

Издательский дом

МЕДИА ПАБЛИШЕР

Научный журнал "Т-Сотт: Телекоммуникации и транспорт"

Журнал включен в перечень периодических научных изданий, рекомендуемый ВАК Минобразования России для публикации научных работ, отражающих основное научное содержание кандидатских и докторских диссертаций

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-55956.

Дата выдачи: 07 ноября 2013 г.

Язык публикации: русский, английский.

Территория распространения:

Российская Федерация, зарубежные страны

Тираж: 1000 экз.

Периодичность выхода: 12 номеров в год

Стоимость одного экземпляра: 1000 руб.

Плата с аспирантов за публикацию рукописи не взимается

Предпечатная подготовка:

ООО "ИД Медиа Паблшер"

Мнения авторов не всегда совпадают с точкой зрения редакции.
За содержание рекламных материалов редакция ответственности не несет

Материалы, опубликованные в журнале — собственность ООО "ИД Медиа Паблшер". Перепечатка, цитирование, дублирование на сайтах допускаются только с разрешения издателя

© ООО "ИД Медиа Паблшер", 2025

Адрес редакции и издателя

111024, Россия, Москва, ул. Авиамоторная, д. 8, стр. 1, офис 323

e-mail: t-comm@media-publisher.ru

Тел.: +7 (495) 957-77-43

Адрес типографии

Москва, ул. Складочная, д. 3, корп. 6

Индексация журнала:

Ulrich's Periodicals Directory; RSCI; EBSCO; elibrary.ru (ПИНЦ)
Google Scholar; CyberLeninka (Open Schience);
Bielefeld Academic Search Engine (BASE); OCLC WorldCat;
Registry of Open Access Repositories (ROAR)

Journal is registered by Federal Service for monitoring compliance with cultural heritage protection law

ISSN 2072-8743 (Online) ISSN 2072-8735 (Print)

Media Registration Certificate

PI No. FS77-55956. Date of issue: November 7, 2013

Publication language: Russian, English.

Distribution Territory: Russian Federation, foreign countries

All articles and illustrations are copyright. All rights reserved.

No reproduction is permitted in whole or part without the express consent of Media Publisher Joint-Stock Company

© "Media Publisher", 2025

Editorial and Publisher Address

111024, Russia, Moscow, Aviamotornaya str. 8, bloc 1, office 323

e-mail: t-comm@media-publisher.ru.

Tel.: +7 (495) 957-77-43

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ МЕДИА ПАБЛИШЕР



ПОЛНЫЙ ЦИКЛ ПОДГОТОВКИ КНИГ, ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИЗДАНИЙ И РЕКЛАМНОЙ ПРОДУКЦИИ

ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ЛИТЕРАТУРНОЕ И ТЕХНИЧЕСКОЕ РЕДАКТИРОВАНИЕ

ВЫСОКОКАЧЕСТВЕННАЯ ОФСЕТНАЯ И ЦИФРОВАЯ ПЕЧАТЬ

www.media-publisher.ru

Журнал включен в перечень периодических научных изданий, рекомендуемый ВАК Минобрнауки России для публикации научных работ, отражающих основное научное содержание кандидатских и докторских диссертаций

Учредитель

ООО "Издательский дом Медиа Паблшер"

Главный редактор

Тихвинский Валерий Олегович

Издатель

Дымкова Светлана Сергеевна
ds@media-publisher.ru

Редакционная коллегия

Аджемов Артём Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Анютин Александр Павлович

(д.ф.-м.н., профессор, член программного и оргкомитетов WSEAS), Россия, Мексика

Бестугин Александр Роеальдович

(д.т.н., профессор ГУАП), Россия

Вааль Альберт

(д.т.н., старший научный сотрудник Ганноверского университета им. Лейбница на кафедре коммуникационной техники), Германия

Варламов Олег Витальевич

(д.т.н., в.н.с. МТУСИ), Россия

Головачев Юлиус

(управляющий консультант Detecon International GmbH), Германия

Гребенников Андрей Викторович

(Sumitomo Electric Europe), Великобритания

Данилов Владимир Григорьевич

(д.ф.-м.н., профессор МИЭМ, НИУ ВШЭ), Россия

Дулкейтс Эрик

(д.т.н., старший исполнительный директор корпорации Detecon), Силиконовая долина, США

Елизаров Андрей Альбертович

(д.т.н., профессор МИЭМ, НИУ ВШЭ), Россия

Ибрагимов Байрам

(д.т.н., профессор Азербайджанского технического университета, АзТУ), Азербайджан

Корбетт Ровэлл

(д.т.н., директор по исследованиям в научно-исследовательском центре China Mobile Research Institute, профессор университета Назарбаева), Гон-Конг (Китай), США

Кузовкова Татьяна Алексеевна

(д.э.н., декан экономического факультета МТУСИ), Россия

Лазарева Галина Геннадьевна

(член-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор РАН, РУДН), Россия

Лернер Илья Михайлович

(д.т.н., КНИТУ-КАИ), Россия

Ныркв Анатолий Павлович

(д.т.н., профессор, ГУМРФ им. адмирала С.О. Макарова), Россия

Омельянов Георгий Александрович

(д.ф.-м.н., Университет де Сонора, факультет математики, Эрмосильо), Мексика

Самойлов Александр Георгиевич

(д.т.н., профессор Владимирского государственного университета им. А.Г. и Н.Г. Столетовых), Россия

Сысоев Николай Николаевич

(д.ф.-м.н., декан физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова), Россия

Чиров Денис Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Шаврин Сергей Сергеевич

(д.т.н., профессор МТУСИ), Россия

Шарп Майкл

(д.э.н., Европейский институт стандартизации – ETSI), Великобритания

Яшина Марина Викторовна

(д.т.н., профессор, МТУСИ), Россия

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОНИКА. РАДИОТЕХНИКА

Джиган В.И.

Активное шумоподавление: архитектуры, алгоритмы и их параметры

4

Хыя Х.К., Фокин Г.А.

Комплексное исследование точности позиционирования устройств в сетях LTE в условиях отсутствия прямой видимости

13

Толстых В.Н., Ершов В.Н., Савинов М.С.

Аналитическое представление инфокоммуникационных данных

29

Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю., Смирнов А.Э.

Пространственная модель канала с кластеризованной линией задержки (CDL) для перспективных систем MIMO

38

ИНФОРМАТИКА

Леохин Ю.Л., Дымкова С.С., Фатхулин Т.Д.

Методы машинного обучения в прикладных задачах прогнозирования динамично изменяющихся данных

49

ПУБЛИКАЦИИ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ

ЭЛЕКТРОНИКА. РАДИОТЕХНИКА

Тимошенко А.В., Перлов А.Ю., Чиров Д.С., Захаров А.С.

Алгоритм оценки готовности широкополосной РЛС к построению радиолокационных портретов космических объектов

64

Лернер И.М., Хайруллин А.Н., Григорьев С.Г.

Применение теории разрешающего времени для разработки и оценки качества широкополосных систем передачи информации на основе двухполярных АИМ-п-сигналов в условиях перекрестных помех

72

CONTENT

ELECTRONICS. RADIO ENGINEERING

- Djigan V.I.**
Active Noise Control: Architectures, Algorithms and its Parameters 4
- Hua H.C., Fokin G.A.**
Comprehensive study of device positioning accuracy in LTE networks under non-line-of-sight conditions 13
- Tolstykh V.N., Yershov V.N., Savinov M.S.**
Analytical Representation of Infocommunication Data 29
- Bakulin M.G., Ben Rejeb Taoufik, Kreyndelin V.B., Pankratov D.Yu., Smirnov A.E.**
Spatial channel model with clustered delay line (CDL) for advanced MIMO systems 38

COMPUTER SCIENCE

- Leokhin Yu.L., Dymkova S.S., Fatkhulin T.D.**
Machine learning methods in applied problems of forecasting dynamically changing data 49

PUBLICATIONS IN ENGLISH

ELECTRONICS. RADIO ENGINEERING

- Timoshenko A.V., Perlov A.Yu., Chirov D.S., Zakharov A.S.**
Algorithm for assessing the readiness of a wideband radar for constructing radar portraits of space objects 64
- Lerner I.M., Khairullin A.N., Grigoriev S.G.**
Application of resolution time theory to the develop and performance estimation of broadband data transmission systems based on bipolar PAM-n signals under impaction of crosstalk 72

T - C o m m

Telecommunications and transport

Volume 19. No. 8-2025

Release date: 25.08.2025

The journal is included in the list of scientific publications, recommended Higher Attestation Commission Russian Ministry of Education for the publication of scientific works, which reflect the basic scientific content of candidate and doctoral theses.

Founder: "Media Publisher", Ltd.

Publisher: Svetlana S. Dymkova
ds@media-publisher.ru

Editor in Chief: Dr. Valery O. Tikhvinskiy

Editorial board

Artem S. Adzhemov
Doctor of sciences, Professor MTUCI, Russia

Alexander P. Anyutin
Doctor of sciences, Professor, member of the program and organizing committee WSEAS, Russia, Mexico

Aleksandr R. Bestugin
Doctor of sciences, Professor SUAI, Russia

Corbett Rowell
Full Professor: Electronic & Electrical Engineering
Nazarbayev University, Hong Kong (China), USA

Denis S. Chirov
Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Vladimir G. Danilov
Doctor of sciences, Professor MIEM, HSE, Russia

Eric Dulkeyts
Ph.D., chief executive officer of the corporation Detecon, USA

Julius Golovachyov
Managing Consultant Detecon International GmbH, Germany

Andrey Grebennikov
Ph.D., Sumitomo Electric Europe, United Kingdom

Bayram Ibrahimov
Ph.D., Professor of Azerbaijan Technical University (AzTU), Azerbaijan

Tatyana A. Kuzovkova
Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Galina G. Lazareva
Corresponding Member, RAS, Doctor of sciences, Professor RAS, RUDN, Russia

Ilya M. Lerner
Doctor of sciences, KNRTU-KAI, Russia

Anatoliy P. Nyrkov
Doctor of sciences, Professor of Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Russia

Georgii A. Omel'yanov
Doctor of sciences, Universidad de Sonora,
Department of Mathematics, Hermosillo, Mexico

Alexander G. Samoilov
Doctor of sciences, VLSU, Russia

Michael Sharpe
PhD, European Standards Institute – ETSI, United Kingdom

Sergey S. Shavrin
Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Nikolai N. Sysoev
Doctor of sciences, Dean of the Faculty of Physics
of Moscow State University Lomonosov, Russia

Oleg V. Varlamov
Doctor of sciences, MTUCI, Russia

Albert Waal
Ph.D., Senior Research Fellow University of Hanover. Leibniz
at the Department of Communications Technology, Germany

Marina V. Yashina
Doctor of sciences, Professor MTUCI, Russia

Andrey A. Yelizarov
Doctor of sciences, Professor MIEM, HSE, Russia

www.media-publisher.ru

АКТИВНОЕ ШУМОПОДАВЛЕНИЕ: АРХИТЕКТУРЫ, АЛГОРИТМЫ И ИХ ПАРАМЕТРЫ

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-8-4-12

Manuscript received 12 June 2025;

Accepted 17 July 2025

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ "Курчатовский институт"

Джиган Виктор Иванович,
Национальный исследовательский центр
"Курчатовский институт", Москва, Россия,
dzhigan_vi@nrcki.ru

Ключевые слова: активное шумоподавление, традиционная архитектура, модифицированная архитектура, LMS-алгоритм, RLS-алгоритм, акустический импульсный отклик

В работе отмечается широкое использование цифровой обработки сигналов в оборудовании современных систем связи, а также в изделиях промышленной электроники, медицинской и бытовой техники. Одним из направлений такой обработки является активное шумоподавление. С его помощью осуществляется подавление акустических шумов в воздухе за счет формирования и излучения аналогичных шумов с противоположной фазой в точке пространства, где производится это подавление. Сегодня существует три вида устройств активного шумоподавления: без обратной связи, с обратной связью и с двумя видами связи одновременно. Рассматривается устройство активного шумоподавления без обратной связи как наиболее простое и предназначенное для подавления узкополосных и широкополосных шумов. Описываются принципы работы такого устройства с традиционной и модифицированной архитектурами. Показано, что в традиционной архитектуре могут быть использованы только адаптивные фильтры на основе простых алгоритмов градиентного спуска по критерию наименьшего квадрата при условии использования в этих алгоритмах малого шага сходимости, гарантирующего устойчивую работу фильтра, но при медленной его сходимости. Кроме того, в такой архитектуре нельзя использовать адаптивные фильтры на основе более эффективных рекурсивных адаптивных алгоритмов по критерию наименьших квадратов. Напротив, в модифицированной архитектуре в градиентных алгоритмах можно использовать увеличенный шаг сходимости. При этом гарантируется устойчивая работа адаптивных фильтров и обеспечивается высокая скорость их сходимости. Также в этой архитектуре можно использовать рекурсивные адаптивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов. Результаты моделирования подтверждают работоспособность рассмотренных устройств активного шумоподавления и демонстрируют сравнительную эффективность их работы. Наилучшие показатели демонстрирует модифицированная архитектура с адаптивным фильтром на основе рекурсивного алгоритма по критерию наименьших квадратов, которая обеспечивает самый короткий переходный процесс по сравнению с традиционной и модифицированной архитектурами с адаптивными фильтрами на основе градиентного алгоритма, а также в рассмотренных условиях моделирования обеспечивает подавления шума на 51 дБ, в то время как обе архитектуры с адаптивными фильтрами на основе градиентного алгоритма обеспечивают это подавление на 39 ... 43 дБ.

Информация об авторе:

Джиган Виктор Иванович, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела проблем проектирования в микроэлектронике, Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", г. Москва, Россия. ORCID 0000-0001-7485-1623

Для цитирования:

Джиган В.И. Активное шумоподавление: архитектуры, алгоритмы и их параметры // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №8. С. 4-12.

For citation:

V.I. Djigan, "Active Noise Control: Architectures, Algorithms and its Parameters", T-Comm, 2025, vol. 19, no. 8, pp. 4-12. (in Russian)

Введение

Цифровая обработка звуковых сигналов сегодня играет важную роль в оборудовании современных средств связи, а также в изделиях промышленной электроники, медицинской и бытовой техники. Поскольку такие сигналы, как правило, являются нестационарными, то для их обработки часто применяют цифровые устройства с изменяемыми во времени параметрами. Основным элементом большинства таких устройств является адаптивный фильтр [1, 2]. Адаптивный фильтр – это фильтр, весовые коэффициенты (ВК) которого изменяются на каждом отсчете обрабатываемых сигналов. В адаптивном фильтре ВК вычисляются с помощью различных алгоритмов, данными для которых служат отсчеты его входных и выходных сигналов. Эти вычисления в большинстве случаев носят итерационный характер, а длительность итераций совпадает с периодом дискретизации обрабатываемых сигналов.

Наиболее известные адаптивные устройства обработки звуковых сигналов – это компенсаторы сигналов электрического эха в оборудовании проводных телефонных сетей [3], компенсаторы сигналов акустического эха в устройствах громкоговорящей связи [4, 5], выравнители (эквалайзеры) амплитудно-частотных характеристик акустических каналов в оборудовании высококачественного воспроизведения звука [6, 7], устройства подавления сигналов акустических шумов [8, 9] и устройства активного подавления акустических шумов в воздухе [10-14].

В настоящее время существует три основных вида устройств активного шумоподавления: без обратной связи, с обратной связью и с обеими видами связи одновременно [10]. На практике наиболее широкое распространение получили устройства активного шумоподавления без обратной связи (рис. 1).

алгоритма (один отсчет обрабатываемых сигналов). Устройства активного шумоподавления, в которых присутствует обратная связь, в основном ориентированы на компенсацию узкополосных акустических шумов, которые на практике встречаются не так часто.

Устройство активного шумоподавления (рис. 1) работает следующим образом. В нем используются два микрофона. Опорный микрофон располагается рядом с источником акустического шума $x(k)$, а микрофон ошибки – в точке пространстве, где требуется подавить этот шум, прошедший через фильтр первичного акустического пути (от опорного микрофона до микрофона ошибки), дискретная модель которого описывается вектором ВК \mathbf{h}_{N_p} . Поэтому шум на выходе фильтра первичного акустического пути – это сигнал

$$d(k) = \mathbf{h}_{N_p}^T \mathbf{x}_{N_p}^{(p)}(k),$$

где $\mathbf{x}_{N_p}^{(p)}(k)$ – вектор задержанных отсчетов сигнала $x(k)$ в этом фильтре.

В настоящей статье k – это номера отсчетов сигналов, совпадающие с номерами итераций работы алгоритма, вычисляющего ВК адаптивного фильтра, и следующие с периодом дискретизации этих сигналов

$$T_d = 1 / F_d,$$

где F_d – это частота дискретизации. В статье векторы обозначаются строчными жирными прямыми буквами, матрицы – прописными прямыми жирными буквами, верхний индекс T в обозначении векторов и матриц обозначает операцию транспонирования этих векторов и матриц, нижний индекс в векторах, например N , обозначает число элементов в векторе, а аналогичный индекс в квадратной матрице – число ее элементов, равное $N \times N$.

В адаптивном фильтре ВК $\mathbf{h}_N(k)$ обновляются на каждой итерации его работы в результате обработки сигналов источника шума $x(k)$ и подавленного шума – сигнала ошибки $\alpha(k)$.

Шум $d(k)$ подавляется в воздухе путем излучения громкоговорителем такого же шума, но с противоположной фазой, т.е. $-\tilde{y}(k) \approx -d(k)$. Компенсационный сигнал $\tilde{y}(k)$ формируется последовательно путем сначала фильтрации сигнала $x(k)$ адаптивным фильтром как

$$y(k) = \mathbf{h}_N^T(k-1)\mathbf{x}_N(k),$$

где $\mathbf{x}_N(k)$ – это вектор задержанных отсчетов сигнала $x(k)$ в этом фильтре, а затем путем фильтрации сигнала $y(k)$ фильтром вторичного акустического пути (от громкоговорителя до микрофона ошибки) как

$$\tilde{y}(k) = \mathbf{h}_{N_s}^T \mathbf{y}_{N_s}^{(s)}(k),$$

где $\mathbf{h}_{N_s}^T$ – это вектор ВК дискретной модели фильтра вторичного акустического пути, а $\mathbf{y}_{N_s}^{(s)}(k)$ – вектор задержанных отсчетов сигнала $y(k)$ в этом фильтре. На каждой итерации

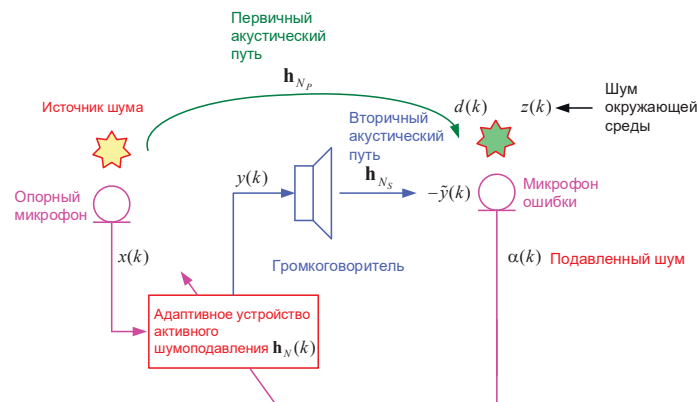


Рис. 1. Общая архитектура устройства активного шумоподавления без обратной связи

Такие устройства используют одноканальный адаптивный фильтр и характеризуются невысокой вычислительной сложностью, в то время как устройства с обеими видами связи характеризуются более высокой вычислительной сложностью, так как в них требуется использовать двухканальный адаптивный фильтр с большим суммарным числом ВК. Под вычислительной сложностью алгоритмов в цифровой обработке сигналов понимается число арифметических операций (умножений и сложений), приходящихся на одну итерацию работы

работы адаптивного фильтра его выходной сигнал $y(k)$ формируется при использовании ВК $\mathbf{h}_N(k-1)$, вычисленных на предыдущей итерации, так как этот сигнал используется в вычислениях ВК.

Сигнал ошибки формируется как

$$\alpha(k) = d(k) + z(k) - \tilde{y}(k), \quad (1)$$

где $z(k)$ – это шум окружающей среды.

Таким образом, в устройстве шумоподавления акустическая волна сигнала $d(k)$ и акустическая волна сигнала $-\tilde{y}(k) \approx -d(k)$ компенсируют друг друга в воздухе, а результат этой компенсации в виде электрического сигнала $\alpha(k)$ образуется на выходе микрофона ошибки. По этой причине такое шумоподавление называется активным, так как осуществляется не на уровне электрических сигналов, а на уровне акустических волн этих сигналов.

Эффективность устройства активного шумоподавления определяется его архитектурой, числом N ВК адаптивного фильтра и числом N_s ВК фильтра оценки вторичного акустического пути, который используется в устройстве, а также разновидностью алгоритма вычисления ВК адаптивного фильтра и его параметрами.

Целью настоящей работы является анализ двух архитектур (традиционной и так называемой модифицированной) устройства активного шумоподавления при использовании в них адаптивного фильтра на основе простейшего алгоритма по критерию наименьшего квадрата (Least Mean Square, LMS) и адаптивного фильтра на основе более сложного, но и одновременно более эффективного, рекурсивного алгоритма по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) [1, 2]. Путем компьютерного моделирования в работе демонстрируется работоспособность данных архитектур и сравнивается их эффективность в зависимости от используемых алгоритмов и их параметров при числе ВК адаптивного фильтра, меньшем теоретически требуемого значения. Данные вопросы изложены в двух следующих разделах настоящей работы.

Архитектуры и алгоритмы устройства активного шумоподавления без обратной связи

Архитектура традиционного устройства активного шумоподавления без обратной связи приведена на рис. 2. Здесь зелеными пунктирными линиями выделена акустическая среда, а черными пунктирными линиями – собственно устройство шумоподавления. Микрофоны, аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи на рисунке не показаны. Формируемые ими сигналы следуют в дискретные моменты времени

$$t_k = kT_d.$$

Строго говоря, архитектура (рис. 2) не вполне корректна с точки зрения теории адаптивной фильтрации. Фактически, с ее помощью решается классическая задача прямой идентификации линейной системы, описываемой фильтром первичного акустического пути с ВК \mathbf{h}_{N_p} .

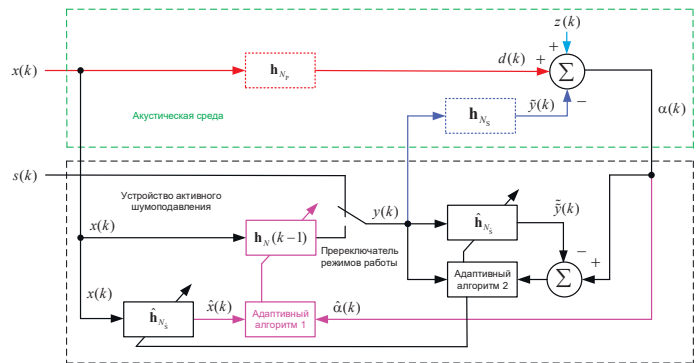


Рис. 2. Архитектура традиционного устройства активного шумоподавления

Однако идентификация осуществляется не с помощью адаптивного фильтра с ВК $\mathbf{h}_N(k)$, а с помощью каскадного соединения этого фильтра и фильтра вторичного акустического пути с ВК \mathbf{h}_{N_s} . Сигнал ошибки $\alpha(k)$ формируется как показано на рис. 1 и в верхней части рис. 2. В то же время, все алгоритмы работы адаптивных фильтров получены при условии отсутствия каких-либо дополнительных фильтров в цепи формирования сигнала ошибки. Различные целевые функции этой ошибки минимизируются в процессе адаптации (вычисления ВК), когда сигнал ошибки определяется не как (1), а как

$$\alpha(k) = d(k) + z(k) - y(k). \quad (2)$$

При минимизации целевой функции $\alpha^2(k)$ с помощью алгоритма стохастического градиентного спуска (LMS-алгоритма) в уравнении вычисления ВК адаптивного фильтра фигурирует параметр μ , именуемый шагом сходимости. Максимально допустимое значение этого шага определяется как

$$\mu = 1 / (N\sigma_x^2), \quad (3)$$

где σ_x^2 – это дисперсия сигнала $x(k)$ [1, 2].

Однако, при наличии на выходе адаптивного фильтра дополнительного фильтра с ВК \mathbf{h}_{N_s} , значение шага сходимости, определяемое (3), является слишком большим. Это приводит к неустойчивой работе адаптивного фильтра.

Так как идентификация фильтра первичного акустического пути с ВК \mathbf{h}_{N_p} осуществляется с помощью каскадного соединения адаптивного фильтра с ВК $\mathbf{h}_N(k)$ и фильтра вторичного акустического пути с ВК \mathbf{h}_{N_s} , то для устойчивой работы устройства активного шумоподавления (рис. 2) максимальный шаг сходимости следует ограничить значением, определяемым суммарным числом ВК этих фильтров как

$$\mu = 1 / [(N + N_s)\sigma_x^2], \quad (4)$$

что приводит к уменьшению этого шага по сравнению с (3) и к увеличению длительности переходного процесса работы адаптивного фильтра. При этом, в уравнении вычисления ВК адаптивного фильтра

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mu \mathbf{x}_N(k)\alpha(k) \quad (5)$$

вектор $\mathbf{x}_N(k)$ формируется не на основе отсчётов сигнала $x(k)$, а на основе отсчётов сигнала $\hat{x}(k)$ – выходного сигнала фильтра с ВК $\hat{\mathbf{h}}_{N_S}$, см. «Адаптивный алгоритм 1» на рис. 2.

Здесь $\hat{\mathbf{h}}_{N_S}$ – это ВК фильтра, полученные в результате оценки ВК фильтра вторичного акустического пути \mathbf{h}_{N_S} . Эта оценка осуществляется с помощью дополнительного адаптивного фильтра с ВК $\hat{\mathbf{h}}_{N_S}$ и искусственного сигнала $s(k)$, формируемого в устройстве шумоподавления, когда переключатель режимов работы (рис. 2), находится в верхнем положении. При этом, в общем случае $N_S \neq N_p$, так как точное значение ВК N_S на практике обычно не известно.

Вычисление ВК $\hat{\mathbf{h}}_{N_S}$ осуществляется путём решения классической задачи идентификации ВК фильтра вторичного акустического пути \mathbf{h}_{N_S} с помощью любого алгоритма адаптивной фильтрации [1, 2] как показано на рис. 2, см. «Адаптивный алгоритм 2». Поэтому данные алгоритмы в настоящей работе не рассматриваются. Значения ВК $\hat{\mathbf{h}}_{N_S}$ затем копируются в фильтр, формирующий сигнал $\hat{x}(k)$.

Использование фильтра с ВК $\hat{\mathbf{h}}_{N_S}$ «на входе» «Адаптивного алгоритма 1» обусловлено необходимостью формирования в ветви вычисления ВК цепочки, эквивалентной каскадному соединению фильтров $\mathbf{h}_N(k)$ и \mathbf{h}_{N_S} . Так как каскадное соединение линейных фильтров является коммутативным, то эти фильтры можно менять местами.

