сдвиг спектра на частоты, кратные $W_{SH}=\pi/2$, не требует выполнения арифметических операций умножения, поскольку при этом тригонометрические функции принимают только тривиальные значения (-1, 0, +1). А направленный перебор и сравнительный анализ допустимых наборов числовых значений целочисленных коэффициентов РЦФ разных порядков и различных порядков разности обеспечивает возможность снижения погрешности МДПФ.

Для снижения вычислительной сложности выделения гармонических составляющих $\{\mathbf{x}_m(n\cdot T)\}$, $m=0,1,2\dots N-1$, комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, с изменяющимся во времени частотным разрешением $\Omega_l \leq \Omega_L$ комплексного спектра $\{\mathbf{X}(m_l\cdot \Omega_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $\Omega_l=\omega_D/(2\cdot M_l)$, $M_l \leq N$, $l=1,2,3\dots L$, N -точечного фрагмента временной выборки комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, предлагается численный метод ДПФ комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, L -ступенчатой МПЦФ на основе РЦФ.

Предлагаемому численному методу МДПФ предлагается присвоить условный код по формуле (11):

$$\mathbf{x}_l(m_l\cdot \Omega_l, n_l\cdot T_l) = MDFT_l[\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}], \quad m_l=0,1,2\dots M_l-1, n_l=0,1,2\dots N-1, \quad (11)$$

где $\mathbf{x}_l(m_l\cdot \Omega_l, n_l\cdot T_l)$ – n_l -й временной отсчет m_l -й статистики (оценки) мгновенного спектра $\{\mathbf{X}(m_l\cdot \Omega_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $\Omega_l=\omega_D/(2\cdot M_l)$, $M_l=B_{MDPF}^l$, сформированного в результате l -ступенчатого МДПФ N временных отсчетов комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2\cdot\pi/\omega_D$, при $N=B_{MDPF}^l$, $l=1,2,3\dots L$.

Условное кодирование предлагаемого численного метода МДПФ предусмотрено для формализации преобразования n -х отсчетов комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n\cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N/M_{l-1}$, $T_{l-1}=2\cdot\pi\cdot M_{l-1}/\omega_D$, $M_{l-1}=B_{MDPF}^{l-1}$, $l=1,2,3\dots L$, компонентов мгновенного спектра $\{\mathbf{X}(m_l\cdot \Omega_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $\Omega_l=\omega_D/(2\cdot M_l)$, $M_l=B_{MDPF}^l$, с меняющимся во времени частотным разрешением $\Omega_l \leq \Omega_L$ в частотном диапазоне $[0, \omega_D/2]$ при $M_l=B_{MDPF}^l$, которые соответствуют гармоническим компонентам $\{\mathbf{x}_m(n\cdot T)\}$, $m=0,1,2\dots N-1$, этого сигнала при $N=B_{MDPF}^l$. Для $N \geq M_l=\omega_D/\Omega_l$, $\Omega_l=\omega_D/(2\cdot B_{MDPF}^l)$, $l=1,2,3\dots L$, при $B_{MDPF}=3$ формализация предлагаемого численного метода МДПФ имеет вид по формуле (12):

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_l(m_l \cdot \Omega_l, n_l \cdot T_l) = MDFT_l[\{\mathbf{x}(n \cdot T)\}] = \\ K_p-1 \quad k_0 \quad k_{J-1} \\ = [\sum_{k_0=0} \sum_{k_1=0} \dots \sum_{k_J=0} h_p(J, k_J) \cdot \exp[-i \cdot m_l \cdot \Omega_l \cdot (n_{l-1} - k_J) \cdot T_{l-1}] \cdot \mathbf{x}_{l-1}(Int[m_l/3] \cdot 3 \cdot \Omega_l, (n_{l-1} - k_J) \cdot T_{l-1})], \end{aligned} \quad (12)$$

при $m_l=0,1,2\dots 3^{l-1}$, $\Omega_l=\omega_D/(2 \cdot 3^l)$, $n_l=Int[n_{l-1}/3]$, $T_l=3 \cdot T_{l-1}$, $n_{l-1}=0,1,2\dots N/3^{l-1}-1$, $T_{l-1}=2 \cdot \pi \cdot 3^{l-1}/\omega_D$, $l=1,2,3\dots L$;

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{l-1}(m_{l-1} \cdot \Omega_{l-1}, n_{l-1} \cdot T_{l-1}) = \sum_{k_0=0}^{K_p-1} \sum_{k_1=0}^{k_0} \dots \sum_{k_J=0}^{k_{J-1}} h_p(J, k_J) \cdot \exp[-i \cdot m_{l-1} \cdot \Omega_{l-1} \cdot (n_{l-2} - k_J) \cdot T_{l-2}] \times \\ \times \mathbf{x}_{l-2}(Int[m_{l-1}/3] \cdot \Omega_{l-2}, (n_{l-2} - k_J) \cdot T_{l-2}), \end{aligned} \quad (13)$$

при $m_{l-1}=0,1,2\dots 3^{l-1}-1$, $\Omega_{l-1}=\omega_D/(2 \cdot 3^{l-1})$, $n_{l-1}=Int[n_{l-2}/3]$, $T_{l-1}=3 \cdot T_{l-2}$, $n_{l-2}=0,1,2\dots N/3^{l-2}-1$, $T_{l-2}=2 \cdot \pi \cdot 3^{l-2}/\omega_D$, $l=3,4,5\dots L$;

$$\mathbf{x}_1(m_1 \cdot \Omega_1, n_1 \cdot T_1) = \sum_{k_0=0}^{K_p-1} \sum_{k_1=0}^{k_0} \dots \sum_{k_J=0}^{k_{J-1}} h_p(J, k_J) \cdot \exp[-i \cdot m_1 \cdot \Omega_1 \cdot (n - k_J) \cdot T] \cdot \mathbf{x}(n \cdot T - k_J \cdot T), \quad (14)$$

при $m_1=0,1,2$, $\Omega_1=\omega_D/(2 \cdot 3^1)$, $n_1=Int[n/3]$, $T_1=3 \cdot T$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2 \cdot \pi/\omega_D$;

$$W_{MDPF}(M_L, J, K_p) \leq W_{DPIF}(N) \text{ при } |C_{MDPF}(M_L, J, K_p, Z) - C_{DPIF}(N, D, Z)| \leq \varepsilon_0 \text{ и } M_L = N, \quad (15)$$

где $\mathbf{x}(n \cdot T)$

- временные отсчеты N -точечного фрагмента временной выборки комплексного сигнала, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2 \cdot \pi/\omega_D$;

$\mathbf{x}_l(m_l \cdot \Omega_l, n_l \cdot T_l)$

- временные отсчеты статистик (оценок) равноотстоящих друг от друга по частоте спектральных компонентов $\{\mathbf{X}_p(m_l \cdot \Omega_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $\Omega_l=\omega_D/(2 \cdot M_l)$, $n_l=0,1,2\dots N/M_l-1$, $T_l=2 \cdot \pi \cdot M_l/\omega_D$, $M_l=B_{MDPF}^l$, $B_{MDPF}=3$, $l=1,2,3\dots L$, комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n \cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2 \cdot \pi/\omega_D$, $\mathbf{x}_l(m_l \cdot \Omega_l, n_l \cdot T_l) \equiv \tilde{\mathbf{x}}_m(n_l \cdot T_l) + \tilde{\mathbf{x}}_e(n_l \cdot T_l)/M_l$, при $m_l=m$;

$\exp[-i \cdot m_l \cdot \Omega_l \cdot n_{l-1} \cdot T_{l-1}]$

- поворачивающие (сдвигающие) комплексные множители алгоритма метода CORDIC $\exp[-i \cdot m_l \cdot \Omega_l \cdot n_{l-1} \cdot T_{l-1}] = -1, -j, +1, +j$, $m_l=0,1,2\dots M_l-1$, $\Omega_l=\omega_D/(2 \cdot M_l)$, $n_{l-1}=0,1,2\dots N/M_{l-1}-1$, $T_{l-1}=2 \cdot \pi \cdot M_{l-1}/\omega_D$, $M_l=3 \cdot M_{l-1}$, $M_{l-1}=B_{MDPF}^{l-1}$, на l -й ступени МДПФ с основанием $B_{MDPF}=3$, $l=1,2,3\dots L$;

$h_p(J, k)$

- разностные коэффициенты РЦФ K_p -го порядка и J -го порядка разности, $k=0,1,2\dots K_p-1$, $h_p(J, k) = -2, -1, 0, +1, +2$;

$C_{MDPF}(M_L, J, K_p, Z)$

- вычислительная погрешность L -ступенчатого метода МДПФ на основе РЦФ K_p -го порядка и J -го порядка разности при Z -разрядности представления вещественных чисел, $M_L \leq N$;

$C_{DPIF}(N, D, Z)$

- вычислительная погрешность метода N -точечного ДПФ при D -разрядности его квантованных коэффициентов и Z -разрядности представления вещественных чисел;

D

- разрядность квантованных коэффициентов ДПФ;

ε_0

- общепринятый критерий (необходимый и достаточный допуск) оценки точности (вычислительной погрешности) метода N -точечного ДПФ;

$W_{MDPF}(M_L, J, K_p)$

- вычислительная сложность L -ступенчатого метода МДПФ на основе РЦФ K_p -го порядка и J -го порядка разности, $M_L \leq N$;

$W_{DPIF}(N)$

- вычислительная сложность метода N -точечного ДПФ;

N

- число отсчетов выборки комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n \cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2 \cdot \pi/\omega_D$, $N=B_{MDPF}^L$, $B_{MDPF}=3$;

T

- период временной дискретизации комплексного сигнала $\{\mathbf{x}(n \cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2 \cdot \pi/\omega_D$;

Ω_l

- частотное разрешение комплексного спектра $\{\mathbf{X}_p(m_l \cdot \Omega_l)\}$, $m_l=0,1,2\dots 3^{l-1}-1$, временной выборки $\{\mathbf{x}(n \cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $T=2 \cdot \pi/\omega_D$, $\Omega_l=\omega_D/(2 \cdot M_l)$, $M_l=B_{MDPF}^l$, $B_{MDPF}=3$, $l=1,2,3\dots L$;

ω_D

- частота дискретизации цифрового сигнала $\{\mathbf{x}(n \cdot T)\}$, $n=0,1,2\dots N-1$, $\omega_D=2\pi/T$.

Z

- разрядность представления вещественных чисел.

Достоверность результатов исследования обеспечивается применением численных методов математического моделирования и подтверждается соотвествием основным принципам построения цифровых фильтров [1-3, 12-19].

Заключение

Предложенный численный метод МДПФ и его алгоритмы успешно реализуются на ПЛИС, в которых практическое равенство таких процедур программного обеспечения как процедура сложения и процедура умножения реализуются за счет аппаратно-программного обеспечения. Поэтому такой метод и его алгоритмы могут быть использованы при цифровизации перспективных методов преобразования и обработки информации.

Численный метод МДПФ обеспечивает практическую возможность выполнения такого преобразования с использованием минимального объема аппаратных средств умножения частотно-временных отсчетов обрабатываемых сигналов и амплитудно-частотных характеристик цифровых фильтров. Этот метод и его алгоритмы стали реальным развитием авторской идеи частотной селекции сигналов вообще без процедур умножения их отсчетов.

Применение такого метода позволяет экономить аппаратные средства частотной селекции цифровых сигналов в условиях острого дефицита интегральных микросхем в развитых и развивающихся странах по всему миру.

Литература

1. Rabiner L.R., Rader C.M. Digital Signal Processing. New York: IEEE Press, 1972. 528 p.
2. Oppenheim A.V., Schafer R.W. Digital Signal Processing. Englewood Cliffs, New York: Prentice-Hall, 1975. 585 p.
3. Rabiner L.R., Gold B. Theory and Application of Digital Signal Processing. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1975. 762 p.
4. Burova A.Yu., Ryapukhin A.V., Muntyan A.R. Reduced hardware costs with software and hardware implementation of digital methods multistage discrete Fourier transform on programmable logic devices // Amazonia Investiga, 2020. Vol. 9, № 27, pp. 227-233.
5. Burova A.Yu. Digital signal processing without performing arithmetic multiplication operations // Amazonia Investiga, 2020. Vol. 9, № 25, pp. 200-205.
6. Burova A.Yu., Kabakov V.V. «Unerroric» of multistage discrete Fourier transform of digital signal without arithmetic operations of multiplication // Amazonia Investiga, 2020. Vol. 9, № 25, pp. 429-437.
7. Burova A.Yu. Digital Signal Multi-Stage Discrete Fourier Transform and Its Practical Applications // 23rd International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA-2021. Moscow, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1109/DSPA51283.2021.9535810>.
8. Burova A.Yu. Concept of multistage discrete Fourier transform without performing multiplications // Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1889(2), 022003. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1889/2/022003>.
9. Shinakov Yu.S., Burov Yu.Ya., Burova A.Yu. Theory, methods and algorithms of difference digital filtering // Proceedings of the Third International Conference «Digital signal processing and its application» (DSPA'2000), November 29 – December 1, 2000. Moscow, 2000. Vol. 1, pp. 99-100.
10. Burov Yu.Ya., Burova A.Yu. Theory and digital methods of recurrent difference filtering // Proceedings of the Third International Conference «Digital signal processing and its application» (DSPA'2000), November 29 – December 1, 2000. Moscow, 2000. Vol. 3, pp. 160-161.
11. Arapov N.V., Burova A.Y. Accuracy of Spectral Analysis Based on Difference Digital Filtering // 24th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA-2022. Moscow, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1109/DSPA53304.2022.9790761>.
12. Burova A.Yu. Reducing the Error of Digital Algorithms for Deductive Signal Processing Based on Their Multi-Stage Discrete Fourier Transform by the Difference Digital Filters // 22th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA-2020. Moscow, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1109/DSPA48919.2020.9213275>.
13. Burova A.Yu., Usatenko T.O. Digital Algorithms for the Discrete Frequency Selection of Signals that Do Not Use Algorithmic Multiplication Operations // TEM Journal, 2020. Vol. 9, Issue 2, pp. 501-506. DOI: <https://doi.org/10.18421/TEM92-11>.
14. Burova A.Yu., Ryapukhin A.V. Reduction of the number of multiplication operations in digital signal processing algorithms by classical methods of discrete Fourier transform // AIP Conf. Proc. 2402, 040002 (2021). DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0071449>.
15. Burova A.Yu., Usatenko T.O. Digital methods of discrete Fourier transform, allowing minimizing the number of algorithmic multiplication operations // Journal of Physics: Conference Series. II International Scientific Conference on Metrological Support of Innovative Technologies (ICMSIT II-2021). Krasnoyarsk, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1889/3/032035>.
16. Витязев В.В., Волченков В.А., Овинников А.А. и др. Цифровая обработка сигналов : учебное пособие для вузов. М.: Горячая линия – Телеком, 2023. 188 с.
17. Пономарева Н.В. Теория, методы и алгоритмы определения огибающих двумерных дискретных финитных действительных сигналов на базе преобразований Фурье с варьируемыми параметрами // Цифровая обработка сигналов, 2024. №1. С. 3-11.
18. Попов Д.И. Анализ режекторных фильтров рекурсивного типа // Цифровая обработка сигналов, 2025. №1. С. 67-71.
19. Буслаев А.П., Кучелев Д.А., Яшина М.В. Динамические системы и математические модели трафика информации // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Т. 12. № 3. С. 22-38.

NUMERICAL METHOD OF MULTI-STAGE DISCRETE FOURIER TRANSFORM OF A DIGITAL SIGNAL

Alexander S. Zinchenko, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, frambe@mail.ru

Marina V. Yashina, Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI);

Moscow Aviation Institute (National Research University);

Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, yash-marina@yandex.ru

Adelia Yu. Burova, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

Abstract

The issues related to the study of the possibilities of mathematical and software modeling of digital algorithms for discrete Fourier transform without algorithmic multiplication operations are considered. The relevance of the study is due to the need to reduce the computational complexity of digital signal processing algorithms. The purpose of the study is to formalize a numerical method for the multi-stage discrete Fourier transform of a digital complex signal. The methods of mathematical and software modeling of numerical methods of digital signal processing were used in the study. The results of the study showed and confirmed the possibility of modeling a numerical method of multi-stage discrete Fourier transform of a digital complex signal based on numerical methods of difference digital filtering with integer difference coefficients of various orders of difference and a numerical method of reducing direct calculations of complex functions to perform simple operations of addition and shift. The concept of a multi-stage discrete Fourier transform and the concept of this transformation are defined and described. Its mathematical model is proposed and the numerical method of such transformation is formalized. It is noted that it allows to reduce the computational complexity of the hardware and software implementation of digital signal processing through the use of numerical methods of differential digital filtering, directed enumeration and comparative analysis of acceptable sets of numerical values of integer coefficients, which provides the possibility of reducing the error of the numerical method of multi-stage discrete Fourier transform. To reduce the computational complexity of his algorithms for isolating the harmonic components of a digital complex signal, the principles of dividing its frequency spectrum into narrow-band spectral components, frequency shifting of these components and their low-frequency difference digital filtering without performing arithmetic multiplication operations are applied.

Keywords: harmonic components of the spectrum, discrete Fourier transform, instantaneous signal spectrum, digital difference filtering, digital signal processing

References

- [1] L.R. Rabiner, C.M. Rader, "Digital Signal Processing," New York: IEEE Press, 1972. 528 p.
- [2] A.V.Oppenheim, R.W. Schafer, "Digital Signal Processing," Englewood Cliffs, New York: Prentice-Hall, 1975. 585 p.
- [3] L.R. Rabiner, B. Gold, "Theory and Application of Digital Signal Processing," Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1975. 762 p.
- [4] A.Yu. Burova, A.V. Ryapukhin, A.R. Muntyan, "Reduced hardware costs with software and hardware implementation of digital methods multistage discrete Fourier transform on programmable logic devices," *Amazonia Investiga*, 2020. Vol. 9, no. 27, pp. 227-233.
- [5] A.Yu. Burova, "Digital signal processing without performing arithmetic multiplication operations," *Amazonia Investiga*, 2020. Vol. 9, no. 25, pp.200-205.
- [6] A.Yu. Burova, V.V. Kabakov, "Unerroric" of multistage discrete Fourier transform of digital signal without arithmetic operations of multiplication," *Amazonia Investiga*, 2020. Vol. 9, no. 25, pp.429-437.
- [7] A.Yu. Burova, "Digital Signal Multi-Stage Discrete Fourier Transform and Its Practical Applications," 23rd International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA-2021. Moscow, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1109/DSPA51283.2021.9535810>
- [8] A.Yu. Burova, "Concept of multistage discrete Fourier transform without performing multiplications," *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, 1889(2), 022003. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1889/2/022003>
- [9] Yu.S. Shinakov, Yu.Ya. Burov, A.Yu. Burova, "Theory, methods and algorithms of difference digital filtering," *Proceedings of the Third International Conference "Digital signal processing and its application" (DSP'2000)*, November 29 – December 1, 2000. Moscow, 2000. Vol. 1, pp. 99-100.
- [10] Yu.Ya. Burov, A.Yu. Burova, "Theory and digital methods of recurrent difference filtering," *Proceedings of the Third International Conference "Digital signal processing and its application" (DSP'2000)*, November 29 - December 1, 2000. Moscow, 2000. Vol. 3, pp. 160-161.
- [11] N.V. Arapov, A.Y. Burova, "Accuracy of Spectral Analysis Based on Difference Digital Filtering," 24th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA-2022. Moscow, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1109/DSPA53304.2022.9790761>
- [12] A.Yu. Burova, "Reducing the Error of Digital Algorithms for Deductive Signal Processing Based on Their Multi-Stage Discrete Fourier Transform by the Difference Digital Filters," 22th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA-2020. Moscow, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1109/DSPA48919.2020.9213275>
- [13] A.Yu. Burova, T.O. Usatenko, "Digital Algorithms for the Discrete Frequency Selection of Signals that Do Not Use Algorithmic Multiplication Operations," *TEM Journal*, 2020. Vol. 9, Issue 2, pp. 501-506. DOI: <https://doi.org/10.18421/TEM92-11>
- [14] A.Yu. Burova, A.V. Ryapukhin, "Reduction of the number of multiplication operations in digital signal processing algorithms by classical methods of discrete Fourier transform," *AIP Conf. Proc.* 2402, 040002 (2021). DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0071449>
- [15] A.Yu. Burova, T.O. Usatenko, "Digital methods of discrete Fourier transform, allowing minimizing the number of algorithmic multiplication operations," *Journal of Physics: Conference Series. II International Scientific Conference on Metrological Support of Innovative Technologies (ICMSIT II-2021)*. Krasnoyarsk, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1889/3/032035>
- [16] V.V. Vityazev, V.A. Volchenkov, A.A. Ovinnikov, et al., "Digital signal processing: a textbook for universities," Moscow: Goryachaya Liniya – Telecom, 2023. 188 p.
- [17] N.V. Ponomareva, "Theory, methods and algorithms for determining the envelopes of two-dimensional discrete finite real signals based on Fourier transforms with variable parameters," *Digital signal processing*, 2024. No. 1, pp. 3-11.
- [18] D.I. Popov, "Analysis of recursive type rejection filters," *Digital signal processing*, 2025. No. 1, pp. 67-71.
- [19] A.P. Buslaev, D.A. Kuchelev, M.V. Yashina, "Dynamic systems and mathematical models of information traffic," *T-Comm*. 2018. Vol. 12. No. 3, pp. 22-38.