Подавление шума $x(k)$ осуществляется после идентификации ВК \mathbf{h}_{N_S} , когда переключатель режимов работы находится в нижнем положении. Полная вычислительная процедура модели устройства активного шумоподавления (рис. 2) приведена ниже.

Традиционная система активного шумоподавления, LMS-алгоритм

Инициализация : $\mathbf{x}_{N_p}^{(p)}(0) = \mathbf{0}_{N_p}$; $\mathbf{x}_{N_{ANC}}^{(ANC)}(0) = \mathbf{0}_{N_{ANC}}$;
 $\mathbf{x}_{N_S}^{(s)}(0) = \mathbf{0}_{N_S}$; $\mathbf{x}_N(0) = \mathbf{0}_N$; $\mathbf{y}_{N_S}^{(s)}(0) = \mathbf{0}_{N_S}$; $\mathbf{y}_{N_S}^{(s)}(0) = \mathbf{0}_{N_S}$;
 $\mathbf{h}_N(0) = \mathbf{0}_N$
For $k = 1, 2, \dots, K$

$$\mathbf{x}_{N_p}^{(p)}(k) \Big|_{2:N_p} = \mathbf{x}_{N_p}^{(p)}(k) \Big|_{1:N_p-1}; \mathbf{x}_{N_p}^{(p)}(k) \Big|_1 = x(k)$$

$$d(k) = \mathbf{h}_{N_p}^T \mathbf{x}_{N_p}^{(p)}(k)$$

$$\mathbf{x}_N^{(ANC)}(k) \Big|_{2:N} = \mathbf{x}_N^{(ANC)}(k) \Big|_{1:N-1}; \mathbf{x}_N^{(ANC)}(k) \Big|_1 = x(k)$$

$$y(k) = \mathbf{h}_N^T(k-1) \mathbf{x}_N^{(ANC)}(k)$$

$$\mathbf{x}_{N_S}^{(s)}(k) \Big|_{2:N_S} = \mathbf{x}_{N_S}^{(s)}(k) \Big|_{1:N_S-1}; \mathbf{x}_{N_S}^{(s)}(k) \Big|_1 = x(k)$$

$$\hat{x}(k) = \hat{\mathbf{h}}_{N_S}^T \mathbf{x}_{N_S}^{(s)}(k)$$

$$\mathbf{x}_N(k) \Big|_{2:N} = \mathbf{x}_N(k) \Big|_{1:N-1}; \mathbf{x}_N(k) \Big|_1 = \hat{x}(k)$$

If режим = "оценка \mathbf{h}_{N_S} "

$$y(k) = s(k)$$

End

$$\mathbf{y}_{N_S}^{(s)}(k) \Big|_{2:N_S} = \mathbf{y}_{N_S}^{(s)}(k) \Big|_{1:N_S-1}; \mathbf{y}_{N_S}^{(s)}(k) \Big|_1 = y(k)$$

$$\tilde{y}(k) = \mathbf{h}_{N_S}^T \mathbf{y}_{N_S}^{(s)}(k)$$

$$\alpha(k) = d(k) + z(k) - \tilde{y}(k)$$

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mu \mathbf{x}_N(k) \alpha(k)$$

End

Недостатком устройства (рис. 2) является не только замедленная сходимость используемых в ней адаптивных фильтров на основе градиентных алгоритмов из-за уменьшенного шага сходимости, но и невозможность использования адаптивных фильтров на основе более эффективных RLS-алгоритмов, так как в RLS-алгоритмах отсутствует шаг сходимости, регулирующий устойчивое функционирование адаптивного фильтра.

Решением проблемы является модифицированная архитектура устройства активного шумоподавления. Идея этой архитектуры была впервые предложена в [14], а некоторое ее развитие применительно к устройствам активного шумоподавления в мобильных телефонах было получено в [11, 12]. Такая архитектура, как дальнейшее развитие архитектуры (рис. 2), приведена рис. 3. Здесь оценка ВК $\hat{\mathbf{h}}_{N_S}$ осуществляется аналогично рис. 2, когда переключатель режимов работы находится в верхнем положении.

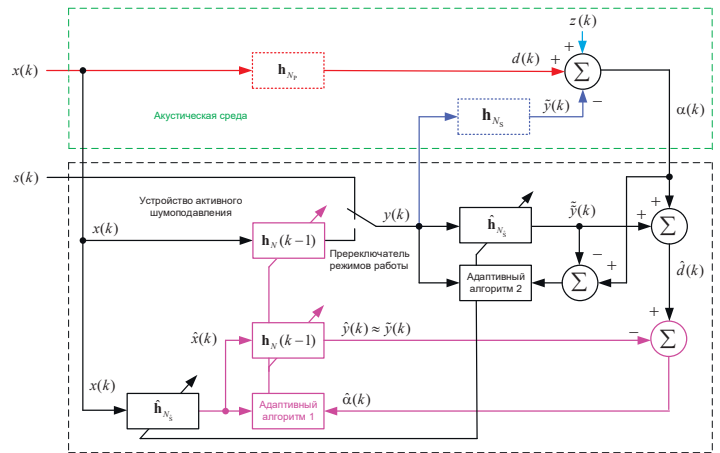


Рис. 3. Архитектура модифицированной системы активного шумоподавления

Когда этот переключатель находится в нижнем положении, то адаптивный фильтр с ВК $\hat{\mathbf{h}}_{N_S}$ останавливается и функционирует как элемент модифицированной архитектуры активного шумоподавления. В этом режиме, оценка вектора ВК \mathbf{h}_{N_S} , то есть вектор $\hat{\mathbf{h}}_{N_S}$, используется для воспроизведения

сигнала $\hat{d}(k) \approx d(k)$ в электрической форме как

$$\hat{d}(k) = \alpha(k) + \tilde{y}(k),$$

где $\tilde{y}(k) \approx \hat{y}(k)$ – это выходной сигнал фильтра с зафиксированными ВК $\hat{\mathbf{h}}_{N_s}$ в режиме шумоподавления.

Так как фильтры с ВК $\mathbf{h}_N(k)$ и с ВК $\hat{\mathbf{h}}_{N_s}$ коммутативны, то сигнал $\hat{y}(k) = \tilde{y}(k) \approx \hat{y}(k)$. Это позволяет для вычисления ВК устройства шумоподавления использовать адаптивный фильтр с требуемым сигналом $\hat{d}(k) \approx d(k)$ и входным сигналом $\hat{x}(k)$ как для этого фильтра, минимизирующего целевую функцию от ошибки

$$\hat{\alpha}(k) = \hat{d}(k) - \hat{y}(k),$$

см. рис. 3, так и для алгоритма вычисления его ВК, которые копируются в фильтр, формирующий сигнал $y(k)$.

В результате, в модифицированной архитектуре в качестве «Адаптивного алгоритма 1» для расчета вектора ВК $\mathbf{h}_N(k)$ можно использовать LMS-алгоритм с большим шагом сходимости, определяемым только числом ВК этого фильтра N как (3), а потому обеспечивающим более быструю сходимость, чем в архитектуре (рис. 2). Кроме того, в модифицированной архитектуре также могут быть использованы RLS-алгоритмы. Полная вычислительная процедура модели устройства активного шумоподавления (рис. 3) на основе LMS-алгоритма приведена ниже.

Модифицированная система активного шумоподавления, LMS-алгоритм

Инициализация: $\mathbf{x}_{N_p}^{(P)}(0) = \mathbf{0}_{N_p}$; $\mathbf{x}_{N_{ANC}}^{(ANC)}(0) = \mathbf{0}_{N_{ANC}}$;

$\mathbf{x}_{N_s}^{(S)}(0) = \mathbf{0}_{N_s}$; $\mathbf{x}_N(0) = \mathbf{0}_N$; $\mathbf{y}_{N_s}^{(S)}(0) = \mathbf{0}_{N_s}$; $\mathbf{y}_{N_s}^{(S)}(0) = \mathbf{0}_{N_s}$;

$\mathbf{h}_N(0) = \mathbf{0}_N$

For $k = 1, 2, \dots, K$

$$\mathbf{x}_{N_p}^{(P)}(k) \Big|_{2:N_p} = \mathbf{x}_{N_p}^{(P)}(k) \Big|_{1:N_p-1}; \mathbf{x}_{N_p}^{(P)}(k) \Big|_1 = x(k)$$

$$d(k) = \mathbf{h}_{N_p}^T \mathbf{x}_{N_p}^{(P)}(k)$$

$$\mathbf{x}_N^{(ANC)}(k) \Big|_{2:N} = \mathbf{x}_N^{(ANC)}(k) \Big|_{1:N-1}; \mathbf{x}_N^{(ANC)}(k) \Big|_1 = x(k)$$

$$y(k) = \mathbf{h}_N^T(k-1) \mathbf{x}_N^{(ANC)}(k)$$

$$\mathbf{x}_{N_s}^{(S)}(k) \Big|_{2:N_s} = \mathbf{x}_{N_s}^{(S)}(k) \Big|_{1:N_s-1}; \mathbf{x}_{N_s}^{(S)}(k) \Big|_1 = x(k)$$

$$\hat{x}(k) = \hat{\mathbf{h}}_{N_s}^T \mathbf{x}_{N_s}^{(S)}(k)$$

$$\mathbf{x}_N(k) \Big|_{2:N} = \mathbf{x}_N(k) \Big|_{1:N-1}; \mathbf{x}_N(k) \Big|_1 = \hat{x}(k)$$

$$\hat{y}(k) = \mathbf{h}_N^T(k-1) \mathbf{x}_N(k)$$

If режим = "оценка \mathbf{h}_{N_s} "

$$y(k) = s(k)$$

End

$$\mathbf{y}_{N_s}^{(S)}(k) \Big|_{2:N_s} = \mathbf{y}_{N_s}^{(S)}(k) \Big|_{1:N_s-1}; \mathbf{y}_{N_s}^{(S)}(k) \Big|_1 = y(k)$$

$$\tilde{y}(k) = \mathbf{h}_{N_s}^T \mathbf{y}_{N_s}^{(S)}(k)$$

$$\mathbf{y}_{N_s}^{(S)}(k) \Big|_{2:N_s} = \mathbf{y}_{N_s}^{(S)}(k) \Big|_{1:N_s-1}; \mathbf{y}_{N_s}^{(S)}(k) \Big|_1 = y(k)$$

$$\tilde{y}(k) = \mathbf{h}_{N_s}^T \mathbf{y}_{N_s}^{(S)}(k)$$

$$\alpha(k) = d(k) + z(k) - \tilde{y}(k)$$

$$\hat{d}(k) = \alpha(k) + \tilde{y}(k)$$

$$\hat{\alpha}(k) = \hat{d}(k) - \hat{y}(k)$$

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mu \mathbf{x}_N(k) \alpha(k)$$

End

При использовании RLS-алгоритма на основе леммы об обращении матрицы в эту вычислительную процедуру необходимо добавить операцию инициализации корреляционной матрицы $\mathbf{R}_N^{-1}(0) = \delta^{-2} \mathbf{I}_N$, а уравнение (5) вычисления ВК заменить на уравнения

$$\mathbf{g}_N(k) = \frac{\mathbf{R}_N^{-1}(k-1) \mathbf{x}_N(k)}{\lambda + \mathbf{x}_N^T(k) \mathbf{R}_N^{-1}(k-1) \mathbf{x}_N(k)},$$

$$\mathbf{R}_N^{-1}(k) = \lambda^{-1} \left[\mathbf{R}_N^{-1}(k-1) - \mathbf{g}_N(k) \mathbf{x}_N^T(k) \mathbf{R}_N^{-1}(k-1) \right]$$

и

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mathbf{g}_N(k) \hat{\alpha}(k),$$

где $\delta^{-2} \geq 0.1\sigma_x^2$ – это параметр начальной регуляризации корреляционной матрицы, \mathbf{I}_N – единичная матрица, $1 - 1/N < \lambda < 1$ – параметр экспоненциального взвешивания обрабатываемых сигналов, $\mathbf{g}_N(k)$ – вектор коэффициентов Калмана. Вместо этих уравнений могут также быть использованы уравнения вычислительных процедур других математически эквивалентных RLS-алгоритмов, включая их быстрые, т.е. вычислительно эффективные, версии [1, 2].

Результаты моделирования рассмотренных устройств активного шумоподавления, демонстрирующие их работоспособность и эффективность, приведены в следующем разделе.

Моделирование

Компьютерное моделирование проводилось для устройств активного шумоподавления (рис. 2 и рис. 3). Для моделирования акустических фильтров первичного и вторичного акустических путей использовался метод зеркальных отображений [15]. С его помощью вычислялись ВК фильтров \mathbf{h}_{N_p} и \mathbf{h}_{N_s} . Вычисления проводились для прямоугольного помещения размером $4 \times 5 \times 3$ м³. Параметры внутренних поверхностей помещения (коэффициенты поглощения и коэффициенты отражения) обеспечивали время реверберации 0.1 с. При заданном расположении микрофонов и громкоговорителя были получены примеры импульсных откликов (ВК фильтров \mathbf{h}_{N_p} и \mathbf{h}_{N_s}), приведенные на рис. 4. Эти фильтры предполагались инвариантными во времени.

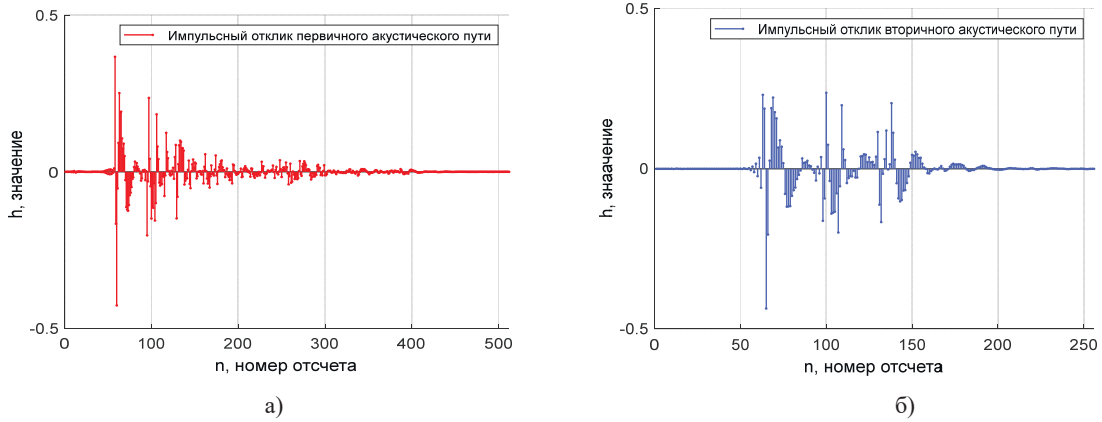


Рис. 4. Импульсные отклики: а) – первичного акустического пути; б) – вторичного акустического пути

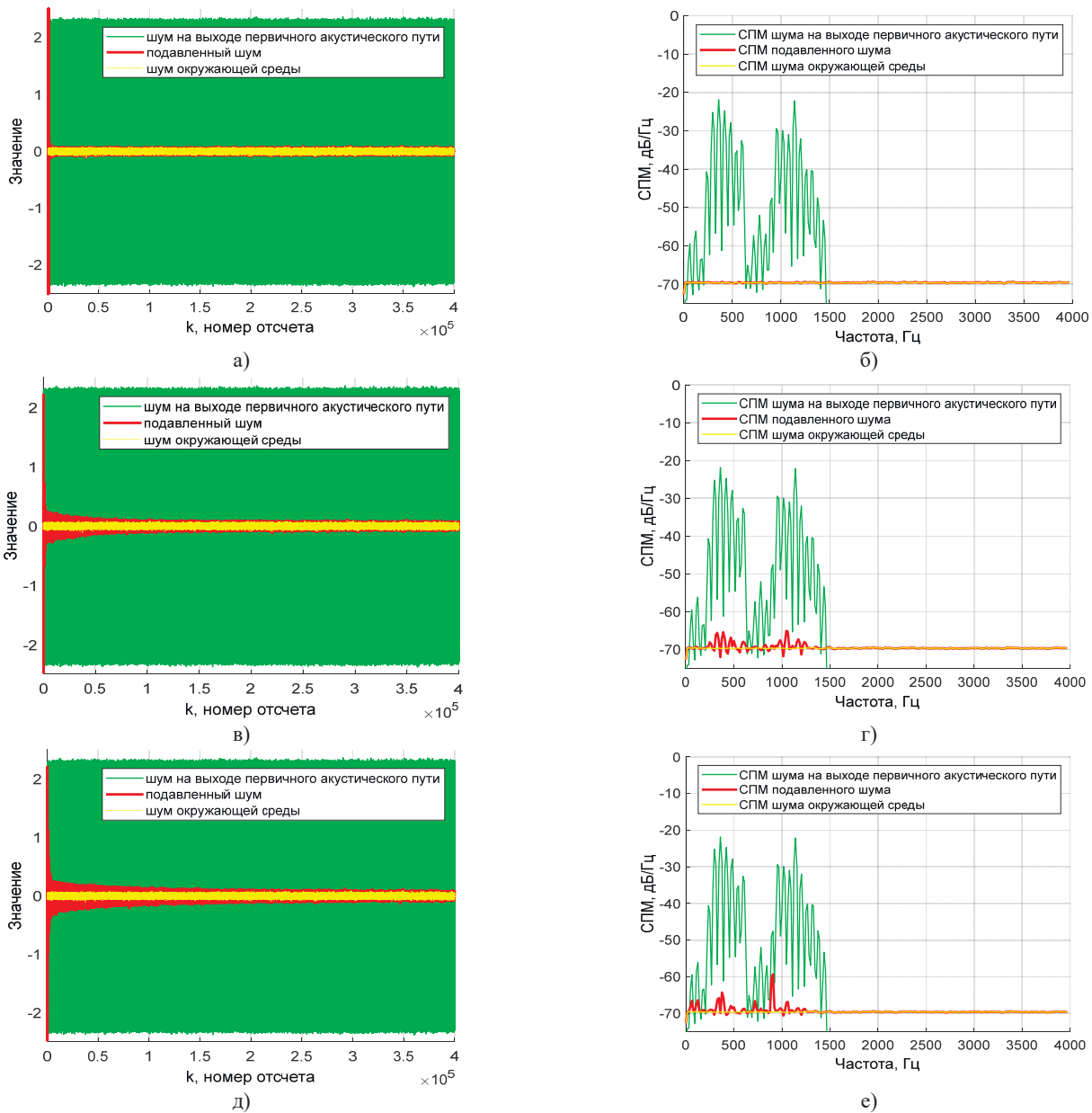


Рис. 5. Результаты моделирования: а) – модифицированная архитектура, RLS-алгоритм, сигналы; б) – модифицированная архитектура, RLS-алгоритм, СПМ; в) – модифицированная архитектура, LMS-алгоритм, $\mu = 0,01$, сигналы; г) – модифицированная архитектура, LMS-алгоритм, $\mu = 0,01$, СПМ; д) – традиционная архитектура, LMS-алгоритм, $\mu = 0,004$, сигналы; е) – традиционная архитектура, LMS-алгоритм, $\mu = 0,004$, СПМ

Из рисунков 2 и 3 следует, что число отсчётов $N + N_s - 1$ свертки импульсных откликов адаптивного фильтра и фильтра вторичного акустического пути должно быть близким к значению N_p . Однако, как видно из рис. 4, около трети отсчетов каждого из рассматриваемых импульсных откликов имеют «малые» значения, а потому их вкладом в формирование компенсирующего сигнала $\tilde{y}(k)$ можно пренебречь [16], так как этот вклад сравним уровнем шума окружающей среды $z(k)$, что также было подтверждено в [13].

Результаты моделирования в рассматриваемых условиях показали, что если число ВК N и N_s ограничить примерно до значений 200 и 200, то эффективность устройств активного шумоподавления практически не отличается от случая $N = N_s = N_p = 256$, когда $N + N_s - 1 = 511 \approx N_p$. Это позволяет уменьшить вычислительную сложность используемых алгоритмов адаптивной фильтрации, так как число их арифметических операций пропорционально значениям N и N_s . Поэтому значения $N = N_s = 200$, $N_s = 256$ и $N_p = 512$ были использованы при моделировании рассматриваемых устройств активного шумоподавления.

На рисунке 5 приведены некоторые результаты такого моделирования для разных адаптивных алгоритмов и их параметров. В левой части рисунков показаны графики обрабатываемых сигналов, а в правой – графики их спектральных плотностей мощности (СПМ) в полосе частот, определяемой половиной частоты дискретизации этих сигналов $F_d / 2 = 4$ кГц.

Шум $x(k)$, принимаемый опорным микрофоном, представлял собою полигармонический сигнал, формируемый путем сложения ряда независимых синусоидальных колебаний, расположенных в низкочастотной части полосы частот, см. правую часть рис. 5. На рисунке 5, шум на выходе первичного акустического пути – это сигнал $d(k)$ в точке расположения микрофона ошибки, т.е. сигнал, который требуется подавить. Подавленный шум – это сигнал ошибки $\alpha(k)$, а шум окружающей среды – это сигнал $z(k)$. В моделировании отношение сигнал-шум, т.е. отношение мощностей сигналов $d(k)$ и $z(k)$, было установлено равным 30 дБ – его типичному значению в помещениях.

Из рисунка 5 следует, что наилучшие показатели в терминах длительности переходного процесса и значения уровня сигнала ошибки $\alpha(k)$ (не до конца подавленного шума) демонстрирует модифицированная архитектура с адаптивным фильтром на базе RLS-алгоритма. За ней следует модифицированная архитектура с адаптивным фильтром на базе LMS-алгоритма при шаге сходимости $\mu = 0,01$. Традиционная же архитектура демонстрирует наихудшие показатели и то лишь при меньшем в 2,5 раза шаге сходимости LMS-алгоритма, равном $\mu = 0,004$, так как шаг сходимости $\mu = 0,01$ для этой архитектуры является слишком большим, что при таком шаге приводит к неустойчивой работе – возбуждению адаптивного фильтра.

Сказанное также подтверждается в терминах оценки коэффициента подавления шума, который в данных условиях моделирования для модифицированной архитектуры на базе

RLS-алгоритма оценивается как

$$K_{III} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_d^2}{\sigma_\alpha^2} = 51 \text{ дБ},$$

для модифицированной архитектуры на базе LMS-алгоритма оценивается как

$$K_{III} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_d^2}{\sigma_\alpha^2} = 43 \text{ дБ},$$

а для традиционной архитектуры на базе LMS-алгоритма – как

$$K_{III} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_d^2}{\sigma_\alpha^2} = 39 \text{ дБ},$$

где σ_d^2 и σ_α^2 – это, соответственно, дисперсии сигналов $d(k)$ и $\alpha(k)$. Здесь оценки дисперсий σ_d^2 и σ_α^2 получены по значениям отсчетов этих сигналов после окончания переходных процессов в адаптивных фильтрах.

Выводы

Таким образом, в данной статье рассмотрены устройства активного шумоподавления с традиционной и модифицированной архитектурами на базе адаптивных фильтров с LMS- и RLS-алгоритмами. Наилучшими функциональными показателями в терминах длительности переходного процесса и коэффициента подавления шума характеризуется модифицированная архитектура, использующая RLS-алгоритм, а наихудшими – традиционная архитектура, использующая LMS-алгоритм. Представленные в статье результаты могут быть использованы при проектировании устройств активного шумоподавления различного назначения: для компенсации акустических шумов медицинского оборудования, двигателей автомобилей и летательных аппаратов, силовых трансформаторов, металло- и деревообрабатывающих станков и в ряде других приложений и устройств, например, в наушниках и даже в мобильных телефонах [11, 12].

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ «Курчатовский институт».

Литература

1. *Diniz P.S.R.* Adaptive filtering algorithms and practical implementation, 5-th ed. Springer, 2020, 495 p.
2. *Джиган В. И.* Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. 528 с.
3. *Chandra K. R., Hemanth P., Divyasri T., Vinay P., Srinivas T. K., Nithin S.*, Design and implementation of echo detection and cancellation algorithms in LABVIEW // 2025 8th International Conference on Trends in Electronics and Informatics (ICOEI). Tirunelveli, India, 2025. P. 251-255.
4. *Cutler R. et al.* ICASSP 2023 acoustic echo cancellation challenge // IEEE Open Journal of Signal Processing. 2024. Vol. 5. P. 675-685.
5. *Djigan V. I.* Simplified fast affine projection algorithm in echo cancellation tasks // Proceedings of the 2023 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECOMF). St. Petersburg, Russia, May 29 – June 02, 2023. 5 p.
6. *Cecchi S., Carini A., Spors S.* Room response equalization – review // Applied Sciences. 2018. Vol. 8. No. 1. P. 1-47.

7. Djigan V. I. Room response equalizer based on simplified RLS adaptive filter // Proceedings of the 25-th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA-2023). Moscow, Russia, March 29 – April 31, 2023. 5 p.

8. Tyagi S., Várkonyi-Kóczy A. R., Szénási S. A comprehensive investigation into the noise reduction techniques for speech // 2023 IEEE 21st World Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMII). Herl'any, Slovakia, 2023. P. 000207-000212.

9. Djigan V. I. Adaptive cancellation of engine noise in vehicle cabin // Proceedings of the 2023 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO-2023). Pskov, Russia, June 28-30, 2022. 5 p.

10. Kuo S. M., Morgan D. R. Active noise control: a tutorial review // Proceedings of the IEEE. 1999. Vol. 87. No. 6. P. 943-973.

11. Djigan V. I., Petrovsky A. A., Qin Jingfan, Song Yang. Modified hybrid active noise control system // Proceedings of the 13-th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). Batumi, Georgia, September 26-29, 2015, P. 82-86.

12. Djigan V. I., Petrovsky A. A., Qin Jingfan, Song Yang. Active noise cancellation device // United State Patent US 10174411 B2. G10 11/178, H04R 1/10. Publ. 04.12.2018. 44 p.

13. Djigan V. I. Influence of secondary path estimation accuracy on active noise control performance // Proceedings of the Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. Moscow, Russia, March 12-14, 2025. 5 p.

14. Bouchard M., Quednau S. Multichannel Recursive-Least-Squares algorithms and Fast-Transversal-Filter algorithms for active noise control and sound reproducing system // IEEE Transactions on Speech and Audio Processing. 2000. Vol. 8. No. 5. P. 606-618.

15. Saini S., Peissig J. HARP: A large-scale higher-order ambisonic room impulse response dataset // 2025 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing Workshops (ICASSPW). Hyderabad, India, 2025. P. 1-5.

16. Джиган В.И. Оценка качества адаптивной фильтрации в задаче идентификации линейных объектов // Цифровая обработка сигналов. 2023. № 4. С. 13-17.