Information about authors:

Alexander S. Zinchenko, PhD in Economics, Associate Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

Marina V. Yashina, Doctor of Technical Sciences, Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI); Moscow Aviation Institute (National Research University); Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia

Adelia Yu. Burova, Senior Lecturer, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

КОМБИНИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ SCMA И MIMO С АВТОВЫБОРОМ АНТЕНН

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-5-55-61

Manuscript received 28 March 2025;
Accepted 18 April 2025

Бен Режеб Тауфик Бен Камель,
Московский технический университет связи и
информатики, Москва, Россия,
t.benrejeb@mtuci.ru

Ключевые слова: комбинирование,
 неортогональный доступ, SCMA, NOMA,
 многоантенные системы, MIMO, SCMA-MIMO,
 автovыбор антенн

Неортогональный множественный доступ – ключевая технология для внедрения в стандарты сотовой связи будущих поколений. Внедрение технологии NOMA требует согласования с уже используемыми и хорошо зарекомендовавшими себя технологиями, такими как технология многоантенных систем MIMO. Совместное использование технологий MIMO и NOMA позволяет обеспечить эффективное использование радиочастотного спектра за счет пространственной обработки сигналов и высокую емкость сети за счет уплотнения сигналов абонентов и функционирования в режиме перегрузки. Существует несколько разновидностей технологии NOMA, каждая из которых может быть объединена с технологией MIMO с учетом особенностей. Неортогональный множественный доступ на основе прореженных последовательностей SCMA является одной из наиболее перспективных разновидностей технологии NOMA. Целью данной статьи является анализ возможности комбинирования технологии SCMA с технологией MIMO в режиме автovыбора антенн (antenna selection) для организации пространственных ортогональных ресурсов как одного из возможных вариантов комбинирования этих технологий для систем мобильной связи следующих поколений. Результаты компьютерного моделирования подтверждают эффективность совместного использования именно разновидности NOMA с разреженными последовательностями SCMA и технологии MIMO в режиме автovыбора антенн.

Информация об авторе:

Бен Режеб Тауфик Бен Камель, доцент, к.т.н., Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ), Москва, Россия

Для цитирования:

Бен Режеб Тауфик Бен Камель. Комбинирование технологий SCMA и MIMO с автovыбором антенн // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №5. С. 55-61.

For citation:

Ben Rejeb T.B.K., "Combination of SCMA and MIMO with antenna selection," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no.5, pp. 55-61. (in Russian)

Введение

В развитии стандартов сотовой подвижной связи прослеживается четкая тенденция – каждый новый стандарт беспроводной связи отличался от предыдущего новыми прорывными возможностями для пользователей, что всегда обеспечивалось главной фундаментальной технологией, лежащей в основе стандарта. Например, прорывной с свое время оказалась технология кодового разделения каналов в системах CDMA (Code Division Multiple Access) для стандартов сотовой связи третьего поколения. Далее с появлением технологии ортогонального частотного мультиплексирования OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) резко возросло качество предоставляемых услуг связи в системах четвертого поколения. Разумеется, всегда новые фундаментальные технологии сопровождались появлением новых помехоустойчивых кодов, методов модуляции и т.д., но четко прослеживается, что в каждом новом стандарте была основная движущая и новая на то время фундаментальная технология.

Фундаментальной технологией для будущих стандартов мобильной связи и систем радиодоступа выступает технология неортогонального доступа NOMA. Технологию NOMA можно разделить на две категории: NOMA с кодовым разделением (Code Domain NOMA) и NOMA с разделением по мощности (Power Domain NOMA).

Схема SCMA (Sparse Code Multiple Access), является одной из разновидностей технологии NOMA, где для уплотнения сигналов абонентов используются прореженные кодовые последовательности. Система SCMA, как и другие разновидности технологии NOMA функционирует в перегруженном режиме, когда количество пользователей системы превышает число доступных ортогональных ресурсов $K > N_{res}$. В ситуации, когда количество ресурсов ограничено, необходимо правило распределения доступных N_{res} ресурсов между K абонентами системы. Такое правило определяется кодовой книгой, состоящей из матриц, содержащих кодовые слова (столбцы матрицы), определяющие право абонента использовать тот или иной ресурс системы.

В системах SCMA не используются традиционные методы модуляции. В качестве модулятора выступает непосредственно кодер SCMA, кратность модуляции которого определяется кодовой книгой.

Постановка задачи

Главной задачей этой работы является исследование возможности комбинирования технологии NOMA, а именно разновидности SCMA, с технологией MIMO в режиме автоворыбора антенн. Такой сценарий совместного использования обладает рядом преимуществ и может являться одним из наиболее перспективных вариантов комбинирования для включения в будущие стандарты мобильной связи. Система SCMA позволяет эффективно уплотнять сигналы абонентов для дальнейшей передачи по одному частотному ресурсу, а система MIMO в режиме автоворыбора антенн позволяет подобрать наилучший ресурс для передачи сигналов абонентов. Комбинирование этих технологий в таких режимах имеет значительный потенциал, который может быть выражен в спектральной эффективности и энергетическом выигрыше.

В традиционных системах SCMA в качестве ортогональных ресурсов используются частотные ресурсы, т.е. N_{res} ортогональных несущих частот (диапазонов частот). Соответственно, масштабирование системы SCMA, например, увеличение количества абонентов или увеличения количества ресурсов, потребует увеличения количества частотных ресурсов, являющихся крайне ограниченными. Использование нескольких антенн на передающей и нескольких антенн на приемной стороне (технология MIMO) позволяет организовать N_{res} ортогональных пространственных каналов, использующих одинаковый диапазон частот, при этом N_{res} не ограничено природными частотными ресурсами, а зависит от количества передающих N_{tx} и приемных N_{rx} антенн.

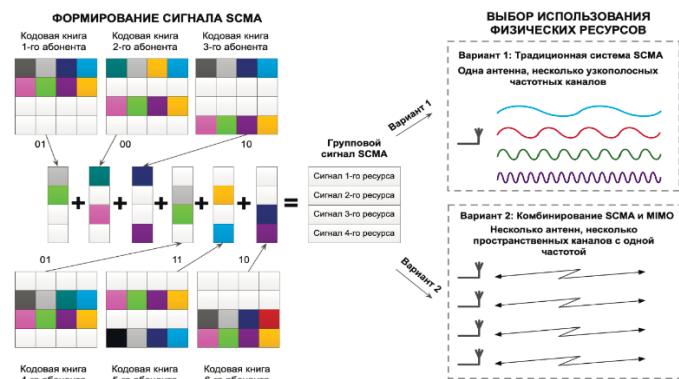


Рис. 1. Возможные варианты организации физических ресурсов для системы SCMA

Идея использования пространственных ортогональных каналов вместо частотных ортогональных каналов изложена в [1]. При этом изменение подхода к организации физических каналов для системы SCMA не влияет на свойства системы и индивидуальные преимущества технологии SCMA сохраняются [2]. Использование технологии MIMO для организации физических ресурсов системы SCMA имеет потенциал для улучшения характеристик системы. В случае классической системы SCMA с частотными физическими ресурсами передача символов SCMA производится по имеющимся ортогональным несущим частотам, характеристики которых (передаточные коэффициенты) определяются текущим состоянием канала. Если же использовать пространственные физические ресурсы с помощью технологии MIMO, то можно заранее оснастить антеннную решетку избыточным количеством антенных элементов и с помощью технологии автоворыбора антенн осуществлять поиск наилучших пространственных каналов, т.е. добавить возможность отбора необходимо количества N_{res} пространственных физических ресурсов, обладающих наилучшими характеристиками. Необходимо отметить, что в случае классической системы SCMA с частотными ресурсами такой выбор не предоставляется, кроме того количество ресурсов строго ограничено [2].

Такая концепция возможна при использовании технологии автоворыбора антенн, более известной в литературе и источниках как «Antenna selection». Рассмотрим ее подробнее, а именно критерии, на основе которых осуществляется автоворыбор антенн.

Автовыбор антенн в системах MIMO

Технологически для производителей оборудования базовых станций нет сложностей оснастить базовую станцию решеткой антенных элементов размерностью 32, 64, 128 и более [3]. Сложность заключается в выборе $N_{tx,as}$ активных антенн, а точнее в переборе всех возможных комбинаций из $N_{tx,as}$ антенн базовой станции и приёмных антенн мобильной станции на основании информации о текущем состоянии канала связи [4, 16-18]. На основе оценки текущего состояния канала выбирается матрица активных антенн \mathbf{H}_{AS} , получаемая путем произведения текущей полной матрицы всех пространственных каналов \mathbf{H}_{full} и матрицы выбора антенн \mathbf{S}_{tx} или \mathbf{S}_{rx} , в зависимости от того где производится выбор активных антенн: из антенной решетки передатчика [5, 6] или антенной решетки приёмника [5, 6]. Исходная полная матрица канала \mathbf{H}_{full} размерности $N_{rx} \times N_{tx}$ путем умножения на матрицы \mathbf{S}_{tx} и \mathbf{S}_{rx} принимает размерность $N_{rx,AS} \times N_{tx,AS}$. Таким образом после оценки всех пространственных каналов системы с помощью пилотных сигналов и получения полной матрицы передаточных коэффициентов применение \mathbf{S}_{tx} и \mathbf{S}_{rx} осуществляет вычеркивания из полной матрицы \mathbf{H}_{full} лишних строк и столбцов, результатом чего является получение матрицы канала для выбранных антенн \mathbf{H}_{AS} [4, 7].

Задача выбора лучших антенн для передачи на основе информации о текущем состоянии канала зачастую имеет высокую вычислительную сложность, так как обычно требует перебора всех возможных комбинаций и должна выполняться постоянно. Большое количество антенн на стороне базовой станции влечет за собой большое количество комбинаций [8, 9], которые должны быть перебраны за ограниченное время передачи символа SCMA [10]. Для простоты дальнейшего изложения остановимся на выборе антенн только на передающей стороне, т.е. применении матрицы \mathbf{S}_{tx} , выполняющей удаление всех лишних столбцов матрицы \mathbf{H}_{full} .

Рассмотрим наиболее распространенные алгоритма выбора антенн. В литературе и источниках тема критериев автоворыбора антенн хорошо освещена [4, 11]. Необходимо отметить, что большинство алгоритмов автоворыбора антенн требуют полного перебора всех комбинаций передающих и приёмных антенн, однако существуют алгоритмы, не требующие полного перебора, например, алгоритм автоворыбора антенн по критерию наиболее мощных пространственных каналов [4, 7, 11]:

Исходные данные: \mathbf{H} – полная матрица информации о состоянии канала, $\frac{E_s}{2\sigma^2_\eta}$ – отношение сигнал/шум в канале связи,

n – порядковый номер антенны (номер столбца матрицы \mathbf{H})

Шаг 1. Вычисление метрики по столбцам матрицы

Начало цикла, для $n = 1 \dots N_{tx}$:

$$b_n = \mathbf{H}_n \left(\mathbf{1} + \frac{E_s}{2\sigma^2_\eta} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right)^{-1} \mathbf{H}_n^H, \quad (1)$$

Конец цикла

Шаг 2. Выбор первых $N_{tx,as}$ максимальных значений b_n .

Шаг 3. Составление матрицы \mathbf{H}_{AS} из столбцов, соответствующих значениям b_n , выбранным на шаге 2.

Критерий (1) не требует перебора всех возможных матриц канала и, соответственно, не требует сложных вычислений, что является его главным преимуществом, недостатком является его невысокая эффективность.

Остальные наиболее популярные в источниках алгоритмы автоворыбора антенн требуют перебора всех возможных матриц канала, например, критерий максимума пропускной способности [4].

В таком случае производится такой выбор подмножества из $N_{tx,AS}$ антенн из N_{tx} имеющихся передающих антенн и подмножества из $N_{rx,AS}$ антенн из N_{rx} имеющихся приемных антенн, чтобы обеспечить максимум пропускной способности C_{max} в канале:

$$C_{max} = \max_{\tilde{\mathbf{H}}} \log_2 \det \left(\mathbf{1} + \frac{SNR}{N_{tx,as}} \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{H}}^H \right), \quad (2)$$

где $\tilde{\mathbf{H}}$ – текущая рассматриваемая матрица-кандидат из всех возможных комбинаций размерности $N_{rx} \times N_{tx,AS}$.

Автоворыбор антенн на основе критерия (2) обладает высокой эффективностью, но требует значительных вычислений при большом количестве антенн БС. Наиболее широко используемым критерием для автоворыбора антенн в источниках, посвященных многоантенным системам, является критерий максимума отношения сигнал/шум (критерий максимума нормы Фробениуса) Этот критерий сводится к критерию максимума нормы Фробениуса $\|\tilde{\mathbf{H}}\|_F^2$ выбранной матрицы канала $\tilde{\mathbf{H}}$:

$$\max_{\tilde{\mathbf{H}}} \|\tilde{\mathbf{H}}\|_F^2 = \max_{\tilde{\mathbf{H}}} \sum_{m=1}^{N_{rx}} \sum_{n=1}^{N_{tx,as}} |\tilde{h}_{mn}|^2. \quad (3)$$

Еще одним критерием для автоворыбора антенн, часто встречающимся в источниках, является критерий минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции:

$$\min_{\tilde{\mathbf{H}}} tr \left(\left(\frac{SNR}{N_{tx,as}} \tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}} + \mathbf{1} \right)^{-1} \right). \quad (4)$$

Модель системы SCMA с автоворыбором антенн

Наиболее простой, но интересный в плане комбинирования вариант системы SCMA-MIMO приведен на рисунке 2. Здесь в качестве ортогональных ресурсов для системы SCMA выступают параллельные пространственные каналы между передающим и приёмными антennами системы SU-MIMO [1, 2, 7].

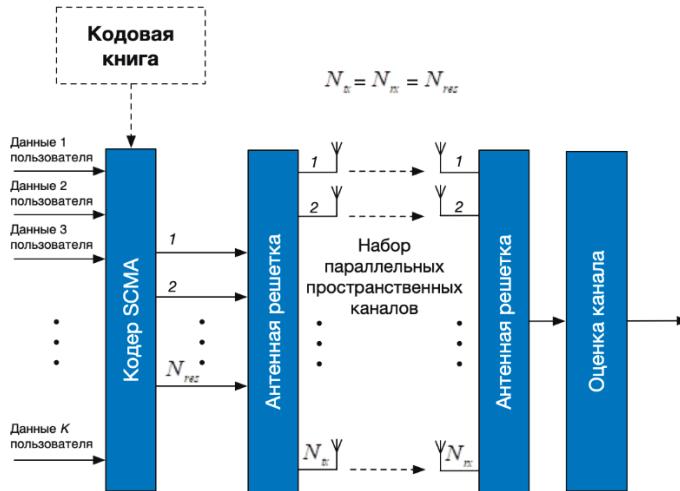


Рис. 2. Иллюстрация системы SCMA использованием параллельных пространственных в качестве ортогональных ресурсов

Представленный на рисунке 2 вариант комбинированной системы может быть дополнен блоком автовыбора антенн для выбора наилучших пространственных каналов с помощью канала обратной связи. Пример такой системы приведен на рисунке 3.

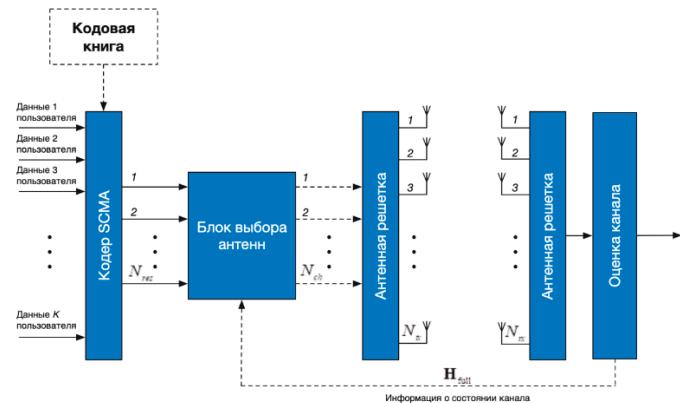


Рис. 3. Иллюстрация возможного варианта системы SCMA с автовыбором антенн

Для удобства описания введем следующие обозначения: K – количество пользователей; N_{tx} – количество передающих антенн БС; $N_{tx,as}$ – количество выбранных антенн на стороне БС; N_{ch} – количество активных пространственных каналов; N_{res} – классическое для систем SCMA количество ортогональных ресурсов $N_{res} = N_{ch}$ (для рассматриваемого случая); \mathbf{H}_{full} – общая матрица коэффициентов передачи между всеми антennами; \mathbf{S}_{tx} – матрица выбора антенн на передающей стороне; $\tilde{\mathbf{H}}$ – матрица канала с учетом выбора $N_{tx,as}$ передающих антенн из общего количества передающих антенн N_{tx} .

В представленном варианте комбинирования на рисунке 3 технология SCMA и технология MIMO применяются последовательно друг за другом и при этом обратной связью охвачена только система MIMO. Такой вариант комбинирования

позволяет реализовать использование пространственных физических ресурсов для системы SCMA и сохраняет индивидуальные преимущества каждой из технологий, но такой вариант комбинирования еще имеет потенциальный резерв, который может быть разменен на дополнительный выигрыш в энергетической эффективности, пропускной способности или помехоустойчивости.

Рассмотренный вариант комбинирования технологий SCMA и MIMO (рис. 3) можно дополнительно модифицировать, охватив каналом обратной связи и кодер SCMA для совместного процесса оптимизации антенной конфигурации и выбора используемой кодовой книги SCMA как представлено на рисунке 4.

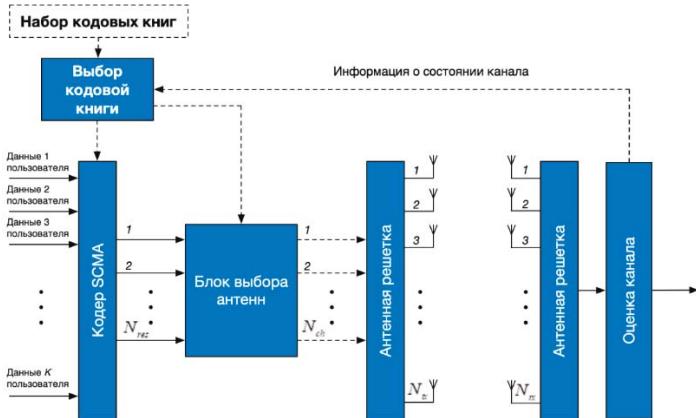


Рис. 4. Система SCMA с автовыбором антенн с совместной оптимизацией порядка модуляции и антенной конфигурации

Совместная оптимизация антенной конфигурации и кодирования SCMA порождает задачу синтеза набора кодовых книг SCMA для работы с разным количеством входных сигналов и ортогональных ресурсов (пространственных каналов). На данный момент задача синтеза набора или семейства кодовых книг разных размерностей плохо освещена в литературе.

Для случая «нисходящего» канала формирование группового сигнала производится на стороне БС. Модель сигнала, наблюдаемого на приемной стороне, можно представить следующим образом:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{HS}_{tx}\mathbf{X} + \boldsymbol{\eta} = \mathbf{H}_{AS}\mathbf{X} + \boldsymbol{\eta}, \quad (5)$$

где \mathbf{S}_{tx} – матрица выбора антенн на передающей стороне,

$\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{N_{res}}]^T$ – сигнал на входе приемника;

$\mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_{res}}]^T$ – используемая абонентом кодовая матрица [11].

С учетом использования пространственных каналов между выбранными антennами на стороне БС и антennами АТ в качестве отдельных ортогональных ресурсов, т.е. использования $N_{res} = N_{ch}$, необходимо применение SVD-разложения (сингулярного разложения) матрицы канала \mathbf{H} или матрицы $\tilde{\mathbf{H}}$ в случае выбора антенн на передающей стороне:

$$\mathbf{Y} = SVD(\mathbf{H}_{AS})\mathbf{X} + \boldsymbol{\eta} = \mathbf{UDVX} + \boldsymbol{\eta}. \quad (6)$$

Имея на передающей стороне информацию о состоянии канала, очевидным является последний шаг – использование матрицы \mathbf{V}' в качестве прекодирующей матрицы на стороне БС, т.е. использование прекодированного вектора символов $\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{V}'\mathbf{X}$.

Умножая слева обе части (6) на эрмитову матрицу \mathbf{U}' , получим:

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{U}'\mathbf{Y} = \mathbf{D}\tilde{\mathbf{X}} + \mathbf{U}'\boldsymbol{\eta}, \quad (7)$$

где $\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{U}'\mathbf{Y}$ - преобразованный вектор наблюдения.

Далее на приёмной стороне применим обратную диагональную матрицу собственных чисел \mathbf{D}^{-1} :

$$\mathbf{D}^{-1}\tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\mathbf{X}} + \mathbf{D}^{-1}\mathbf{U}'\boldsymbol{\eta}. \quad (8)$$

Следует отметить, что умножение вектора шума наблюдения на матрицы \mathbf{U}' и \mathbf{D}^{-1} не меняет его статистических свойств.

Описанный подход позволяет осуществить достаточно простые операции прекодирования на передающей стороне и демодуляции на приёмной стороне, но требует наличия полной информации о состоянии канала на передающей стороне.

Компьютерное моделирование комбинированной системы SCMA-MIMO с автоворыбором антенн

Для проверки эффективности описанного метода комбинирования было проведено моделирование системы связи, использующей технологию SCMA для уплотнения сигналов абонентов и технологию MIMO с автоворыбором антенн для организации отдельных ортогональных пространственных каналов. Параметры моделирования приведены в таблице 1.

Таблица 1

Условия моделирования и параметры системы связи

| Модуляция | SCMA |
|---|---|
| Количество сигналов абонентов | 6 |
| Количество пространственных каналов (активных антенн) | 4 |
| Количество антенн БС | 8 |
| Канал связи | Независимые релеевские замирания по всем лучам |
| Демодуляция и декодирование | SVD + Метод максимального правдоподобия [12, 13, 14] (жесткая схема принятия решений) |
| Количество экспериментов | 1500 |

Традиционный сценарий системы SCMA без применения технологии MIMO представлен на рисунке 5 кривой помехоустойчивости “Simple SCMA with frequency resources”. Из результатов моделирования видно, что в случае применения технологии MIMO с самым простым критерием автоворыбора антенн на передающей стороне по максимуму нормы Фробениуса “Max. Frobenius norm” можно без расширения спектра сигнала получить энергетический выигрыш до 1,5 дБ на низких отношениях сигнал/шум (ОСШ) по сравнению с традиционной схемой SCMA с одной антенной. На высоких значениях ОСШ традиционная схема SCMA имеет лучшие характеристики.