ACTIVE NOISE CONTROL: ARCHITECTURES, ALGORITHMS AND ITS PARAMETERS

Victor I. Djigan, National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, Russia, dzhigan_vi@nrcki.ru

Abstract

This paper notes the widespread usage of the digital signal processing in equipment of modern communication systems, industrial electronic, and in medical and consumer devices. One of the areas of such processing is the active noise control (cancellation). It is used to cancel the acoustic noise in air by generating and radiation of similar noise with the opposite phase at a space point, where the noise cancellation is required. Today, there are three types of active noise cancellation devices: without feedback, with feedback, and with both feedbacks simultaneously. The paper considers an active noise cancellation device without feedback, as the simplest one which is designed to the cancellation of both the narrowband and broadband noises. The operation principles of such a device with traditional and modified architecture are described. It is shown that in the traditional architecture, only adaptive filters with simple adaptive algorithms of gradient descent based on the least square criterion can be used with a small convergence step-size, which guarantees a stable operation, but provides a slow convergence of the adaptive filter. In addition, such an architecture cannot use the adaptive filters with efficient recursive least square criterion adaptive algorithms. On the contrary, in the modified architecture the gradient descent algorithms can use an increased convergence step. This ensures a stable operation of the adaptive filters and their increased convergence. Also, in this architecture it is possible to use the recursive least squares adaptive algorithms. The simulation results confirm the operability of the considered devices of the active noise control and demonstrate the comparative efficiency of their operation. The best performance is demonstrated by the modified architecture with the adaptive filter based on the recursive least square algorithm, which provides the shortest transient response compared to the traditional and modified architectures with adaptive filters based on the gradient descent algorithms, and also provides a noise suppression of 51 dB under the considered simulation conditions, while in the architectures with adaptive filters based on the gradient descent algorithm this suppression reaches only 39 ... 43 dB.

Keywords: active noise control, traditional architecture, modified architecture, LMS algorithm, RLS-algorithm, acoustic impulse response

References

- [1] P. S. R. Diniz, Adaptive Filtering Algorithms and Practical Implementation, 5-th ed, Springer, 2020, 495 p.
- [2] V. I. Djigan, Adaptive Filtering: Theory and Algorithms, Moscow: Technosphera Publisher, 2013, 528 p. (In Russian).
- [3] K. R. Chandra, P. Hemanth, T. Divyasri, P. Vinay, T. K. Srinivas and S. Nithin, "Design and implementation of echo detection and cancellation algorithms in LABVIEW", 2025 8th International Conference on Trends in Electronics and Informatics (ICOEI), Tirunelveli, India, 2025, pp. 251-255.

- [4] R. Cutler et al., "ICASSP 2023 acoustic echo cancellation challenge", *IEEE Open Journal of Signal Processing*, 2024, vol. 5, pp. 675-685.
- [5] V. I. Djigan, "Simplified fast affine projection algorithm in echo cancellation tasks", *Proceedings of the 2023 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF)*, St. Petersburg, Russia, May 29 - June 02, 2023, 5 p.
- [6] S. Cecchi, A. Carini, and S. Spors, "Room response equalization – review", *Applied Sciences*, 2018, vol. 8, no. 1, pp. 1-47.
- [7] V. I. Djigan, "Room response equalizer based on simplified RLS adaptive filter", *Proceedings of the 25-th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA-2023)*, Moscow, Russia, March 29 - April 31, 2023, 5 p.
- [8] S. Tyagi, A. R. V?rkonyi-K?czy and S. Sz?n?si, "A comprehensive investigation into the noise reduction techniques for speech", *2023 IEEE 21st World Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMI)*, Herl'any, Slovakia, 2023, pp. 000207-000212.
- [9] V. I. Djigan, "Adaptive cancellation of engine noise in vehicle cabin", *Proceedings of the 2023 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO-2023)*, Pskov, Russia, June 28 - 30, 2022, 5 p.
- [10] S. M. Kuo and D. R. Morgan, "Active noise control: a tutorial review", *Proceedings of the IEEE*, 1999, vol. 87, no. 6, pp. 943-973.
- [11] V. I. Djigan, A. A. Petrovsky, Qin Jingfan, Song Yang, "Modified hybrid active noise control system", *Proceedings of the 13-th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS)*, Batumi, Georgia, September 26-29, 2015, pp. 82-86.
- [12] V. I. Djigan, A. A. Petrovsky, Qin Jingfan, and Song Yang, "Active noise cancellation device", United State Patent US 10174411 B2. G10 I1/178, H04R 1/10. Publ. 04.12.2018. 44 p.
- [13] V. I. Djigan, "Influence of secondary path estimation accuracy on active noise control performance", *Proceedings of the Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russia, March 12-14, 2025, 5 p.
- [14] M. Bouchard and S. Quednau, "Multichannel Recursive-Least-Squares algorithms and Fast-Transversal-Filter algorithms for active noise control and sound reproducing system", *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 2000, vol. 8, no. 5, pp. 606-618.
- [15] S. Saini and J. Peissig, "HARP: A large-scale higher-order ambisonic room impulse response dataset", *2025 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing Workshops (ICASSPW)*, Hyderabad, India, 2025, pp. 1-5.
- [16] V. I. Djigan, "Quality estimation of adaptive filtering in problem of linear object identification", *Digital Signal Processing*. Moscow, Russia, 2023, no. 4, pp. 13-17. (In Russian)

Information about author:

Victor I. Djigan, Doctor of Sciences, Professor, Principal Researcher Department for Design Problems in Microelectronics of National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, Russia. ORCID 0000-0001-7485-1623

КОМПЛЕКСНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ В СЕТЯХ LTE В УСЛОВИЯХ ОТСУТСТВИЯ ПРЯМОЙ ВИДИМОСТИ

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-8-13-28

Manuscript received 05 June 2025;

Accepted 14 July 2025

Хья Хю Кыонг,
СПбГУТ им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,
г. Санкт-Петербург, Россия, khya.khk@sut.ru

Фокин Григорий Алексеевич,
СПбГУТ им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,
г. Санкт-Петербург, Россия, fokin.ga@sut.ru

Ключевые слова: 4G, TOA, OTDoA,
позиционирование, точность первичных
измерений, NLOS, НГКР, PRS, FPE

На сегодняшний день подавляющее радиопокрытие в мегаполисах обеспечивается сетями четвертого поколений 4G LTE в условиях отсутствия прямой видимости, поэтому, несмотря на развитие сетей связи пятого поколения 5G NR, актуальной и востребованной остается задача комплексного исследования точности позиционирования устройств именно в сетях LTE. Данному вопросу посвящено достаточное число исследований ведущих зарубежных научных школ, однако в отечественном сегменте работ, раскрывающих комплексный учет всех факторов, насколько известно авторам, до сих пор опубликовано не было. Целью настоящего исследования является разработка методологии установления пределов точности позиционирования устройств в сетях LTE, учитывающей влияние многолучевости, помех и ограничений полосы пропускания на типичной гексагональной сотовой структуре фрагмента сети радиодоступа согласно рекомендациям отчета 3GPP TR 36.942. Проведенный анализ включает моделирование типичных многолучевых каналов (EPA, EVA, ETU), описывающих работу в условиях отсутствия прямой видимости, реализацию методов оценки TOA, таких как огибающая ошибки многолучевого канала, оценка по первому пику, средняя оценка точности TOA на основе профиля задержек мощности и на основе гистограммы ошибок временной задержки методом максимального правдоподобия, а также установление нижней границы Крамера-Рао как первичных измерений TOA, так и оценок координат в результате вторичной обработки TOA методом OTDoA. Полученные результаты могут быть использованы при конфигурации существующих, а также построении перспективных сетей LTE и соответствующих алгоритмов позиционирования для повышения точности геолокации в условиях реальной эксплуатации. Разработанная методология также может быть использована в сетях следующих поколений 5G/6G.

Информация об авторах:

Хья Хю Кыонг, Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, аспирант, г. Санкт-Петербург, Россия. ORCID 0009-0008-0659-8126

Фокин Григорий Алексеевич, Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, д.т.н., доцент, профессор кафедры беспроводных технологий и систем, г. Санкт-Петербург, Россия. ORCID 0000-0002-5358-1895

Для цитирования:

Хья Х. К., Фокин Г. А. Комплексное исследование точности позиционирования устройств в сетях LTE в условиях отсутствия прямой видимости // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №8. С. 13-28.

For citation:

H. C. Hua, G. A. Fokin, "Comprehensive study of device positioning accuracy in LTE networks under non-line-of-sight conditions", T-Comm, 2025, vol. 19, no.8, pp. 13-28. (in Russian)

Введение

Несмотря на развитие сетей связи пятого поколения 5G NR, на сегодняшний день наибольшее радиопокрытие в мегаполисах обеспечивается сетями 4G LTE, поэтому задача комплексного исследования точности позиционирования устройств в сетях LTE в условиях отсутствия прямой видимости представляется актуальной и востребованной [1-3]. Возможности точного позиционирования устройств находят широкое применение в различных областях: от служб экстренного реагирования, интеллектуальных транспортных систем и навигации в помещениях – до приложений Интернета вещей IoT (Internet of Things) и сетей 5G, где необходима поддержка геолокации даже при отсутствии сигнала GPS [4-6].

Точное позиционирование пользовательского устройств UE (User Equipment) в сетях LTE представляет собой важную задачу, особенно в условиях отсутствия прямой видимости NLOS (Non Line Of Sight), где многолучевое распространение сигнала существенно усложняет оценку точности первичных измерений времени прихода сигнала TOA (Time of Arrival) и, как следствие, определение координат UE [7]. Развитие технологий LTE и 5G, включая методы позиционирования, такие как метод наблюдаемой разности времени прихода сигналов OTDoA (Observed Time Difference of Arrival), требует комплексного анализа влияния многолучевости, шума и межсотовых помех на точность первичных измерений TOA и итоговую точность оценок координат [8-9].

Настоящая работа посвящена комплексному исследованию точности позиционирования в сетях LTE в условиях NLOS методами математического и имитационного моделирования [10-12]. Основное внимание уделено моделям оценки точности первичных измерений TOA по опорным сигналам позиционирования PRS (Positioning Reference Signal) и специальных опорных сигналов сот CRS (Cell-Specific Reference Signal), а также анализу нижней границы Крамера-Рао (НГКР, CRLB – Cramer-Rao Low Bound) для оценки точности TOA при наличии аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ, AWGN – Additive White Gaussian Noise). Анализ проводится для моделей канала с учетом многолучевости и включает параметры задержек и профилей мощности, а также различные методы оценки точности первичных измерений TOA.

Целью исследования является разработка методологии для установления пределов точности первичных измерений времени прихода сигналов TOA и оценок координат в результате вторичной обработки TOA в сетях LTE в условиях многолучевости, помех и ограничений полосы пропускания на типичной гексагональной сотовой структуре фрагмента сети радиодоступа согласно рекомендациям в техническом отчете 3GPP TR 36.942 [13]. Результаты включают количественную оценку ошибок позиционирования с использованием типичных моделей канала и анализ их зависимости от параметров системы.

Материал исследования организован далее следующим образом. В разделе 1 представлен анализ моделей и методов оценки времени прихода сигнала TOA в условиях многолучевого распространения, включая основные принципы позиционирования в сетях LTE, структуру опорных сигналов PRS и CRS, используемых для оценки TOA, а также выводы нижней границы Крамера-Рао для различных типов опорных сигналов при наличии АБГШ. Также рассматриваются

стандартные модели канала многолучевости. В разделе 2 описаны модели и методы оценки точности первичных измерений TOA в условиях отсутствия прямой видимости. В частности, анализируется поведение огибающей сигнала в многолучевом канале MPEE (Multipath Error Envelope), оценивается среднее время прихода сигнала TOA на основе профиля задержек мощности PDP (Power Delay Profile) и на основе гистограммы ошибок временной задержки методом максимального правдоподобия MLE (Maximum Likelihood Estimation).

Отдельное внимание уделено методу оценки TOA по первому пику FPE (First Peak Estimation), как более надёжному подходу в условиях отсутствия прямой видимости. В разделе 3 исследуются методы оценки координат UE в реальных условиях эксплуатации NLOS с учётом помех. Рассматриваются сценарии вычисления отношения сигнал/(шум + помеха) на типичной гексагональной сотовой структуре фрагмента сети радиодоступа LTE, анализируется влияние межсотовых помех и модели канала на точность позиционирования методом OTDoA. Представлены результаты моделирования ошибок оценки координат и приведено сравнение с нижней границы Крамера-Рао. В заключении формулируются выводы, а также направления дальнейших исследований в области повышения точности сетевого позиционирования на основе OFDM сигналов сетей 4G LTE и 5G NR.

1 Анализ моделей и методов оценки времени прихода сигнала в условиях отсутствия прямой видимости

1.1 Постановка задачи

Передача данных по нисходящему каналу в стандарте LTE осуществляется на основе технологии ортогонального частотного мультиплексирования OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) [5, 14]. При использовании схемы дуплексирования с частотным разделением каналов FDD (Frequency Division Duplexing) и обычного циклического префикса CP (Cyclic Prefix) физический уровень нисходящего канала стандарта LTE организован в виде кадров длительностью 10 мс [14, 15]. Каждый кадр может быть разделен на 10 субкадров длительностью 1 мс или 20 слотов длительностью 0,5 мс [14]. На рисунке 1 представлена частотно-временная структура сигнала LTE для одного слота, состоящая из N_{RB} ресурсных блоков (РБ).

Один РБ включает $N_{sc} = 12$ поднесущих и $N_{symb} = 7$ символов [15]. Индекс поднесущей k и индекс символа i определяют ресурсный элемент (РЭ). Расстояние между поднесущими составляет $\Delta f = 15$ кГц, что приводит к длительности OFDM символа $T_{symb} = 66,67$ мкс [14–18]. При OFDM модуляции из общего числа N_c поднесущих $N_r = N_{RB} \cdot N_{sc}$ используются для передачи символов данных, а $N_c - N_r$ заполняются нулями, чтобы сформировать защитную полосу [17]. Затем используется оператор обратного дискретного преобразования Фурье IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform) для получения дискретного сигнала во временной области [16].

Затем в этом сигнале к каждому символу добавляется CP в начале каждого символа. Наконец, цифро-аналоговое преобразование (ЦАП) и модуляция несущей выполняются для формирования передаваемого радиочастотного сигнала [17].

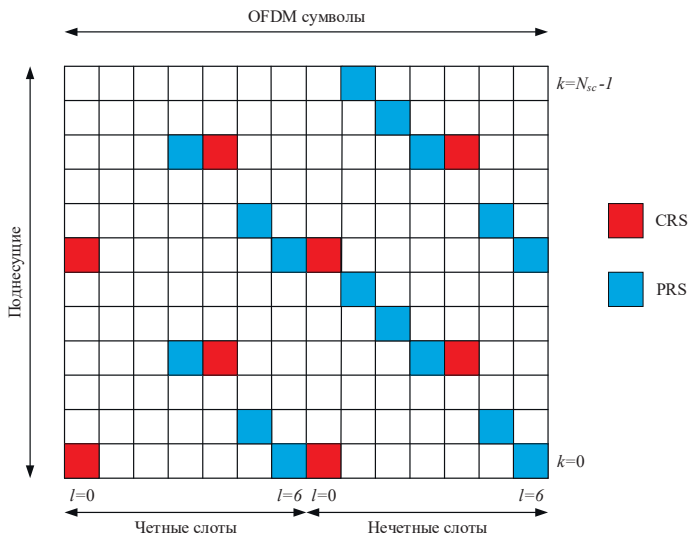


Рис. 1. Пример отображения сигналов PRS и CRS (нормальный CP) в субкадре стандарте LTE

Стандарт LTE определяет комплекс опорных сигналов нисходящего канала с различными временными и частотными шаблонами [14-18], как показано на рис. 1. Одним из методов позиционирования в LTE является улучшенная идентификация по принадлежности к соте E-CID (Enhanced Cell-ID) [19, 20]. Это метод, основанный на использовании UE и сети, который использует идентификаторы соты, радиочастотные измерения из нескольких сот, время TOA и угол прихода AOA (Angle of Arrival). Специальный опорный сигнал соты CRS обычно используется для позиционирования методом E-CID [17].

Метод OTDoA остается одним из наиболее перспективных для точного определения координат в сетях LTE [8, 21]. В 9-м релизе LTE, введены опорные сигналы позиционирования PRS для повышения точности измерений наблюдаемой разности времени прихода сигналов OTDoA [15]. Данные сигналы чередуются в субкадрах таким образом, чтобы снизить помехи и обеспечить высокое качество приема сигнала и вероятность его обнаружения. Сигналы PRS распределяются по времени и частоте в течение так называемого сеанса позиционирования: в это время eNB передает последовательные субкадры позиционирования с определенной периодичностью [17].

Когда в субкадре присутствуют сигналы PRS, передаются только управляющие сигналы; данные в этом субкадре не передаются, что значительно снижает помехи от соседних сот. Сложность конфигурации сигнала PRS становится еще выше, когда сеть отключает передачи PRS от определенных базовых станций, чтобы еще больше снизить межсотовые помехи. Когда сигналы PRS недоступны, для оценки разности времени прихода сигналов OTDoA можно использовать сигналы CRS [17]. Поскольку для первичных измерений устройство UE использует опорный сигнал PRS, измеряемый параметр в методе OTDoA называется разницей времени прихода опорных сигналов RSTD (Reference Signal Time Difference) в терминах 3GPP LTE [17].

1.2 Модели сигналов PRS и CRS стандарта LTE

Опорные сигналы PRS и CRS отображаются в различных элементах ресурсной сетки; они характеризуются

одинаковыми кодовыми последовательностями, которые являются уникальными для каждого слота, символа OFDM, ID соты и конфигурации CP. Последовательность опорного сигнала $r_l(m)$ определяется следующими данными [18]:

$$r_l(m) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - 2c(2m)) + j \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - 2c(2m)),$$

$$m = 0, 1, \dots, 2N_{RB}^{\max} - 1$$

где l – номер OFDM-символа в пределах слота, N_{RB}^{\max} – максимальное количество РБ, и $c[\cdot]$ – генератор псевдослучайных чисел длины-31 последовательности Голда.

Опорные сигналы отображаются на РБ для получения передаваемой последовательности сигналов $R_l(k)$ в частотно-временной области на k поднесущих [18]:

$$R_l(k) = \begin{cases} r_l(m), & \text{если } m \text{ отображается на } k \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Во временной области n -й отсчет в l -м символе OFDM можно выразить как [17, 18]:

$$x_l(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} R_l(k) e^{j \frac{2\pi kn}{N}}, n \in [-G, N-1]$$

где N – размерность БПФ и G – длина CP.

1.3 Нижняя граница Крамера-Рао для оценки точности первичных измерений TOA при наличии АБГШ

НГКР определяет нижнюю границу для дисперсии оценки неизвестного параметра, выражая её через информационную матрицу Фишера FIM (Fisher Information Matrix), и является известной метрикой установления максимально достижимой точности несмещённого алгоритма оценки, работающего в условиях радиоканала, характеризуемого отношением сигнал/шум SNR (Signal-to-Noise Ratio) [21]. НГКР оценки задержки времени TDE (Time Delay Estimation) по опорным сигналам LTE в пределах одного субкадра (рис. 1) может быть вычислена из общего определения, приведённого в [17]:

$$\text{var}(\hat{\tau}) \geq \text{CRLB}(\tau) = \frac{\sigma^2}{8\pi^2 \Delta f^2 \sum_{l=0}^{N_{\text{sym}}-1} \sum_{k=-N_r/2}^{N_r/2-1} k^2 |S_l(k)|^2} \quad (1)$$

где $S_l(k)$ – сигнал, выделенный на k -й поднесущей l -го OFDM-символа.

На рисунке 2 показаны НГКР оценки задержки времени TDE, а именно $\sigma_{\text{CRLB}} := \sqrt{\text{CRLB}(\hat{\tau})}$, вычисленные согласно (1) с использованием различных опорных сигналов, определённых в 3GPP LTE 36.211 [22], и одной приёмной антенны. Здесь $E_s := E\{|S_l(k)|^2\}$ является постоянной величиной для первичных сигналов PSS (Primary Synchronization Signal) и вторичных сигналов синхронизации SSS (Secondary Synchronization Signal), CRS и PRS. Левая ось координат имеет шкалу в секундах [с], а правая ось масштабирована в единицах трёх метров [3·м] в терминах псевдодальности, предполагая скорость распространения радиоволн $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

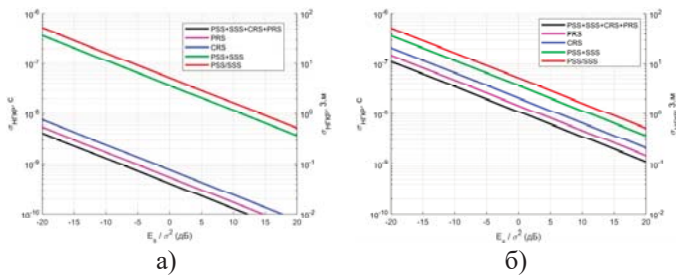


Рис. 2. НГКР в секундах и в 3м для оценки TOA с использованием различных опорных сигналов в одном субкадре (а – при $N_{RB}=6$; б – при $N_{RB}=100$)

Субкадр в 1 мс содержит 14 последовательных OFDM-символов в случае нормального CP. Четыре типа опорных сигналов, включая PSS, SSS, CRS и PRS, размещаются в соответствующих ресурсных элементах [22].

На графиках нижняя граница, т.е. верхний предел точности измерений TOA, достигается при одновременном использовании всех опорных сигналов PSS+SSS+CRS+PRS.

Из всех доступных опорных сигналов в LTE опорные сигналы позиционирования PRS, как и ожидалось, обеспечивает наивысшую точность по метрике CRLB, поскольку они содержат большее число OFDM символов по сравнению, например, с символами CRS (рис. 1).

Использование PRS вместо CRS при фиксированной величине CRLB в целом дает выигрыш примерно на 3 дБ. Если же вместе с PRS используются сигналы CRS, при фиксированной величине CRLB можно получить еще около одного децибела выигрыша. НГКР измерений TOA для одного OFDM-символа можно записать [21]:

$$CRLB(\tau) = \frac{1}{8\pi^2 \Delta f^2 \cdot SNR \cdot \sum_{k \in N_a} p_k^2 \cdot k^2} \quad (2)$$

где SNR – отношение сигнал/шум; N_a – подмножество активных опорных поднесущих на N_a ($N_a \leq N_r$) (в данном исследовании для сигналов PSS и SSS $N_a = 62$ и для сигналов CRS и PRS $N_a = 2 \cdot N_{RB}$); p_k^2 – относительный вес мощности, удовлетворяющий условию $\sum_k p_k^2 = N_r$, что обеспечивает ограничение на мощность переданного сигнала. Оценку точности первичных измерений времени прихода сигнала и оценку точности координат в результате вторичной обработки далее будем выполнять с использованием выражения (2).

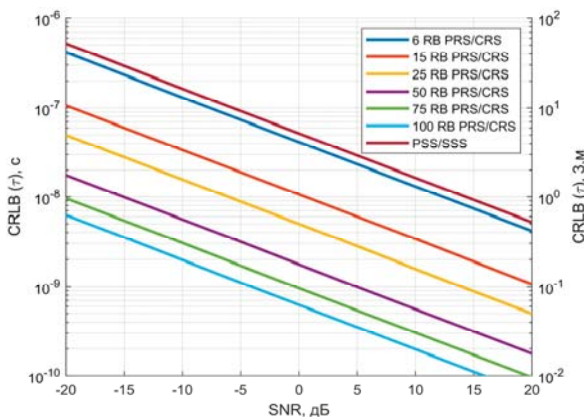


Рис. 3 Зависимость НГКР от отношения сигнал/шум для одного OFDM-символа

На рисунке 3 показана зависимость НГКР для одного OFDM-символа от отношения сигнал/шум.

Данный подход обоснован тем, что в аналогичных исследованиях [21] подобные оценки для возможности сравнения результатов также приводятся для одного символа.

1.4 Модели каналов с линией задержки TDL (Tapped-delay line)

OFDM сигнал длиной $(N+G)$ выборок проходит через ЦАП и переносится на несущую частоту f_c , а затем передается в радиоэфир через многолучевой канал. Модель импульсной характеристики CIR (Channel Impulse Response) многолучевого канала имеет вид [18, 20]:

$$h(t) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i \delta(t - t_i - t_\epsilon) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i \delta(t - \Delta\tau_i)$$

где L – число лучей, моделируемых линиями задержек (ЛЗ) канала, h_i – комплексный коэффициент усиления для i -го луча, t_i – задержка в i -м луче относительно луча прямой видимости LOS (Light Of Sight) с $t_0 = 0$, t_ϵ – задержка, вносимая временем распространения сигнала в канале, т.е. задержка первого пришедшего луча и $\Delta\tau_i = t_i + t_\epsilon$ – задержка i -го луча относительно первого пришедшего луча. Соответствующая частотная характеристика канала CFR (Channel Frequency Response) представляет собой модель, выраженную следующими образами [18]:

$$H(k) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i e^{-j \frac{2\pi}{N_c} k \Delta\tau_i}$$

Коэффициенты канала обычно являются переменными во времени и, следуя классическому спектру Доплера Джейкса, имеют распределение Рэлея [21]:

$$S(f) \propto \sqrt{\frac{1}{1 - (f/f_D)^2}}, \text{ для } f \in [-f_D, f_D]$$

где f_D – максимальный доплеровский сдвиг.

Выборки, представляющие импульсную характеристику CIR многолучевого канала, образуют вектор комплексных чисел $h_l(n), n \in [0, N_c - 1]$ где $h_{l,n_s}(n) = 0 \forall n \geq L$ и $L < G$.

Полученный сигнал $y(t)$ определяется как [15]:

$$y(t) = x(t) \otimes h(t) + w(t)$$

где $x(t)$ – переданный сигнал, $w(t)$ – АБГШ и \otimes – операция циклической свертки (из-за циклического эффекта, введенного CP).

Полученная последовательность, обозначенная как $y_l(n)$, после согласованной фильтрации и выборки с частотой дискретизации F_s определяется выражением [15]:

$$y_l(n) = \sum_{i=0}^{L-1} h_l(i) \otimes x_l(n - t_i - t_\epsilon) + w_{l,n_s}(n)$$

В данной работе рассмотрены несколько моделей канала TDL, упомянутых в технической спецификации LTE 3GPP TS

36.104 [23]. Это модели EPA (Extended Pedestrian A), EVA (Extended Vehicular A) и ETU (Extended Typical Urban), которые соответственно представляют каналы с малым, средним и большим временем задержки. Основные параметры этих моделей, такие как фиксированные задержки t_i , относительная средняя мощность RP_i и максимальные доплеровские сдвиги f_D , указаны в приложениях к TS 36.101 [24], TS 36.104 [23] и приведены в таблице 1. Модели TDL могут быть применены к схемам с несколькими антеннами путем введения матриц пространственной корреляции, что приводит к простой модели MIMO-канала LTE.

Таблица 1

Параметры типичных моделей каналов многолучевого в LTE

Луч i	Канал EPA ($f_D = 5 \Gamma\text{ц}$)		Канал EVA ($f_D = 70 \Gamma\text{ц}$)		Канал ETU ($f_D = 300 \Gamma\text{ц}$)	
	$t_i, \text{нс}$	$RP_i, \text{дБ}$	$t_i, \text{нс}$	$RP_i, \text{дБ}$	$t_i, \text{нс}$	$RP_i, \text{дБ}$
1	0	0,0	0	0,0	0	-1,0
2	30	-1,0	30	-1,5	50	-1,0
3	70	-2,0	150	-1,4	120	-1,0
4	90	-3,0	310	-3,6	200	0,0
5	110	-8,0	370	-0,6	230	0,0
6	190	-17,2	710	-9,1	500	0,0
7	410	-20,8	1090	-7,0	1600	-3,0
8			1730	-12,0	2300	-5,0
9			2510	-16,9	5000	-7,0

1.5 Выводы

В результате анализа, представленного в разделе 1, были сделаны следующие выводы. Метод OTDoA остаётся одним из наиболее перспективных подходов к позиционированию в сетях LTE благодаря возможности оценки разности времени прихода сигналов от нескольких синхронизированных базовых станций с использованием опорных сигналов PRS. Эти сигналы обладают высокой временной разрешающей способностью и специально разработаны для снижения уровня межсотовых помех.

НГКР служит теоретической мерой предельной точности оценки TOA. Проведённый анализ показал, что наилучшие значения НГКР достигаются при совместном использовании всех сигналов PSS, SSS PRS и CRS, причём вклад PRS в улучшение точности особенно заметен при увеличении числа ресурсных блоков, т.е. при увеличении полосы пропускания. Раздел 1 формирует теоретическую и методическую базу для дальнейшего анализа ошибок позиционирования, представленного в последующих разделах, и подчёркивает важность выбора типа опорного сигнала, полосы пропускания и модели канала многолучевости.

2 Исследование точности первичных измерений по оценкам времени прихода сигнала в условиях отсутствия прямой видимости

2.1 Постановка задачи

В настоящем разделе проводится исследование точности первичных измерений времени прихода сигнала TOA в условиях отсутствия прямой видимости NLOS, что

характерно для большинства реальных сценариев распространения радиосигналов в сетях LTE в мегаполисах. Основное внимание уделяется анализу влияния многолучевого распространения на снижение точности оценки времени прихода сигнала TOA.

Для достижения этой цели в разделе 2.2 формализуются модель MPEE на примере двухлучевого сценария (LOS + NLOS). В разделах 2.3 и 2.4 рассматриваются методы оценки среднего времени прихода сигнала TOA с использованием профиля мощности PDP и гистограмм ошибок оценки TOA, полученных методом MLE. В разделе 2.5 представлен метод оценки времени прихода по первому пику FPE, основанный на пороговом подходе. Для каждого из методов проводится количественная оценка точности первичных измерений TOA и анализ их применимости в различных условиях многолучевости и шумов.

2.2 Модели огибающей сигнала многолучевого канала

Влияние многолучевого канала на точность первичных измерений TOA можно исследовать с помощью огибающей ошибки многолучевого канала MPEE для сценария с двумя лучами: один прямой LOS и один отраженный NLOS. Эта метрика основана на оценке ошибки временной задержки, возникающей при добавлении к сигналу луча прямой видимости LOS модели одного многолучевого сигнала NLOS с заданной задержкой, мощностью и фазой [20].

Для расчета MPEE используется метод максимального правдоподобия MLE, рассматривающий модель двух лучей LOS и NLOS, как показано на рисунке 4.

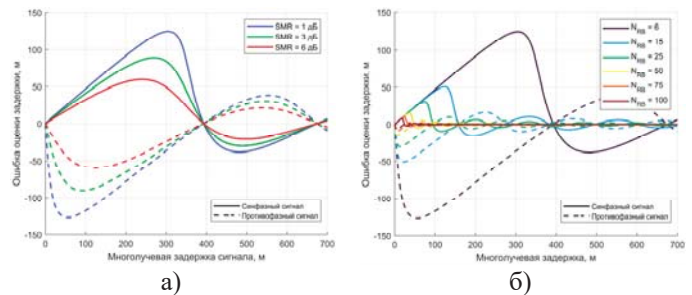


Рис. 4. MPEE для сигналов PRS (а – различные значения SMR, $N_{RB}=6$; б – SMR=1 дБ, различные числа РБ)

Метод MLE основан на корреляции принятого сигнала со сдвинутой и комплексно-сопряжённой версией опорного сигнала, который предполагается периодическим (т.е. круговая корреляция). Пик корреляции между принятым и переданным сигналом определяется из взаимно-корреляционной функции $R_{yx}(\tau)$ следующим образом [21]:

$$R_{yx}(\tau) = \sum_{n=0}^{N_\tau-1} y[n] \cdot x_c^*[n+n_\tau] \quad (3)$$

где $x_c^*[n]$ – циклически сдвинутая и сопряжённая версия исходного сигнала $x[n]$, $x[n]$ – переданный сигнал на интервале одного OFDM-символа, $y[n]$ – принятый сигнал на интервале одного OFDM-символа, n_τ – временная задержка в единицах дискретного времени. Оценка временной задержки

$\hat{\tau}$ определяется как [25]:

$$\hat{\tau} = \arg \max \left\{ \left| R_{yx}(\tau) \right|^2 \right\} \quad (4)$$

Для моделирования этих сценариев сначала создаётся PRS-сигнал $x[n]$ с помощью встроенной функции comm.GoldSequence среды MATLAB. Затем реализуется метод максимального правдоподобия для оценки задержки по формуле (3) и (4). При моделировании принимаемого сигнала $y[n]$ используют отношение прямого LOS к многолучевому NLOS сигналу SMR (Signal-to-Multipath Ratio).

Влияние отношения прямого к многолучевому сигналу SMR (выраженное в дБ) на ошибку оценки времени прихода сигнала TOA для сигнала PRS с наименьшей полосой пропускания ($N_{RB}=6$) показано на рисунке 4а, откуда следует вывод о том, что с увеличением SMR ошибка оценки времени прихода сигнала уменьшается как для случая синфазного, так и противофазного сложения сигналов.

Влияние ширины полосы сигнала PRS на ошибку оценки времени прихода сигнала для случая SMR, равного 1 дБ, показано на рисунке 4б, откуда следует вывод о том, что с увеличением числа ресурсных блоков N_{RB} (ширины полосы пропускания) ошибка оценки времени прихода сигнала уменьшается как для случая синфазного, так и противофазного сложения сигналов.

Результаты на рисунке 4 получены для деструктивного и конструктивного вклада многолучевого сигнала, когда отраженный луч находится в фазе (сплошная линия) и противофазе прямому лучу (пунктирная линия), соответственно.

Как видно из графиков на рисунке 4, максимальная ошибка оценки времени прихода сигнала TOA, вызванная одним отраженным лучом, может быть найдена для различных сценариев с помощью огибающей ошибки многолучевого канала МРРЕ. Тем не менее, оценка времени прихода сигналов TOA в реальном многолучевом канале усложняется из-за увеличения числа отраженных лучей. Данные обстоятельства говорят о том, что необходимо найти другую метрику для измерения влияния многолучевого канала на оценку TOA. Полученные на рисунке 4 оценки не противоречат известным исследованиям [21]. Далее рассматривается подход оценки среднего времени прихода сигнала в условиях многолучевости.

2.3 Оценка среднего времени прихода сигнала в условиях многолучевости

Реальные каналы распространения не ограничиваются двумя лучами, как в сценарии МРРЕ, а характеризуются несколькими задержками. Огибающая ошибки многолучевого канала показала, что вклад отраженных лучей в оценку времени прихода сигналов TOA в основном зависит от их задержки и относительной мощности. В некоторых случаях можно использовать среднюю задержку $\bar{\tau}$, или так называемый центр тяжести профиля задержек мощности PDP для аппроксимации ошибки оценки времени прихода сигнала TOA путем вычисления взвешенного среднего задержек с использованием квадрата амплитуд задержек, определяемого как [21]:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^K \tau_i |a_i|^2}{\sum_{i=1}^K |a_i|^2} \quad (5)$$

где τ_i – фиксированные задержки t_i в метрах, $|a_i|^2 = 10^{\overline{RP}_i/10}$ – относительная средняя мощность в линейном масштабе.

Однако эта метрика должна использоваться с поправкой на то, что она не всегда характеризует типичную оценку времени в реальном многолучевом канале. Основное ограничение связано с полосой пропускания сигнала, которая не учитывается в данной метрике, но определяет форму корреляционной функции. Как отмечено в [15], основной лепесток корреляционной функции сужается при увеличении полосы пропускания, что позволяет многолучевым компонентам принятого сигнала вносить независимый вклад в ошибку оценки времени прихода сигналов TOA. Этот эффект особенно заметен при высоких полосах пропускания, таких при $N_{RB}=75$ и $N_{RB}=100$.

Далее выполним имитационное моделирование для получения распределения ошибки оценки времени прихода сигнала TOA.

2.4 Гистограммы ошибки оценки времени прихода сигнала

Альтернативным инструментом оценки влияния многолучевости является функция плотности вероятности (ФПВ, PDF – Probability Density Function) ошибки оценки времени прихода сигнала TOA для конкретного канала. Данная ФПВ позволяет установить максимальное значение, которое ограничивает точность оценки времени прихода сигнала TOA стандарта LTE [21]. Для этого необходимо большое количество реализаций канала, чтобы охватить большинство возможных ошибок синхронизации, вызванных многолучевым каналом, с точки зрения статистики. Ошибки синхронизации получаются путем вычисления времени прихода сигнала TOA методом MLE для каждой реализации канала. Гистограмма полученных ошибок синхронизации показывает влияние канала на точность первичных измерений TOA. Этот анализ представляет интерес еще и потому, что позволяет оценить реальное влияние многолучевости, когда ничего не делается для ее компенсации [21]. В частности, поскольку многолучевые задержки в моделях каналов, указанных в LTE (т.е. EPA, EVA и ETU), постоянны во времени, мы устанавливаем влияние, оказываемое комплексным изменением амплитуды каждого многолучевого луча.

Существует метрика вычисления точности времени прихода сигналов TOA, которая может быть получена путем измерения центра тяжести функции плотности вероятности PDF гистограммы MLE $f(i)$. Эта метрика дает среднюю оценку точности TOA $\bar{\tau}_e$, выраженную по формуле [21]:

$$\bar{\tau}_e = \frac{\sum_{i=1}^L \tau_e(i) f(i)}{\sum_{i=1}^L f(i)} \quad (6)$$

где $\tau_e(i)$ – оценки точности времени прихода сигналов ТОА для гистограммного интервала i и L – число интервалов гистограммы.

Для проведения моделирования используется среда MATLAB. В начале инициализируются параметры многолучевого канала LTE, приведенные в таблице 1. Далее на передаче формируются сигналы, поступающие в модель многолучевого канала с АБГШ. Потом оценивается точность времени прихода сигналов методом MLE. Полученные гистограммы показаны на рисунке 5 для 10000 реализаций каналов и использования сглаживающего фильтра Savitzky-Golay FIR. ФПВ каналов EPA, EVA и ETU также добавляется для того, чтобы определить, какой луч или группа лучей могли вызвать определенную ошибку. Результаты моделирования сведены в таблицу 2. Значения $\bar{\tau}$ рассчитываются по (5), а значения $\bar{\tau}_e$ рассчитываются по (6).

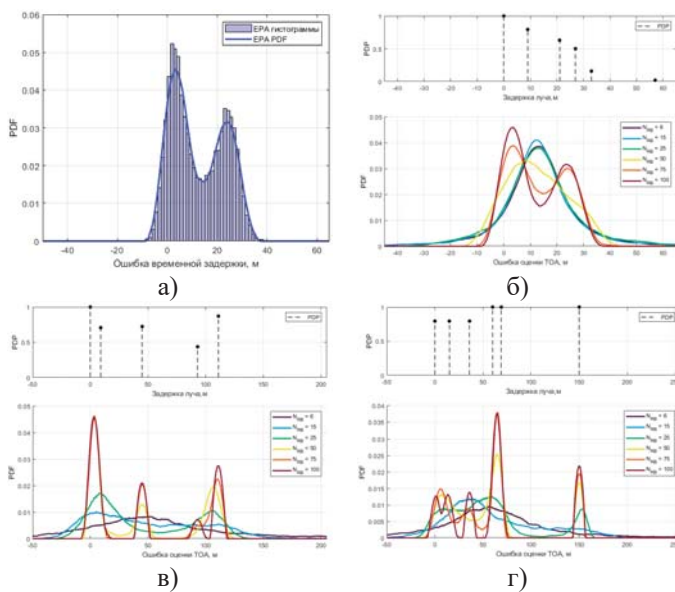


Рис. 5. Гистограммы ошибок временной задержки методом MLE (а – канал EPA, $N_{RB}=100$; б – канал EPA, разные числа РБ; в – канал EVA, разные числа РБ; г – канал ETU, разные числа РБ)

Таблица 2

Результаты вычисления $\bar{\tau}$ и $\bar{\tau}_e$

N_{RB}	Канал EPA		Канал EVA		Канал ETU	
	$\bar{\tau}$, м	$\bar{\tau}_e$, м	$\bar{\tau}$, м	$\bar{\tau}_e$, м	$\bar{\tau}$, м	$\bar{\tau}_e$, м
6	12,97	13,32	47,13	64,63	59,36	66,03
15	12,97	13,26	47,13	51,75	59,36	59,92
25	12,97	13,25	47,13	46,99	59,36	55,81
50	12,97	12,61	47,13	45,2	59,36	54,5
75	12,97	12,59	47,13	44,79	59,36	57,56
100	12,97	12,34	47,13	42,93	59,36	60,15

Из таблицы 2 следует, что оценки метрики $\bar{\tau}_e$ зависят от ширины полосы сигнала, в то время как среднее время задержки или центр тяжести PDP $\bar{\tau}$ не меняется. Таким образом, полученные результаты могут привести к более точной оценке возможностей позиционирования. Кроме того, полученные гистограммы могут быть использованы для

определения влияния каждой многолучевой компоненты (МЛК) на погрешность определения расстояния. Тем не менее, расчет гистограммы ошибок времени MLE предполагает высокую вычислительную нагрузку из-за большого количества необходимых реализаций. Эти результаты не противоречат известным исследованиям [21].

Как и следовало ожидать, распределение PDP характеризует влияние многолучевого канала на ошибку оценки времени прихода сигнала ТОА. Например, гистограммы для канала EPA, представленные на рисунке 5б, показывают МЛК, которые концентрируют существенную часть энергии. Этот эффект более выражен для каналов EVA и ETU, показанных на рисунках 5в и 5г соответственно, из-за их большей дисперсии задержки по сравнению с каналом EPA. Для сигналов PRS с более широкой полосой, МЛК можно идентифицировать из распределений ошибки оценки времени прихода сигнала ТОА. Используя гистограмму ошибки оценки времени прихода, средняя оценка точности ТОА $\bar{\tau}_e$ составляет около 13 метров для канала EPA, 48 метров для канала EVA и 59 метров для канала ETU, что соответствует средней задержке $\bar{\tau}$.

Далее с использованием полученных оценок выполним сравнение точности с методом FPE в следующем разделе.

2.5 Метод оценки по первому пику FPE

Метод оценки времени прихода сигнала ТОА по первому пику FPE, также известный как пороговый метод (Threshold-based Estimator), является широко известным подходом и активно используется для оценки точности первичных измерений ТОА в условиях многолучевости. Его фундаментальный принцип заключается в определении точности первичных измерений времени прихода сигнала по обнаружению самого раннего пика в функции взаимной корреляции между принятым сигналом и известным опорным сигналом, при условии, что амплитуда этого пика превышает заранее заданный пороговый уровень Λ_{thr} .

Ошибка оценки точности первичных измерений ТОА определяется следующим образом [25]:

$$\hat{\tau} = \min_{\tau_{min} \leq \tau \leq \tau_{max}} \{\tau\} \text{ при условии } \Lambda(\tau) \geq \Lambda_{thr} \quad (7)$$

где τ_{min} и τ_{max} – минимальное и максимальное значение оценки точности времени прихода сигнала ТОА, Λ_{thr} – пороговое значение функции правдоподобия $\Lambda(\tau)$, а функция правдоподобия имеет вид [25]:

$$\Lambda(\tau) = |R_{yx}(\tau)|^2 \quad (8)$$

Проблема определения первого пика в функции правдоподобия заключается в выборе такого порога, выше которого можно предположить, что обнаруженные пики соответствуют путям прихода полезного сигнала. Выбор слишком низкого порога вызывает обнаружение пика, который не представляет луч прихода полезного сигнала. С другой стороны, выбор слишком высокого порога приводит к тому, что детектор пиков пропускает первый луч прихода; при выборе самого высокого порога выбор начинает работать по критерию максимального правдоподобия. Порог Λ_{thr}

может быть вычислен несколькими методами. Выполненное далее моделирование позволяет оценить точность первичных измерений времени прихода сигнала TOA пороговым методом, как указано в [25]:

$$\Lambda_{thr} \approx \Lambda_{max} / 4 \quad (9)$$

где Λ_{max} – максимальное значение функции правдоподобия.

На рисунке 6а представлен пример случайной реализации многолучевого канала EPA и соответствующие результаты вычисления корреляционных функции одного OFDM-символа для сигнала PRS при использовании 100 ресурсных блоков в модели канала АБГШ с отношением SNR=25 дБ. На рисунке 6б изображены функции правдоподобия $\Lambda(\tau)$ с указанием порога Λ_{thr} и значение ошибки оценки точности первичных измерений TOA $\hat{\tau}$, которые вычислены по (8), (9), (7) соответственно.

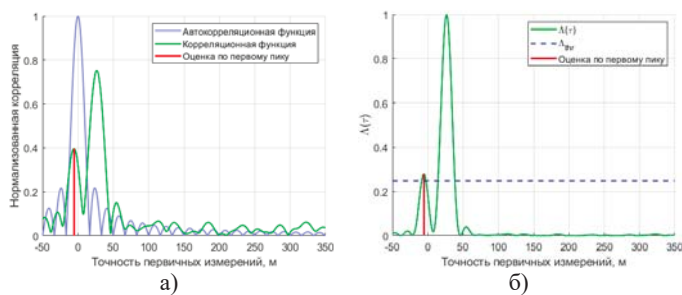


Рис. 6. Пример оценки точности TOA по первому пику (а – график корреляционных функции; б – график функции правдоподобия)

Используя многократное (10000 итераций) повторение описанной выше процедуры, можно вычислить интегральную функцию распределения (ИФР, CDF – Cumulative Density Function) ошибок оценки TOA для определенного SNR, модели канала и полосы пропускания сигнала. Полученные CDF ошибок оценки TOA для моделей каналов EPA, EVA и ETU с SNR=25 дБ показаны на рисунках 7а, 7б и 7в соответственно.

Из рисунка 7 видно, что с увеличением полосы пропускания сигналов (число используемых РБ) точность первичных измерений TOA повышается. Как видно, случайные реализации многолучевости в моделях EVA и ETU приводят к большим ошибкам оценки TOA, чем в модели EPA, особенно для низких полос пропускания сигнала (например, 6 RB). При низких полосах пропускания текущая процедура будет показывать результаты, аналогичные средней оценке точности (см. раздел 3.4), поскольку все МЛК совместно способствуют ошибке оценки TOA, формируя единственный пик на функции корреляции. Таким образом, средняя задержка PDP $\bar{\tau}$ составляет около 50% случаев CDF, как видно из рисунков 7в. Большие ошибки псевдодалности, полученные в случае EVA и ETU, в основном вызваны разбросом вклада многолучевости из-за большего разброса задержек по сравнению с случаем EPA. Для того чтобы иметь представление о типичных ошибках первичных измерений TOA, в этих сценариях, выбираются 67% и 95% квантили вычисленной CDF.

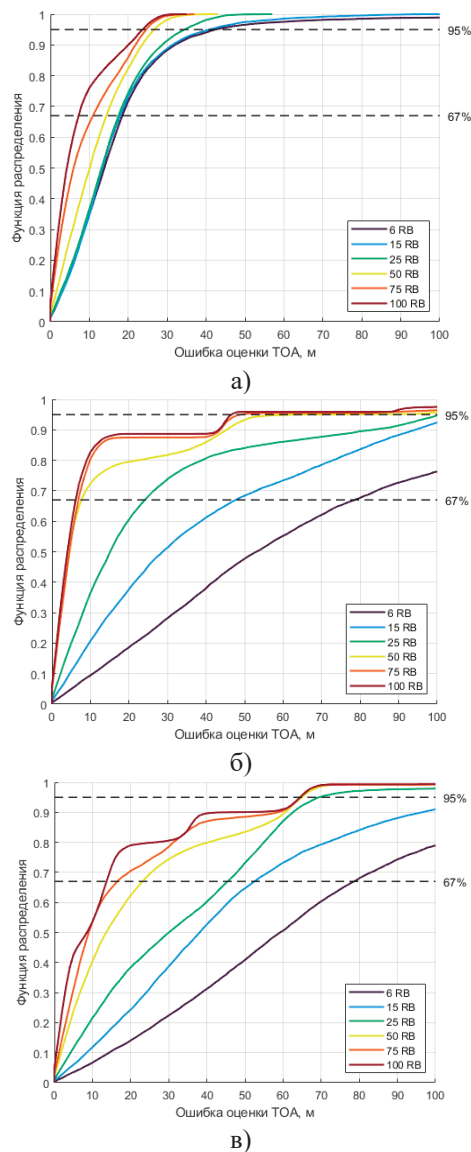


Рис. 7. Результаты псевдодалности методом FPE для одного OFDM-символа при SNR=25 дБ: а – CDF канал EPA; б – CDF канал EVA; в – CDF канал ETU

2.6 Выводы

В разделе 2 были рассмотрены и проанализированы различные методы оценки времени прихода сигнала TOA в условиях отсутствия прямой видимости NLOS. На основе теоретического анализа и численного моделирования были получены следующие основные выводы. Оценку TOA можно найти в первом приближении с помощью огибающей ошибки многолучевого канала MPPEE, но в реальном многолучевом канале оценка усложняется из-за увеличения числа отраженных лучей. Методы оценки среднего времени прихода сигнала на основе PDP и гистограмм ошибок временной задержки, полученных методом MLE, позволяют оценить влияние многолучевости на TOA. Однако эти методы не учитывают полной структуры многолучевого сигнала и искажение корреляционной функции, возникающее в условиях ограниченной полосы пропускания и шумов, что снижает точность оценки.

Параметры для моделирования

Параметр	Характеристика
Несущая частота	2 ГГц
Ширина полосы частот	1,4; 10 МГц
Частота дискретизации	1,92; 15,36 МГц
Размер БПФ	128, 1024
Топология сот	Гексагональная
Количество eNB	19
Расстояние между eNB	750 м
Модель антенны eNB	eNB с тремя секторами
Модель антенны UE	Всенаправленная
Модель канала	EPA, EVA, ETU

3 Исследование точности оценок координат разностно-дальномерным методом по первичным измерениям времени прихода сигнала в условиях отсутствия прямой видимости

3.1 Постановка задачи

Моделирование проводится на типичной сотовой гексагональной структуре сети радиодоступа при условии, что базовые станции полностью синхронизированы. Согласно сценарию по с координированному развертыванию сети, изложенному в отчете 3GPP TR 36.942 [13], 19 базовых станций расположены согласно рисунку 8.

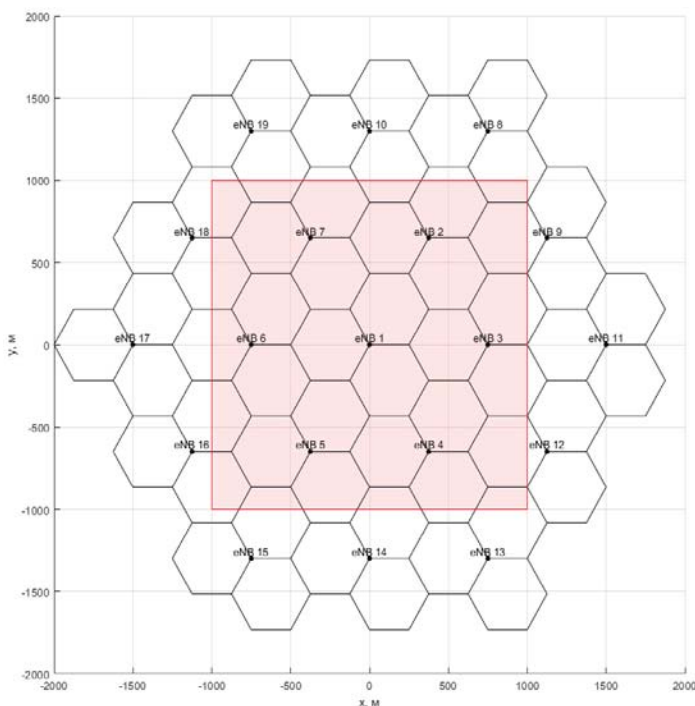


Рис. 8. Топология eNB и UE для моделирования

Сценарий смоделирован в MATLAB для двух полос частот: 1,4 и 10 МГц. Местоположения каждой eNB фиксированы, а UE находится на плоскости в области размером 2000×2000 м² (красная зона на рис. 8) с шагом 20 м.

Параметры сценария моделирования представлены в таблице 3.

3.2 Сценарии вычисления отношение сигнал/(шум+помеха) в сетях LTE

Отношение сигнал/(шум+помеха) SINR (Signal to Interference plus Noise Ratio) является ключевым параметром оценки качества радиоканала и определяется как отношение мощности полезного сигнала к суммарной мощности шумов и интерференционных помех [21]:

$$SINR = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}} + P_{\text{interference}}}$$

где P_{signal} – мощность полезного сигнала, P_{noise} – мощность шума, $P_{\text{interference}}$ – мощность помех.

SINR определяет качество принимаемого сигнала: более высокие значения показателя свидетельствуют о преобладании полезного сигнала над помеховыми и шумовыми составляющими, что обеспечивает более надежную передачу данных и опорных сигналов, по которым выполняются первичные измерения TOA.

Существует 3 основных сценарии для расчета SINR в сетях LTE: нескоординированная сеть, подавление интерференции и скоординированная сеть [21].

В нескоординированной сети межсотовые помехи возникают из-за повторного использования частот соседними eNB. Хотя это повышает спектральную эффективность, мощный сигнал обслуживающей соты может маскировать ослабленные сигналы от соседних сот (известный эффект «ближней-дальней зоны»). При позиционировании на интервале передачи опорных сигналов оператор сети самостоятельно управляет порядком их передачи, что может привести к интерференции от соседних сот. В результате сеть функционирует в нескоординированном режиме, что в контексте приема опорных сигналов ухудшает SINR [21]:

$$SINR = \frac{P_{rx,i}}{\sum_{j \neq i} P_{rx,j} + N_{rx}} \quad (10)$$

где $P_{rx,i}$ – мощность принятого UE сигнала от обслуживающей i -й eNB, $P_{rx,j}$ – мощность принятого UE сигнала от j -й eNB, N_{rx} – уровень шума приемника UE.