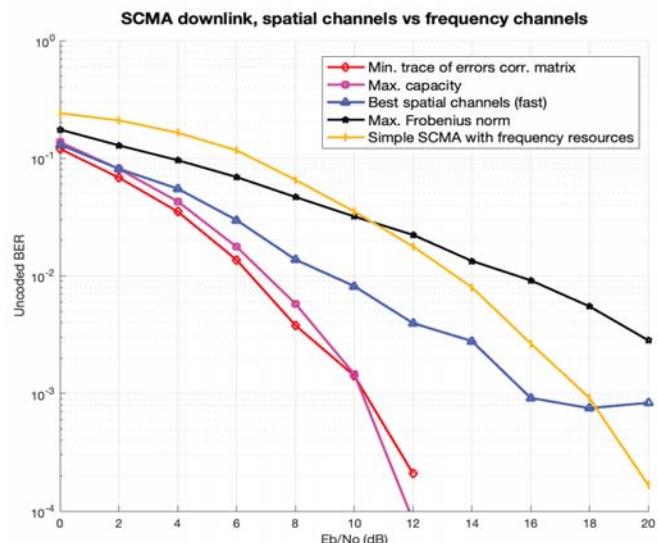


Рис. 5. Результаты моделирования комбинированной системы SCMA с автоворыбором антенн с использованием критериев (1)-(4)

Вторым интересным результатом моделирования является применение критерия автоворыбора антенн (1). Критерий (1) “Best spatial channels (fast)” не требует полного перебора всех возможных комбинаций антенн и является относительно простым в реализации и позволяет и позволяет получить значительный энергетический выигрыш до 4 дБ с помощью применения технологии MIMO по сравнению с традиционной системой SCMA, при этом не требуя расширения спектра передаваемого сигнала.

Критерии (2) и (4) “Max. capacity” и “Min.trace of errors corr. matrix” показывают наилучшие характеристики помехоустойчивости, обеспечивая энергетический выигрыш до 7 дБ по сравнению с традиционной системой SCMA, однако платой за такой выигрыш является высокая вычислительная сложность алгоритма выбора антенн путем полного перебора всех возможных комбинаций.

Схема SCMA как разновидность схемы NOMA для уплотнения сигналов абонентов и реализации множественного доступа одна из наиболее перспективных фундаментальных технологий, которая выступит основой ближайших глобальных стандартов беспроводной связи. Ее внедрение в современные реалии ограниченного частотного спектра возможно только совместно с технологией MIMO. Дальнейшее увеличение эффективности таких комбинированных систем возможно только за счет совместной турбо-обработки.

Выводы

Использование технологии MIMO в режиме автоворыбора антенн позволяет выгодно преумножить главные достоинства технологии SCMA. Использование технологии SCMA выгодно с позиции увеличения спектральной эффективности, что критически актуально для современных систем беспроводной связи, а технология MIMO в режиме автоворыбора антенн позволяет выбрать наилучший частотный канал для передачи сигналов SCMA. Комбинирование технологии MIMO в режиме автоворыбора антенн и технологии SCMA слабо освещено в литературе и источниках, но именно такой вариант

комбинирования этих технологий является выгодным. Небольшая плата в виде увеличения вычислительной сложности за процедуру выбора лучших пространственных каналов системы MIMO позволяет значительно улучшить систему SCMA в эквиваленте энергетического выигрыша и при этом сэкономить частотный ресурс по сравнению с традиционными технологиями ортогонального множественного доступа.

В работе была рассмотрена эта перспектива комбинирования двух ключевых технологий будущих стандартов мобильной связи в одном из возможных режимов работы. Обычно стандартами предусмотрено несколько режимов работы используемой технологии. Например, известная технология MIMO может функционировать в нескольких режимах: пространственное мультиплексирование, пространственно-временное кодирование, режим с обратной связью и без, режим автovыбора антенн и др., при этом каждый из режимов совместим с технологией OFDM. Основная концепция системы SCMA отлично подходит для работы с системой MIMO с автovыбором антенн.

Результаты компьютерного моделирования показывают, что использование пространственных каналов для передачи уплотненных сигналов позволяет преодолеть физические ограничения частотных ресурсов, а использование несложных критериев автovыбора антенн позволяют получить значительный энергетический выигрыш по сравнению с классической системой SCMA, использующей частотные ресурсы. Реализация таких комбинированных систем также зависит от алгоритмов демодуляции. Для демодуляции сигналов SCMA применяется алгоритм МРА (Message Passing Algorithm) [15] или алгоритм максимального правдоподобия [13], с помощью которого были получены результаты компьютерного моделирования. Оба алгоритма обладают высокой вычислительной сложностью, значительно увеличивающейся при масштабировании системы: увеличении количества абонентов или увеличении количества пространственных каналов.

Рассмотренный вариант комбинирования технологий является одним из наиболее перспективных и может быть доработан и улучшен за счет формирования специальных кодовых книг для системы SCMA, нацеленных на использование пространственных ресурсов с учетом специфики различных моделей каналов, а также совместного процесса оптимизации выбора антенных конфигураций технологии MIMO и размера кодовых книг системы SCMA.

Литература

- Zhang Y.-P., Yu Q.-Y., Liu Z.-J., Zhou Y.-K., Meng W.-X. Antenna-Resource-Based SCMA in Downlink Multiuser Transmission Systems // 2020 IEEE 91st Vehicular Technology Conference (VTC2020-Spring), Antwerp, Belgium, 2020, pp. 1-5, doi: 10.1109/VTC2020-Spring48590.2020.9128639.
- Бен Режеб Тауфик Бен Камель. Комбинирование технологий многоантенных систем MIMO и неортогонального доступа на основе разреженных последовательностей SCMA // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №7. С. 37-43.
- Dadi M.B., Rehaimi B.C. Performance of downlink MIMO-NOMA system in 5G Networks // 2023 IEEE International Workshop on Mechatronic Systems Supervision (IW_MSS), Hammamet, Tunisia, 2023, pp. 1-4, doi: 10.1109/IW_MSS59200.2023.10368947.
- Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Хазов М.Л. Критерии автovыбора антенн в системах MIMO // Электросвязь. 2018. № 10. С. 78-81.
- Demiral B., Ertug Ö. Transmitter Receiver Antenna Selection for MIMO-NOMA System // 2021 International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM), Split, Hvar, Croatia, 2021, pp. 1-4, doi: 10.23919/SoftCOM52868.2021.9559104
- Can M., Altunbas I. Joint Transmit and Receive Antenna Selection in MIMO-NOMA-Based Uplink Satellite Networks // IEEE Sensors Journal, vol. 24, no. 15, pp. 24841-24850, 1 Aug. 1, 2024, doi: 10.1109/JSEN.2024.3415113.
- Yu Y., Chen H., Li Y., Ding Z., Song L., Vučetić B. Antenna Selection for MIMO Nonorthogonal Multiple Access Systems // IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 67, no. 4, pp. 3158-3171, April 2018, doi: 10.1109/TVT.2017.2777540.
- He K., Vu T.X., Chatzinotas S., Ottersten B.E. Fast Optimal Antenna Selection for Massive MIMO // 2023 IEEE 24th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), 2023, pp. 186-190.
- Bae S., Choi J. Joint Precoding and Antenna Selection for Sum Spectral Efficiency Maximization // 2024 15th International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC), Jeju Island, Korea, Republic of, 2024, pp. 940-945, doi: 10.1109/ICTC62082.2024.10827353.
- Abbas W.B., Khalid S., Ahmed Q.Z., Khalid F., Alade T.T., Sureephong P. Heuristic Antenna Selection and Precoding for a Massive MIMO System // IEEE Open Journal of the Communications Society, vol. 5, pp. 83-96, 2024, doi: 10.1109/OJCOMS.2023.3339402.
- Lei T., Luo Q., Ni S., Chen S., Yu L., Xiao P. Novel Sparse Codebook Design for MIMO-SCMA // IEEE Transactions on Vehicular Technology, doi: 10.1109/TVT.2025.3527996.
- Yang C.-Y., Yu Q.-Y., Zhang Y.-P. Pilot Sequences Aided Spatial Modulation for Grant-Free Multiple Access Systems // IEEE Communications Letters, vol. 27, no. 12, pp. 3345-3349, Dec. 2023, doi: 10.1109/LCOMM.2023.3328902.
- Pappa M., Sridevi S. Analysis of MIMO NOMA using Iterative ML and LMMSE Detection // 2023 World Conference on Communication & Computing (WCONF), RAIPUR, India, 2023, pp. 1-8, doi: 10.1109/WCONF58270.2023.10235106.
- Hai N.T., Vi V.T., Uyen N.T.X., Khanh D.B.C., Le Khoa D. BER Performance of Downlink MIMO-NOMA with Combination of SFBC and Joint Maximum-Likelihood Detector // 2024 Tenth International Conference on Communications and Electronics (ICCE), Danang, Vietnam, 2024, pp. 30-35, doi: 10.1109/ICCE62051.2024.10634711.
- Thanh D.Q., Tin T.H., Nghia N.M., Khoa D.L. Performance Analysis of Suboptimal Multiuser Detection Algorithms Based on MPA in Uplink SM-SCMA System // 2022 RIVF International Conference on Computing and Communication Technologies (RIVF), Ho Chi Minh City, Vietnam, 2022, pp. 600-605, doi: 10.1109/RIVF55975.2022.10013893.
- Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б. Проблема повышения спектральной эффективности и емкости в перспективных системах связи 6G // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Т. 14. № 2. С. 25-31.
- Бакулин М.Г., Бен Р.Т.Б.К., Крейнделин В.Б., Смирнов А.Э. Снижение вычислительной сложности детектирования сигнала в системах MIMO // Электросвязь. 2021. № 3. С. 22-27.
- Крейнделин В.Б., Старовойтов М.Ю. Предсказание параметров радиоканала и выбор антенн на приеме в системах mimo, работающих в стандарте LTE // Электросвязь. 2017. № 12. С. 22-27.

OPTICAL DIGITAL-ANALOG COMPUTER

Ben Rejeb T.B.K., Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, t.benrejeb@mtuci.ru

Abstract

Non-orthogonal multiple access is a key technology for implementation in next generation mobile communication standards. The implementation of NOMA technology requires coordination with already used and well-proven technologies, such as the technology of multi-antenna systems. The combination of MIMO and NOMA technologies provides to ensure efficient use of the radio frequency spectrum through spatial signal processing and high network capacity due users' signal processing in overload mode. There are several types of NOMA technology, each of them can be combined with MIMO technology, taking into account the special features of both technologies. Sparse code multiple access is one of the most promising type of NOMA technology. The main goal of this article is to analyze the possibility of combining SCMA technology with MIMO technology in the antenna selection mode to organize spatial orthogonal resources as one of the possible options for combination of these technologies for next-generation mobile communication systems. The results of computer modeling confirm the effectiveness of the joint use of SCMA and MIMO in antenna selection mode.

Keywords: combination, non-orthogonal multiple access, SCMA, NOMA, Multiple antenna systems, MIMO, SCMA-MIMO, antenna selection

References

- [1] I. Y.-P. Zhang, Q. -Y. Yu, Z. -J. Liu, Y. -K. Zhou and W. -X. Meng, "Antenna-Resource-Based SCMA in Downlink Multiuser Transmission Systems," *2020 IEEE 91st Vehicular Technology Conference (VTC2020-Spring)*, Antwerp, Belgium, 2020, pp. 1-5, doi: 10.1109/VTC2020-Spring48590.2020.9128639.
- [2] Ben Rezheb Taufik Ben Kamel, "Kombinirovaniye tekhnologij mnogoanten-nyh sistem MIMO i neortogonal'nogo dostupa na osnove razrezhennyh posledovatel'nostej SCMA," *T-Comm.* 2024. Tom 18, no. 7, pp. 37-43. (in Russian)
- [3] M. B. Dadi and B. C. Rehaimi, "Performance of downlink MIMO-NOMA system in 5G Networks," *2023 IEEE International Workshop on Mechatronic Systems Supervision (IW_MSS)*, Hammamet, Tunisia, 2023, pp. 1-4, doi: 10.1109/IW_MSS59200.2023.10368947.
- [4] M.G. Bakulin, V.B. Kreyndelin, M.L. Hazov, "Kriterii avtovybora antenn v sistemah MIMO," *Elektrosvyaz'*, 2018, no. 10, pp. 78-81. (in Russian)
- [5] B. Demiral and O. Ertug, "Transmitter Receiver Antenna Selection for MIMO-NOMA System," *2021 International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM)*, Split, Hvar, Croatia, 2021, pp. 1-4, doi: 10.23919/SoftCOM52868.2021.9559104
- [6] M. Can and I. Altunbas, "Joint Transmit and Receive Antenna Selection in MIMO-NOMA-Based Uplink Satellite Networks," *IEEE Sensors Journal*, vol. 24, no. 15, pp. 24841-24850, 1 Aug. 2024, doi: 10.1109/JSEN.2024.3415113.
- [7] Y. Yu, H. Chen, Y. Li, Z. Ding, L. Song and B. Vucetic, "Antenna Selection for MIMO Nonorthogonal Multiple Access Systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 67, no. 4, pp. 3158-3171, April 2018, doi: 10.1109/TVT.2017.2777540
- [8] K. He, T.X. Vu, S. Chatzinotas, B.E. Ottersten, "Fast Optimal Antenna Selection for Massive MIMO," *2023 IEEE 24th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, 2023, pp. 186-190.
- [9] S. Bae and J. Choi, "Joint Precoding and Antenna Selection for Sum Spectral Efficiency Maximization," *2024 15th International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC)*, Jeju Island, Korea, Republic of, 2024, pp. 940-945, doi: 10.1109/ICTC62082.2024.10827353
- [10] W. B. Abbas, S. Khalid, Q. Z. Ahmed, F. Khalid, T. T. Alade and P. Sureephong, "Heuristic Antenna Selection and Precoding for a Massive MIMO System," *IEEE Open Journal of the Communications Society*, vol. 5, pp. 83-96, 2024, doi: 10.1109/OJCOMS.2023.3339402
- [11] T. Lei, Q. Luo, S. Ni, S. Chen, L. Yu and P. Xiao, "Novel Sparse Codebook Design for MIMO-SCMA," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, doi: 10.1109/TVT.2025.3527996
- [12] C. -Y. Yang, Q. -Y. Yu and Y. -P. Zhang, "Pilot Sequences Aided Spatial Modulation for Grant-Free Multiple Access Systems," *IEEE Communications Letters*, vol. 27, no. 12, pp. 3345-3349, Dec. 2023, doi: 10.1109/LCOMM.2023.3328902
- [13] M. Pappa and S. Sridevi, "Analysis of MIMO NOMA using Iterative ML and LMMSE Detection," *2023 World Conference on Communication & Computing (WCONF)*, RAIPUR, India, 2023, pp. 1-8, doi: 10.1109/WCONF58270.2023.10235106
- [14] N. T. Hai, V. T. Vi, N. T. X. Uyen, D. B. C. Khanh and D. Le Khoa, "BER Performance of Downlink MIMO-NOMA with Combination of SFBC and Joint Maximum-Likelihood Detector," *2024 Tenth International Conference on Communications and Electronics (ICCE)*, Danang, Vietnam, 2024, pp. 30-35, doi: 10.1109/ICCE62051.2024.10634711
- [15] D. Q. Thanh, T. H. Tin, N. M. Nghia and D. L. Khoa, "Performance Analysis of Suboptimal Multiuser Detection Algorithms Based on MPA in Uplink SM-SCMA System," *2022 RIVF International Conference on Computing and Communication Technologies (RIVF)*, Ho Chi Minh City, Vietnam, 2022, pp. 600-605, doi: 10.1109/RIVF55975.2022.10013893

COMPARATIVE ANALYSIS OF TRI-BAND PAYLOAD UTILIZATION IN SATELLITE ACCESS NODE FOR FUTURE 5G NTN

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-5-62-74

Alexander S. Pastukh,
*The M.I. Krivosheev National Research Centre for
 Telecommunication (NRCT), Moscow, Russia,
apastukh@lenta.ru*

Valery O. Tikhvinskiy,
*Information Technologies University (IITU), Almaty, Kazakhstan,
vtniir@mail.ru*

Svetlana S. Dymkova,
*Moscow Technical University of Communications and
 Informatics, Moscow, Russia, ds@media-publisher.ru*

Manuscript received 10 April 2025;
Accepted 12 May 2025

Keywords: 5G NTN, Satellite Access Node, Tri-Band Payload, Non-Terrestrial Networks, Doppler effect, Propagation Characteristics

One of the most important socio-technical promises of these advancements is the elimination of the digital divide, ensuring that even the most remote and underserved regions have access to modern digital infrastructure. However, deploying traditional terrestrial cellular networks in such areas is often economically infeasible and logistically challenging due to factors such as low population density, difficult terrain, and lack of supporting infrastructure. This paper explores the use of 5G frequency bands (n254, n255, n256) for a tri-band payload in Satellite Access Node (SAN) designed for next-generation IoT and D2D non-terrestrial networks (NTN). A comparative analysis is conducted to examine key challenges, including spectrum coexistence with incumbent systems, Doppler effects, and signal propagation characteristics for each band. Additionally, the study evaluates regulatory hurdles associated with obtaining access to these frequencies. An expert assessment is provided for each factor, measuring its impact on IoT service delivery in NTN. Finally, an overall classification is assigned to each band based on a three-tier ranking system: high, mid, or low.

Для цитирования:

Пастух А.С., Тихвинский В.О., Дымкова С.С. Сравнительный анализ использования трехдиапазонной полезной нагрузки в узле спутникового доступа для будущей сети 5G NTN // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №5. С. 62-74.

For citation:

A.S. Pastukh, V.O. Tikhvinskiy, S.S. Dymkova, "Comparative Analysis of Tri-Band Payload Utilization in Satellite Access Node for Future 5G NTN," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no. 5, pp. 62-74.

1 Introduction

The evolution of mobile communication technologies from 5G to future 6G networks is centered around the goal of delivering ubiquitous, high-speed, and reliable connectivity. One of the most important socio-technical promises of these advancements is the elimination of the digital divide, ensuring that even the most remote and underserved regions have access to modern digital infrastructure. However, deploying traditional terrestrial cellular networks in such areas is often economically infeasible and logistically challenging due to factors such as low population density, difficult terrain, and lack of supporting infrastructure.

To address these limitations, the 3rd Generation Partnership Project (3GPP) has introduced the concept of Non-Terrestrial Networks (NTNs) – networks that leverage satellite systems and high-altitude platforms (HAPs) to complement terrestrial networks. These NTNs are especially well-suited for extending coverage in rural, maritime, mountainous, and airborne environments where conventional infrastructure cannot be easily deployed. NTNs are now considered an integral component of the 5G and 6G ecosystem.

With the release of 3GPP Release 17, NTNs were formally incorporated into the 3GPP framework, marking a significant milestone in satellite-based mobile communication. This release defined two NTN frequency bands within Frequency Range 1 (FR1):

- Band n255: Uplink (UL) 1626,5-1660,5 MHz / Downlink (DL) 1525-1559 MHz
- Band n256: UL 1980-2010 MHz / DL 2170-2200 MHz

Later, with the arrival of Release 18, a third FR1 band was added:

- Band n254: UL 1610-1626,5 MHz / DL 2483,5-2500 MHz

These bands, operating within the L- and S-band ranges, were specifically selected to facilitate NTN operations due to their favorable propagation characteristics, existing satellite service use, and global regulatory considerations.

Despite their inclusion in the 3GPP standard, the practical feasibility and suitability of each NTN band remain active areas of investigation. Implementing NTNs using these bands presents various technical and regulatory challenges, such as:

- Propagation conditions and atmospheric loss
- Doppler shift induced by satellite motion
- Compatibility with incumbent satellite and terrestrial services
- Spectrum regulation and licensing
- Support in commercial chipsets and user equipment (UE)

Given these complexities, it becomes crucial to evaluate and compare the performance and implementation readiness of bands n254, n255, and n256. This article aims to address that gap by systematically analyzing the trade-offs and practical considerations associated with each band and proposing a ranking of the bands based on their overall viability for NTN deployment.

2 State of the Art

The integration of Non-Terrestrial Networks (NTNs) into 3GPP standards has sparked significant academic and industrial interest, with a growing body of literature exploring the key technological challenges and opportunities. However, while various aspects of NTN implementation – such as frequency planning, propagation modeling, Doppler compensation, and interference management – have been studied, these investigations are often

fragmented. A comprehensive comparison of the FR1 NTN bands (n254, n255, n256) remains largely unexplored in the literature.

The technical feasibility of using bands n254, n255, and n256 for NTN deployments is discussed in several recent works. For example, [1-4] analyze the general deployment considerations of NTN frequency bands in the context of 5G and beyond. These studies examine link budget design, satellite-to-device communication strategies, and multi-connectivity frameworks, emphasizing the importance of seamless integration between terrestrial and non-terrestrial segments.

The Doppler effect, caused by the high relative velocities of low Earth orbit (LEO) satellites, is one of the most critical physical-layer challenges in NTN systems. The works in [5-8] present various methods for Doppler shift estimation and compensation in OFDMA systems, which are the basis of 5G New Radio (NR). These studies explore both open-loop and closed-loop compensation schemes, as well as synchronization algorithms designed to mitigate signal distortion and maintain robust links between satellites and user terminals.

Propagation losses, which differ significantly depending on frequency, elevation angle, and environmental factors, have been addressed in [9] and [10]. These works provide empirical and modeled comparisons of signal attenuation in the L- and S-band spectrum, demonstrating that while lower frequencies generally offer better penetration and lower free-space loss, they are also subject to higher levels of interference due to coexisting services.

Spectrum compatibility and interference analysis are particularly relevant for NTN implementation, given that bands like n255 and n256 are shared with existing Mobile Satellite Services (MSS) and other legacy systems. The compatibility of these bands with incumbent services has been explored in [11], highlighting challenges such as adjacent-channel interference and the need for co-ordinated coexistence. Similarly, [12] provides an in-depth assessment of potential interference scenarios related to the terrestrial n25 band, which, while not an NTN band itself, shares spectral proximity with NTN allocations and may introduce or experience harmful interference under certain deployment models. Several other works study compatibility issues of NTN systems mostly compatibility with terrestrial segment of IMT [13-15].