Для снижения влияния межсотовых помех используют сценарии подавления интерференции. Основной принцип заключается в последовательном восстановлении и вычитании наиболее мощного помехового сигнала и сигнала обслуживающей eNB из общего принятого сигнала, что позволяет выделить полезные составляющие от соседних станций. SINR в данном случае можно выразить как [21]:

$$SINR = \frac{P_{rx,i}}{\sum_{\substack{j \neq i \\ j \neq m}} P_{rx,j} + N_{rx}} \quad (11)$$

где $P_{rx,m}$ – мощность принятого UE сигнала от самой сильной eNB. Применение данного подхода повышает точность позиционирования, однако ошибки при демодуляции сигнала от самой сильной eNB могут негативно повлиять на процесс подавления помех, а в некоторых случаях даже усилить интерференцию.

Данный эффект можно минимизировать, если источником помех являются опорные сигналы, такие как PSS, SSS или CRS. В 9-м релизе LTE были предложены опорные сигналы позиционирования PRS, использование которых делает возможным формирование сценария скоординированной сети. Скоординированная сеть характеризуется исключением одновременной передачи PRS от нескольких eNB на одной и той же частоте или в одном и том же временном слоте. Это позволяет существенно снизить уровень межсотовых помех; в частности, отсутствие передачи данных в PRS-субкадре способствует минимизации помех.

Хотя реализация данной схемы снижает спектральную эффективность, предотвращение интерференции настолько эффективно, что SINR можно приблизительно считать равным отношению сигнал-шум SNR [21]:

$$SINR = SNR = \frac{P_{rx,i}}{N_{rx}} \quad (12)$$

Рисунок 9 показывает результаты оценки SINR при моделировании по (10), (11), (12) в виде тепловых карт для разных сценариев вычисления с обслуживающей eNB1.

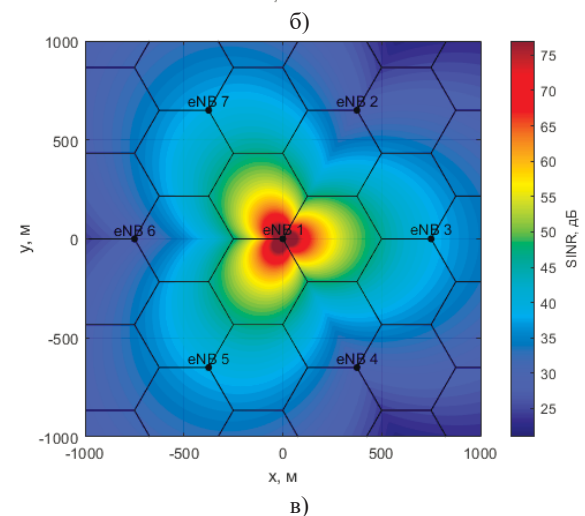
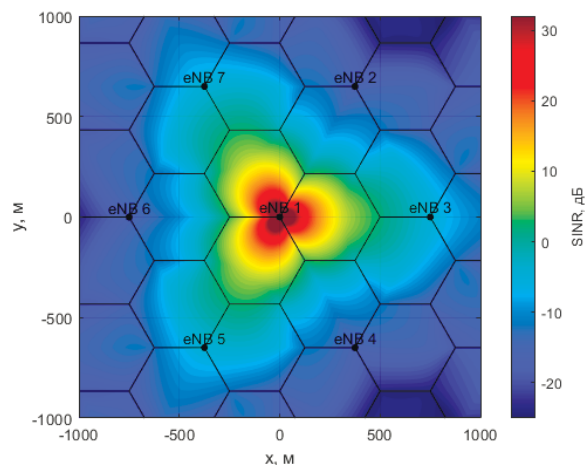
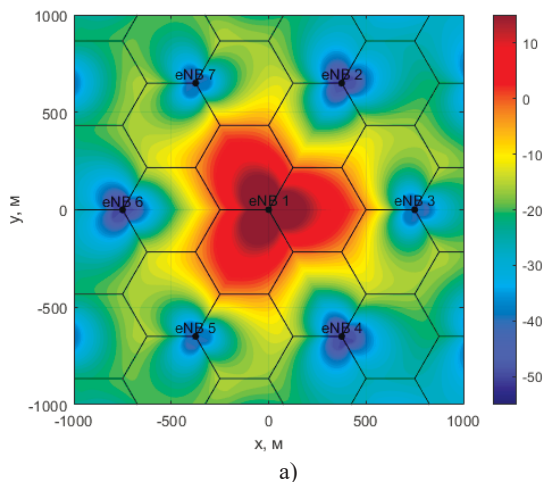


Рис. 9. Тепловая карта SINR с обслуживающей eNB1: а – нескоординированная сеть; б – подавление интерференции; в – скоординированная сеть

В последующих разделах будут рассмотрены сценарии подавления интерференции и скоординированной сети, в которых для целей позиционирования используются соответственно сигналы CRS и PRS.

3.3 Оценка влияния помех на точность позиционирования методом OTDoA

Предположим, что $\mathbf{x} = [x, y]^T$ – неизвестные координаты UE; $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i]^T$ – известные координаты eNB_i, где $i = 1, 2, \dots, L$; L – число сигналов от самых мощных eNB, выбрано в заданном области (в данном моделировании $L=5$); $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}, \hat{y}]^T$ – оценка координат UE. Тогда расстояние r_i между UE и eNB_i определяется как [26]:

$$r_i = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\| = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}, i = 1, 2, 3, \dots, L \quad (13)$$

где $\|\cdot\|$ – Евклидова норма вектора. Из (13) разности дальности $\Delta R_{1,i}$ между eNB_i и eNB₁ можно оценить как [26]:

$$\mathbf{f}_{\text{TDOA}}(\mathbf{x}) = \Delta R_{i,j} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} - \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} \\ \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} - \sqrt{(x-x_3)^2 + (y-y_3)^2} \\ \dots \\ \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} - \sqrt{(x-x_L)^2 + (y-y_L)^2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Матрица Якоби \mathbf{H} определяется из уравнений (14) по координатам приемника UE [26]:

$$\mathbf{H} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}_{\text{TDOA}}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{x-x_1}{R_1} - \frac{x-x_2}{R_2} & \frac{y-y_1}{R_1} - \frac{y-y_2}{R_2} \\ \frac{x-x_1}{R_1} - \frac{x-x_3}{R_3} & \frac{y-y_1}{R_1} - \frac{y-y_3}{R_3} \\ \dots & \dots \\ \frac{x-x_1}{R_1} - \frac{x-x_L}{R_L} & \frac{y-y_1}{R_1} - \frac{y-y_L}{R_L} \end{bmatrix}$$

Геометрический фактор снижения точности позиционирования GDOP (Geometric Dilution of Precision) определяется по формуле [26]:

$$\text{GDOP} = \sqrt{(\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H})^{-1}} \quad (15)$$

Информационная матрица Фишера FIM $\mathbf{I}(\mathbf{x})$ вычисляется по формуле [21]:

$$\mathbf{I}(\mathbf{x}) = (\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{H})^{-1} \quad (16)$$

где \mathbf{R} – матрица ковариации для целевой функции \mathbf{f}_{TDOA} , определена по формуле:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 + \sigma_2^2 & \sigma_1^2 & \dots & \sigma_1^2 \\ \sigma_1^2 & \sigma_1^2 + \sigma_3^2 & \dots & \sigma_1^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_1^2 & \sigma_1^2 & \dots & \sigma_1^2 + \sigma_L^2 \end{pmatrix}$$

где σ_i – стандартное отклонение, определяемое среднеквадратичной ошибкой (СКО) временной задержки для сигнала, переданного от eNB_{*i*}.

НГКР для оценки координат x и y задается компонентами $[\mathbf{I}(\mathbf{x})]_{1,1}$ и $[\mathbf{I}(\mathbf{x})]_{2,2}$ соответственно, поэтому совокупная НГКР для вектора оценки координат UE на плоскости \mathbf{x} , обозначаемая как $\text{CRLB}(\mathbf{x})$, определяется из выражения:

$$\text{CRLB}(\mathbf{x}) = [\mathbf{I}(\mathbf{x})]_{1,1} + [\mathbf{I}(\mathbf{x})]_{2,2}$$

Ошибка оценки координат UE в метрах относительно истинного местоположения вычисляется как [21]:

$$\varepsilon_x = \sqrt{\text{trace}(\mathbf{I}(\mathbf{x}))} \quad (17)$$

Пять значений SINR от пяти самых мощных eNB, которые получили в прошлом разделе, используются для вычисления матрицы ковариации \mathbf{R} с помощью (2). Результатами оценки $\text{CRLB}(\tau)$ от eNB_{*i*} является стандартное отклонение σ_i . Далее выполняется вычисление GDOP по (15) и установление НГКР ошибки точности оценки координат на плоскости по (16) и (17). Результаты представлены на рисунках 10 и 11.

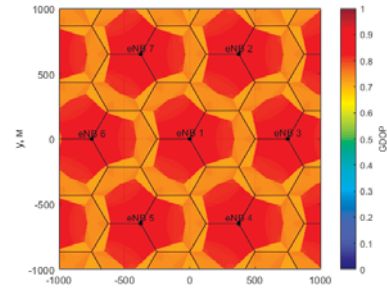


Рис. 10. GDOP

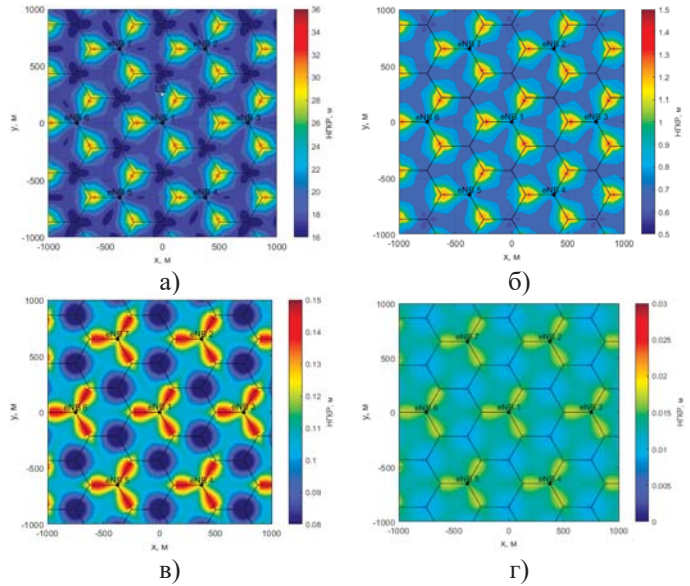


Рис. 11. Тепловая карта НГКР

(а – подавление интерференции, 1,4 МГц; б – подавление интерференции, 10 МГц; в – скоординированная сеть, 1,4 МГц; г – скоординированная сеть, 10 МГц)

3.4 Оценка влияния помех и многолучевости на точности позиционирования методом OTDoA

В предыдущих разделах рассматривалось влияние шума, многолучевого канала и отношения SINR на опорные сигналы отдельно при оценке точности первичных измерений TOA. Однако для получения более достоверной оценки необходимо учитывать совокупное влияние всех указанных факторов в сценарии подавления интерференции (при использовании сигналов CRS) и скоординированной сети (при использовании сигналов PRS), применительно к условиям распространения сигнала: пешеходной, автомобильной и городской средам, моделируемым с помощью каналов EPA, EVA и ETU соответственно. Значение SINR рассчитывается от пяти наиболее сильных eNB, как описано в разделе 3.3, при полосе пропускания 1.4 или 10 МГц.

После добавления АБГШ к сигналу его автокорреляционная функция свёртывается с импульсной характеристикой конкретной модели многолучевого канала. Далее применяется метод оценки первого пика (описано в разделе 2.5) для вычисления интегральной функции распределения CDF ошибок псевдодалности. Наконец, для конкретного SINR, модели канала и ширины полосы сигнала берутся значения 67% или 95% CDF, чтобы получить погрешность оценок

координат UE с НГКР для позиционирования методом OTDoA.

Результаты моделирования для одного OFDM-сигнала в сценарии подавления интерференции и скоординированной сети представлены на рисунках 12 и 13 соответственно.

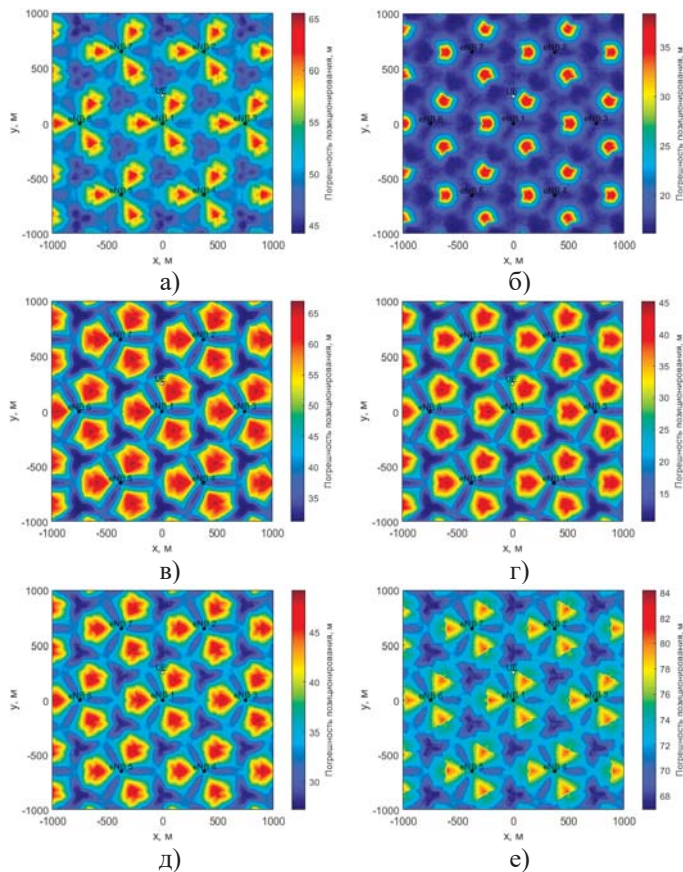


Рис. 12. Тепловая карта погрешности позиционирования для одного OFDM-символа в сценарии подавления интерференции LTE (а – 67% CDF канала EPA, 1,4 МГц; б – 67% CDF канала EPA, 10 МГц; в – 95% CDF канала EPA, 10 МГц; г – 67% CDF канала EVA, 10 МГц; д – 67% CDF канала ETU, 10 МГц; е – 95% CDF канала ETU, 10 МГц)

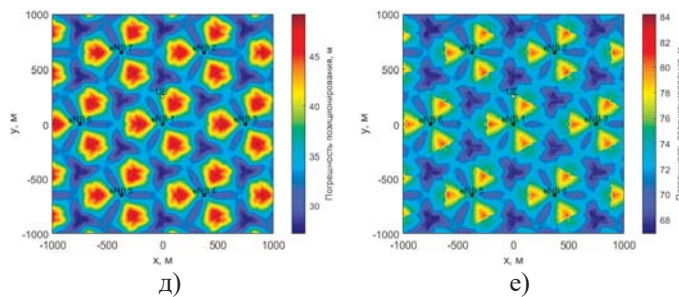
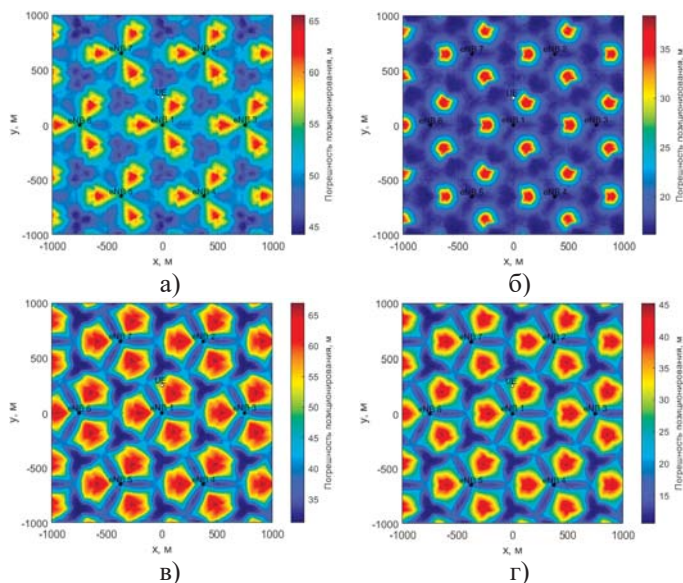


Рис. 13. Тепловая карта погрешности позиционирования для одного OFDM-символа в сценарии скоординированной сети LTE (а – 67% CDF канала EPA, 1,4 МГц; б – 95% CDF канала EPA, 1,4 МГц; в – 67% CDF канала EPA, 10 МГц; г – 95% CDF канала EPA, 10 МГц; д – 67% CDF канала EVA, 10 МГц; е – 67% CDF канала ETU, 10 МГц)

Таблица 4 показывает результаты моделирования в местоположения UE $x = (0, 200)^T$.

Таблица 4

Результаты моделирования в местоположения $x = (0, 200)^T$

		Погрешность позиционирования, м	
Канал EPA, 1,4 МГц			
Подавление интерференции	67% CDF	54,04	
	95% CDF	115,6	
Скоординированная сеть	67% CDF	17,8	
	95% CDF	41,4	
Канал EPA, 10 МГц			
Подавление интерференции	67% CDF	22,2	
	95% CDF	61,5	
Скоординированная сеть	67% CDF	14,1	
	95% CDF	25,3	
Канал EVA, 10 МГц			
Подавление интерференции	67% CDF	30,4	
	95% CDF	73,2	
Скоординированная сеть	67% CDF	7,5	
	95% CDF	53,5	
Канал ETU, 10 МГц			
Подавление интерференции	67% CDF	40,2	
	95% CDF	75,2	
Скоординированная сеть	67% CDF	21,8	
	95% CDF	55,6	

Результаты из рисунков 12 и 13 можно сравнить с результатами при отсутствии многолучевости на рисунке 11. Как можно заметить, лучшая точность позиционирования находится вокруг бариецентра каждой группы из трех ближайших базовых станций. Для сценарии скоординированной сети и канала EPA с использованием полосы пропускания 1,4 МГц самая низкая ошибка позиционирования составляет около 17 и 39 метров в 67% и 95% случаев, как показано на рисунках 13а и 13б соответственно.

Эти погрешности позиционирования могут быть улучшены, если ширина сигнала увеличивается до 10 МГц, что приводит к погрешности позиционирования около 13,5 и 24,5 метров в 67% и 95% случаев для канала EPA, как показано на рисунках 13в и 13д соответственно. Подобные результаты можно получить только для канала ETU и EVA при использовании широких полос, как на рисунках 13г и 13е, из-за

более высокого среднего запаздывания импульсной характеристики канала, как упоминалось в предыдущем разделе. Как можно заметить, эти результаты сильно зависят от модели канала и метода оценки ТОА.

Наблюдаемая тенденция сохраняется и в случае сценария подавления интерференции, однако значение погрешности позиционирования оказывается значительно выше по сравнению со случаем скоординированной сети. Это объясняется различием в уровне SINR между двумя сценариями, что наглядно представлено в разделе 3.2 и на рисунке 9. В частности, уровень SINR в скоординированной сети достигает от 25 до 80 дБ, тогда как в условиях подавления интерференции он ограничен диапазоном от 20 до 30 дБ. Для канала EPA при полосе пропускания 10 МГц минимальная ошибка позиционирования в этом случае составляет около 16 и 35 метров в 67% и 95% случаев на рисунках 12б и 12в соответственно. Эти значения близки к результатам, полученным для полосы 1,4 МГц в сценарии скоординированной сети, что свидетельствует о высокой эффективности скоординированной сети (при использовании сигналов PRS) для решения задачи позиционирования.

3.5 Выводы

Проведено моделирование точности позиционирования UE в сетях LTE с использованием метода OTDoA в условиях отсутствия прямой видимости NLOS. В рамках моделирования была рассмотрена модель гексагональной сотовой структуры сети, а также определены параметры и характеристики, необходимые для построения реалистичных сценариев распространения сигнала. Исследованы три основных подхода к вычислению отношения SINR в сетях LTE: несинхронизированная сеть, сценарий подавления интерференции и синхронизированная сеть. На основе полученных карт распределения SINR для каждого сценария были рассчитаны значения НГКР, характеризующие предельную точность оценки координат UE на плоскости.

Оценки НГКР далее используются для сравнительного анализа с результатами моделирования ошибок позиционирования, учитывающего совместное влияние шума, межсотовых помех и многолучевости, представленного в разделе 3.4. Проведённый анализ в разделе 3 представляет собой основу для всестороннего установления погрешностей позиционирования в сетях LTE и создаёт предпосылки для повышения точности определения местоположения в реальных условиях.

Заключение

Влияние типичных моделей канала, особенно их многолучевого распространения, на оценку точности первичных измерений ТОА было оценено для возможностей позиционирования в сетях LTE. Для предварительной оценки влияния мощности многолучевого сигнала, задержки многолучевого сигнала и полосы пропускания сигнала использована двухлучевая модель (один прямой LOS и один отраженный NLOS) и метрика огибающей ошибки многолучевого канала MPPE. Из-за ограничений этой метрики далее была рассчитана средняя задержка $\bar{\tau}$ на основе профиля задержек мощности PDP и средняя оценка точности ТОА $\bar{\tau}_c$ на основе гистограммы

ошибок временной задержки методом MLE, которая вычисляется для традиционных моделей канала LTE. Однако оба указанных метода не учитывают влияние многолучевости на сигнал LTE в реальных условиях, поэтому был рассмотрен метод оценки ТОА по первому пику FPE. Проблема данного метода заключается в выборе такого порога, выше которого можно предположить, что обнаруженные пики соответствуют путям прихода полезного сигнала.

Проанализирована точность первичных измерений и оценок координат для одного OFDM-символа опорных сигналов с учетом воздействия шума, межсотовых помех и многолучевости. Для этого был вычислен бюджет канала пяти самых мощных базовых станций относительно местоположения UE для каждой позиции в сценарии подавления помех и скоординированной сети. Полученные значения отношения сигнал/(шум+помеха) SINR были использованы для определения уровня шума АБГШ, который был добавлен к сигналу. Автокорреляция сигнала с шумом была свёрнута с импульсной характеристикой канала типичной модели многолучевости. Затем был использован метод оценки по первому пику для вычисления ошибок времени прихода сигнала ТОА для каждой реализации канала. Типичные значения псевдодальности были вычислены с квантилем 67% и 95% интегральной функции распределения CDF полученных ошибок оценки ТОА. Эти псевдодальности в конечном итоге были использованы для вычисления ошибки позиционирования с помощью НГКР для позиционирования методом OTDoA. Полученные значения точности позиционирования в случае сценария подавления интерференции оказались ниже по сравнению со сценарием скоординированной сети из-за уровня SINR между двумя сценариями.

Для скоординированной сети при минимальной полосе пропускания LTE (т.е. 1,4 МГц), были обнаружены типичные ошибки позиционирования около 17 и 39 метров в 67% и 95% случаев для канала EPA соответственно. Эти результаты улучшаются для полосы пропускания сигнала 10 МГц до 13,5 и 24,5 метров в 67% и 95% случаев для того же канала соответственно. Подобные результаты можно получить только для канала ETU и EVA при использовании широких полос из-за более высокого среднего запаздывания импульсной характеристики канала. Эти результаты сильно зависят от модели канала и метода оценки ТОА. Таким образом, в данной работе была предложена методология для теоретического анализа ошибок позиционирования в сетях LTE, и были представлены предварительные результаты для сценариев подавления помех и скоординированной сети LTE.

Результаты, представленные в этом моделировании, имеют некоторые ограничения. Во-первых, в работе предполагается идеальная синхронизация между базовыми станциями, что в реальных условиях может быть затруднено и повлиять на точность измерений времени прихода сигнала ТОА. Кроме того, техника подавления межсотовых помех рассматривается как идеальная и не учитывает возможные искажения, возникающие при совместной передаче в реальных сетях. Существенным ограничением также является высокая чувствительность результатов к методу выбора порога в алгоритме оценки ТОА по первому пику FPE. Эффективность этого метода во многом зависит от корректной настройки порогового значения, особенно в условиях низкого отношения сигнал/шум.

Ещё одним важным ограничением является то, что моделирование выполнено только для одного OFDM-символа, тогда как использование опорных сигналов на интервале нескольких OFDM-символов при их накоплении может значительно повысить точность оценки координат.

В дальнейшем предполагается более детальное исследование поведения метода FPE, включая разработку адаптивных стратегий выбора порога и сравнение с современными методами оценки ТОА на интервале нескольких OFDM-символов.

Актуальным направлением является адаптация предложенной методологии для применения в сетях пятого поколения 5G с учётом широкополосных сигналов, многоканальной передачи, технологии Massive MIMO и агрегации несущих, что открывает новые возможности для высокоточного позиционирования.

Литература

1. Gao Y., Jing H., Dianati M., Hancock C. M., Meng X. Performance Analysis of Robust Cooperative Positioning Based on GPS/UWB Integration for Connected Autonomous Vehicles // IEEE Transactions on Intelligent Vehicles. 2023. Vol. 8, № 1. P. 790-802. DOI: 10.1109/TIV.2022.3144341.
2. Rajchowski P., Correia L. M., Tareco P., Cwalina K. K. Modeling 5G-NR-Based Positioning Accuracy in Urban Environments // IEEE Access. 2025. Vol. 13. P. 49050-49061. DOI: 10.1109/ACCESS.2025.3551841.
3. Abuyaghi M., Si-Mohammed S., Shaker G., Rosenberg C. Positioning in 5G Networks: Emerging Techniques, Use Cases, and Challenges // IEEE Internet of Things Journal. 2025. Vol. 12, № 2. P. 1408-1427. DOI: 10.1109/IJOT.2024.3487822.822
4. Fokin G., Ryutin K., Komissarov A., Grigoriev V. Software-Defined Radio Network Positioning Technology Design. Synchronization Refinement // 2024 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Vyborg, Russian Federation. 2024. P. 1-6. DOI: 10.1109/SYNCHROINFO61835.2024.10617863.
5. Navarro L. A., Tiberius C. C. J. M., Janssen G. J. M. Maximum Likelihood Time-Delay Estimation in Multipath Channels with Two- and Three-Paths Models Using OFDM // 2025 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS), Salt Lake City, UT, USA. 2025. P. 968-979. DOI: 10.1109/PLANS61210.2025.11028343.
6. Wang P. Signal Tracking and Multipath Mitigation for Cellular-Based Positioning // Handbook of Wireless Positioning. 2025. P. 1-32. DOI: 10.1007/978-981-99-1650-4_62-1.
7. Winter A., Morrison A., Sokolova N. Analysis of 5G and LTE Signals for Opportunistic Navigation and Time Holdover // Sensors. 2023. Vol. 24, № 1. P. 213. DOI: 10.3390/s24010213.
8. Wang X., Zhao X., Zhang Y., Wang Y., Shao J., Qu X. Research on OTDOA Positioning Method for 5G in Multipath Channel // 2023 4th International Conference on Computer Engineering and Intelligent Control (ICCEIC), Guangzhou, China. 2023. P. 263-269. DOI: 10.1109/ICCEIC60201.2023.10426731.
9. Wang P., Morton Y. J. Impact Analysis of Intercell Interference in Cellular Networks for Navigation Applications // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2023. Vol. 59, № 1. P. 685-694. DOI: 10.1109/TAES.2022.3186970.
10. Alghisi M., Biagi L. Positioning with GNSS and 5G: Analysis of Geometric Accuracy in Urban Scenarios // Sensors. 2023. Vol. 23. P. 2181. DOI: 10.3390/s23042181.
11. Gonzalez-Garrido A., Querol J., Chatzinotas S. 5G Positioning Reference Signal Configuration for Integrated Terrestrial/Non-Terrestrial Network Scenario // 2023 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS), Monterey, CA, USA. 2023. P. 1136-1142. DOI: 10.1109/PLANS53410.2023.10140024.
12. Kim S., Jung H., Kim S. 5G Positioning Performance Analysis with 3GPP Macro Cell Environment // 2024 15th International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC), Jeju Island, Korea, Republic of. 2024. P. 1286-1289. DOI: 10.1109/ICTC62082.2024.10827788.
13. 3GPP TR 36.942. Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Radio Frequency (RF) system scenarios. Release 18. V18.0.0. 2024-03.
14. Фокин Г. А., Волгушев Д. Б. Использование SDR-технологии для задач сетевого позиционирования. Модели приема и обработки опорных сигналов LTE // Вестник СибГУТИ. 2022. № 3. С. 62–83. DOI: 10.55648/1998-6920-2022-16-3-62-83. EDN: GYVODU.
15. Хыа Х. К., Фокин Г. А., Рютин К. Е. Позиционирование устройств в сетях LTE. Часть 3. Исследование корреляционных функций опорных сигналов // Информационные технологии и телекоммуникации. 2024. Т. 12. № 4. С. 22-37. DOI: 10.31854/2307-1303-2024-12-4-22-37. EDN: TFCKCC.
16. Wang P., Morton Y. J. Performance Comparison of Time-of-Arrival Estimation Techniques for LTE Signals in Realistic Multipath Propagation Channels // NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation. 2020. Vol. 67, № 4. P. 691-712. DOI: 10.1002/navi.395.
17. Huang M., Zhu C., Dammann A. Maximum likelihood TOA and OTDOA estimation with first arriving path detection for 3GPP LTE system // Transactions on Emerging Telecommunications Technologies. 2014. Vol. 27. DOI: 10.1002/ett.2871.
18. Alhafid A. Kh., Younis S. Observed Time Difference of Arrival Based Position Estimation for LTE Systems: Simulation Framework and Performance Evaluation // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2020. Т. 3, № 9(105). С. 20-28. DOI: 10.15587/1729-4061.2020.201382.
19. Del Peral-Rosado J. A., Lopez-Salcedo J. A., Seco-Granados G., Zanier F., Crisci M. Analysis of Positioning Capabilities of 3GPP LTE // Proc. 2012 6th Advanced Satellite Multimedia Systems Conference (ASMS) and 12th Signal Processing for Space Communications Workshop (SPSC), Vigo, Spain. 2012. P. 650-659.
20. Del Peral-Rosado J. A., Lopez-Salcedo J. A., Seco-Granados G. Evaluation of the LTE positioning capabilities under typical multipath channels // Proc. 2012 6th Advanced Satellite Multimedia Systems Conference (ASMS) and 12th Signal Processing for Space Communications Workshop (SPSC), Vigo, Spain. 2012. P. 139-146. DOI: 10.1109/ASMS-SPSC.2012.6333065.
21. Del Peral-Rosado J. A. Evaluation of the LTE Positioning Capabilities in Realistic Navigation Channels. Universitat Autònoma de Barcelona, 2014. 164 p.
22. 3GPP TR 36.211. Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical channels and modulation. Release 18. V18.0.1. 2024-04.
23. 3GPP TS 36.104. Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Base Station (BS) radio transmission and reception. Release 19. V19.0.9. 2025-03.
24. 3GPP TS 36.101. Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); User Equipment (UE) radio transmission and reception. V19.1.0. 2025-03.
25. Del Peral-Rosado J. A., Lopez-Salcedo J. A., Seco-Granados G. Impact of frequency-hopping NB-IoT positioning in 4G and future 5G networks // 2017 IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC Workshops), Paris, France. 2017. P. 815-820. DOI: 10.1109/ICCW.2017.7962759.
26. Хыа Х. К., Фокин Г. А., Нгуен Х. Н. Позиционирования устройств в сетях LTE. Часть 2. Исследование влияния топологии базовых станций на точность оценок координат // Информационные технологии и телекоммуникации. 2024. Т. 12. № 3. С. 13-28. DOI: 10.31854/2307-1303-2024-12-3-13-28. EDN: KONADC.

COMPREHENSIVE STUDY OF DEVICE POSITIONING ACCURACY IN LTE NETWORKS UNDER NON-LINE-OF-SIGHT CONDITIONS

Cuong H. Hua, *The Bonch-Bruевич SPbSUT, St. Petersburg, Russia*, khya.khk@sut.ru

Grigoriy A. Fokin, *The Bonch-Bruевич SPbSUT, St. Petersburg, Russia*, fokin.ga@sut.ru

Abstract

Today, the overwhelming radio coverage in megacities is provided by fourth-generation 4G LTE networks in conditions of no direct visibility, therefore, despite the development of fifth-generation 5G NR networks, the task of a comprehensive study of the accuracy of positioning devices in LTE networks remains relevant and in demand. A sufficient number of studies by leading foreign scientific schools are devoted to this issue, but in the domestic segment, as far as the authors know, no works have been published yet that reveal a comprehensive accounting of all factors. The purpose of this study is to develop a methodology for establishing the limits of the accuracy of positioning devices in LTE networks, taking into account the impact of multipath, interference and bandwidth limitations on a typical hexagonal cellular structure of a radio access network fragment in accordance with the recommendations of 3GPP TR 36.942 report. The analysis includes modeling of typical multipath channels (EPA, EVA, ETU) describing operation in conditions of no line of sight, implementation of TOA estimation methods, such as multipath channel error envelope, first peak estimation, average TOA accuracy estimate based on power delay profile and based on time delay error histogram using maximum likelihood method, as well as establishing the Cramer-Rao lower bound of both primary TOA measurements and coordinate estimates resulting from secondary TOA processing using OTDoA method. The obtained results can be used in configuration of existing, as well as in construction of prospective LTE networks and corresponding positioning algorithms to improve the accuracy of geolocation in real operation conditions. The developed methodology can also be used in next-generation 5G/6G networks.

Keywords: 4G, TOA, OTDoA, positioning, primary measurement accuracy, NLOS, CRLB, PRS, FPE

References

- [1] Y. Gao, H. Jing, M. Dianati, C. M. Hancock, and X. Meng, "Performance analysis of robust cooperative positioning based on GPS/UWB integration for connected autonomous vehicles," *IEEE Trans. Intell. Veh.*, vol. 8, no. 1, pp. 790-802, 2023, doi: 10.1109/TIV.2022.3144341.
- [2] P. Rajchowski, L. M. Correia, P. Tareco, and K. K. Cwalina, "Modeling 5G-NR-based positioning accuracy in urban environments," *IEEE Access*, vol. 13, pp. 49050-49061, 2025, doi: 10.1109/ACCESS.2025.3551841.
- [3] M. Abuyaghi, S. Si-Mohammed, G. Shaker, and C. Rosenberg, "Positioning in 5G networks: Emerging techniques, use cases, and challenges," *IEEE Internet Things J.*, vol. 12, no. 2, pp. 1408-1427, 2025, doi: 10.1109/JIOT.2024.3487822.822.
- [4] G. Fokin, K. Ryutin, A. Komissarov, and V. Grigoriev, "Software-defined radio network positioning technology design. Synchronization refinement," in *Proc. 2024 Syst. Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommun. (SYNCHROINFO)*, Vyborg, Russia, 2024, pp. 1-6, doi: 10.1109/SYNCHROINFO61835.2024.10617863.
- [5] L. A. Navarro, C. C. J. M. Tiberius, and G. J. M. Janssen, "Maximum likelihood time-delay estimation in multipath channels with two- and three-paths models using OFDM," in *Proc. 2025 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symp. (PLANS)*, Salt Lake City, UT, USA, 2025, pp. 968-979, doi: 10.1109/PLANS61210.2025.11028343.
- [6] P. Wang, "Signal tracking and multipath mitigation for cellular-based positioning," in *Handbook of Wireless Positioning*, 2025, pp. 1-32, doi: 10.1007/978-981-99-1650-4_62-1.
- [7] A. Winter, A. Morrison, and N. Sokolova, "Analysis of 5G and LTE signals for opportunistic navigation and time holdover," *Sensors*, vol. 24, no. 1, p. 213, 2023, doi: 10.3390/s24010213.
- [8] X. Wang et al., "Research on OTDOA positioning method for 5G in multipath channel," in *Proc. 2023 4th Int. Conf. Comput. Eng. Intell. Control (ICCEIC)*, Guangzhou, China, 2023, pp. 263-269, doi: 10.1109/ICCEIC60201.2023.10426731.
- [9] P. Wang and Y. J. Morton, "Impact analysis of intercell interference in cellular networks for navigation applications," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 59, no. 1, pp. 685-694, 2023, doi: 10.1109/TAES.2022.3186970.
- [10] M. Alghisi and L. Biagi, "Positioning with GNSS and 5G: Analysis of geometric accuracy in urban scenarios," *Sensors*, vol. 23, p. 2181, 2023, doi: 10.3390/s23042181.
- [11] A. Gonzalez-Garrido, J. Querol, and S. Chatzinotas, "5G positioning reference signal configuration for integrated terrestrial/non-terrestrial network scenario," in *Proc. 2023 IEEE/ION PLANS*, Monterey, CA, USA, 2023, pp. 1136-1142, doi: 10.1109/PLANS53410.2023.10140024.
- [12] S. Kim, H. Jung, and S. Kim, "5G positioning performance analysis with 3GPP macro cell environment," in *Proc. 2024 15th Int. Conf. Inf. Commun. Technol. Convergence (ICTC)*, Jeju Island, South Korea, 2024, pp. 1286-1289, doi: 10.1109/ICTC62082.2024.10827788.
- [13] 3GPP TR 36.942, Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Radio Frequency (RF) System Scenarios, Release 18, V18.0.0, Mar. 2024.

- [14] G. A. Fokin and D. B. Volgushev, "Using SDR technology for network positioning tasks. LTE Reference Signal Reception and Processing Models," *Westn. SibGUTI*, no. 3, pp. 62–83, 2022, doi: 10.55648/1998-6920-2022-16-3-62-83.
- [15] Kh. K. Khya, G. A. Fokin and K. E. Ryutin, "Positioning devices in LTE networks. Part 3. Study of correlation functions of reference signals," *Inform. technol. and Telecommunications*, vol. 12, no. 4, pp. 22–37, 2024, doi: 10.31854/2307-1303-2024-12-4-22-37.
- [16] P. Wang and Y. J. Morton, "Performance comparison of time-of-arrival estimation techniques for LTE signals in realistic multipath propagation channels," *NAVIGATION*, vol. 67, no. 4, pp. 691–712, 2020, doi: 10.1002/navi.395.
- [17] M. Huang, C. Zhu, and A. Dammann, "Maximum likelihood TOA and OTDOA estimation with first arriving path detection for 3GPP LTE system," *Trans. Emerg. Telecommun. Technol.*, vol. 27, 2014, doi: 10.1002/ett.2871.
- [18] A. Kh. Alhafid and S. Younis, "Observed time difference of arrival based position estimation for LTE systems: Simulation framework and performance evaluation," *East.-Eur. J. Enterp. Technol.*, vol. 3, no. 9(105), pp. 20–28, 2020, doi: 10.15587/1729-4061.2020.201382.
- [19] J. A. Del Peral-Rosado et al., "Analysis of positioning capabilities of 3GPP LTE," in *Proc. 2012 6th ASMS and 12th SPSC*, Vigo, Spain, 2012, pp. 650–659.
- [20] J. A. Del Peral-Rosado, J. A. Lopez-Salcedo, and G. Seco-Granados, "Evaluation of the LTE positioning capabilities under typical multipath channels," in *Proc. 2012 6th ASMS and 12th SPSC*, Vigo, Spain, 2012, pp. 139–146, doi: 10.1109/ASMS-SPSC.2012.6333065.
- [21] J. A. Del Peral-Rosado, Evaluation of the LTE Positioning Capabilities in Realistic Navigation Channels, Ph.D. dissertation, Univ. Aut?noma de Barcelona, 2014, 164 p.
- [22] 3GPP TR 36.211, Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical Channels and Modulation, Release 18, V18.0.1, Apr. 2024.
- [23] 3GPP TS 36.104, Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Base Station (BS) Radio Transmission and Reception, Release 19, V19.0.9, Mar. 2025.
- [24] 3GPP TS 36.101, Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); User Equipment (UE) Radio Transmission and Reception, V19.1.0, Mar. 2025.
- [25] J. A. Del Peral-Rosado, J. A. Lopez-Salcedo, and G. Seco-Granados, "Impact of frequency-hopping NB-IoT positioning in 4G and future 5G networks," in *Proc. 2017 IEEE ICC Workshops*, Paris, France, 2017, pp. 815–820, doi: 10.1109/ICCW.2017.7962759.
- [26] H. K. Hya, G. A. Fokin and H. N. Nguyen, "Device positioning in LTE networks. Part 2. A Study of the Influence of Base Station Topology on the Accuracy of Coordinate Estimates," *Inform. technol. and Telecommunications*, vol. 12, no. 3, pp. 13–28, 2024, doi: 10.31854/2307-1303-2024-12-3-13-28

Information about authors:

Cuong H. Hua, Postgraduate student of the Department of Wireless Technologies and Systems of the Bonch-Bruевич St. Petersburg State University of Telecommunications. ORCID 0009-0008-0659-8126

Grigoriy A. Fokin, doctor of technical sciences, docent, professor of the Bonch-Bruевич St. Petersburg State University of Telecommunications. ORCID 0000-0002-5358-1895

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ДАННЫХ

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-8-29-37

Manuscript received 10 June 2025;

Accepted 20 July 2025

Толстых Виктор Николаевич,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия,
victor.n.tolstykh@gmail.com
ORCID 0009-0003-0202-5500

*Работа выполнена при финансовой поддержке
Министерства науки и высшего образования Российской
Федерации, соглашение № FSRF-2023-0003,
"Фундаментальные основы построения помехозащищенных
систем космической и спутниковой связи, относительной
навигации, технического зрения и аэрокосмического
мониторинга"*

Ершов Владимир Николаевич,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

Савинов Максим Сергеевич,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

Ключевые слова: аппроксимация, экстраполяция,
перцептрон, нейронные сети, монотонное
преобразование, передаточная функция

В статье рассматривается вопрос о возможных расширениях семейств аппроксимирующих функций суперпозицией с некоторыми классами передаточных функций с целью улучшения качества аппроксимации непрерывных на отрезке и таблично заданных зависимостей. Как с точки зрения точности, так и с точки зрения скорости вычисления. Особое внимание уделяется возможности использования метода наименьших квадратов для таких расширений, поскольку этот метод даёт наиболее быстрое решение по сравнению с методами пошагового приближения. Исследуется вопрос о возможном изменении критерия сходимости функции ошибок для расширения возможности этого метода, что позволит добиться большей гибкости в решении этой задачи. Дополнительно, рассматриваются две практические задачи – это применимость метода наименьших квадратов к обучению искусственных нейронных сетей, а также к задачам экстраполяции и прогноза, к которым полиномы не очень пригодны. Для обоснования концепции передаточных функций формулируются теоремы с доказательством о линейной передаточной функции и полноте семейства обратных полиномов. Обсуждается вопрос применимости метода ортогональных многочленов, а также рациональных функций для этих целей. В качестве метода исследования предлагается дополнить аппроксимирующее семейство на примере полиномов строго монотонным преобразованием как передаточной функцией. Рассматриваются конкретные варианты таких передаточных функций, указывается для каких практических задач они могут быть полезны. Результатом является демонстрация явного преимущества полинома с передаточной функцией над полиномом без передаточной функции для аппроксимации конкретного вида зависимостей, часто фигурирующих в инфокоммуникационных задачах. Остальные результаты имеют теоретическое значение и могут быть использованы для задач прогноза и создания искусственных нейронных сетей новой архитектуры.

Для цитирования:

Толстых В.Н., Ершов В.Н., Савинов М.С. Аналитическое представление инфокоммуникационных данных // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №8. С. 29-37.

For citation:

V.N. Tolstykh, V.N. Yerшов, M.S. Savinov, "Analytical Representation of Infocommunication Data", T-Comm, 2025, vol. 19, no.8, pp. 29-37. (in Russian)

Введение

Аналитическое представление экспериментальных данных играет ключевую роль для исследования внутренних зависимостей в данных, а также для прогноза их поведения за границами известного. Наиболее часто для этих целей используют семейства полиномов¹, а также ортогональные многочлены Чебышёва, Лежандра, Эрмита, Бернштейна и др. [1] со свободными коэффициентами в качестве параметров, в связи с тем, что их аппроксимирующие свойства хорошо изучены. А также в связи с тем, что эти коэффициенты могут быть определены достаточно просто с помощью хорошо изученного метода наименьших квадратов [2]. Не для всех непрерывных функций или дискретно заданных зависимостей такая аппроксимация подходит, поскольку теоретическая возможность и практическая реализация это не одно и то же.

В этой связи можно отметить требование на минимизацию необходимого количества коэффициентов и степень полинома для достижения заданной точности аппроксимации на обучающей выборке. Также имеют значение такие свойства как склонность моделей на основе полиномов к переобучению на дискретных данных и недостаточные или даже откровенно плохие экстраполирующие их свойства. Поэтому, иногда используют и другие аппроксимирующие семейства, в том числе такие, которые не совсем удовлетворяют теореме Вейерштрасса-Стоуна [3] об аппроксимации. То есть, подсемейства, плотные не на всём множестве непрерывных функций, а только на его подмножестве.

В работе предлагается расширить семейство классических полиномов или именных ортогональных полиномов, добавлением строго монотонных функций в качестве передаточных функций. Которые, с одной стороны, добавляют иногда полезную нелинейность в линейные формы, а, с другой стороны, позволяют использовать метод наименьших квадратов для более быстрой и качественной аппроксимации. Это даст возможность строить аналитические зависимости с новыми свойствами, что демонстрируется на примерах.

Полиномы, ортогональные многочлены и другие аппроксимирующие семейства

Пока рассмотрение применения передаточных функций ограничивалось полиномами в качестве аргумента. В то же время, как было сказано ранее, полиномы для практического применения – это не самое лучшее аппроксимирующее семейство. Математиками прошлого, частично указанными во введении, были разработаны более совершенные семейства, объединенные названием «ортогональные многочлены», которые компенсируют недостатки полиномов на отрезке. Ортогональными многочленами называется бесконечная последовательность частных многочленов возрастающей степени n , образующих ортогональный базис, по которому можно разложить любую непрерывную на отрезке (a, b) непрерывную зависимость. Пусть $p^0(x), p^1(x), p^2(x), \dots, p^n(x), \dots$ – такая последовательность. На отрезке $[-1, 1]$ она обладает свойством

$$\int_{-1}^1 w(x) p^i(x) p^j(x) dx = 0, \forall i, j \leq n,$$

которое позволяет говорить об ортогональности всего набора многочленов. Соответственно, эти многочлены образуют базис, по которому может быть разложена любая непрерывная на отрезке функция (или таблично заданная зависимость с возрастающей последовательностью аргументов $\forall i, x_{i+1} > x_i$)

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot w(x) p^k(x), x \in (-1, 1).$$

Здесь a_k – это коэффициенты разложения, $w(x)$ – финитная весовая функция, которая служит для компенсации больших значений на концах отрезка. Коэффициенты a_k находятся методом наименьших квадратов, поскольку входят в разложение линейно, образуя при этом линейную по коэффициентам форму. Таким образом, равномерное представление непрерывных функций ортогональными многочленами на отрезке возможно так же, как и полиномами. (Для простоты изложения, будем использовать термин полиномы, в отличие от многочленов, которые могут быть именованными). Аналогичным свойством обладают члены ряда Фурье и некоторые другие менее известные семейства. Обобщая, их можно записать в

виде линейной формы $y = \sum_{k=1}^n a_k f_k(x)$, где $f_k \in F(-1, 1)$ –

одна из функций плотного в $C^1[-1, 1]$ семейства. Иначе говоря, аппроксимирующего на данном отрезке семейства F . В исследованиях данной области практически обходят вниманием плотные семейства, которые удовлетворяют условию линейности относительно коэффициентов, но с некоторыми ограничениями. Примеры таких непрерывных зависимостей – это зависимости с асимптотическим ограничением значений или значений, непрерывных не на всех отрезках оси абсцисс. Вместе с тем, такие зависимости достаточно распространены. К примеру, инфокоммуникационные данные не принимают отрицательных значений и не заданы на отрицательной полуоси времени, а результаты работы искусственных нейронных сетей типа MLP², как правило, не выходят за пределы значений ноль и единица, но асимптотически к ним приближаются.

В целом, надо заметить, что аппроксимирующие семейства не отличаются разнообразием и порой доставляют неудобства – обрезают максимумы-минимумы, характеризующихся всплесками, образуют волнообразные артефакты на краях интервала, и особенно неважно ведут себя в задачах экстраполяции, то есть прогноза, который зачастую является целью аппроксимации. Отход от классического представления задачи порождает нелинейность формы и, в результате, невозможность применения метода наименьших квадратов. Который в прежние времена был практически единственным способом аппроксимировать и экстраполировать зависимости. Ниже рассматриваются приемы, которые позволяют расширить семейства аппроксимирующих функций в сторону ограниченно нелинейных форм, которые поддаются классическому методу определения коэффициентов.

¹ То же, что многочлены в классическом виде Колмогорова-Габор

² Multilayer Perceptron – многослойная нейронная сеть

Строго монотонное преобразование

Задача для метода наименьших квадратов обычно формулируется для полиномов степени m и размерности n . Это связано с тем, что, согласно теореме Вейерштрасса-Стоуна об аппроксимации, любую непрерывную зависимость $f(A \subset R^n)$, определенную на компакте A можно приблизить полиномами со сколь угодно высокой точностью $\varepsilon > 0$

$\forall \varepsilon > 0 \exists p(\mathbf{x}, \mathbf{a}, m, n) \in P^{m,n}(A \subset R^n)$ такой, что

$$\|f(A) - p(\mathbf{x}, \mathbf{a}, m, n)\| < \varepsilon. \quad (1)$$

Метод наименьших квадратов сводит задачу об аппроксимации к минимизации среднеквадратичной ошибки и далее к решению системы линейных уравнений. Это приводит к решению задачи аппроксимации за одну итерацию, что быстро и удобно, особенно в сравнении с довольно медленными и зачастую нестабильными итерационными методами пошагового приближения [4].

Расширением области применения метода наименьших квадратов в общем виде, с учетом многомерности, является зависимость в записи

$$y(\mathbf{x}, \mathbf{a}, n) = \sum_{k=1}^K a_k f_k(\mathbf{x}), \quad (2)$$

в которой $f_k(\mathbf{x})$ – частные функции произвольного вида в количестве K от нескольких переменных, не содержащие настраиваемых коэффициентов a_k . В таких условиях метод наименьших квадратов также применим, даже при том, что частные функции, такие как синусы или гауссианы³ не являются полиномами. Как оказалось, дальнейшее расширение возможно с применением суперпозиции $y = f \circ g = g(f(x))$, где g – передаточная функция из класса строго монотонных функций. Пример улучшения качества аппроксимации для некоторого класса непрерывных функций приведены в работах [5, 6].

В данной работе предлагается дальнейшее расширение области применения метода наименьших квадратов добавлением к выражению (2) строго монотонной функции g . Напомним, что строго монотонной функцией называется биективная функция, у которой приращение аргумента Δx не меняет знак приращения функции Δy , и приращение функции не принимает значения ноль

$$y(\mathbf{x}, \mathbf{a}, n) = g\left(\sum_{k=1}^K a_k f_k(\mathbf{x})\right). \quad (3)$$

Примерами строго монотонной функции σ могут служить функции $a + bt$, $(a+bt)^{-1}$, $\ln(t)$, $\exp(t)$, $\arctg(t)$, $\text{sigma}(t)$ и др. Все они имеют обратную функцию (рис. 1) $y = g(t) \rightarrow t = g^{-1}(y)$.

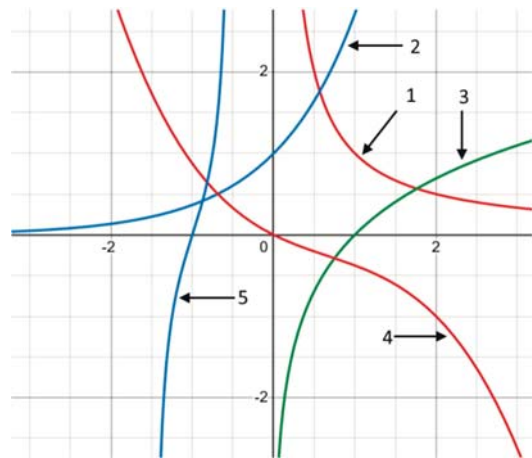


Рис. 1. Строго монотонные функции, которые могут быть использованы в качестве передаточных:

1 – ветвь гиперболы; 2 – экспонента; 3 – логарифм; 4 – кубический полином; 5 – ветвь тангенса

Функция с добавленной передаточной функцией (3), строго говоря, не подходит для поиска коэффициентов методом наименьших квадратов, поскольку она включает нелинейное преобразование над коэффициентами (иначе нелинейность). Однако, это выражение может быть обращено относительно нелинейности и тогда выражение примет вид

$$\sum_{k=1}^K a_k f_k(\mathbf{x}) = g^{-1}(y(\mathbf{x}, \mathbf{a}, n)), \quad (4)$$

или

$$z(\mathbf{x}, \mathbf{a}, n) = g^{-1}(y(\mathbf{x}, \mathbf{a}, n)) = \sum_{k=1}^K a_k f_k(\mathbf{x}), \quad (5)$$

что превращает его в линейную по коэффициентам форму, аналогичную уравнению (2). В этой форме записи оно уже подходит для поиска коэффициентов методом наименьших квадратов. Однако, это будут не совсем те коэффициенты, которые получились бы прямым вычислением.