Notably, band n254, introduced in Release 18, has not yet been the focus of dedicated compatibility or coexistence studies, despite its potential advantages such as increased downlink spectrum and partial overlap with existing MSS allocations. This lack of research presents a gap in the NTN landscape that this article seeks to address.

In addition to these technical articles, broader analyses of NTN standards, spectrum policies, and deployment strategies are covered in [16-20], which are comprehensive references that discuss the end-to-end design considerations for 5G NTN systems.

Taken together, these studies form a fragmented but growing foundation for evaluating the viability of FR1 NTN bands. However, to date, no unified study has compared the three FR1 NTN bands from a holistic implementation perspective, incorporating propagation, Doppler, interference, chipset support, and regulatory readiness.

This article aims to fill that gap by synthesizing available data and offering a comparative analysis that informs future NTN deployment strategies.

3 Types of the NTN networks

NTN systems for IoT and D2D applications will consist of two main elements:

- Space component: could be either GSO satellite or NGSO system. NGSO system involves a constellation of hundreds or even thousands of satellites. The number of satellites required will depend upon the required latency, link budget parameters and constellation sizing, with more satellites required for lower altitudes.
- Ground component, including the user equipment (UEs) and gateways.

The deployment of NTN systems for IoT and D2D is possible in two architectures: transparent mode and regenerative mode.

– In transparent mode the satellite payload forwards the Satellite Radio Interface (SRI) protocol between the service link and the feeder link. For example, such payload may implement radio frequency filtering, frequency conversion, signal processing and amplification. Protocol-related base station functions are handled at the gateway earth stations. The use of inter-satellite links is not foreseen in this case.

– In regenerative mode the payload processes the SRI protocol between the service link and the feeder link, with potential use of inter-satellite links depending on the chosen architecture. For example, such payload may implement radio frequency filtering, frequency conversion, signal processing, routing/switching, protocol handling and RF amplification. This is effectively equivalent to having protocol-related base station functions on board the satellite.

In the case of implementing a payload with direct retransmission (transparent), it would be necessary to take into account additional feeder links in a "star" topology, which would increase the signal transmission and corresponding latency by 2 times. Figure 1 provides two types of NTN payloads.

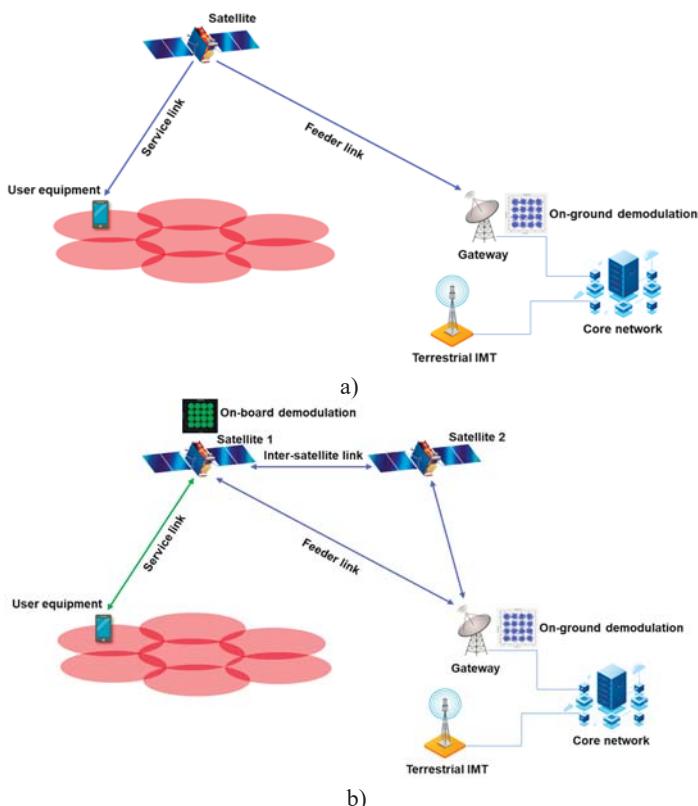


Fig. 1. Types of the NTN payloads (a) transparent (b) regenerative

Several companies have already begun using, or plan to use, FR1-NTN frequency bands. For instance, parts of the n254 band are currently utilized by Globalstar to provide SOS messaging services on iPhones. Meanwhile, Bullitt and Skylo offer IoT and D2D services via GEO satellites from ViaSat and EchoStar. Other companies are also developing services in these bands—Iridium, for example, has announced Project Stardust, which aims to deliver standards-based NB-IoT NTN communication using its operational LEO constellation.

Figure 2 illustrates the basic NTN architecture with a regenerative SAN payload and highlights current usage across the n254, n255, and n256 bands.

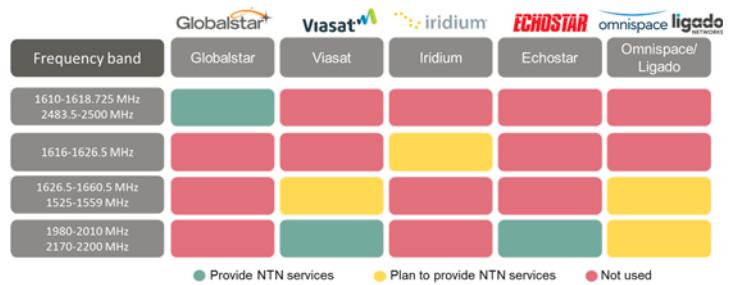


Fig. 2. Current utilization of n254, n255 and n256 for NTN services

Despite these developments, widespread use of the n254, n255, and n256 bands by NTN networks remains limited. The n254 band is currently used only for emergency SOS messaging on the latest iPhone models. The n255 and n256 bands, to date, support just six released devices from manufacturers such as Caterpillar, Motorola, and uleFone.

Additionally, current usage is largely confined to companies that had previously operated in these bands with systems not originally designed for NTN. Unlocking the full potential of NTN services in these bands will require new satellite constellations specifically tailored to NTN capabilities.

However, even though 3GPP has standardized these FR1-NTN bands for NTN use, companies that do not already own incumbent systems in these bands are likely to encounter significant regulatory hurdles. For instance:

- The n256 band is extensively used by ViaSat and Omnispace.
- The n255 band is occupied by ViaSat and Ligado.
- The n254 band is utilized by Globalstar and Iridium.

Any new entrant intending to operate in these bands must coordinate with the incumbent users as part of the ITU-R filing process.

4 Doppler shift

In contrast to terrestrial networks, where the term "base station" implies a stationary infrastructure, satellites in non-terrestrial networks move at significant velocities, resulting in carrier frequency deviation due to the Doppler effect. Additionally, the propagation of radio waves through the ionosphere leads to polarization rotation of the waveform, a phenomenon known as Faraday rotation.

The development of 5G New Radio (NR) to support Non-Terrestrial Networks (NTN), particularly satellite communication systems, is currently under investigation within 3GPP. The mobility of spaceborne platforms in NTN introduces significant

variation in Doppler shift over time, which differs across user equipment (UE) based on their geographic location. When employing Orthogonal Frequency-Division Multiple Access (OFDMA) in the uplink, each UE must apply an individualized frequency adjustment to compensate for the Doppler shift.

To address this, 3GPP Release 17 for NTN assumes that the UE is equipped with a D (GNSS) chipset. This enables the device to determine its own position and compute the necessary frequency adjustment based on its location and satellite ephemeris data. Such an approach offers the potential to reduce the dependency of NTN operations on continuous GNSS usage, achieving a reasonable trade-off between implementation complexity and system performance.

The classical formula for Doppler shift is:

$$f_D = \frac{v}{c} f_c \cos(\theta), \quad (1)$$

where:

- f_D : Doppler shift (Hz)
- v : Relative velocity between transmitter and receiver (m/s)
- c : Speed of light (approximately 3×10^8 m/s)
- f_c : Carrier frequency (Hz)
- θ : Angle between direction of motion and wave propagation

In 5G, OFDMA is used for both uplink and downlink in the New Radio (NR) interface. Each user gets allocated a set of subcarriers, and the overall bandwidth is divided into numerous orthogonal subcarriers.

However, Doppler shift can break the orthogonality between subcarriers, causing Inter-Carrier Interference (ICI), which degrades system performance. Each subcarrier in OFDM is a sinc function in the frequency domain. In ideal conditions:

$$\int_0^T e^{j\pi f_{n t}} \cdot e^{-j\pi f_{m t}} dt = 0 \text{ for } n \neq m \quad (2)$$

But if there's a frequency shift (e.g., due to Doppler), the integral is no longer zero, meaning interference occurs between subcarriers n and m . In presence of Doppler, a subcarrier at frequency f_k becomes:

$$s_k(t) = e^{j\pi(f_k + f_D)t} \quad (3)$$

When demodulating, the receiver uses:

$$r_k(t) = s_k(t) \cdot e^{-j\pi f_k t} = e^{j\pi f_D t} \quad (4)$$

This extra exponential term leads to a time-varying phase rotation and loss of orthogonality, which causes ICI when taking the FFT during demodulation.

In 3GPP TS 38.101-5 V19.0.0 (2025-03) [21], the focus is primarily on the uplink (UL) aspects of 5G NR satellite communications, particularly regarding how User Equipment (UE) should pre-compensate for Doppler shifts when transmitting signals to satellites. The document provides detailed specifications for UL frequency accuracy and compensation techniques.

However, for the downlink (DL) – where signals are transmitted from satellites to the UE – the document does not specify particular Doppler compensation methods or requirements. This omission suggests that the UE is expected to handle Doppler effects in the DL through its inherent receiver design and synchronization processes. Typically, UE receivers are designed to track and correct frequency shifts caused by Doppler effects to maintain accurate signal reception.

To evaluate the Doppler characteristics of 5G NR NTN bands, simulations were performed for frequency ranges corresponding to n254, n255, and n256, as defined for non-terrestrial S-band and L-band operation. The Doppler shift was computed assuming a spot beam scenario, with the user terminal located directly beneath the satellite's ground track (i.e., elevation 90° at closest approach).

Figures 3-5 provide Doppler shift for n254, n256 and n255 bands. Overall, the results confirm that orbit selection, frequency band choice, and waveform design must be jointly considered to ensure robust NTN performance across diverse deployment scenarios.

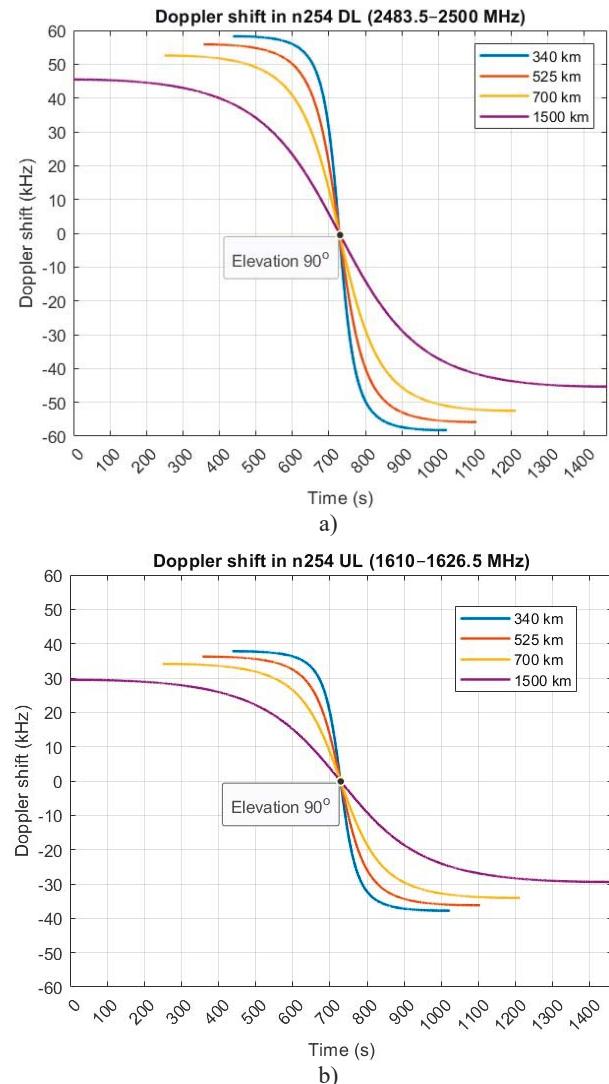


Fig. 3. Doppler shift for different types of orbits in the n254 band (a) downlink band (b) uplink band

Simulated Doppler shift vs. time for a spot beam downlink in the n254 band at four different LEO satellite altitudes: 340 km, 525 km, 700 km, and 1500 km. The peak Doppler shift exceeds ±55 kHz for the lowest orbits, highlighting the impact of S-band operation in LEO. Doppler shift simulation for the uplink portion of band n254. Due to the lower frequency compared to the downlink, the maximum Doppler shift is proportionally reduced, peaking near ±33 kHz at 340 km altitude.

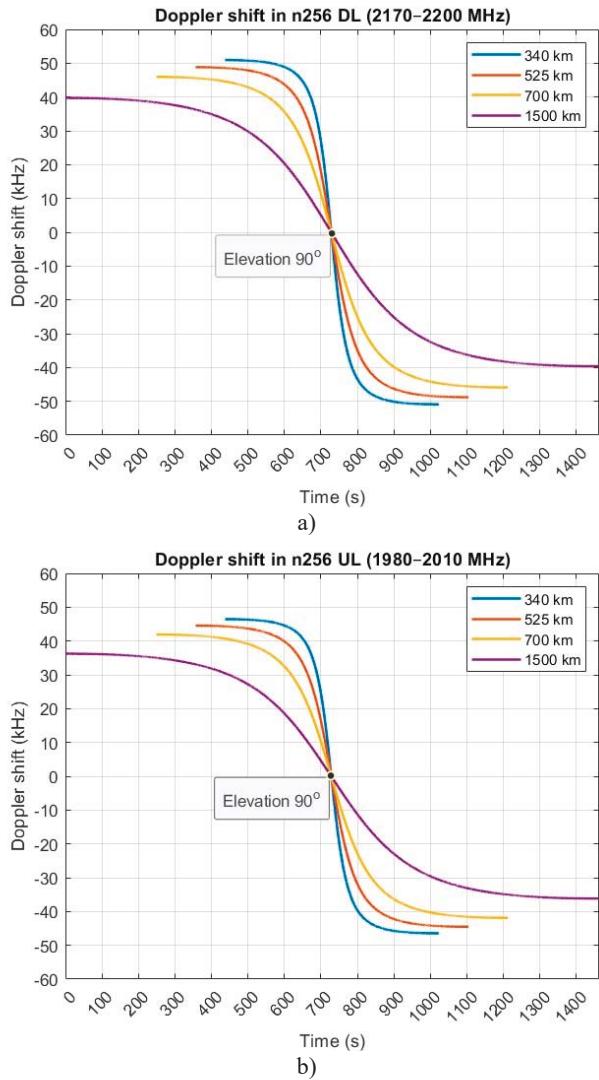


Fig. 4. Doppler shift for different types of orbits in the n256 band (a) downlink band (b) uplink band

Downlink Doppler shift simulation for band n256, showing time-varying frequency shift across four LEO satellite altitudes. The Doppler shift reaches up to ± 50 kHz at 340 km, illustrating the challenges in maintaining frequency synchronization in S-band downlink transmissions. Uplink Doppler simulation for band n256, showing a symmetric Doppler shift curve with values approaching ± 45 kHz for low-altitude LEO orbits.

Uplink Doppler behavior for band n255, operating in the upper L-band. Doppler magnitude remains within ± 35 kHz, providing slightly more tolerance than the S-band cases. Downlink Doppler shift shows similar levels for band n255, reaffirming moderate Doppler behavior across altitudes.

The figures illustrate the instantaneous Doppler shift as a function of time for several LEO satellite altitudes: 340 km, 525 km, 700 km, and 1500 km. As expected, the maximum Doppler shift increases with carrier frequency and decreases with orbital altitude. For the S-band downlink of band n254 (2483.5–2500 MHz), the maximum Doppler exceeds ± 55 kHz at 340 km altitude. In contrast, the L-band frequencies used in n255 (1525–1559 MHz DL) exhibit lower peak Doppler values, typically within ± 35 kHz under similar conditions.

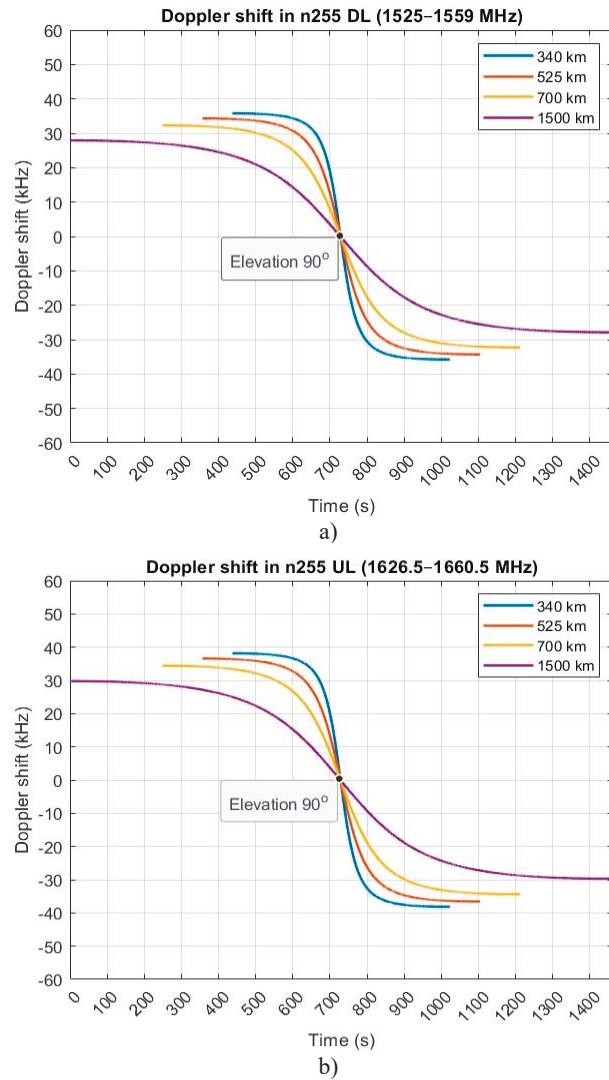


Fig. 5. Doppler shift for different types of orbits in the n255 band (a) downlink band (b) uplink band

These results emphasize the need for effective Doppler compensation techniques in both uplink and downlink paths. In the downlink case, where the satellite is the transmitter, pre-compensation of the carrier frequency may be applied to mitigate the observed shift at the UE receiver. Such compensation is crucial in maintaining subcarrier orthogonality in OFDM systems and avoiding inter-carrier interference (ICI), particularly when the subcarrier spacing is narrow.

5 Propagation losses

The considerable distance between user equipment (UE) and a satellite introduces significant path loss, which is a critical factor in the link budget of satellite communication systems. Total path loss consists of several components, each contributing to signal attenuation:

- Free-Space Path Loss (FSPL): FSPL is the dominant component of path loss in satellite links and is primarily determined by the distance between the transmitter and receiver, as well as the operating frequency.

– Atmospheric Losses: Gaseous absorption caused mainly by oxygen and water vapor, particularly in higher frequency bands such as the Ka-band.

– Atmospheric fading (scintillation): Arises due to variations in atmospheric conditions, including turbulence, rain, and cloud cover, leading to signal fluctuations and degradation.

– Building Penetration Loss: Signal attenuation can also occur when UE is located indoors. The extent of this loss depends on building materials and structural design, and can significantly reduce received signal strength.

Introducing free-space attenuation between isotropic antennas, also known as the free-space basic transmission loss (symbols: Lbf or Abf), it can be calculated as follows [22]:

$$L_{bf} = -10 \log_{10} \left(\frac{\lambda}{4\pi d^2} \times \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right), \quad (5)$$

where:

- L_{bf} : free-space basic transmission loss (dB)
- d : distance
- λ : wavelength, and
- d and λ are expressed in the same unit.

The Figure 6 illustrates the Free-Space Path Loss (FSPL) as a function of distance for both downlink (DL) and uplink (UL) transmissions across 3GPP-specified NTN frequency bands: n254, n255, and n256.

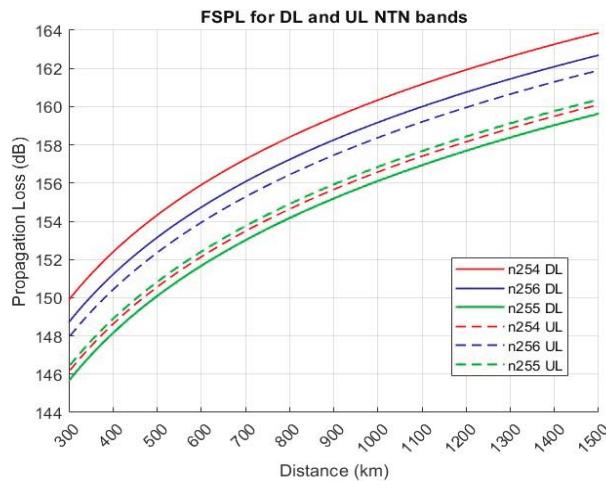


Fig. 6. Free space loss for n254, n256 and n255 bands

The x-axis represents the distance between the transmitter and receiver in kilometers, ranging from 300 km to 1500 km – typical for LEO satellite altitudes. As may noted from the above results, for downlink case n255 has the best propagation conditions, the n256 band has 2.5 dB worse link budget whereas n254 has almost 4 dB worse link budget. For the uplink case n254 and n255 show nearly identical results whereas n256 show almost 2 dB more attenuation.