Напомним, что метод наименьших квадратов заключается в минимизации целевой функции (она же функция ошибок – критерий оптимизации) определенного вида – среднеквадратической ошибки

$$s(y, a) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y(x_i, a, m, n) - y_i)^2 \xrightarrow{a} \min. \quad (6)$$

В данном случае для зависимости (5) возможно взять другой критерий оптимизации и получить результат

$$s(z, a) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z(x_i, a, m, n) - z_i)^2 \xrightarrow{a} \min. \quad (7)$$

Результаты оптимизации при применении метода с двумя разными критериями будут разными. То есть, разными будут полученные двумя способами аппроксимирующие зависимости и их параметры. Сравнить результаты между собой по критерию из теории полезности «лучше-хуже» в общем слу-

³ Функции, использованные К.Вейерштрассом в доказательстве теоремы об аппроксимации

чае проблематично, поскольку первая зависимость (6) найдется только методом пошаговой оптимизации, а вторая (7) как методом пошаговой оптимизации, так и методом наименьших квадратов. Результат действительно будет другим, вопрос только насколько это критично. Будет ли он хуже или лучше. Если хуже, то насколько хуже. Что перевесит – небольшое ухудшение результата или значительное ускорение получения результата за счет более быстрого алгоритма? Вычислительный эксперимент показывает половинчатый результат – в одних случаях лучше, в других хуже.

Метод наименьших квадратов имеет точное решение – он приводит к минимуму критерия оптимизации за один шаг. Но, критерии в формулах (6) и (7) разные, поэтому они могут приводить к разным решениям и оба будут точными, поскольку каждый вычисляется по своему критерию строгим аналитическим методом. Следует иметь в виду, что приближенное решение в общем смысле не обязательно реализуется через минимум среднеквадратической ошибки по значению – также его можно получить через взвешенное отклонение⁴, через абсолютную величину отклонения, через среднеквадратическую ошибку аргумента (рис. 1) или другими способами.

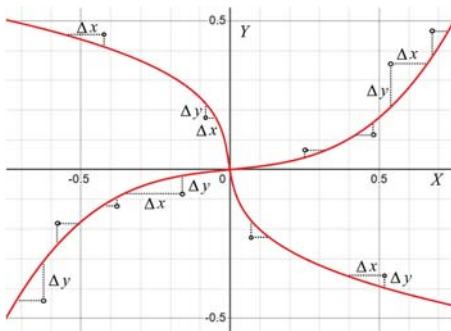


Рис. 2. Иллюстрация различия между аппроксимацией по двум критериям ошибки на примере двух кубических кривых $y = f^3(x)$ и $x = f^{-3}(y)$. Показаны отклонения по координатам x и y . Влияние ошибок по x и по y диаметрально противоположное

На рисунке 2 показаны две кубические строго монотонные зависимости $y = f^3(x)$ и $x = f^{-3}(y)$, и условные значения для обучающей выборки $D = \{x_i, y_i\}$. Можно заметить, что критерий ошибки по аргументу x более значим в области малых по абсолютной величине значений (горизонтальные пунктирные линии), чем по значению функции y (вертикальные пунктирные линии). Для другой строго монотонной зависимости ситуация обратная. В целом, выбранный критерий ошибки не является однозначно лучшим и иногда вместо функции $y = f(x)$ под задачу может подойти обратная функция $x = g^{-1}(y)$. Такие вычисления с обратными функциями назовём «обратными» вычислениями.

Линейная передаточная функция

Начнем с простых передаточных функций. Интуитивно очевидно, что линейная передаточная функция не должна оказывать какого-то влияния на результат аппроксимации. Докажем это.

Теорема 1. Линейная передаточная функция не влияет на одномерную полиномиальную аппроксимацию.

⁴ Отклонение равно корню квадратному от ошибки

Доказательство. Пусть, для начала, аппроксимирующая функция имеет вид полинома первой степени $y = a_0 + a_1x$. И пусть, передаточная функция будет линейной $\tilde{y} = (ct + d)$, где $t = y$. Тогда

$$y = a_0 + a_1x \Rightarrow \tilde{y} = c(a_0 + a_1x) + d. \quad (8)$$

Для нахождения коэффициентов a_0 и a_1 воспользуемся методом наименьших квадратов. Примем в качестве критерия минимизации функции (8) среднеквадратическую ошибку

$$S(a) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m ((c(a_0 + a_1x_k) + d) - y_k)^2 \xrightarrow{a} \min.$$

Для краткости изложения обозначим $x = x_k, y = y_k$ и $\Sigma(*) = \sum_{k=1}^m (*)$. Найдём частные производные критерия $S(a)$ по компонентам вектора коэффициентов a

$$\begin{cases} S'_0(a) = \frac{2}{m} \Sigma((c(a_0 + a_1x) + d) - y)c = 0 \\ S'_1(a) = \frac{2}{m} \Sigma((c(a_0 + a_1x) + d) - y)cx = 0 \end{cases} \quad (9)$$

После сокращения коэффициентов, система линейных уравнений 9 запишется в виде

$$\begin{cases} a_0 \Sigma c + a_1 \Sigma cx = \Sigma(y - d) \\ a_0 \Sigma cx + a_1 \Sigma cx^2 = \Sigma(y - d)x \end{cases}$$

Решим систему уравнений методом Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} \Sigma c & \Sigma cx \\ \Sigma cx & \Sigma cx^2 \end{vmatrix} = \Sigma c \Sigma cx^2 - \Sigma cx \Sigma cx = c^2 (m \Sigma cx^2 - (\Sigma x)^2),$$

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} \Sigma(y - d) & \Sigma cx \\ \Sigma(y - d)x & \Sigma cx^2 \end{vmatrix} = \Sigma(y - d) \Sigma cx^2 - \Sigma(y - d)x \Sigma cx,$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \Sigma c & \Sigma(y - d) \\ \Sigma cx & \Sigma(y - d)x \end{vmatrix} = \Sigma c \Sigma(y - d)x - \Sigma cx \Sigma(y - d).$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_0 &= \frac{\Delta_0}{\Delta} = \frac{\Sigma(y - d) \Sigma cx^2 - \Sigma(y - d)x \Sigma cx}{c^2 (m \Sigma cx^2 - (\Sigma x)^2)} = \\ &= \frac{\Sigma y \Sigma cx^2 - \Sigma yx \Sigma cx - d (\Sigma 1 \Sigma cx^2 - \Sigma x \Sigma cx)}{c^2 (m \Sigma cx^2 - (\Sigma x)^2)} = \\ &= \frac{\Sigma y \Sigma cx^2 - \Sigma yx \Sigma cx - dc (m \Sigma cx^2 - (\Sigma x)^2)}{c^2 (m \Sigma cx^2 - (\Sigma x)^2)} = \frac{a_0 - d}{c}. \\ \tilde{a}_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\Sigma c \Sigma(y - d)x - \Sigma cx \Sigma(y - d)}{c^2 (m \Sigma cx^2 - (\Sigma x)^2)} = \\ &= \frac{\Sigma c \Sigma(yx) - \Sigma cx \Sigma y - d (\Sigma c \Sigma x - \Sigma cx \Sigma 1)}{c^2 (m \Sigma cx^2 - (\Sigma x)^2)} = \\ &= \frac{m \Sigma(yx) - \Sigma x \Sigma y - d (m \Sigma x - m \Sigma x)}{c (m \Sigma cx^2 - (\Sigma x)^2)} = \frac{a_1}{c}. \end{aligned}$$

Подставим новые значения коэффициентов \tilde{a}_0 и \tilde{a}_1 в формулу (8) и вернем индексы на место

$$\tilde{y}_k = c(\tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 x_k) + d = \frac{a_0 - d}{c} c + d + \frac{a_1}{c} c x_k = a_0 + a_1 x_k. \quad (10)$$

Таким образом, найденные значения коэффициентов с передаточной функцией приводят к тому же результату аппроксимации, что и без передаточной функции $\tilde{y} = y = a_0 + a_1 x$. Это доказывает, что линейная передаточная функция не влияет на аппроксимацию линейной функции. Чтобы распространить это доказательство на полиномы степени больше единицы, представим полином кусочно-линейной (приближающей) зависимостью. Каждый линейный кусок этой зависимости линейная передаточная функция оставляет на месте, следовательно, оставляет на месте и всю зависимость. Это доказывает теорему.

Нелинейные передаточные функции

В отличие от линейной передаточной функции, нелинейная передаточная функция влияет на результат аппроксимации. При этом, как показывает рисунок 2b, некоторые передаточные функции могут существенно улучшить полиномиальную аппроксимацию [6].

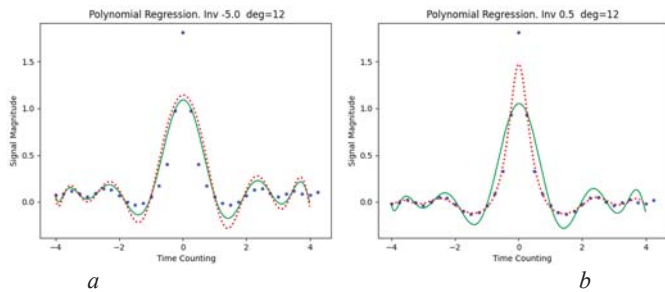


Рис. 3. Сравнение двух способов аппроксимации модельной зависимости (точки) полиномом двенадцатой степени (сплошная линия) и обратным полиномом (пунктирная линия) с параметром, принимающим значения а) -5,0 и б) 0,5

На рисунке 3 модельная зависимость $y = f_{mod}(x)$ задана дискретным набором точек. Выбор зависимости определялся тем, что в реальных данных часто присутствуют «выбросы», с которыми полиномиальная аппроксимация плохо справляется. Сплошной линией обозначен результат аппроксимации полиномом двенадцатой степени $n=12$ от одной переменной. Рисунок 3b демонстрирует явное преимущество полинома с передаточной функцией над полиномом той же степени, но без передаточной функции.

Пусть $y = g\left(\sum_{i=0}^n a_i x^i\right)$ – полином с передаточной функцией $g(t) = t^{-1}$. Обратная функция – это инволюция⁵

$g^{-1}(t) = t^{-1}$. Записанная в виде $\tilde{y} = g^{-1}(y) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$, переда-

точная функция позволяет определить коэффициенты полинома методом наименьших квадратов.

Для использования обратной функции необходимо внести дополнительную переменную – параметр b , который переместит все значения y либо в положительную, либо в отрицательную область значений во избежание деления на ноль.

$y + b = \sum_{i=0}^n a_i x^i + b$, что приводит к обратной задаче

$$\tilde{y} = \frac{1}{y + b} = \sum_{i=0}^n \tilde{a}_i x^i.$$

Волна над параметром a означает, что эти коэффициенты отличаются от тех, которые могут быть получены прямым вычислением, к примеру, итерационным методом Ньютона-Рафсона. Решать оптимизационную задачу будем методом наименьших квадратов

$$S(\tilde{a}) = \sum_{k=1}^m \left(\sum_{i=0}^n \tilde{a}_i x_k^i - \frac{1}{y_k + b} \right)^2 \xrightarrow{\tilde{a}} \min.$$

Здесь внешний знак суммы производит суммирование по m точкам обучающей выборки – датасета. Оптимум критерия ищется по стандартной схеме через вычисление нуля градиента a , которое ведёт к построению и решению системы линейных уравнений размером n на n . После чего новое приближение, с учетом сдвига, будет

$$\tilde{y} = \left(\sum_{i=0}^n \tilde{a}_i x_k^i \right)^{-1} - b.$$

На левом рисунке 3a параметр b равен минус 5, то есть, вся область значений y зависимости сдвинута в отрицательную область под линию $y = 0$. Пунктирная линия – это результат обратной аппроксимации. Видно, что обратный полином показал не лучший результат аппроксимации, чем обычный полином. На правом рисунке 3b параметр b равен плюс 1 и зависимость сдвинута в положительную область. При этом, качество аппроксимации обратными полиномами (пунктирная линия) принципиально улучшилось, что говорит о перспективности использования технологии обратных полиномов для такого типа исходных данных, характерных для области инфокоммуникационных технологий. Вычислительные эксперименты также показали, что при увеличении значения параметра b различие между этими двумя способами аппроксимации нивелируется.

Покажем, что обратное вычисление с инвертированием полинома позволяет аппроксимировать со сколь угодно высокой точностью любую функцию, непрерывную на ограниченном отрезке числовой оси. Для этого, чтобы не запутаться в терминологии, полином назовём p -функцией, а функцию, полученную с применением передаточной функции $g(t) = 1/(t+b)$, назовём q -функцией.

⁵ Оператор инволюции возвращает аргумент к прежнему значению при двукратном применении

Теорема 1: Подмножество q -функций плотно⁶ на множестве положительно определенных непрерывных функций на отрезке

$$q[x_1, x_2] \subset C_+^\infty[x_1, x_2].$$

Доказательство: пусть f – непрерывная функция на отрезке, принимающая только положительные значения. Покажем, что ее можно аппроксимировать q -функциями. По теореме Вейерштрасса существует полином p^m степени m такой, что $\|f - p^m\| < \varepsilon$ для любого заданного $\varepsilon > 0$. Функции f и p^m не принимают нулевых значений, поэтому произведение их норм имеет положительное ненулевое значение. Тогда, для любого $\varepsilon > 0$ существуют число $\delta > 0$ и полином p^m такие, что $\|f - p^m\| < \delta$. Выберем δ равным $\varepsilon \|fp^m\|$. Тогда

$$\left\| \frac{1}{f} - \frac{1}{p^m} \right\| = \frac{\|f - p^m\|}{\|fp^m\|} < \frac{\delta}{\|fp^m\|} = \varepsilon.$$

Из этого следует, что любые инвертированные полиномы (как просто непрерывные функции, а не только полу-рациональные функции) аппроксимируются q -функциями с любой наперед заданной точностью. А, поскольку из условия теоремы следует, что каждая непрерывная положительно определенная функция может быть обращена в инвертированную, то из этого следует, что каждая непрерывная положительно определенная функция может быть аппроксимирована q -функциями.

Передаточные функции

Рассмотрим некоторые передаточные функции, отличные от обратных полиномов из тех, что упоминались выше.

1. Экспоненциальная передаточная функция

$$y = \exp\left(\sum_{i=0}^n a_i x^i\right) - b.$$

Обращение данной зависимости также приводит к линейной форме относительно коэффициентов a

$$\ln(y + b) = \sum_{i=0}^n a_i x^i.$$

После нахождения коэффициентов методом наименьших квадратов, решение представляется в виде

$$\tilde{y} = \exp\left(\sum_{i=0}^n \tilde{a}_i x^i\right) - b.$$

Полученные коэффициенты также будут отличаться от тех, которые могут быть получены итерационным методом. Но, будет ли результат всегда хуже? Моделирование не даёт на это однозначного ответа. Параметр b также нужен для поднятия значения аргумента y в область положительных значений, поскольку логарифм определён только на положитель-

ной полуоси. Из рисунка видно, что такой способ аппроксимации может конкурировать с полиномиальной аппроксимацией.

2. Сигмоидная передаточная функция

Вычислительные эксперименты с сигмоидной функцией приведены в статье [7]. Это, так называемая активационная функция, используемая в нейронных сетях MLP – «много-слойный перцептрон»

$$y = \sigma(t) = \frac{1}{1 + \exp(-t)}.$$

Эта передаточная функция имеет обратную функцию $t = \sigma^{-1}(y) = -\ln\left(\frac{1}{y} - 1\right)$ на открытом интервале $(0, 1)$. То есть, обладает аппроксимирующими возможностями, ограниченными по оси ординат значениями 0 и 1

$$y = \sigma\left(b\left(\sum_{i=1}^n a_i x^i + \theta\right)\right).$$

Обратная функция может быть представлена уравнением, в правой части которого стоит численное выражение без настраиваемых параметров, а в правой части линейная по коэффициентам a форма

$$\sum_{i=1}^n a_i x^i + \theta = \frac{\sigma^{-1}(y)}{b}.$$

Критерий оптимизации для обратного перцептрона запишем в виде

$$S = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \left(\sum_{i=1}^n \tilde{a}_i x_k^i + \theta - \frac{\sigma^{-1}(y_k)}{b} \right)^2 \xrightarrow{\tilde{a}} \min.$$

После определения набора весовых коэффициентов методом наименьших квадратов для нового критерия, получится функция

$$\tilde{y} = \sigma\left(b\left(\sum_{i=1}^n \tilde{a}_i x^i + \theta\right)\right).$$

Рисунок показывает, что аппроксимация с участием сигмоидной s -образной функции имеет право на применение в задачах аппроксимации, по крайней мере, на интервале аргумента от минус четырех до плюс четырех. Параметр b позволяет этот интервал расширить.

Моделирование при $b = 2$ показало, что на интервале от минус до плюс восьми аппроксимация также вполне удовлетворительная, особенно если учесть, что для обучения перцептрона большой точности в передаточной функции не требуется. Это открывает новые возможности в использовании нейросетевых технологий для задач регрессии и прогноза [8].

⁶ Подмножество B называется плотным в множестве A если любая окрестность точки a из A содержит точки из B

3. Сигмоидная передаточная функция

Сигмоидная передаточная функция, а также её аналоги, особенно часто используется в искусственных нейронных сетях в качестве «активационной функции» [9]. При этом, элементарный вычислительный элемент нейронной сети – искусственный нейрон типа перцептрон имеет тот же вид, что и полином с передаточной функцией σ

$$y = \sigma \left(\sum_{k=1}^n w_k x_k + \theta \right),$$

где x – координаты точки в n -мерном пространстве, а θ – параметр смещения, который можно рассматривать как свободный член в многомерном полиноме первой степени. Обычный способ получения коэффициентов нейронной сети, как и коэффициентов отдельного перцептрона, состоит в «обучении» – методе пошагового градиентного спуска или, что фактически то же самое, методе «обратного распространения ошибки»⁷ [8, 9].

Известно, что этот способ очень затратный, требует не только времени работы компьютера, но и вычислительной мощности, использования графических ускорителей, а также затрат электроэнергии на их охлаждение. Переход к идеологии обратного вычисления в ряде случаев позволит существенно ускорить и удешевить этот процесс, поскольку методом наименьших квадратов можно найти все коэффициенты за один шаг через решение системы линейных уравнений.

Для этой передаточной функции чем больше аргумент функции, тем меньше отклонение по ординате, в то время как отклонение по абсциссе возрастает. Если пользоваться обратными вычислениями, то большую чем в первом случае роль будут играть большие по модулю значения. Из этого можно сделать некоторые выводы:

- Первый: обучающая выборка должна быть максимально однородной, чтобы результаты расчетов по двум критериям были близки.

- Второй: в обучающей выборке не должно быть значений 0 и 1, а данные y_k в обучающей выборке следует нормировать с учётом характера их экспоненциального распределения.

- Третий: следует пересмотреть идеологию начальной инициализации весовых коэффициентов нейронной сети, поскольку в методе наименьших квадратов случайным числом места нет.

- Четвёртый: в полностью связанных нейронных сетях сигмоидная активационная функция с обратным вычислением может стать эффективной заменой функции ReLU (Rectified Linear Unit) за счет повышения скорости вычисления на каждом нейроне.

- И последний: чем выше размерность пространства, в котором производится оптимизация сети, тем больше будет размер системы линейных уравнений при обратных вычислениях. Это может оказаться «ахиллесовой пятой» идеи обратных вычислений. Поэтому отказываться от классического способа обучения нейронных сетей в пользу нового подхода следует с осторожностью.

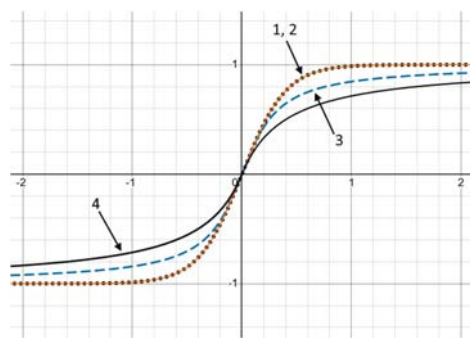


Рис. 4. Активационные функции с равными значениями и углами наклона в начале координат, для сравнения: 1,2) сдвинутая сигмоида и гиперболический тангенс; 3) а тангенс; 4) сборка из двух гипербол

На рисунке 4 представлены четыре активационные функции: первые две – это сигмоида и гиперболический тангенс, подогнанные под общие значение и производную в начале координат

$$y = \frac{2}{1 + e^{-5x}} - 1,$$

$$y = \tanh(2.5x).$$

Обращает на себя внимание, что эти две активационные функции – сигмоида и гиперболический тангенс – взаимозаменяемы

$$2\sigma(2x) - 1 = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1 = \frac{e^x(1 - e^{-2x})}{e^x(1 + e^{-2x})} = \tanh(x).$$

Третья функция – это обратный тангенс

$$y = \frac{2}{\pi} \arctan(4x).$$

Арктангенс отличается «толстым хвостом», то есть, медленным спаданием к нулю, отличным от экспоненциального при стремлении аргумента к минус бесконечности. Это может оказаться полезным при его использовании в рекуррентных нейронных сетях, в которых возникает проблема «затухания градиента». Ещё более толстым хвостом обладает функция номер 4, которая составлена из двух гипербол (без учета нормирующего коэффициента)

$$y = \begin{cases} \frac{1}{1-x} - 1, & x < 0 \\ 1 - \frac{1}{1+x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Привлекательным свойством этой передаточной функции является как простота её вычисления, так и простота вычисления её производной, что критически важно для вычисления градиента в задачах многомерной оптимизации

$$y' = xy^2.$$

⁷ Авторство приписывают Д.Хинтону, хотя в СССР этот метод был опубликован раньше А.И.Галушкным

То же можно сказать и про обратную функцию, вычисление которой не сложнее. Это позволяет задуматься о возможности и перспективности её применения для обратных вычислений.

Результаты моделирования

Численные эксперименты с упомянутыми передаточными функциями подтверждают теоретические выкладки о том, что прямые и обратные вычисления коэффициентов ведут к близким, но не идентичным результатам. Обратные полиномы показали интересные и полезные к практическому применению результаты. В том числе, продемонстрирована качественная аппроксимация одномерных зависимостей. Особенно это относится к инфокоммуникационным данным, которые характеризуются неотрицательными значениями, а также к моделированию одно и двумерных зависимостей, часто представленных в форме всплесков. Эксперименты с перцептроном показали перспективность применения обратных вычислений при некоторых ограничениях на значения из обучающей выборки.

Задача экстраполяции, прогноза и рациональные функции

За пределами интервала назвать поведение ортогонального многочлена p , как обобщение полинома, экстраполяцией сложно. Во многом выручают обратные вычисления если убрать весовую функцию, значения которой на концах отрезка равны нулю. Но, в целом, результат будет неудовлетворительным. В работе [8] показано, что лучшим вариантом для задач экстраполяции является использование рациональных функций, являющихся отношением двух полиномов $r(x) = p(x)/q(x)$. Современные возможности вычислительной техники для определения коэффициентов рациональных функций пошаговыми методами оптимизации критерия ошибки, позволяют не особо беспокоиться о применимости более быстрого метода наименьших квадратов. И тем не менее, этот метод остаётся востребованным.

Пусть $y(x) = r(a, b, x) = \frac{p(a, x)}{q(b, x)}$ – рациональная функция.

Тогда $z(x) = y(x)q(b, x) - p(a, x) = 0$ – полином от двух переменных x и y , значение которого для всех пар (x_k, y_k) точек аргумента равны нулю $z_k = 0 \forall k = 1, \dots, m$, где m – число точек в обучающей выборке. Способом, определенном выше, здесь также может быть найдено решение методом наименьших квадратов

$$s(a, b) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (y_k q(b, x_k) - p(a, x_k))^2 \xrightarrow{a, b} \min.$$

В этом случае применяется способ вычисления координат кривой (графика) неявно заданной функции вида $F(x, y) = 0$. Для этого строим явно заданную функцию от двух координат $z = F(x, y)$ и минимизируем её отклонение от нулевого значения. После чего находим частные производные по переменным a и b , приравниваем их нулю и решаем систему линейных уравнений. Строго говоря, в этом случае речь идет не о передаточных функциях, а о взвешенной сумме двух полиномов с весами y_k и -1 . Поменяв местами эти веса, приходим к

обратной функции, которая уже является передаточной. Из этой комбинации пар полиномов и передаточной функции дополнительно следует, что использование просто передаточных функций – не единственный способ расширения семейств аппроксимирующих функций. К примеру, мы можем рассмотреть более общий случай $F(p(x, y), q(x, y)) = 0$ функции от двух полиномов, в которой рациональные функции являются частным случаем. Это перспективное обобщение и тут есть ещё над чем работать.

Современные методы прогноза временных рядов многочисленны. Среди них выделяются фильтр ARIMA, фильтр Калмана, рекуррентный фильтр Хэмминга и нейросеть с ассоциативной памятью Дж.Хопфилда. Общая идея, которая их объединяет – это динамическая минимизация ошибки прогноза. Но, сам долгосрочный прогноз так или иначе основан на краткосрочном прогнозе с помощью полиномов. Которые, как известно, для прогноза временных рядов не очень подходят. Поэтому использование более широкого набора аппроксимирующих семейств актуально.

Заключение

Расширение семейства полиномов, а также других аппроксимирующих семейств за счет использования строго монотонного преобразования в передаточных функциях имеет далеко идущие и пока ещё малоизученные перспективы. Из них наиболее интригующим является перспектива разработки новых архитектур малоразмерных нейронных сетей, ориентированных на задачи регрессии и прогноза. Их обучение, возможно, будет не столь затратно по времени и энергопотреблению как это происходит в современных нейронных сетях. Также новые семейства функций могут оказаться полезными для доработки существующих и разработки новых методов прогноза временных рядов.

Литература

1. Сегё Г. Ортогональные многочлены. М.: гос. изд. ф-м литературы, 1962, 500 с.
2. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. 2-е изд. М., 1962.
3. Зорич В.А. Математический анализ. Часть вторая. М.: МЦНМО, 2002.
4. Иванов А.П. Практикум по численным методам. Метод Ньютона. Санкт-Петербург, СПбГУ, 12 с.
5. Толстых В.Н., Еришов В.Н. Аналитическое представление экспериментальных данных полурациональными функциями // Научные технологии в космических исследованиях Земли. Т. 16, № 6, 2024. С. 4-11.
6. Толстых В.Н., Еришов В.Н., Лавриненко К.А. Семейства параметрических функций для аппроксимации данных // Радиотехнические, оптические и биотехнические системы, 2024. С. 276-280.
7. Толстых В.Н., Швиндт М.О. Архитектура быстрообучающихся нейронных сетей // Радиотехнические, оптические и биотехнические системы, 2024. С. 289-293.
8. Толстых В.Н. Нейронные сети для экстраполяции временных рядов // Научные технологии в космических исследованиях Земли. Т.15, 2023. С. 4-12.
9. Галушкин А. И. Синтез многослойных систем распознавания образов. М.: Энергия, 1974.