The atmospheric losses are typically a challenge for Ku and Ka bands, rather than L and S band therefore in this case will be negligible. Building entry loss (BEL) will vary depending on building type, location within the building and movement in the building. In Recommendation ITU-R P.2109 [23] the building entry loss distribution is given by a combination of two lognormal distributions. The BEL not exceeded for the probability, P , is given by:

$$L_{BEL}^{omni}(P) = 10 \log(10^{0.1A(P)} + 10^{0.1B(P)} + 10^{0.1C}), \quad (6)$$

where:

$$A(P) = F^{-1}(P)\sigma_1 + \mu_1, \quad (7)$$

$$B(P) = F^{-1}(P)\sigma_2 + \mu_2, \quad (8)$$

$$C = -3.0, \quad (9)$$

$$\mu_1 = L_h + L_e, \quad (10)$$

$$\mu_2 = w + x \log(f), \quad (11)$$

$$\sigma_1 = u + v \log(f), \quad (12)$$

$$\sigma_2 = y + z \log(f), \quad (13)$$

where: L_h : median loss for horizontal paths, given by:

$$L_h = r + s \log(f) + t (\log(f))^2, \quad (14)$$

L_e : correction for elevation angle of the path at the building façade:

$$L_e = 0.212 |\theta|, \quad (15)$$

and:

f : frequency (GHz)

θ : elevation angle of the path at the building façade (degrees)

P : probability that loss is not exceeded ($0.0 \leq P \leq 1.0$)

$F^{-1}(P)$: inverse cumulative normal distribution as a function of probability.

The coefficients are as given in Table 1.

Table 1

Model coefficients

| Building type | r | s | t | u | v | w | x | y | z |
|---------------|---------|------|------|------------|-----|---------|------|------------|------|
| Related to: | μ_1 | | | σ_1 | | μ_2 | | σ_2 | |
| Traditional | 12.64 | 3.72 | 0.96 | 9.6 | 2.0 | 9.1 | -3.0 | 4.5 | -2.0 |

Figure 7 presents the cumulative distribution functions (CDFs) of BEL for three frequency bands (n254, n255, and n256), comparing traditional and thermally-efficient buildings.

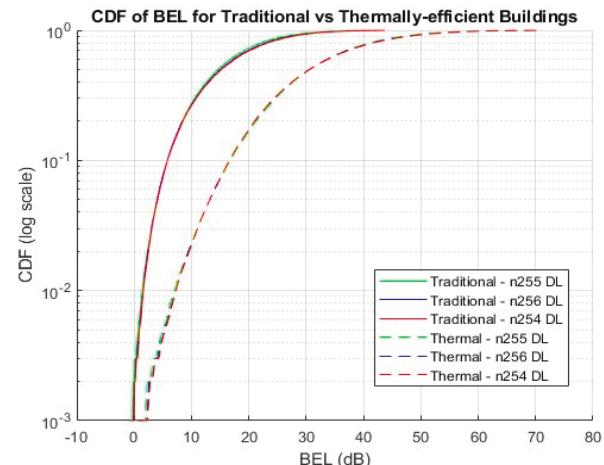


Fig. 7. Building entry losses for n254, n256 and n255 bands

The curves for all three bands are nearly identical within each building type, indicating that frequency-dependent variation in BEL is minimal for indoor users.

However, a clear distinction is observed between the two building categories. For thermally-efficient buildings, approximately 98% of cases experience a BEL exceeding 10 dB, compared to 72% for traditional buildings. This substantial difference highlights the impact of modern construction materials on signal penetration and suggests that, in most scenarios, reliable satellite connectivity may not be achievable indoors, particularly in thermally-efficient environments.

6 Spectrum sharing challenges

As was indicated in the study [11] for the bands n255 and n256 bands there is a significant challenge in terms of compatibility with existing satellite systems in this band, particularly with Inmarsat, Omnispace and other systems. Studies indicated that there is a considerable amount of interference that would be caused by potential D2D system to the existing systems.

For n254 band, there are two systems that operate in this band or parts of that band, specifically Globalstar that operates in the frequency bands 2483.5-2500 MHz (space-to-Earth)/1610-1618.725 MHz (Earth-to-space) and Iridium that operates in TDD mode in the 1616-1626.5 MHz band. The following interference scenarios of mutual interference have been analyzed in this contribution (Table 1):

Table 1

Interference scenarios analyzed in this study

| Interference Band (MHz) | Interferer | Victim | Type of interference |
|-------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------------|
| 2483.5-2500 | Globalstar Satellite | NTN UE | Downlink interference |
| | NTN Satellite | Globalstar UE | Downlink interference |
| 1610-1618.725 | NTN UE | Globalstar Satellite | Uplink interference |
| | Globalstar UE | NTN Satellite | Uplink interference |
| 1616-1626.5 | Iridium Satellite | NTN Satellite | Satellite-to-satellite interference |
| | Iridium Satellite | NTN UE | Downlink interference |
| | NTN UE | Iridium Satellite | Uplink interference |
| | NTN UE | Iridium UE | Handset-to-handset interference |
| | Iridium Satellite | NTN Satellite | Satellite-to-satellite interference |

Handset-to-handset interference was not analyzed due to the inherently low probability of occurrence and limited impact such scenarios pose in practical deployments. Mobile user terminals, particularly those operating in MSS bands, typically have low transmission power and are subject to significant path loss due to ground-level operation, environmental obstructions, and user body losses. Furthermore, the likelihood of two mobile terminals operating in close physical proximity, within line-of-sight, and on overlapping frequencies is minimal, especially considering that NTN and Iridium services often rely on geographically dispersed and independently operated networks. As a result, the focus of the

$$P_{int} = P_t \cdot G_t(\theta, \phi) \cdot G_r(\theta, \phi) \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \cdot L_{misc}, \quad (16)$$

where:

- P_{int} : Interference power at the receiver (W)
- P_t : Transmit power of the interfering satellite (W)
- $G_t(\theta, \phi)$: Transmit antenna gain in the direction of the victim receiver
- $G_r(\theta, \phi)$: Receive antenna gain of the victim receiver toward the interferer
- λ : Wavelength of the signal (m)
- d : Distance between the two satellites (m)
- L_{misc} : Miscellaneous losses, including polarization mismatch, filter rejection, and any pointing loss if any exist

In this study, link degradation for satellite communication systems – Globalstar, Iridium, and Non-Terrestrial Networks (NTN) – is evaluated under various interference scenarios. The key metric used to quantify degradation is the carrier-to-noise degradation $\Delta C/N$, which represents the reduction in effective C/N due to interference.

To compute this, we begin by estimating the interference-to-noise ratio (I/N) at the victim receiver, where the thermal noise power N is defined as:

$$N = kTB,$$

where:

- k : 1.38×10^{-23} J/K is Boltzmann's constant
- T : is the system noise temperature (K)
- B : is the receiver bandwidth (Hz)

Given this, the degradation in carrier-to-noise ratio due to interference, in linear scale, is:

$$\frac{\Delta C}{N} = \frac{N + I}{N} = 1 + \frac{I}{kTB},$$

Which can be rewritten in decibels as:

$$\frac{\Delta C}{N} = 10 \log \left(1 + 10^{\frac{(I/N)dB}{10}} \right), \quad (17)$$

According to ITU-R Recommendations protection threshold of the maximum level of interference power in any such digital channel caused by the transmitters of another mobile-satellite network or fixed-satellite network, should not exceed for more than $(100 - X)\%$ of any month, 6% of the total noise power at the input to the demodulator which would give rise to the desired performance objectives. This corresponds to $I/N = -12.2$ dB [26].

For NTN systems given that they use IMT radio interference, protection threshold would correspond to the terrestrial IMT levels. According to ITU-R Recommendations and Reports, permissible interference is $I/N = -6$ dB, which corresponds to the link degradation by 1 dB [27].

Parameters for NTN were obtained from numerous sources which include 3GPP TR 38.821 and Report ITU-R M.2514 and

provided in Table 2 below [28-30]. It should be noted that in practice, NTN systems in n254 may have varieties in these parameters, however they will not affect too much at the spectrum sharing conditions.

Table 2

Parameters of NTN used in the study

| Parameter | Value |
|---|--|
| Orbit height | 340/525 km |
| Number of satellites | 3360 with 340 km orbit 5280 with 525 km orbit |
| Operational frequency | 1610-1626.5 MHz (Earth-to-space) 2483.5-2500 MHz (space-to-Earth) |
| Bandwidth | 180 kHz-5 MHz |
| Satellite EIRP | 4 dBW/MHz |
| Satellite antenna gain | 30 dBi |
| Satellite antenna pattern | Rec. ITU-R S.1528 |
| Satellite receiver noise temperature | 500 K |
| User equipment power | 23 dBm |
| User equipment antenna pattern | Circular |
| User equipment antenna gain | -4 dBi |
| User equipment receiver noise temperature | 2700 K |

6.1. Interference simulation between NTN and Iridium

Parameters of Iridium were obtained from HIBLEO-2 of ITU-R filing [31] and presented in Table 3.

Table 3

Parameters of HIBLEO-2 (Iridium) satellite system

| Parameter | Value |
|--|-----------------------|
| Orbital height | 780 km |
| Inclination | 86.5 degrees |
| Number of planes | 6 |
| Number of satellites per plane | 11 |
| Operational frequency | 1616-1626.5 MHz (TDD) |
| Bandwidth | 31.5 kHz |
| Satellite max power | 3.4 dBW |
| Satellite min power | -12.2 dBW |
| Satellite antenna pattern | Rec. ITU-R S.1528 |
| Satellite antenna gain | 24.3 dBi |
| Satellite receiver noise temperature | 500 K |
| Subscriber unit max power | 2.2 dBW |
| Subscriber unit min power | -9.8 dBW |
| Subscriber unit antenna pattern | Circular |
| Subscriber unit antenna gain | 1 dBi |
| Subscriber unit receiver noise temperature | 250 K |
| Target C/N | 9.1 dB |

Figure 8 below illustrates the simulation results of mutual interference between the Non-Terrestrial Network (NTN) and the Iridium system where white dots are the satellites of the NTN system.

The interference analysis covers the 1616-1626.5 MHz frequency bands and is visualized in the following figures (Fig. 9).

In case of Iridium interference to NTN the downlink interference reaches I/N levels as high as +13 dB, while uplink interference also exceeds the -6 dB threshold for a significant percentage of time, indicating unacceptable interference to NTN from both satellites

and user equipment of Iridium. This result shows that for NTN it would be problematic to operate within the 1616-1626.5 MHz portion of n254 band.

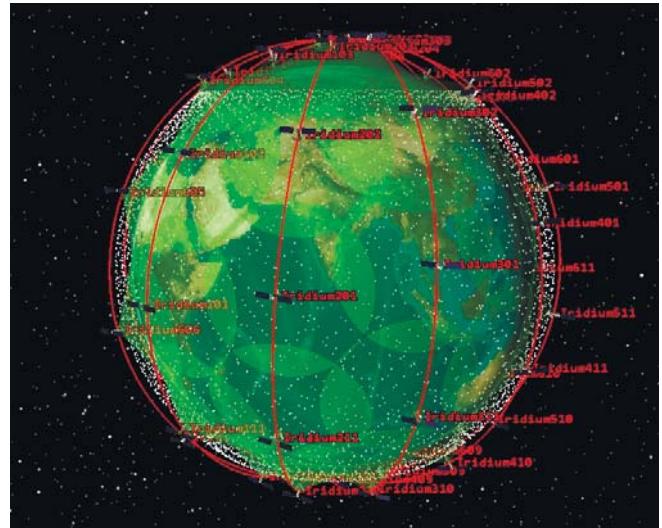


Fig. 8. Free space loss for n254, n256 and n255 bands

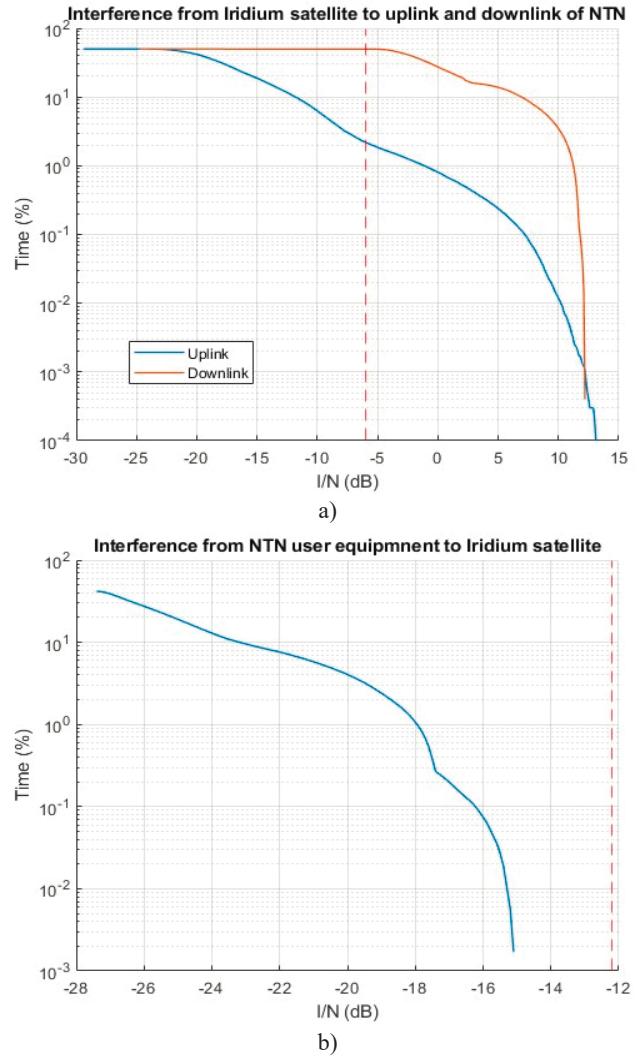


Fig. 9. Mutual interference between Iridium and NTN (a) from Iridium to NTN (b) from NTN to Iridium

In the case of interference from NTN user equipment to Iridium satellites, I/N levels peaking around -15 dB and remaining well below the -12.2 dB threshold. This suggests that NTN user equipment would cause limited interference to Iridium's uplink operations, staying within acceptable limits for most of the time.

6.2. Interference simulation between NTN and Globalstar

Parameters of Globalstar were obtained from HIBLEO-4 and HIBLEO-X [31] of ITU-R filing and presented in Table 4:

Table 4

Parameters of HIBLEO-2 (Iridium) satellite system

| Parameter | Value |
|--|--|
| Orbital height | 1414 km |
| Inclination | 53 degrees |
| Number of planes | 6 |
| Number of satellites per plane | 8 |
| Operational frequency | 1610-1618.725 MHz (Earth-to-space) 2483.5-2500 MHz (space-to-Earth) |
| Bandwidth | 1 MHz |
| Satellite max power | 5.3 dBW |
| Satellite min power | -12.9 dBW |
| Satellite antenna pattern | Rec. ITU-R S.1528 |
| Satellite antenna gain | 24.3 dBi |
| Satellite receiver noise temperature | 400 K |
| User terminal max power | 5.5 dBW |
| User terminal min power | -16 dBW |
| User terminal antenna pattern | Circular |
| User terminal antenna gain | 2.4 dBi |
| User terminal receiver noise temperature | 295 K |
| Target C/N | -24 dB |

Figure 10 below illustrates the simulation results of mutual interference between the Non-Terrestrial Network (NTN) and the Globalstar system where white dots are the satellites of the NTN system.

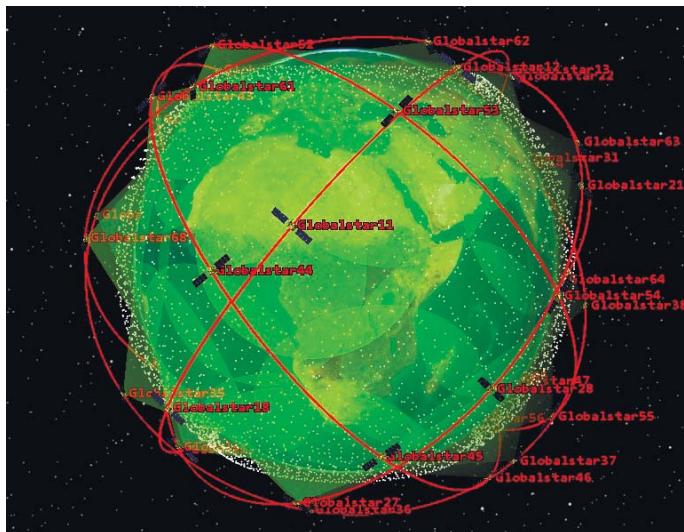


Fig. 10. Mutual interference simulation between NTN and Globalstar

The interference analysis covers the 2483.5-2500 MHz and 1610-1618.725 MHz frequency bands and is visualized in the following figures (Fig. 11).

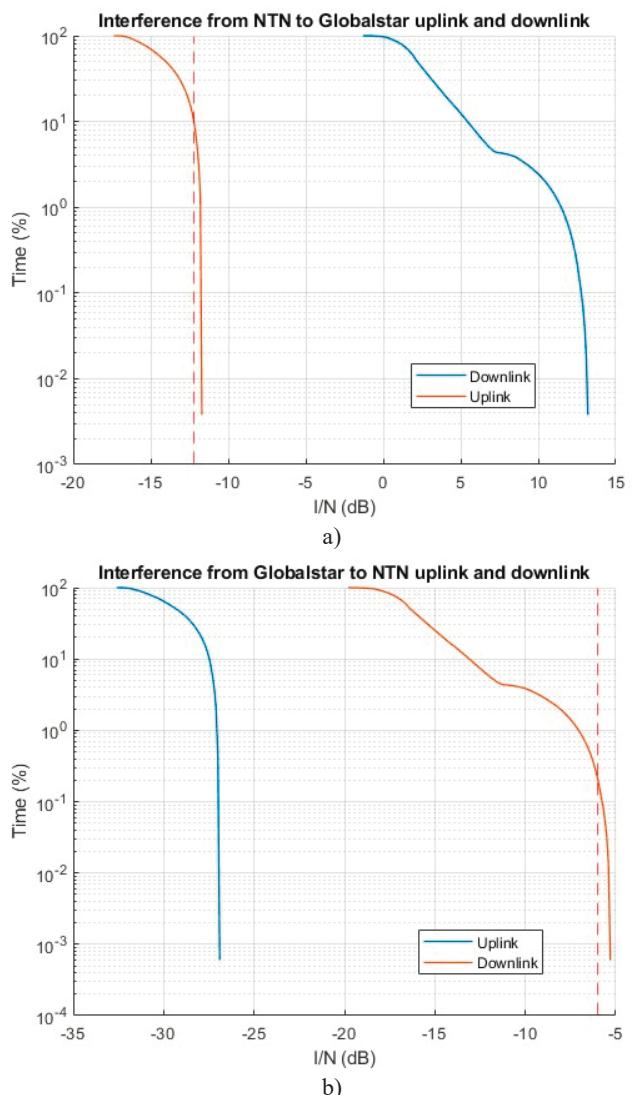


Fig. 11. Mutual interference between Globalstar and NTN (a) from Globalstar to NTN (b) from NTN to Globalstar

In case of NTN interference to Globalstar, in the uplink scenario, the interference-to-noise (I/N) ratio curve approaches the threshold but remains just below -12.2 dB, indicating borderline acceptability. However, in the downlink scenario, the I/N levels reach significantly positive values – exceeding 20 dB – which implies substantial interference. These levels suggest that NTN transmissions in the 2483.5-2500 MHz band could cause unacceptable interference to Globalstar services.

In case of interference from Globalstar to NTN, for the uplink, I/N levels peak around -27 dB, which is well below the interference threshold and thus considered negligible. In the downlink, peak I/N levels reach approximately -6.5 dB, and only for a very brief duration. Therefore, Globalstar's impact on NTN operations remains within acceptable limits, showing no significant threshold exceedances.

7 Conclusions

This article explored the technical, regulatory, and practical considerations for deploying tri-band NTN payloads operating in 3GPP-defined FR1 bands: n254, n255, and n256. While prior

Interference scenarios analyzed in this study

| Criteria | n254 | n255 | n256 |
|----------------------------------|--|--|---|
| Doppler Shift Challenge | High (± 55 kHz DL @ 340km) | Moderate (± 35 kHz) | High (± 50 kHz) |
| Propagation Losses | Highest among the three (esp. DL) | Lowest propagation loss overall | Moderate, ~2.5 dB worse than n255 |
| Spectrum Sharing / Compatibility | Complex | Moderate | Challenging |
| Regulatory Challenges | Very High – coordination with two global systems is required | Very High – spectrum coordination is required with companies that are part of MoU for L-band | High – requires coordination in several regions |
| Supported Devices | Very limited (e.g., iPhone SOS only) | Limited but growing (Caterpillar, etc.) | Also limited – only 6 known devices |

Abbreviations

The following abbreviations are used in this manuscript:

| | |
|-------|---|
| BEL | Building Entry Loss |
| CDF | Cumulative distribution function |
| DL | Downlink |
| FSPL | Free Space Pathloss |
| GNSS | Global Navigation Satellite System |
| ISI | Inter-symbol interference |
| ITU | International Telecommunication Union |
| IMT | International Mobile Telecommunication |
| LEO | Low Earth Orbit |
| NR | New Radio |
| NTN | Non-terrestrial networks |
| MOU | Memorandum of Understanding |
| MSS | Mobile Satellite Service |
| OFDMA | Orthogonal Frequency Division Multiple Access |
| SAN | Satellite Access Node |
| UE | User equipment |
| UL | Uplink |

References

- [1] C. Pupiales, D. Laselva, Q. De Coninck, A. Jain, and I. Demirkol, "Multi-Connectivity in Mobile Networks: Challenges and Benefits," *IEEE Communications Magazine*, vol. 59, no. 11, pp. 116-122, 2021, doi: 10.1109/mcom.111.2100049.
- [2] M. Majamaa, H. Martikainen, L. Sormunen, and J. Puttonen, "Multi-Connectivity in 5G and Beyond Non-Terrestrial Networks," *Journal of Communications Software and Systems*, vol. 18, no. 4, pp. 350-358, 2022, doi: 10.24138/jcomss-2022-0155.
- [3] R. Stuhlfauth Non-Terrestrial Network Technology from a 3GPP Perspective Microwaves & RF Website Resources, October 2022, <https://www.mwrf.com/technologies/embedded/systems/article/21252945/rohde-schwarz-non-terrestrial-network-technology-from-a-3gpp-perspective>
- [4] H. Shahid, Carla Amatetti and all, Emerging Advancements in 6G NTN Radio Access Technologies: An Overview. 2024 EuCNC and 6G Summit, Antwerp, Belgium, 3-6 June 2024, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2404.13918>

sections detailed spectrum sharing and interference compatibility, it is essential to integrate these insights with other challenges – Doppler shift, propagation losses, device ecosystem, and regulatory constraints – to draw a holistic picture.

From the Doppler shift perspective, n254 and n256 exhibit higher sensitivity due to their S-band downlink frequencies, with peak shifts exceeding ± 50 kHz in low LEO orbits, potentially compromising OFDM subcarrier orthogonality unless robust compensation techniques are applied. n255, being in L-band, shows more favorable Doppler behavior, making it more resilient for low-complexity user equipment, especially in D2D and IoT use cases.

In terms of propagation losses, n255 again demonstrates superior performance due to its lower frequencies, which result in lower free-space path loss. Although n256 has slightly better link budget in the downlink compared to n254, both bands suffer more loss than n255 – specially in challenging environments or at lower elevation angles. This favors n255 for both rural and mobile edge deployments.

The interference studies reveal asymmetric interference dynamics among NTN, Iridium, and Globalstar systems. NTN receives significant interference from Iridium and causes substantial interference to Globalstar. Whereas Iridium system appear less affected by NTN in the reverse direction and NTN appear to be negligible affected by Globalstar. In case implementing NTN in the n254 band, the use of shared spectrum between these systems must be carefully regulated, and coexistence strategies—such as beamforming, dynamic scheduling, guard bands, or regulatory coordination – should be considered to ensure mutual compatibility and operational integrity.

When it comes to regulatory challenges, all three bands face incumbent constraints, but the severity varies:

n254 is heavily occupied by Globalstar and Iridium, requiring precise coordination and possibly dynamic spectrum access methods.

n255 faces constraints from Viasat and Ligado, and n256 is similarly shared with Omnispace and others. These legacy uses often limit new players and require complex ITU coordination.

From a device ecosystem viewpoint, commercial support is still sparse, with only a handful of ruggedized or enterprise-class devices supporting n255 and n256. n254 is currently supported only in limited emergency features like Apple's SOS service, pointing to early-stage integration in mainstream consumer devices.

In conclusion, while n255 demonstrates the best overall performance for NTN in terms of Doppler tolerance, propagation, and current chipset support, it is not free of regulatory hurdles. n256 is more favorable than n254 in terms of compatibility but has higher attenuation and limited device support. n254, despite its spectrum size and dual-link potential, faces the greatest regulatory and interference-related challenges and will require novel mitigation strategies.

A strategic blend of these bands in a tri-band SAN payload can unlock performance synergies, provided spectrum coexistence, adaptive waveform design, and intelligent scheduling mechanisms are implemented to ensure resilient and scalable NTN service delivery. Table 5 provides comparison of n254, n255 and n256 bands based on several factors that are important to take into account.

- [5] Xingqin Lin, Zhipeng Lin and all, Doppler Shift Estimation in 5G New Radio Non-Terrestrial Networks. *2021 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2108.07757>
- [6] B. -H. Yeh, J. -M. Wu and R. Y. Chang, "Efficient Doppler Compensation for LEO Satellite Downlink OFDMA Systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 73, no. 12, pp. 18863-18877, Dec. 2024, doi: 10.1109/TVT.2024.3437430
- [7] Ashish Kumar Meshram, Sumit Kumar, Jorge Querol, Stefano Andrenacci, Symeon Chatzinotas, "Reduced Complexity Initial Synchronization for 5G NR Multibeam LEO-Based Non-Terrestrial Networks," *IEEE Open Journal of the Communications Society*, vol.6, pp.1528-1551, 2025.
- [8] A. Argyriou and D. Kosmanos, "Doppler Spoofing in OFDM Wireless Communication Systems," *Computer Science, Engineering* 2022, DOI:10.48550/arXiv.2212.14241
- [9] R. Stuhlfauth, "5G Non-Terrestrial Networks Take Flight With New Radio and IoT Applications," *Microwave journal*, 2023, <https://www.microwavejournal.com/articles/41090-5g-non-terrestrial-networks-take-flight-with-new-radio-and-iot-applications?page=2>
- [10] R. Stuhlfauth, "5G NTN Takes Flight: Technical Overview of 5G Non-Terrestrial Networks," Rohde & Schwarz, 2022, Whitepaper, https://www.rohde-schwarz.com/solutions/test-and-measurement/aerospace-defense/satellite-test/white-paper-5g-ntn-takes-flight-technical-overview-of-5g-non-terrestrial-networks_255919.html.
- [11] A. Pastukh, V. Tikhvinskiy, S. Dymkova, O. Varlamov, "Challenges of Using the L-Band and S-Band for Direct-to-Cellular Satellite 5G-6G NTN Systems," *Technologies*, 2023, 11, 110. <https://doi.org/10.3390/technologies11040110>
- [12] A. Pastukh, V. Tikhvinskiy, E. Devyatkin, "Exploring Interference Issues in the Case of n25 Band Implementation for 5G/LTE Direct-to-Device NTN Services," *Sensors*, 2024, 24, 1297. <https://doi.org/10.3390/s24041297>
- [13] H. -W. Lee, A. Medles, C. -C. Chen and H. -Y. Wei, "Feasibility and Opportunities of Terrestrial Network and Non-Terrestrial Network Spectrum Sharing," *IEEE Wireless Communications*, vol. 30, no. 6, pp. 36-42, December 2023
- [14] Bodong Shang, Zheng Wang, Xiangyu Li, Chonggang Yang, Chao Ren, Haijun Zhang, "Spectrum Sharing in Satellite-Terrestrial Integrated Networks: Frameworks, Approaches, and Opportunities," January 2025 <https://arxiv.org/abs/2501.0275>
- [15] Niloofar Okati, Andre Noll Barreto, Luis Uzeda Garcia, Jeroen Wigard, "Co-existence of Terrestrial and Non-Terrestrial Networks in S-band," January 2024 <https://arxiv.org/abs/2401.08453>
- [16] Muhammad Ali Jamshed, Aryan Kaushik, Sanaullah Manzoor, Muhammad Zeeshan Shakir, Jaehyup Seong, Mesut Toka, Wonjae Shin, Malte Schellmann, "A Tutorial on Non-Terrestrial Networks: Towards Global and Ubiquitous 6G Connectivity," December 2024 <https://arxiv.org/abs/2412.16611>
- [17] Henrik Martikainen et al., "Co-existence analysis of Non-Terrestrial (NTN) and terrestrial (TN) 5G Networks in the millimetre bands (FR2)," https://www.researchgate.net/publication/382001563_Co-existence_analysis_of_Non-Terrestrial_NTN_and_terrestrial_TN_5G_Networks_in_the_millimetre_bands_FR2?tp=eyJjb250ZXh0Ijp7Im-ZpcnN0UGFnZSI6Il9kaXJIY3QiLCJwYWdlIjoic2Vhem-NoliwicG9zaXRpb24iOjwYWdlSGVhZGVyIn19
- [18] Alessandro Vanelli-Coralli, Nicolas Chuberre, Gino Masini, Alessandro Guidotti, Mohamed El Jaafari, "5G Non-Terrestrial Networks: Technologies, Standards, and System Design," Wiley, 2024.
- [19] A. Guidotti et al., "Architectures and Key Technical Challenges for 5G Systems Incorporating Satellites," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 68, no. 3, pp. 2624-2639, March 2019, doi: 10.1109/TVT.2019.2895263
- [20] M. Giordani and M. Zorzi, "Non-Terrestrial Networks in the 6G Era: Challenges and Opportunities," *IEEE Network*, vol. 35, no. 2, pp. 244-251, March/April 2021, doi: 10.1109/MNET.011.2000493
- [21] 3GPP TS 38.101-5 V19.0.0 (2025-03) NR; User Equipment (UE) radio transmission and reception; Part 5: Satellite access Radio Frequency (RF) and performance requirements Available online: https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/38_series/38.101-5/38101-5-j00.zip (accessed on 5 April 2025)
- [22] Recommendation ITU-R P.525 Calculation of free-space attenuation. Available online <https://www.itu.int/rec/R-REC-P.525/en> (Accessed on 6 March 2025)
- [23] Recommendation ITU-R P.2109 Prediction of building entry loss. Available online <https://www.itu.int/rec/R-REC-P.2109-2-202308-I/en> (Accessed on 8 March 2025)
- [24] J. Pahl, "Interference Analysis: Modelling Radio Systems for Spectrum Management," Wiley: New York, NY, USA, 2016. Vol. 3, pp. 43-142.
- [25] L. Ippolito, Jr., "Satellite Communications Systems Engineering Atmospheric Effects, Satellite Link Design and System Performance," Wiley: New York, NY, USA, 2009, Vol. 9, pp. 241-264.
- [25] International Telecommunication Union. Report ITU-R M.2292 Characteristics of terrestrial IMT-Advanced systems for frequency sharing/interference analyses. Available online <https://www.itu.int/pub/publications.aspx?lang=en&parent=R-REP-M.2292-2014> (accessed on 3 March 2025)
- [26] Permissible levels of interference in a digital channel of a geostationary network in mobile-satellite service in 1-3 GHz caused by other networks of this service and fixed-satellite service Available online <https://www.itu.int/rec/R-REC-M.1183-0-199510-I/en> (accessed on 3 March 2025)
- [27] International Telecommunication Union. Report ITU-R S.2514 Report ITU-R M.2514-0 Vision, Requirements and Evaluation Guidelines for Satellite Radio Interface(s) of IMT-2020. Available online <https://www.itu.int/pub/R-REP-M.2514-2022> (accessed on 3 March 2025)
- [28] 3GPP TR 36.821. Solutions for NR to Support Non-Terrestrial Networks (NTN). Available online: <https://portal.3gpp.org/desktopmodules/Specifications/SpecificationDetails.spx?specificationId=3525> (accessed on 1 April 2025)
- [29] International Telecommunication Union. ITU-R S.1528 Satellite Antenna Radiation Patterns for Non-Geostationary Orbit Satellite Antennas Operating in the Fixed-Satellite Service below 30 GHz. Available online: <https://www.itu.int/rec/R-REC-S.1528/en> (accessed on 5 March 2025).
- [30] Space Networks Systems Database (SNS) of the Radiocommunication Bureau Available online: <https://www.itu.int/en/ITU-R/space/ITUSpaceExplorer/Pages/default.aspx> (Accessed 10 March 2025).

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТРЕХДИАПАЗОННОЙ ПОЛЕЗНОЙ НАГРУЗКИ В УЗЛЕ СПУТНИКОВОГО ДОСТУПА ДЛЯ БУДУЩЕЙ СЕТИ 5G NTN

Пастух Александр Сергеевич, Национальный исследовательский центр телекоммуникаций им. М.И. Кривошеева (НИЦ Телеком), Москва, Россия, Москва, Россия, apastukh@lenta.ru

Дымкова Светлана Сергеевна, Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, ds@media-publisher.ru

Тихвинский Валерий Олегович, Международный университет информационных технологий, г. Алматы, Казахстан, vtniir@mail.ru

Аннотация

В статье рассматривается использование диапазонов частот 5G (n254, n255, n256) для трехдиапазонной полезной нагрузки в узле спутникового доступа (SAN), разработанном для следующего поколения IoT и неземных сетей D2D (NTN). Проводится сравнительный анализ для изучения ключевых проблем, включая сосуществование спектра с действующими системами, эффекты Доплера и характеристики распространения сигнала для каждого диапазона. Кроме того, в исследовании оцениваются нормативные препятствия, связанные с получением доступа к этим частотам. Для каждого фактора предоставляется экспертная оценка, измеряющая его влияние на предоставление услуг IoT в NTN. Каждому диапазону присваивается общая классификация на основе трехуровневой системы ранжирования: высокий, средний или низкий.

Ключевые слова: 5G NTN, узел спутникового доступа

Литература

1. Pupiales C., Laselva D., De Coninck Q., Jain A., Demirkol I. Multi-Connectivity in Mobile Networks: Challenges and Benefits // IEEE Communications Magazine, vol. 59, no. 11, pp. 116-122, 2021, doi: 10.1109/mcom.111.2100049.
2. Majamaa M., Martikainen H., Sormunen L., Puttonen J. Multi-Connectivity in 5G and Beyond Non-Terrestrial Net-works // Journal of Communications Software and Systems, vol. 18, no. 4, pp. 350-358, 2022, doi: 10.24138/jcomss-2022-0155.
3. Stuhlfauth R. Non-Terrestrial Network Technology from a 3GPP Perspective Microwaves & RF Website Resources, October 2022, <https://www.mwrf.com/technologies/embedded/systems/article/21252945/rohde-schwarz-non-terrestrial-network-technology-from-a-3gpp-perspective>
4. Shahid H., Amatetti C. et al. Emerging Advancements in 6G NTN Radio Access Technologies: An Overview // 2024 EuCNC and 6G Summit, Antwerp, Belgium, 3_6 June 2024, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2404.13918>
5. Xingqin Lin, Zhipeng Lin et al, Doppler Shift Estimation in 5G New Radio Non-Terrestrial Networks // 2021 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM), <https://doi.org/10.48550/arXiv.2108.07757>
6. Yeh B.-H., Wu J.-M., Chang R.Y. Efficient Doppler Compensation for LEO Satellite Downlink OFDMA Systems // IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 73, no. 12, pp. 18863-18877, Dec. 2024, doi: 10.1109/TVT.2024.3437430
7. Ashish Kumar Meshram, Sumit Kumar, Jorge Querol, Stefano Andrenacci, Symeon Chatzinotas. Reduced Complexity Initial Synchronization for 5G NR Multibeam LEO-Based Non-Terrestrial Networks // IEEE Open Journal of the Communications Society, vol.6, pp.1528-1551, 2025.
8. Argyriou A., Kosmanos D. Doppler Spoofing in OFDM Wireless Communication Systems // Computer Science, Engineering 2022, DOI:10.48550/arXiv.2212.14241
9. Stuhlfauth R. 5G Non-Terrestrial Networks Take Flight With New Radio and IoT Applications // Microwave journal, 2023, <https://www.microwavejournal.com/articles/41090-5g-non-terrestrial-networks-take-flight-with-new-radio-and-iot-applications?page=2>
10. Stuhlfauth R. 5G NTN Takes Flight: Technical Overview of 5G Non-Terrestrial Networks. Rohde & Schwarz, 2022, White-paper, https://www.rohde-schwarz.com/solutions/test-and-measurement/aerospace-defense/satellite-test/white-paper-5g-ntn-takes-flight-technical-overview-of-5g-non-terrestrial-networks_255919.html.
11. Pastukh A., Tikhvinskiy V., Dymkova S., Varlamov O. Challenges of Using the L-Band and S-Band for Direct-to-Cellular Satellite 5G-6G NTN Systems // Technologies 2023, 11, 110. <https://doi.org/10.3390/technologies11040110>
12. Pastukh A., Tikhvinskiy V., Devyatkin E. Exploring Interference Issues in the Case of n25 Band Implementation for 5G/LTE Direct-to-Device NTN Services // Sensors 2024, 24, 1297. <https://doi.org/10.3390/s24041297>
13. Lee H.-W., Medles A., Chen C.-C., Wei H.-Y. Feasibility and Opportunities of Terrestrial Network and Non-Terrestrial Network Spectrum Sharing // IEEE Wireless Communications, vol. 30, no. 6, pp. 36-42, December 2023

14. Bodong Shang, Zheng Wang, Xiangyu Li, Chungang Yang, Chao Ren, Hajun Zhang. Spectrum Sharing in Satellite-Terrestrial Integrated Networks: Frameworks, Approaches, and Opportunities. January 2025 <https://arxiv.org/abs/2501.0275>
15. Niloofar Okati, Andre Noll Barreto, Luis Uzeda Garcia, Jeroen Wigard. Co-existence of Terrestrial and Non-Terrestrial Networks in S-band. January 2024 <https://arxiv.org/abs/2401.08453>
16. Muhammad Ali Jamshed, Aryan Kaushik, Sanaullah Manzoor, Muhammad Zeeshan Shakir, Jaehyup Seong, Mesut Toka, Wonjae Shin, Malte Schellmann. A Tutorial on Non-Terrestrial Networks: Towards Global and Ubiquitous 6G Connectivity. December 2024 <https://arxiv.org/abs/2412.16611>
17. Henrik Martikainen et al. Co-existence analysis of Non-Terrestrial (NTN) and terrestrial (TN) 5G Networks in the millimetre bands (FR2). https://www.researchgate.net/publication/382001563_Co-existence_analysis_of_Non-Terrestrial_NTN_and_terrestrial_TN_5G_Networks_in_the_millimetre_bands_FR2?_tp=eyJjb250ZXh0Ijp7ImZpcnN0UGFnZSI6Ii9kaXJIY3QiLCJwYWdlIjoic2VhcmNoliwicG9zaXRpb24iOijwYWdISGVhZGVyln19
18. Alessandro Vanelli-Coralli, Nicolas Chuberre, Gino Masini, Alessandro Guidotti, Mohamed El Jaafari. 5G Non-Terrestrial Networks: Technologies, Standards, and System Design, Wiley, 2024
19. Guidotti A. et al. Architectures and Key Technical Challenges for 5G Systems Incorporating Satellites // IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 68, no. 3, pp. 2624-2639, March 2019, doi: 10.1109/TVT.2019.2895263
20. Giordani M., Zorzi M. Non-Terrestrial Networks in the 6G Era: Challenges and Opportunities // IEEE Network, vol. 35, no. 2, pp. 244-251, March/April 2021, doi: 10.1109/MNET.011.2000493
21. 3GPP TS 38.101-5 V19.0.0 (2025-03) NR; User Equipment (UE) radio transmission and reception; Part 5: Satellite access Radio Frequency (RF) and performance requirements Available online: https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/38_series/38.101-5/38101-5-j00.zip g(accessed on 5 April 2025).
22. Recommendation ITU-R P.525 Calculation of free-space attenuation. Available online <https://www.itu.int/rec/R-REC-P.525/en> (Accessed on 6 March 2025).
23. Recommendation ITU-R P.2109 Prediction of building entry loss. Available online <https://www.itu.int/rec/R-REC-P.2109-2-202308-l/en> (Accessed on 8 March 2025).
24. Pahl J. Interference Analysis: Modelling Radio Systems for Spectrum Management; Wiley: New York, NY, USA, 2016. Vol. 3, pp. 43-142.
25. Ippolito L., Jr. Satellite Communications Systems Engineering Atmospheric Effects, Satellite Link Design and System Performance; Wiley: New York, NY, USA, 2009. Vol. 9, pp. 241-264.
26. International Telecommunication Union. Report ITU-R M.2292 Characteristics of terrestrial IMT-Advanced systems for frequency sharing/interference analyses. Available online <https://www.itu.int/pub/publications.aspx?lang=en&parent=R-REP-M.2292-2014> (accessed on 3 March 2025).
27. Permissible levels of interference in a digital channel of a geostationary network in mobile-satellite service in 1-3 GHz caused by other networks of this service and fixed-satellite service Available online <https://www.itu.int/rec/R-REC-M.1183-0-199510-l/en> (accessed on 3 March 2025).
28. International Telecommunication Union. Report ITU-R S.2514 Report ITU-R M.2514-0 Vision, Requirements and Evaluation Guidelines for Satellite Radio Interface(s) of IMT-2020. Available online <https://www.itu.int/pub/R-REP-M.2514-2022> (accessed on 3 March 2025).
29. 3GPP TR 36.821. Solutions for NR to Support Non-Terrestrial Networks (NTN). Available online: <https://portal.3gpp.org/desktopmodules/Specifications/SpecificationDetails.spx?specificationId=3525> (accessed on 1 April 2025).
30. International Telecommunication Union. ITU-R S.1528 Satellite Antenna Radiation Patterns for Non-Geostationary Orbit Satellite Antennas Operating in the Fixed-Satellite Service below 30 GHz. Available online: <https://www.itu.int/rec/R-REC-S.1528/en> (accessed on 5 March 2025).
31. Space Networks Systems Database (SNS) of the Radiocommunication Bureau Available online: <https://www.itu.int/en/ITU-R/space/ITUSpaceExplorer/Pages/default.aspx> (Accessed 10 March 2025).

MODELING THE DISPERSION OF VEHICLE-RELATED EMISSIONS UNDER THE INFLUENCE OF WEATHER CONDITIONS AND DENSE URBAN AREA

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-5-75-83

Vladimir D. Shepelev,
South Ural State University, Chelyabinsk, Russia,
shepelevvd@susu.ru

Manuscript received 03 April 2025;
Accepted 07 May 2025

Aleksandr I. Glushkov,
South Ural State University, Chelyabinsk, Russia,
glushkovai@susu.ru

This research was supported by Russian Science Foundation, grant number 24-21-20086

Viacheslav V. Morozov,
Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia,
morozov1990_72@mail.ru

Keywords: traffic flows, pollutant emissions, emission

This paper presents the results of a study aimed at the development of mathematical methods for assessing air pollution based on fuzzy logic and neural network technologies. The object of the study is the dispersion of vehicle-related harmful substances, and the subject is the patterns of distributing the concentrations of these substances under the influence of urban area factors and weather conditions. The goal of the study is to develop a mathematical model for the dynamic calculation of the pollutant concentration cloud using computer modeling. The developed methods, as opposed to the existing ones, allow assessing the distribution of emission concentrations in real time and take into account the influence of building geometry factors, wind shadows, and weather conditions. The proposed approach allows detailing the spatial heterogeneity of air pollution in densely populated areas. The modeling results showed that under certain development parameters, the emission concentration in the leeward zone of buildings can more than double as compared to open urban environment areas. The analysis of the obtained data showed that the deviation of the results as compared to laboratory measurements does not exceed 20% in most of the studied urban areas, which confirms the high accuracy of the model. The results of the study have found their practical application as an algorithm integrated into the AIMS eco software which can be used for real-time environmental monitoring and the development of measures to reduce urban air pollution.

Information about authors:

Vladimir D. Shepelev, Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor, Academic Supervisor of the "Smart Eco-City" direction at the Advanced Engineering School of Engine Building and Special Equipment "Heart of the Urals", Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education South Ural State University, Chelyabinsk, Russia. ORCID: 0000-0002-1143-2031

Aleksandr I. Glushkov, Associate Professor of the Department of Mathematical and Computer Modeling, Associate Professor of the Advanced Engineering School of Engine Building and Special Equipment "Heart of the Urals", Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education South Ural State University, Chelyabinsk, Russia. ORCID: 0000-0002-6292-7122

Viacheslav V. Morozov, Associate Professor of the Department of Transport and Technological Systems, Candidate of Engineering Sciences, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia. ORCID: 0000-0001-6840-1247

Для цитирования:

Шепелев В.Д., Глушкин А.И., Морозов В.В. Моделирование процесса рассеивания выбросов веществ от автотранспортных потоков под влиянием метеоусловий и плотности городской застройки // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №5. С. 75-83.

For citation:

V.D. Shepelev, A.I. Glushkov, V.V. Morozov, "Modeling the dispersion of vehicle-related emissions under the influence of weather conditions and dense urban area," *T-Comm*, 2025, vol. 19, no. 5, pp. 75-83.

Introduction

The developed urban infrastructure with high-rise buildings and heavy traffic is typical for most cities. Comfortable conditions for city residents entail negative consequences, including the deterioration of air quality. Vehicle exhaust gases (nitrogen oxides (NOx), volatile organic compounds (VOCs), carbon monoxide (CO), ammonia (NH₃), sulfur dioxide (SO₂), and primary particulate matter (PM), which are involved in the formation of harmful secondary pollutants such as ozone and PM 2.5, in high concentrations (especially within signal-controlled intersections) negatively affect human health. Pollutants enter premises through doors, windows, and ventilation systems and are no less harmful to people indoors than outdoors [1]. Narrow streets, heavy traffic, and adverse weather conditions are the main reasons for the formation of high air concentrations of harmful substances [2, 3], [4]. Policy measures to reduce vehicle-related air pollution and associated controversies are discussed in [5]. The authors in [6] consider the implementation of measures to improve the dispersion of pollutants in urban canyons.

Urban environmental monitoring stations cannot accurately identify emission sources (households, industrial enterprises, or motor vehicles) and are applicable only to specific data collection locations.

The development and advancement of methods and mathematical models for assessing vehicle-related air pollution remains a fixed priority. Air pollution modeling includes various mathematical approaches describing cause-and-effect relationships between the characteristics of emission sources (traffic flow composition, speed, delay time) and factors influencing the dispersion of harmful emissions (urban area, weather conditions) [7-9]. The influence of the geometric details of building facades on the dispersion of harmful emissions in street canyons was studied in [10]. The paper established that building balconies affect dispersion, especially if they are located on the windward facade.

The dispersion of harmful emissions, air ventilation, and temperature changes in asymmetric urban structures were considered in [11]. Greenspace expansion, as a way to reduce air pollution, is used in modeling the air flow and the diffusion of harmful emissions in urban canyons [12].

The results of modeling the transfer of harmful substances are largely based on accurate input data: emissions inventory, meteorology, land surface parameters, and chemical mechanisms in the atmosphere [13].

There are several models of emissions from mobile sources. MOVES (Motor Vehicle Emissions Simulator) estimates harmful emissions based on vehicle operating modes. However, this simulator requires large computational costs and a lot of input data [14].

COPERT models vehicle emissions based on emission factors and is focused on the European Union [15].

HERMES and VEIN are open-source models based on computational languages (Python and R) and have transparent calculations with large data bulks [16, 17].

The Operational Street Pollution Model (OSPM) is fast and easy to use, but tends to underestimate real emissions in narrow street canyons [18].

Pollutant emissions depend on the amount of fuel used, the way the vehicle is driven (e.g. speed, acceleration, and vehicle load), the vehicle type, the fuel used, and the technology used to

control emissions (e.g. catalytic converters). Therefore, the simplest way to estimate emissions is to use emission factors.

There is no universal model taking into account the specifics in time and space scales. The accuracy of the estimate depends on the accuracy of a huge amount of input data. The model should be simple and adaptive and present output information in the most convenient resolution.

There is a need to develop models that can assess the current state of air quality, take into account weather conditions, and provide information on emission sources to support management decisions.

CCTV cameras for monitoring traffic intensity and the amount of vehicle-related emissions on city highways and at intersections have been successfully used to collect data [19, 20]. The use of deep neural networks for recognizing moving objects on the road allows determining the vehicle type and speed and track the motion path. The obtained data are used to calculate the amount of emissions in real time [21, 22].

The developed AIMS eco (AIMS eco – Realtime Monitoring <https://aims.susu.ru/demo>) software suite implemented in several Russian cities monitors traffic flows and calculates pollutant emissions in real time; the data are updated at 20 minute-intervals. Emissions are calculated based on the regulatory documents of the Russian Federation (Order of the Ministry of Natural Resources and Ecology of the Russian Federation No. 804 dated November 27, 2019 “On approval of the Methodology for determining emissions of pollutants into the atmospheric air from mobile sources for conducting summary calculations of atmospheric air pollution”; GOST R 56162-2019 “Emissions of pollutants into the atmosphere”. Method for calculating the amount of emissions of pollutants into the atmosphere by flows of motor vehicles on highways of different categories).

This study presents a mathematical model for the dynamic calculation of a pollutant concentration cloud implemented in the Python programming language. The predictive probabilistic model of the influence of urban area building parameters is based on the fuzzy logic method. The modeling results serve as a good basis for understanding how the geometric parameters of urban area buildings affect the increase in pollutant concentrations when the emission source is located in wind shadows.

Conceptual model for calculating the pollutant concentration cloud taking into account the urban area

The main conclusion based on the analysis of regulatory documents on taking into account the urban area to calculate the dispersion of vehicle-related pollutant emissions [1] states that the presence of buildings near highways always increases the concentration of emissions. However, the influence of the housing system (urban area) is manifested only when the emission source falls within the possible formation of wind shadows from buildings. Leeward shadow and windward shadow zones are distinguished for the ground layer up to two meters high. Intermediate zones half the size of these two basic zones are distinguished for each of them.

The common calculation algorithm taking into account the influence of the housing system is expressed by the following formula: the maximum ground level concentration of pollutants \hat{C}_m is determined as

$$\hat{C}_m = \eta_m \cdot C_m \quad (1)$$

where $\hat{\eta}_m$ is the correction taking into account the influence of the housing system; C_m is the maximum ground level concentration of pollutants ignoring urban area.

Notably, calculations of the pollutant concentration cloud ignoring the urban area, which are also regulated by the relevant methods, were previously adapted for real-time monitoring upon receipt of information on traffic from stationary street surveillance cameras [2]. Ultimately, the complete mathematical monitoring model with the t_k periodicity at each point (x_m, y_m) of the emission concentration cloud $C^k(x_m, y_m)$ for an urban intersection divided into N areal emission sources is represented by the general formula:

$$C^k(x_m, y_m) = \sum_{i=1}^N M_i^{tk} \cdot C_i(x_m - \xi_i, y_m - \eta_i) \quad (2)$$

where M_i^{tk} is the rate of vehicle-related emissions representing one areal source:

$$M_i^{tk} = \frac{1}{60} \cdot \sum_{j=1}^{K_{P_i}} M_{P_j} \cdot t_{P_j} + \frac{1}{3600} \cdot \sum_{l=1}^{K_{V_i}} r_{V_l} \cdot M_{L_l} \cdot V_l \cdot t_{V_l} \quad (3)$$

where t_{P_j} is the real idle time of the j -th vehicle during the increment time t_k ; t_{V_l} is the real time of movement of the l -th car with average speed V_l during the increment t_k over the area S_i .

$C_i(x_m - \xi_i, y_m - \eta_i)$ are emissions at an arbitrary point of the intersection area (x_m, y_m) from one of N unit rate areal sources centered at the point (ξ_i, η_i) .

$$C_i(x_m - \xi_i, y_m - \eta_i) = C_m \cdot r \left(\frac{U}{U_m} \right) \cdot s_1 \left(\frac{X}{p \cdot X_m} \right) \cdot s_2 \left(\frac{Y}{p \cdot Y_m} \right) \quad (4)$$

where the hazardous wind speed U_m and the reference value X_m , as well as a number of correction factors r, p, s_1, s_2 are precalculated taking into account the real wind speed U and wind direction.

This algorithm is a set of piecewise polynomial approximations for fast computer calculations. These approximations are based on the equations of atmospheric diffusion, as well as formulas for the Gaussian distribution of concentrations from a point emission source. The adapted algorithm is implemented in the AIMS eco software suite (AIMS eco – Realtime Monitoring), which monitors traffic flows and corresponding pollutant emissions in real time and presents data with a frequency of 20 minutes.

Figure 1 presents the conceptual model for correcting concentrations in the emission dispersion cloud calculated using formula (2), when introducing the correction $\hat{\eta}_m$, which takes into account the urban area.

The model contains three auxiliary algorithms necessary to operate each of the main algorithms. All the four main algorithms have a similar calculation structure based on the following provisions.

The ground level concentration of atmospheric emissions $C_{u,x,y}$ (ignoring urban area) at an arbitrary point (x,y) and the arbitrary values of wind direction and speed U is determined by the formula:

$$C_{u,x,y} = r \left(\frac{U}{U_m} \right) \cdot s_1 \left(\frac{x}{p \cdot X_m} \right) \cdot s_2 \left(\frac{y}{p \cdot Y_m} \right) \cdot C_m = r \cdot \eta \cdot C_m \quad (5)$$

where $\eta = s_1 \cdot s_2$.

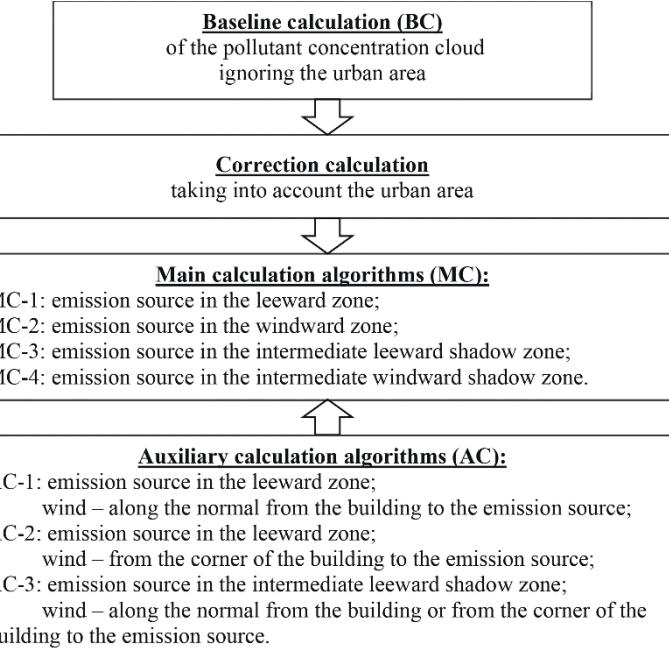


Fig. 1. Conceptual model for calculating the emission concentration cloud taking into account the urban area

When taking into account the urban area, the ground level pollutant concentration is calculated similarly to formula (1) also at an arbitrary point (x,y) and the arbitrary values of the wind direction and speed U :

$$\hat{C}_{u,x,y} = r \cdot \hat{\eta} \cdot C_m \quad (6)$$

where only $\hat{\eta}$ is subject to correction.

The $\hat{\eta}$ coefficient calculation sequence is selected depending on whether the emission source base is in the leeward or windward shadow zone, or in the intermediate zone of these shadows. Therefore, let us consider in more detail the scope of one of the main algorithms, in particular, the first main algorithm MC-1: calculation of the correction taking into account the urban area, when the point emission source is in the leeward zone.

MC-1: first main calculation algorithm

When the emission source base is located in the leeward shadow zone, the $\hat{\eta}$ value at a point located at a distance x from the emission source along the flare axis and at a distance y from this axis is determined by the formula:

$$\hat{\eta} = (1 - \zeta) \cdot s_1 \cdot s_2 + \zeta \cdot s \quad (7)$$

1) Calculation of the ζ coefficient

The ζ coefficient depending on the wind speed U and the positive acute angle γ between the wind direction and the normal to the leeward wall of the building is determined by the formulas from AC-2:

$$\zeta = 0.5 \cdot (\zeta' + \zeta'') \text{ when } \gamma \leq \varphi_k \quad (8)$$

$$\zeta = 0.5 \cdot (\zeta' - \zeta'') \text{ when } \gamma > \varphi_k$$

where ζ' is calculated by the formula:

$$\zeta' = 1 - \frac{1}{(1 + 2.9 \cdot 10^{-3} \cdot t_3 + 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot t_3^2 + 9.2 \cdot 10^{-10} \cdot t_3^4)^2} \quad (9)$$

as the ζ' value calculated by the argument t_3 when φ_k is replaced with $(\varphi_k + \gamma)$; ζ'' is calculated similarly to ζ' , but when φ_k is replaced with $|\varphi_k + \gamma|$.

In this case, the intermediate argument t_3 is calculated using the formula from AC-1:

$$t_3 = \varphi_k \cdot \sqrt{U} \text{ when } U \leq 5 \text{ m/s} \quad (10)$$

$$t_3 = 2.24 \cdot \varphi_k \text{ when } U > 5 \text{ m/s}$$

and the auxiliary angle φ_k depending on the building width/length ratio $t_2 = L_w/L_l$, is calculated using the formula:

$$\begin{aligned} \varphi_k &= 136.5 \cdot t_2^4 - 364 \cdot t_2^3 - 273 \cdot t_2^2 \text{ when } t_2 \leq 1 \\ \varphi_k &= 18 + \frac{281}{1 + 0.02 \cdot t_2^3} \text{ when } t_2 > 1 \end{aligned} \quad (11)$$

2) Calculation of the s_1 and s_2 coefficients

These coefficients are calculated using the basic MA methodology ignoring the urban area.

3) Calculation of the s' coefficient

The s' coefficient is calculated by the formula:

$$\begin{aligned} s' &= g_1 \cdot s_2 \text{ when } x \leq x_b \\ s' &= g_1 \cdot s_2 \cdot (1 - s'') + s_1 \cdot s_2 \cdot s'' \text{ when } x_b < x \leq L' \\ s' &= s_1 \cdot s_2 \text{ when } x > L' \end{aligned} \quad (12)$$

where all the auxiliary coefficients are also determined using auxiliary calculation methods. The corresponding formulas are omitted due to their cumbersomeness.

The main aspect in all calculation algorithms of the conceptual model is the replacement of the fundamental complex integral-differential and Gaussian dependencies with piecewise approximations using the simplest mathematical expressions. This significantly decreases the computational load in the software implementation of the considered algorithms.

Fuzzy logic-based model experiments

Any mathematical model reflects the actual situation with the probability that depends on a set of unpredictably changing factors, which are generally also interconnected. Therefore, it is advisable to conduct a model experiment in a probabilistic setting based on the Gaussian distributions of factors with random fluctuations.

The most suitable tool for the proposed experiment is an algorithm based on fuzzy inference, which allows avoiding bulky calculations. This algorithm was proposed by the English mathematician Ebrahim Mamdani in 1975 and found the maximum practical application in fuzzy modeling problems. According to the Mamdani algorithm, fuzzy inference is performed on a fuzzy knowledge base where the input and output variables are specified by fuzzy sets. The Mamdani algorithm and many other fuzzy inference algorithms (Larsen algorithm; Tsukamoto algorithm; Sugeno algorithm) have already been implemented in software products, in particular – fuzzyTECH, etc.

Let us consider probabilistic forecast constructions for the $\hat{\eta}$ correction, taking into account the influence of the urban area on the spread of pollutant emissions from traffic flows.

To obtain the minimax estimates of all parameters in the conceptual model, let us accept a number of assumptions without prejudice to the generality of the obtained results:

- the emission source is in the leeward shadow;
- the height of the emission source $H < 2$ m;
- the wind is directed along the normal to the urban building (angle $\gamma = 0$);
- this building side is designated L_w , and the adjacent side – L_l , wherein $L_w > L_l$;
- the building height is designated H_h and affects the size of the leeward shadow;
- the model is plotted for the maximum concentration point ($x = x_m$, $y = 0$), wherein $s_1 = s_2 = 1$.

Taking into account the adopted assumptions, the above main calculation algorithm MC-1 is reduced to the auxiliary algorithm AC-1 based on similar calculation dependencies:

$$\hat{\eta}_m = (1 - \zeta_m) + \zeta_m \cdot (r_3 \cdot \tilde{\eta} \cdot s) \quad (13)$$

The adopted assumptions allow selecting a specific calculation option in variational formulas (8)–(12), which ultimately allows obtaining a mathematical model of the correction in the change in the maximum emission concentration $\hat{\eta}_m$ in the following general form:

$$\hat{\eta}_m = f\left(\frac{L_w}{L_l}, H_b\right) \quad (14)$$

where the building width/length ratio (L_w/L_l) and its height (H_b) are selected as input factors. Other intermediate parameters are calculated according to the following regulated ratios:

$$\begin{aligned} \zeta_m &= 1 - \frac{1}{\left(1 + 2.9 \cdot 10^{-3} \cdot t_3 + 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot t_3^2 + 9.2 \cdot 10^{-10} \cdot t_3^4\right)^2} \\ t_3 &= \phi_k \cdot \sqrt{\hat{U}_m} \text{ when } \hat{U}_m \leq 5 \text{ m/s} \\ \phi_k &= 18 + \frac{281}{1 + 0.02 \cdot t_2^3} \text{ when } t_2 > 1 \\ t_2 &= \frac{L_w}{L_l} \\ r_3 &= 0.67 \cdot \frac{\hat{U}_m}{U_m} + 1.67 \cdot \left(\frac{\hat{U}_m}{U_m}\right)^2 - 1.34 \cdot \left(\frac{\hat{U}_m}{U_m}\right)^3 \\ \text{when } \frac{\hat{U}_m}{U_m} < 1 &\frac{\hat{U}_m}{U_m} = \sqrt[3]{\frac{H}{H_b}} \text{ always } < 1 \\ \tilde{\eta} &= 16 \text{ when } H < H_b \\ s &= \frac{t_1 \cdot (t_1 - 1) + 1.47}{t_1 \cdot [1.62 \cdot t_1 \cdot (t_1 - 1) + 209]} + \frac{0.51 \cdot (t_1 - 4.92)^2}{t_1 \cdot (t_1 - 3.63)^2} + \frac{3.04}{t_1} \\ \text{when } 8 < t_1 < 40 & \\ t_1 &= \frac{(x_b - x) \cdot \sqrt{\tilde{\eta}}}{1.1 \cdot p_3 \cdot x_m} \\ p_3 &= 8.43 \cdot \left(1 - \frac{\hat{U}_m}{U_m}\right)^5 \end{aligned} \quad (15)$$

The minimax ranges of input factor variations are determined for the existing variants of the urban area along the main highways of Chelyabinsk, Russian Federation, for the building width/length ratio L_w/L_l from 2 to 20 and the building height H_h from 15m to 50m. In this case, the correction $\hat{\eta}_m$ varies in the range from 1 to 2.016.

The predictive probabilistic model of the influence of the parameters of urban area buildings ($L_w/L_l; H_h$) on the correction $\hat{\eta}_m$ is based on the fuzzy logic method and the fuzzyTECH computer program. Figure 2 shows the structural diagram of the model. At the stage of phasing the input factors, Gaussian membership functions were selected as splines, which maximally corresponds to problem statement in the stochastic version. The parameters of the Gaussian terms are determined according to the authors' expert estimates based on the analysis of the parameters of urban area buildings. Five Gaussian terms were selected in the membership function for the L_w/L_l factor, as the most variable parameter. Figure 2 also shows the distribution of values by terms. Three terms were selected for the H_h factor and five terms with a similar distribution of values were selected for the output value in the model.

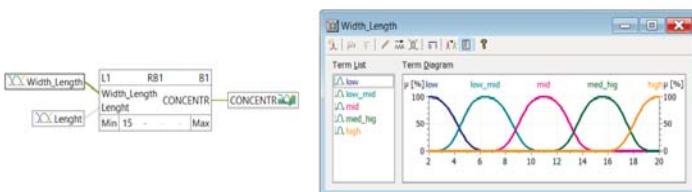


Fig. 2. Model diagram and terms for the L_w/L_l input factor

The logical fuzzy model for predicting the correction $\hat{\eta}_m$ was defined by the table of its relationships with the input factors using the Spreadsheets rule editor block (Fig. 3).

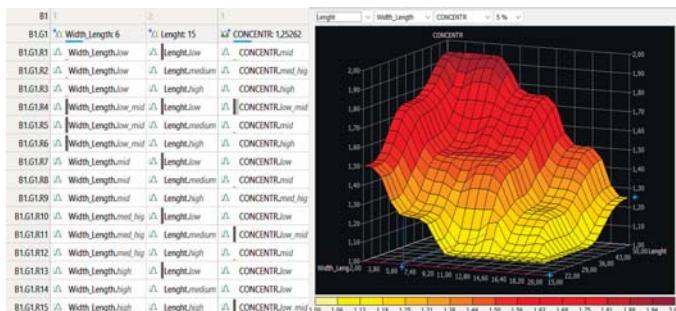


Fig. 3. Relationship table and forecast of the mutual influence of variables

Notably, the relationship table may contain inconsistent or even contradictory rules. To resolve such situations, fuzzy rules should be checked in both a static and a dynamic approach, although these issues are not considered herein.

The experimental studies of the model allow graphically representing the distribution field of the mutual influence of variables in the form of a volumetric surface. Figure 3 also shows such a field of mutual influence of input-output variables. The correction can be predicted numerically at the specific values of input variables. Thus, if the L_w/L_l ratio is 6 and the building height H_h is 15m, the emission concentration in the leeward shadow will be increased by 1.25 times.

The modeling results serve as a good basis for understanding the nature of the influence exerted by the geometric parameters of urban area buildings on the increase in pollutant concentrations when the emission source is located in wind shadows (in the considered example – in the leeward zone).

Development of a software suite for pollutant concentration monitoring

The above mathematical model for the dynamic calculation of the pollutant concentration cloud is implemented in the high-level Python programming language and integrated in the existing AIMS eco – Realtime Monitoring of vehicle-related pollutant emissions software system as an additional module. The AIMS Eco software suite monitors the concentration of vehicle-related pollutants in the urban environment, taking into account the influence of the urban area. It implements mathematical models for the dynamic calculation of the pollutant concentration cloud using fuzzy logic methods and computer modeling. The suite allows assessing the spatial heterogeneity of air pollution and adapting the calculations to real weather conditions.

AIMS Eco functionality includes:

- Automated collection of traffic flow data from CCTV cameras.
- Integration with city weather stations to take into account weather conditions.
- Real-time calculation of pollutant concentrations with a data update frequency of every 20 minutes.
- Use of machine learning algorithms to predict changes in pollution.
- Data visualization in an interactive city map taking into account the influence of the urban area.
- The software suite is developed in Python and implements optimized calculation algorithms reducing the computational load through the use of piecewise polynomial approximations. This allows promptly analyzing the air environment and taking measures to reduce pollution.

Verification of the model calculations of the pollutant emission concentration cloud

Various types of pollutants were measured instrumentally at four junctions of the urban road network in Chelyabinsk, Russian Federation. The measurements were aimed to assess the quality of the model calculations of the emission concentration dispersion implemented in the AIMS eco software suite, taking into account the urban area. The measurements were carried out using a mobile laboratory of Ecoanalytics Shared Use Center of South Ural State University.

The following verified measuring instruments were used:

- H-105, K-100, SV-320-A1 gas analyzers;
- NS chromatic analyzer;
- DustTRAK-8533 dust analyzer;
- IWS-4 integrated atmospheric parameter sensor;
- IVTM-7MS humidity and temperature meters.

The following weather conditions were recorded during the measurements:

- air temperature;
- relative humidity;
- atmospheric pressure;

- wind speed;
- wind direction;
- weather conditions.

The following pollutants were determined in the collected air samples:

- carbon monoxide CO;
- nitrogen oxide NO;
- nitrogen dioxide NO₂;
- hydrocarbons CH;
- sulfur dioxide SO₂;
- formaldehyde CH₂O;
- benzopyrene C₂₀H₁₂;
- suspended particles PM_{2.5}, PM₁₀.

Figure 4 presents the verification results for carbon monoxide CO on weekdays at four intersections of the main urban highway in Chelyabinsk.

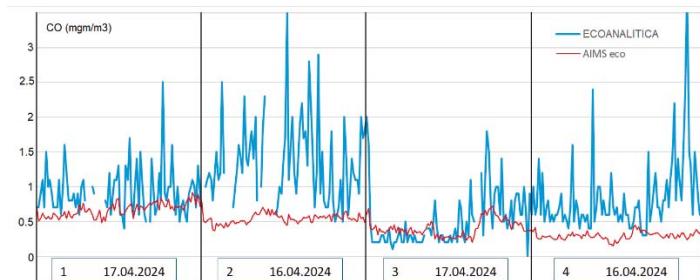


Fig. 4. Instrumental measurements and calculations for carbon monoxide CO

The calculated values of carbon monoxide emissions determined by the number of vehicles on highways are generally less than the instrumental measurements. This indicates the presence of a general background of emissions from industrial enterprises located within the city boundaries.

At the 1st and 3rd intersections, the average deviations of the calculated emission values from the instrumental measurements are within 20%. For the second and fourth intersections, the deviations are within 50%, which indicates a good level of calculation approximation to the actual situation taking into account the presence of background industrial emissions.

A similar situation is observed for other vehicle-related pollutant emissions, which generally confirms the correctness of the software implementation of the mathematical model for calculating vehicle-related emissions taking into account the urban area.

Conclusion

1. The authors developed a mathematical method for assessing the dispersion of harmful emissions in real time, taking into account the influence of the urban area and weather conditions on the pollutant concentration. Unlike the existing approaches, the proposed method allows for detailing the spatial distribution of emissions and adjusting calculations in view of the current weather conditions. The experiments showed high calculation accuracy. The deviation of the calculations from the laboratory measurements does not exceed 20%.

2. A new adaptive algorithm for modeling the dispersion of emissions has been proposed as a practical application of the research findings. Unlike the existing ones, it takes into account

complex aerodynamic processes in the urban environment. The practical significance of the method lies in its applicability for operational environmental monitoring and the development of measures to reduce air pollution in metropolitan cities.

3. The use of the developed mathematical methods for assessing the dispersion of harmful emissions can significantly improve the accuracy of air pollution forecasts in the urban environment. Unlike traditional static models, the proposed methodology ensures the dynamic adaptation of calculations, which is essential in case of sudden changes in weather conditions and traffic flows. This opens up new opportunities for the more accurate planning of urban space and development of measures to reduce environmental loads. The use of the developed methodology in urban planning and air quality monitoring will minimize the impact of emissions on the environment and public health.

4. Further research prospects include the advancement of algorithms for taking into account microclimatic factors of the urban environment, the introduction of machine learning to improve the accuracy of pollution forecasting, and the integration of the methodology into environmental monitoring systems for prompt decision-making.

Funding

This research was supported by Russian Science Foundation, grant number 24-21-20086

References

- [1] P. Qin, A. Ricci, and B. Blocken, "On the accuracy of idealized sources in CFD simulations of pollutant dispersion in an urban street canyon," *Building and Environment*, vol. 265, p. 111950, Nov. 2024, doi: 10.1016/j.buildenv.2024.111950.
- [2] Y. Zhou and J. Levy, "The impact of urban street canyons on population exposure to traffic-related primary pollutants," *Atmospheric Environment*, vol. 42, no. 13, pp. 3087-3098, Apr. 2008, doi: 10.1016/j.atmosenv.2007.12.037.
- [3] Y. Zhang and Z. Gu, "Air quality by urban design," *Nature Geosci*, vol. 6, no. 7, pp. 506–506, Jul. 2013, doi: 10.1038/ngeo1869.
- [4] M. Chavez, B. Hajra, T. Stathopoulos, and A. Bahloul, "Near-field pollutant dispersion in the built environment by CFD and wind tunnel simulations," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 99, no. 4, pp. 330-339, Apr. 2011, doi: 10.1016/j.jweia.2011.01.003.
- [5] R. Haakman, I. Beenakker, and H. Geerlings, "Reducing vehicle-related NO_x and PM emissions in metropolitan areas: A comparison between the Randstad and the Rhine-Ruhr area," *Journal of Cleaner Production*, vol. 247, p. 119175, Feb. 2020, doi: 10.1016/j.jclepro.2019.119175.
- [6] R. Buccolieri, O. S. Carlo, E. Rivas, J. L. Santiago, P. Salizzoni, and M. S. Siddiqui, "Obstacles influence on existing urban canyon ventilation and air pollutant concentration: A review of potential measures," *Building and Environment*, vol. 214, p. 108905, Apr. 2022, doi: 10.1016/j.buildenv.2022.108905.
- [7] D. (Jian) Sun, S. Wu, S. Shen, and T. Xu, "Simulation and assessment of traffic pollutant dispersion at an urban signalized intersection using multiple platforms," *Atmospheric Pollution Research*, vol. 12, no. 7, p. 101087, Jul. 2021, doi: 10.1016/j.apr.2021.101087.
- [8] G. Sharmila and T. Ilango, "A review on influence of age of vehicle and vehicle traffic on air pollution dispersion," *Materials Today: Proceedings*, vol. 60, pp. 1629-1632, 2022, doi: 10.1016/j.matpr.2021.12.188.
- [9] M. Fallah-Shorshani, M. Shekarrizfard, and M. Hatzopoulou, "Integrating a street-canyon model with a regional Gaussian dispersion

- model for improved characterisation of near-road air pollution," *Atmospheric Environment*, vol. 153, pp. 21-31, Mar. 2017, doi: 10.1016/j.atmosenv.2017.01.006.
- [10] X. Zheng, H. Montazeri, and B. Blocken, "Impact of building façade geometrical details on pollutant dispersion in street canyons," *Building and Environment*, vol. 212, p. 108746, Mar. 2022, doi: 10.1016/j.buildenv.2021.108746.
- [11] Z. Li, H. Zhang, C.-Y. Wen, A.-S. Yang, and Y.-H. Juan, "Effects of height-asymmetric street canyon configurations on outdoor air temperature and air quality," *Building and Environment*, vol. 183, p. 107195, Oct. 2020, doi: 10.1016/j.buildenv.2020.107195.
- [12] L. Wang, W. Tian, and P. Zheng, "Review of the Numerical Simulation of the Wind and Pollutant Diffusion in Urban Street Canyon under the Influence of Trees," *Buildings*, vol. 13, no. 4, p. 1088, Apr. 2023, doi: 10.3390/buildings13041088.
- [13] B. H. Baek *et al.*, "The Comprehensive Automobile Research System (CARS) – a Python-based automobile emissions inventory model," *Geosci. Model Dev.*, vol. 15, no. 12, pp. 4757-4781, Jun. 2022, doi: 10.5194/gmd-15-4757-2022.
- [14] T. Fraser, Y. Guo, and H. O. Gao, "Making MOVES move: Fast emissions estimates for repeated transportation policy scenario analyses," *Environmental Modelling & Software*, vol. 178, p. 106084, Jul. 2024, doi: 10.1016/j.envsoft.2024.106084.
- [15] D. Lejri, A. Can, N. Schiper, and L. Leclercq, "Accounting for traffic speed dynamics when calculating COPERT and PHEM pollutant emissions at the urban scale," *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, vol. 63, pp. 588-603, Aug. 2018, doi: 10.1016/j.trd.2018.06.023.
- [16] M. Guevara, C. Tena, M. Porquet, O. Jorba, and C. Pérez García-Pando, "HERMESv3, a stand-alone multi-scale atmospheric emission modelling framework – Part 1: global and regional module," *Geosci. Model Dev.*, vol. 12, no. 5, pp. 1885-1907, May 2019, doi: 10.5194/gmd-12-1885-2019.
- [17] S. Ibarra-Espinosa, R. Ynoue, S. O'Sullivan, E. Pebesma, M. D. F. Andrade, and M. Osses, "VEIN v0.2.2: an R package for bottom-up vehicular emissions inventories," *Geosci. Model Dev.*, vol. 11, no. 6, pp. 2209–2229, Jun. 2018, doi: 10.5194/gmd-11-2209-2018.
- [18] K. E. Kakosimos, O. Hertel, M. Ketzel, and R. Berkowicz, "Operational Street Pollution Model (OSPM) - a review of performed application and validation studies, and future prospects," *Environ. Chem.*, vol. 7, no. 6, p. 485, 2010, doi: 10.1071/EN10070.
- [19] V. Shepelev, A. Vorobyev, and A. Kurmanov, "A High-Density Digital Environmental Monitoring System for Vehicle Emissions," in *RusAutoCon - Proc. Int. Russian Autom. Conf.*, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2024, pp. 680-684. doi: 10.1109/RusAutoCon1949.2024.10694330.
- [20] K. Khazukov *et al.*, "Real-time monitoring of traffic parameters," *J. Big Data*, vol. 7, no. 1, 2020, doi: 10.1186/s40537-020-00358-x.
- [21] V. Shepelev, A. Glushkov, O. Fadina, and A. Gritsenko, "Comparative Evaluation of Road Vehicle Emissions at Urban Intersections with Detailed Traffic Dynamics," *Mathematics*, vol. 10, no. 11, 2022, doi: 10.3390/math10111887.
- [22] V. Shepelev, A. Glushkov, I. Slobodin, and Y. Cherkassov, "Measuring and Modelling the Concentration of Vehicle-Related PM2.5 and PM10 Emissions Based on Neural Networks," *Mathematics*, vol. 11, no. 5, 2023, doi: 10.3390/math11051144.
- [23] V. D. Shepelev, A. I. Glushkov, A. G. Levashev, "Mathematical support for monitoring pollutant emissions from vehicles in the regulated intersection area based on neural network algorithms," *MMPH*, vol. 16, no. 4, pp. 85–95, 2024, doi: 10.14529/mmph240410.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАССЕИВАНИЯ ВЫБРОСОВ ВЕЩЕСТВ ОТ АВТОТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ ПОД ВЛИЯНИЕМ МЕТЕОУСЛОВИЙ И ПЛОТНОСТИ ГОРОДСКОЙ ЗАСТРОЙКИ

Шепелёв Владимир Дмитриевич, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)",
г. Челябинск, Россия, shepelevvd@susu.ru

Глушков Александр Иванович, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)",
г. Челябинск, Россия, glushkovai@susu.ru

Морозов Вячеслав Валерьевич, Тюменский индустриальный университет", г. Тюмень, Россия, morozov1990_72@mail.ru

Аннотация

В статье представлены результаты исследования, направленного на разработку математических методов оценки загрязнения воздуха, основанных на нечёткой логике и нейросетевых технологиях. Объектом исследования является процесс рассеивания вредных веществ, выбрасываемыми автотранспортными потоками, а предметом – закономерности распределения концентраций этих веществ под влиянием факторов городской застройки и метеорологических условий. Целью исследования является разработка математической модели динамического расчёта облака концентрации загрязняющих веществ при помощи компьютерного моделирования. Разработанные методы, в отличие от существующих, позволяют оценивать распределения концентраций выбросов вредных веществ в режиме реального времени и учитывают влияние факторов геометрии зданий, ветровых теней и метеорологических условий. Предложенный подход позволяет детализировать пространственную неоднородность загрязнения воздуха в условиях плотной застройки. Результаты моделирования показали, что при определенных параметрах застройки, концентрация выбросов в подветренной зоне зданий может увеличиваться более чем в два раза по сравнению с открытыми участками городской среды. Анализ полученных данных показал, что отклонение результатов в сравнении с лабораторными измерениями составляет не более 20% на большинстве исследованных участков города, что подтверждает высокую точность модели. Результаты исследования нашли своё практическое применение в качестве алгоритма, который интегрирован в программный комплекс "AIMS eco" и может быть использован для оперативного экологического мониторинга, разработки мер по снижению загрязнения воздуха в городах.

Ключевые слова: транспортные потоки, выбросы загрязняющих веществ, концентрация выбросов, городская застройка; нейросетевая модель, программный комплекс, ветровые тени

Литература

1. Qin P., Ricci A., Blocken B. On the accuracy of idealized sources in CFD simulations of pollutant dispersion in an urban street canyon // Building and Environment, 2024. Vol. 265, p. 111950. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2024.111950>.
2. Zhou Y., Levy J. The impact of urban street canyons on population exposure to traffic-related primary pollutants // Atmospheric Environment, 2008. Vol. 42, no. 13, pp. 3087-3098. <https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2007.12.037>.
3. Zhang Y., Gu Z. Air quality by urban design // Nature Geosci, 2013. Vol. 6, no. 7, pp. 506-506. <https://doi.org/10.1038/ngeo1869>.
4. Chavez M., Hajra B., Stathopoulos T., Bahloul A. Near-field pollutant dispersion in the built environment by CFD and wind tunnel simulations // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2011. Vol. 99, no. 4, pp. 330-339. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2011.01.003>.
5. Haakman R., Beenakker I., Geerlings H. Reducing vehicle-related NOx and PM emissions in metropolitan areas: A comparison between the Randstad and the Rhine-Ruhr area // Journal of Cleaner Production, 2020. Vol. 247, p. 119175. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.119175>.
6. Buccolieri R., Carlo O. S., Rivas E., Santiago J. L., Salizzoni P., Siddiqui M. S. Obstacles influence on existing urban canyon ventilation and air pollutant concentration: A review of potential measures // Building and Environment, 2022. Vol. 214, p. 108905. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2022.108905>.
7. Sun D. (Jian), Wu S., Shen S., Xu T. Simulation and assessment of traffic pollutant dispersion at an urban signalized intersection using multiple platforms // Atmospheric Pollution Research, 2021. Vol. 12, no. 7, p. 101087. <https://doi.org/10.1016/j.apr.2021.101087>.
8. Sharmila G., Ilango T. A review on influence of age of vehicle and vehicle traffic on air pollution dispersion // Materials Today: Proceedings, 2022. Vol. 60, pp. 1629-1632. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.12.188>.
9. Fallah-Shorshani M., Shekarrizfard M., Hatzopoulou M. Integrating a street-canyon model with a regional Gaussian dispersion model for improved characterisation of near-road air pollution // Atmospheric Environment, 2017. Vol. 153, pp. 21-31. <https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2017.01.006>.
10. Zheng X., Montazeri H., Blocken B. Impact of building facade geometrical details on pollutant dispersion in street canyons // Building and Environment, 2022. Vol. 212, p. 108746. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2021.108746>.
11. Li Z., Zhang H., Wen C.-Y., Yang A.-S., Juan Y.-H. Effects of height-asymmetric street canyon configurations on outdoor air temperature and air quality // Building and Environment, 2020. Vol. 183, p. 107195. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2020.107195>.
12. Wang L., Tian W., Zheng P. Review of the Numerical Simulation of the Wind and Pollutant Diffusion in Urban Street Canyon under the Influence of Trees // Buildings, 2023. Vol. 13, no. 4, p. 1088. <https://doi.org/10.3390/buildings13041088>.
13. Baek, B. H., Pedruzzi, R., Park, M., Wang, C.-T., Kim, Y., Song, C.-H., Woo, J.-H. The Comprehensive Automobile Research System (CARS) – a Python-based automobile emissions inventory model // Geosci. Model Dev., 2022. Vol. 15, no. 12, pp. 4757-4781. <https://doi.org/10.5194/gmd-15-4757-2022>.

14. Fraser T., Guo Y., Gao H. O. Making MOVES move: Fast emissions estimates for repeated transportation policy scenario analyses // Environmental Modelling & Software, 2024. Vol. 178, p. 106084. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2024.106084>.
15. Lejri D., Can A., Schipper N., Leclercq L. Accounting for traffic speed dynamics when calculating COPERT and PHEM pollutant emissions at the urban scale // Transportation Research Part D: Transport and Environment, 2018. Vol. 63, pp. 588-603. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2018.06.023>.
16. Guevara M., Tena C., Porquet M., Jorba O., P?rez Garc?a-Pando C. HERMESv3, a stand-alone multi-scale atmospheric emission modelling framework – Part I: global and regional module // Geosci. Model Dev., 2019. Vol. 12, no. 5, pp. 1885-1907. <https://doi.org/10.5194/gmd-12-1885-2019>.
17. Ibarra-Espinosa S., Ynoue R., O'Sullivan S., Pebesma E., Andrade M. D. F., Osse M. VEIN v0.2.2: an R package for bottom-up vehicular emissions inventories // Geosci. Model Dev., 2018. Vol. 11, no. 6, pp. 2209-2229. <https://doi.org/10.5194/gmd-11-2209-2018>.
18. Kakosimos K. E., Hertel O., Ketzel M., Berkowicz R. Operational Street Pollution Model (OSPM) – a review of performed application and validation studies, and future prospects // Environ. Chem., 2010. Vol. 7, no. 6, p. 485. <https://doi.org/10.1071/EN10070>.
19. Shepelev V., Vorobyev A., Kurmanov A. A High-Density Digital Environmental Monitoring System for Vehicle Emissions // Proc. Int. Russian Autom. Conf., Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2024, pp. 680-684. <https://doi.org/10.1109/RusAutoCon61949.2024.10694330>.
20. Khazukov K., Shepelev V., Karpeta T., Shabiev S., Slobodin I., Charbadze I., Alferova I. Real-time monitoring of traffic parameters // J. Big Data, 2020. Vol. 7, no. 1. <https://doi.org/10.1186/s40537-020-00358-x>.
21. Shepelev V., Glushkov A., Fadina O., Gritsenko A. Comparative Evaluation of Road Vehicle Emissions at Urban Intersections with Detailed Traffic Dynamics // Mathematics, 2022. Vol. 10, no. 11. <https://doi.org/10.3390/math1011187>.
22. Shepelev V., Glushkov A., Slobodin I., Cherkassov Y. Measuring and Modelling the Concentration of Vehicle-Related PM2.5 and PM10 Emissions Based on Neural Networks // Mathematics, 2023. Vol. 11, no. 5. <https://doi.org/10.3390/math11051144>.
23. Шепелёв В. Д., Глушков А. И., Левашев А. Г. Математическое обеспечение мониторинга выбросов загрязняющих веществ от автотранспорта в зоне регулируемого пересечения на основе нейросетевых алгоритмов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия "Математика. Механика. Физика", 2024. Том 16 № 4. С. 85-95.

Информация об авторах:

Шепелёв Владимир Дмитриевич, к.т.н., доцент, научный руководитель по направлению "Умный эко-город" Передовой инженерной школы двигателестроения и специальной техники "Сердце Урала", Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)", г. Челябинск. ORCID: 0000-0002-1143-2031.

Глушков Александр Иванович, к.т.н., доцент кафедры "Математическое и компьютерное моделирование", научный сотрудник управления научной и инновационной деятельности, доцент Передовой инженерной школы двигателестроения и специальной техники "Сердце Урала", Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)", г. Челябинск. ORCID: 0000-0002-6292-7122.

Морозов Вячеслав Валерьевич, доцент кафедры транспортных и технологических систем, канд. техн. наук, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Тюменский индустриальный университет", г. Тюмень. ORCID: 0000-0001-6840-1247.

Звуковые технологии на страже порядка и безопасности.

Оповещение на решениях от компании ОТЗВУК.

Типовая точка оповещения объектовой системы оповещения.

- Соответствует ГОСТ Р 42.3.01-2021;
- интерфейс приема звуковых программ: Ethernet, аналоговый;
- номинальная выходная мощность—200/300/400/500/600 Вт;
- электропитание ~220В;
- ИБП;
- шкаф 9 У.



Таксофонная точка оповещения.

трансляционный усилитель (мощность 200 Вт, с питанием от аккумуляторов, аналоговый вход);
аккумуляторы, антивандальный шкаф;
наружные громкоговорители 50/100 Вт;
блок АТС с IP интерфейсом, (устанавливаемый на АТС для сопряжения с управляющими станциями оповещения верхнего уровня и таксофоном).



Переносной автономный усилительный комплекс – ПАУК

интерфейс приема звуковых программ: микрофон, SD-карта, аналоговый;

номинальная выходная мощность—150 Вт;

электропитание встроенная АКБ 12В;

время работы от батареи – 8 часов (речь);

разборчивость речи на удалении до 1 км