ANALYTICAL REPRESENTATION OF INFOCOMMUNICATION DATA

Viktor N. Tolstykh, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia,
viktor.n.tolstykh@gmail.com

Vladimir N. Yershov, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia
Maksim S. Savinov, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia

Abstract

The article discusses the question of possible extensions of families of approximating functions by superposition with some classes of transfer functions in order to improve the quality of approximation of continuous on a segment and tabular dependencies. Both in terms of accuracy and speed of computation. Particular attention is paid to the possibility of using the least squares method for such extensions, since this method provides the fastest solution compared to step-by-step approximation methods. The question of a possible change in the convergence criterion of the error function to expand the possibility of this method, which will allow more flexibility in solving this problem, is being investigated. Additionally, two practical problems are considered - the applicability of the Least Squares method to the training of artificial neural networks, as well as to extrapolation and prediction problems, to which polynomials are not very suitable. To justify the concept of transfer functions, theorems are formulated with proof of the linear transfer function and the completeness of the family of inverse polynomials. The applicability of the method of orthogonal polynomials, as well as rational functions for these purposes, is discussed. As a research method, it is proposed to supplement the approximating family with an example of polynomials with a strictly monotone transformation as a transfer function. Specific variants of such transfer functions are considered, it is indicated for what practical tasks they can be useful. The result is a demonstration of the visible advantage of a polynomial supported with a transfer function over a polynomial without it to approximate a specific type of dependencies often featured in info-communication data. The rest of the results have theoretical significance and can be used for forecasting and develop a new type of artificial neural networks architecture.

Keywords: *approximation, extrapolation, perceptron, neural networks, monotonic transformation, transfer function*

References

- [1] G. Sego, "Orthogonal polynomials", Moscow, 1962, 500 p.
- [2] Yu. V. Linnik, "The least squares method and the foundations of the mathematical and statistical theory of observation processing", 2nd ed. Moscow, 1962.
- [3] V. A. Zorich, "Mathematical analysis", Part two. Moscow, 2002.
- [4] A. P. Ivanov, "Workshop on numerical methods. Newton's method", St. Petersburg, St. Petersburg State University, 12 p.
- [5] V. N. Tolstykh, V. N. Ershov, "Analytical presentation of experimental data by semirational functions", *H-ES Research*, vol. 16, no. 6, 2024, pp. 4-11.
- [6] V. N. Tolstykh, V. N. Ershov, K. A. Lavrinenko, "Families of parametric functions for approximation of data", *Radio, optical and biotechnical systems*, 2024, pp. 276-280.
- [7] V. N. Tolstykh, M. O. Schwindt, "Architecture of rapidly learning neural networks", *Radio, optical and biotechnical systems*, 2024, pp. 289-293
- [8] V. N. Tolstykh, "Neural networks for extrapolating time series", *H-ES Research*, vol. 15, 2023, pp. 4-12.
- [9] A. I. Galushkin, "Synthesis of multilayer pattern recognition systems", Moscow: Energy, 1974.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ МОДЕЛЬ КАНАЛА С КЛАСТЕРИЗОВАННОЙ ЛИНИЕЙ ЗАДЕРЖКИ (CDL) ДЛЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ СИСТЕМ МИМО

Бакулин Михаил Германович,
Московский технический университет связи и
информатики, Москва, Россия, m.g.bakulin@gmail.com

Бен Режеб Тауфик Бен Камель,
Московский технический университет связи и
информатики, Москва, Россия, benrejebt@yandex.ru

Крейнделин Виталий Борисович,
Московский технический университет связи и
информатики, Москва, Россия, vitkrend@gmail.com

Панкратов Денис Юрьевич,
Московский технический университет связи и
информатики, Москва, Россия, dpankr@mail.ru

Смирнов Алексей Эдуардович,
Московский технический университет связи и
информатики, Москва, Россия, smirnov.al.ed@gmail.com

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-8-38-48

Manuscript received 15 June 2025;
Accepted 20 July 2025

Ключевые слова: кластеризованная линия
задержки, модель канала, МИМО, многолучевое
распространение, антенные решетки,
прекодирование

Понимание поведения беспроводных каналов очень важно для разработки эффективных и надежных систем связи. По результатам проеденных разработчиками систем связи исследований была выявлена потребность в моделях каналов с пониженной сложностью, которые можно использовать для быстрого моделирования с целью проведения сравнений между альтернативными системами на уровне канала (например, выбор модуляции и кодирования). Такие модели можно назвать моделями с пониженной сложностью. Они имеют характер хорошо известного класса моделей каналов с замираниями на линии задержки. Модель канала с кластеризованной линией задержки (Clustered Delay Line, CDL) использует статистический подход, который точно характеризует изменяющуюся во времени и частотно-селективную природу беспроводного канала связи, особенно в средах с кластеризованными многолучевыми компонентами [1]. Модель CDL оказывается ценным инструментом для разработки современных систем беспроводной связи, поскольку позволяет путем статистического моделирования получить характеристики, достаточно близкие к реальным условиям. В данной работе проведено исследование модели радиоканала с кластеризованной линией задержки. Приводится описание модели канала и параметров модели радиоканала. Дано описание пакета Matlab 5G Toolbox, используя который можно провести моделирование системы связи с МИМО-каналом с учетом направленных свойств антенной системы и условий распространения в модели канала CDL. Также статье приводятся результаты моделирования системы связи МИМО с различными вариантами модели CDL, а также сравнительный анализ этих результатов с аналогичными характеристиками системы МИМО, работающей с традиционной моделью канала с пространственно некоррелированными замираниями.

Информация об авторах:

Бакулин Михаил Германович, к.т.н, доцент кафедры "Теория электрических цепей", МТУСИ, Москва, Россия. ORCID 0000-0001-9086-8433
Бен Режеб Тауфик Бен Камель, к.т.н., доцент, декан факультета "Радио и телевидение", МТУСИ, Москва, Россия. ORCID 0000-0003-3298-5599
Крейнделин Виталий Борисович, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой "Теория электрических цепей", МТУСИ, Москва, Россия. ORCID 0000-0002-1185-471X
Панкратов Денис Юрьевич, к.т.н., доцент, доцент кафедры "Системы и сети радиосвязи и телерадиовещания", МТУСИ, Москва, Россия. ORCID 0000-0001-6387-6235
Смирнов Алексей Эдуардович, к.т.н., доцент кафедры "Информационная безопасность", МТУСИ, Москва, Россия. ORCID 0000-0001-5522-7323

Для цитирования:

Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю., Смирнов А.Э. Пространственная модель канала с кластеризованной линией задержки (CDL) для перспективных систем МИМО // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №8. С. 38-48.

For citation:

M.G. Bakulin, Taoufik Ben Rejeb, V.B. Kreyndelin, D.Yu. Pankratov, A.E. Smirnov, "Spatial channel model with clustered delay line (CDL) for advanced MIMO systems", T-Comm, 2025, vol. 19, no.8, pp. 38-48. (in Russian)

Введение

К настоящему времени разработано огромное количество моделей радиоканала для систем беспроводной связи [3, 4], [5, 6]. Основная проблема, возникающая при разработке и использовании моделей радиоканала, состоит в том, чтобы обеспечить достижение приемлемого компромисса между сложностью такой модели и ее адекватностью. Особенно трудно достичь такой компромисс в диапазонах сантиметровых и, тем более, миллиметровых волн [11, 15-18].

Модель канала CDL (Clustered Delay Line – кластеризованная линия задержки) – это разновидность статистической модели канала, которая представляет собой компромисс между детерминированным и статистическим подходами. Модели CDL учитывают эффекты временной дисперсии, вызванные многолучевым распространением, путем разделения путей сигнала с задержкой на кластеры [1]. Каждый кластер представляет собой группу близко расположенных путей сигнала со схожими характеристиками распространения.

В CDL учитываются рассеяния по углам прихода и отправления в сферических координатах по азимуту и подъему, используемые при сравнении антенн с разными диаграммами направленности [5]. Особенностью CDL-моделей, в отличие от геометрической модели радиоканала, является подход к определению мощности сигнала. Вместо точного расчета мощности сигнала, пришедшего от отдельных антенн и отдельных временных отчетов. Мощность описывается некоторым случайным распределением (Райса или Рэлея) относительно некоторого среднего значения мощности принимаемого сигнала.

В данной работе дано краткое описание модели канала MIMO на основе кластеров CDL, предложенной в техническом отчете 3GPP [2]. В целях простоты изложения ограничимся рассмотрением моделей в условиях отсутствия прямой видимости (Non-Line-Of-Sight – NLOS). Модели типа CDL разработаны для использования в диапазонах частот от 0.5 ГГц до 100 ГГц при максимальной полосе частот излучения 2 ГГц [1, 2]. Для сценария NLOS разработаны 3 модели: CDL-A, CDL-B и CDL-C, отличающиеся между собой параметрами кластеров. Отметим также для полноты изложения, что для условий наличия прямой видимости (Line-Of-Sight – LOS) разработаны еще две модели: CDL-D и CDL-E, которые также между собой отличаются параметрами кластеров. Разновидности модели CDL отличаются между собой также профилем, т.е. задержками и мощностями лучей.

В общем случае каждый кластер состоит из векторной суммы равномошных компонентов многолучевого сигнала (синусоид), каждая из которых имеет одинаковую или близкую задержку. Каждая компонента многолучевого сигнала имеет изменяющуюся фазу, но фиксированный угол прихода и угол излучения. Последние зависят от углового расширения на мобильной и базовой станциях соответственно. Мощность и задержки кластеров могут быть неоднородными и выбираются для достижения желаемого общего среднеквадратичного разброса задержек в канале. Модели CDL состоят из средней мощности, углов прихода, углов излучения и угловых разбросов на базовой и мобильной станции, связанных с каждым кластером в рамках моделей [13].

Перейдем к упрощенному описанию общей структуры модели CDL, следуя [2].

1 Исходные данные для формирования модели канала CDL

При построении модели CDL используется сферическая система координат, показанная на рис. 1 [2, 7, 8]. На этом рисунке использованы обозначения:

- \hat{n} – вектор некоторого заданного направления;
- $\hat{\phi}$ – базисный вектор по азимуту;
- $\hat{\theta}$ – базисный вектор по зениту.

Пусть x, y, z – декартовы координаты точки, расположенной на сфере единичного радиуса. Тогда $\rho = 1, \theta, \phi$ – сферические координаты этой точки, где $\rho = 1$ – радиус сферы. В этом случае имеет место следующая связь между декартовыми и сферическими координатами:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

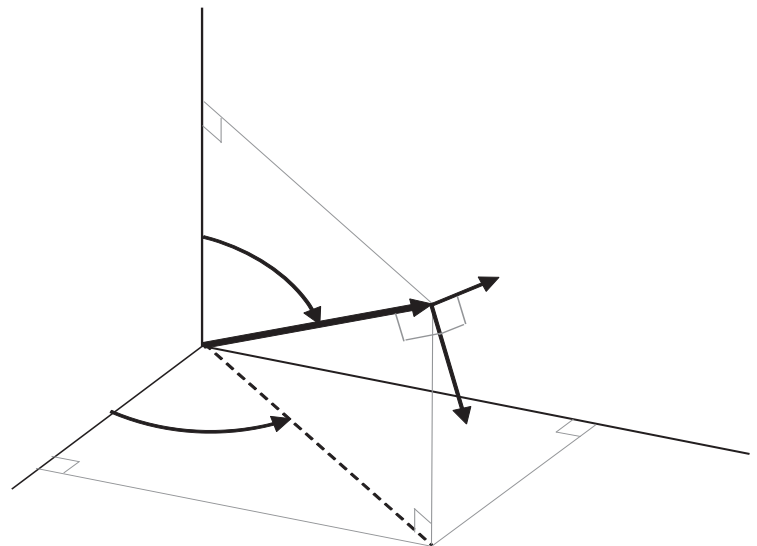


Рис. 1. Сферическая система координат

Диаграмма направленности одного антенного элемента

Ограничимся случаем, когда один антенный элемент имеет только одну вертикальную поляризацию. В этом случае имеет место следующее соотношение между диаграммами направленности антенного элемента по мощности $A(\theta, \phi)$ и по напряженности поля $F(\theta, \phi)$ [2, п.7.3.2]:

$$F(\theta, \phi) = \sqrt{A(\theta, \phi)} \quad (2)$$

Диаграммы направленности антенного элемента по мощности $A(\theta, \phi)$ определяются соотношениями, приведенными в табл. 1 ([2, Table 7.3-1]).

Таблица 1

Диаграммы направленности антенного элемента по мощности

Параметр	Величина параметра
Диаграмма направленности в вертикальной плоскости, дБ	$A_{дБ}(\theta, \phi = 0^\circ) = -\min\left\{12\left(\frac{\theta - 90^\circ}{\theta_{3дБ}}\right)^2, SLA_v\right\}$ где $\theta_{3дБ} = 65^\circ, SLA_v = 30 \text{ дБ}$ и $\theta \in [0^\circ, 180^\circ]$
Диаграмма направленности в горизонтальной плоскости, дБ	$A_{дБ}(\theta = 90^\circ, \phi) = -\min\left\{12\left(\frac{\phi}{\phi_{3дБ}}\right)^2, A_{\max}\right\}$ где $\phi_{3дБ} = 65^\circ, A_{\max} = 30 \text{ дБ}$ и $\phi \in [-180^\circ, 180^\circ]$
Диаграмма направленности в пространстве, дБ	$A_{дБ}(\theta, \phi) = -\min\{-(A_{дБ}(\theta, \phi = 0^\circ) + A_{дБ}(\theta = 90^\circ, \phi)), A_{\max}\}$

В таблице 1 использованы обозначения: SLA (SideLobe Attenuation) – величина ослабления боковых лепестков диаграммы направленности, выраженная в дБ; $\theta_{3дБ}$ – ширина диаграммы направленности антенны в вертикальной плоскости по уровню 3 дБ; $\phi_{3дБ}$ – ширина диаграммы направленности антенны в горизонтальной плоскости по уровню 3 дБ.

Максимальный коэффициент усиления одного антенного элемента составляет 8 дБ [2]. Для дальнейшего использования необходимо перевести значения $A_{дБ}(\theta, \phi)$ из логарифмической шкалы в линейную:

$$A(\theta, \phi) = 10^{0.1 \cdot A_{дБ}(\theta, \phi)} \quad (3)$$

Расширение задержки DS (Delay Spread).

Величина расширения задержки DS определяется в зависимости от условий распространения радиоволн (сценариев). К их числу относятся [13]:

- RMa – сельская местность, большой масштаб (Rural Macro);
- UMa – городская застройка, большой масштаб (Urban Macro);
- UMi – городская застройка, малый масштаб (Urban Micro);
- Indoor-Office – внутри помещений.

Среднеквадратичные значения разброса задержек для моделей CDL нормированы, и их можно масштабировать по задержкам таким образом, чтобы достичь желаемого среднеквадратичного разброса задержек. Масштабированные задержки могут быть получены в соответствии со следующим выражением [12]:

$$\tau_{n, \text{scaled}} = \tau_{n, \text{model}} \cdot DS_{\text{desired}} \quad (4)$$

где $\tau_{n, \text{model}}$ – нормированное значение задержки для n -го кластера в CDL, $\tau_{n, \text{scaled}}$ – новое значение задержки для n -го кластера, DS_{desired} – целевое расширение задержек.

Целевые значения расширения задержек приведены в таблице 2, а диапазоны частот в таблице 3 [12].

Таблица 2

Целевые значения расширения задержки

Частота	Сценарий	Целевое расширение задержки
FR1	UMi	100 нс
FR1	UMa	365 нс
FR2	UMi	60 нс
FR2	InO	30 нс

Таблица 3

Определение диапазонов частот

Обозначение частотного диапазона	Соответствующий диапазон частот
FR1	410 МГц – 7125 МГц
FR2	24250 МГц – 52600 МГц

Десятичный логарифм $\lg DS$ расширения задержки DS является гауссовской случайной величиной с параметрами:

- $\mu_{\lg DS}$ – математическое ожидание;
- $\sigma_{\lg DS}$ – среднеквадратическое отклонение.

Десятичный логарифм $\lg DS$ расширения задержки таким образом вычисляется следующим образом:

$$\lg DS = N\left(\mu_{\lg DS}, \sigma_{\lg DS}^2\right) \quad (5)$$

Для дальнейшего использования необходимо перевести значения $\lg DS$ из логарифмической шкалы в линейную:

$$DS = 10^{\lg DS} \quad (6)$$

Значения параметров $\mu_{\lg DS}$ и $\sigma_{\lg DS}$ для сценариев UMi и UMa в случае NLOS приведены в таблице 4 ([2, Table 7.5-6]). Аналогичные значения для сценариев RMa и Indoor-Office приведены в таблице 5 ([2, Table 7.5-6]).

Таблица 4

Параметры $\mu_{\lg DS}$ и $\sigma_{\lg DS}$ для сценариев UMi и UMa

Сценарии	UMi	UMa
$\lg DS = \mu_{\lg DS}, \text{ дБ}$	$-0.24 \log_{10}(1 + f_c) - 6.83$	$-6.28 - 0.204 \log_{10}(f_c)$
$\lg DS = \sigma_{\lg DS}, \text{ дБ}$	$0.16 \log_{10}(1 + f_c) + 0.28$	0,39

Таблица 5

Параметры $\mu_{\lg DS}$ и $\sigma_{\lg DS}$ для сценариев RMa и Indoor-Office

Сценарии	RMa	Indoor-Office
$\lg DS = \mu_{\lg DS}, \text{ дБ}$	-7,43	$-0.28 \log_{10}(1 + f_c) - 7.173$
$\lg DS = \sigma_{\lg DS}, \text{ дБ}$	0,48	$0.10 \log_{10}(1 + f_c) + 0.055$

Величина f_c в таблицах 4 и 5 является несущей частотой сигнала и измеряется в ГГц.

Формирование задержек кластеров.

Задержки кластеров τ'_n имеют экспоненциальное распределение:

$$\tau'_n = -r_\tau DS \ln(X_n), n = 1; 2; \dots N. \quad (7)$$

где расширение задержки DS вычисляется с помощью выражений (5) и (6); $X_n \sim \text{uniform}(0,1)$ – равномерно распределенные на отрезке $[0,1]$ случайные величины; r_τ – коэффициент пропорциональности ($r_\tau = 2.1$ для сценария UMi, $r_\tau = 2.3$ для сценария UMa, $r_\tau = 1.7$ для сценария RMa, $r_\tau = 3.0$ для сценария Indoor-Office) [2].

Далее задержки кластеров τ'_n подвергаются нормировке путем вычитания минимальной задержки и последующей сортировке в порядке возрастания:

$$\tau_n = \text{sort}(\tau'_n - \min(\tau'_n)), n = 1; 2; \dots N. \quad (8)$$

Отметим, что, задержка первого луча принимается равной нулю, т.е., $\tau_1 = 0$.

Формирование мощностей кластеров.

Мощности кластеров P_n зависят от значений задержки τ_n :

$$P_n = \exp\left\{-\tau_n \frac{r_\tau - 1}{r_\tau DS}\right\} \cdot 10^{-0.1 Z_n}, n = 1; 2; \dots N. \quad (9)$$

где Z_n – независимые гауссовские случайные величины, учитывающая затенение и измеряемые в дБ:

$$Z_n \sim N(0, \zeta^2), n = 1; 2; \dots N. \quad (10)$$

где, в свою очередь, величина среднеквадратического отклонения $\zeta = 3$ дБ для всех рассматриваемых сценариев [2].

После нормировки имеем следующие значения мощностей всех кластеров:

$$P_n = \frac{P'_n}{\sum_{n=1}^N P'_n}, n = 1; 2; \dots N. \quad (11)$$

2 Описание алгоритма формирования коэффициентов передачи канала

Рассмотрим процесс формирования коэффициентов передачи канала при использовании модели CDL по шагам [2].

Шаг 1. Вычисление значений углов прихода по азимуту с помощью следующего уравнения:

$$\phi_{n,m,AOA} = \phi_{n,AOA} + c_{ASA} \alpha_m, n = 1; 2; \dots N, m = 1; 2; \dots M. \quad (12)$$

где $\phi_{n,AOA}$ – азимутальный угол прихода сигнала (Angle-Of-Arrival – AOA) для n -го кластера; $N = 23$ – число кластеров; c_{ASA} – среднеквадратический угловой разброс азимутальных углов прихода сигнала (Azimuth Spread of Arrival – ASA)

внутри кластера; α_m – относительное угловое смещение m -го луча внутри кластера; $M = 20$ – число лучей в одном кластере; $\phi_{n,m,AOA}$ – угол прихода m -го луча в n -м кластере.

Значения величин α_m для модели CDL-A, используемые в формулах (12)–(15), приведены в таблице 6 ([2], Table 7.5-3).

Таблица 6

Значения величин α_m для модели CDL-A

Номер луча m внутри кластера	Величина относительного углового смещения луча α_m
1, 2	± 0.0447
3, 4	± 0.1413
5, 6	± 0.2492
7, 8	± 0.3715
9, 10	± 0.5129
11, 12	± 0.6797
13, 14	± 0.8844
15, 16	± 1.1481
17, 18	± 1.5195
19, 20	± 2.1551

Значения величин α_m для моделей CDL-B, CDL-C, CDL-D и CDL-E здесь с целью экономии места не приводятся, но они могут быть найдены в [2].

Далее производится вычисление значений угла излучения по азимуту (Angle-Of-Departure – AOD) $\phi_{n,m,AOD}$ m -го луча в n -м кластере:

$$\phi_{n,m,AOD} = \phi_{n,AOD} + c_{ASD} \alpha_m, n = 1; 2; \dots N, m = 1; 2; \dots M. \quad (13)$$

где $\phi_{n,AOD}$ – азимутальный угол излучения для n -го кластера; c_{ASD} – среднеквадратический угловой разброс азимутальных углов излучения сигнала (Azimuth Spread of Departure – ASD) внутри кластера; $\phi_{n,m,AOD}$ – угол излучения m -го луча в n -м кластере.

Аналогично производится вычисление углов прихода по зениту с помощью следующего уравнения:

$$\theta_{n,m,ZOA} = \theta_{n,ZOA} + c_{ZSA} \alpha_m, n = 1; 2; \dots N, m = 1; 2; \dots M. \quad (14)$$

где $\theta_{n,ZOA}$ – зенитный угол прихода сигнала (Zenith-Of-Arrival – ZOA) для n -го кластера; c_{ZSA} – среднеквадратический угловой разброс зенитных углов прихода сигнала (Zenith Spread of Arrival – ZSA) внутри кластера; $\theta_{n,m,ZOA}$ – зенитный угол прихода m -го луча в n -м кластере.

Далее производится вычисление углов прихода по зениту с помощью следующего уравнения:

$$\theta_{n,m,ZOD} = \theta_{n,ZOD} + c_{ZSD} \alpha_m, n = 1; 2; \dots N, m = 1; 2; \dots M. \quad (15)$$

где $\theta_{n,ZOD}$ – зенитный угол излучения сигнала (Zenith-Of-Departure – ZOD) для n -го кластера; c_{ZSD} – среднеквадратический угловой разброс зенитных углов излучения сигнала

(Zenith Spread of Departure – ZSD) внутри кластера; $\theta_{n,m,ZOD}$ – зенитный угол излучения m -го луча в n -м кластере.

Значения величин $\phi_{n,AOA}$, $\phi_{n,AOD}$, $\theta_{n,ZOA}$, $\theta_{n,ZOD}$, используемые в формулах (12)...(15), приведены в Табл. 7. Значения величин c_{ASA} , c_{ASD} , c_{ZSA} , c_{ZSD} , также используемые в формулах (12)...(15), приведены в таблице 8.

Таблица 7

Основные параметры модели CDL-A

Номер кластера	Нормированная задержка	Нормированная мощность, дБ	$\phi_{n,AOD}$, град	$\phi_{n,AOA}$, град	$\theta_{n,ZOD}$, град	$\theta_{n,ZOA}$, град
1	0.0000	-13.4	-178.1	51.3	50.2	125.4
2	0.3819	0	-4.2	-152.7	93.2	91.3
3	0.4025	-2.2	-4.2	-152.7	93.2	91.3
4	0.5868	-4	-4.2	-152.7	93.2	91.3
5	0.4610	-6	90.2	76.6	122	94
6	0.5375	-8.2	90.2	76.6	122	94
7	0.6708	-9.9	90.2	76.6	122	94
8	0.5750	-10.5	121.5	-1.8	150.2	47.1
9	0.7618	-7.5	-81.7	-41.9	55.2	56
10	1.5375	-15.9	158.4	94.2	26.4	30.1
11	1.8978	-6.6	-83	51.9	126.4	58.8
12	2.2242	-16.7	134.8	-115.9	171.6	26
13	2.1718	-12.4	-153	26.6	151.4	49.2
14	2.4942	-15.2	-172	76.6	157.2	143.1
15	2.5119	-10.8	-129.9	-7	47.2	117.4
16	3.0582	-11.3	-136	-23	40.4	122.7
17	4.0810	-12.7	165.4	-47.2	43.3	123.2
18	4.4579	-16.2	148.4	110.4	161.8	32.6
19	4.5695	-18.3	132.7	144.5	10.8	27.2
20	4.7966	-18.9	-118.6	155.3	16.7	15.2
21	5.0066	-16.6	-154.1	102	171.7	146
22	5.3043	-19.9	126.5	-151.8	22.7	150.7
23	9.6586	-29.7	-56.2	55.2	144.9	156.1

Таблица 8

Дополнительные параметры модели CDL-A

Название параметра	c_{ASD} , град.	c_{ASA} , град.	c_{ZSD} , град.	c_{ZSA} , град.	XPR, дБ
Величина параметра	5	11	3	3	10

Шаг 2. Составление пар лучей как по азимуту, так и по высоте (зениту).

Производится группирование в пары $\{\phi_{n,m,AOD}, \phi_{n,m,AOA}\}$ случайным образом значений углов $\phi_{n,m,AOD}$ и $\phi_{n,m,AOA}$ в пределах n -го кластера. Аналогичным образом производится случайное группирование в пары $\{\theta_{n,m,ZOD}, \theta_{n,m,ZOA}\}$ значений углов $\theta_{n,m,ZOD}$ и $\theta_{n,m,ZOA}$ в пределах n -го кластера. Кроме того, производится случайное группирование в пары $\{\phi_{n,m,AOD}, \theta_{n,m,ZOD}\}$ значений углов $\phi_{n,m,AOD}$ и $\theta_{n,m,ZOD}$ в пределах n -го кластера.

Шаг 3. Формирование коэффициентов кросс-поляризации.

Коэффициент кросс-поляризации (cross polarization Power Ratio – XPR) $\kappa_{n,m}$ для m -го луча в n -м кластере выражается следующим образом:

$$\kappa_{n,m} = 10^{X/10}, n = 1; 2; \dots N, m = 1; 2; \dots M, \quad (16)$$

где X – величина XPR, выраженная в дБ (см. табл. 8).

Шаг 4. Формирование коэффициентов передачи канала.

Используется процедура, описанная на Шагах 10 и 11 в [2, подпункт 4.5], Все кластеры при этом считаются ‘слабыми’.

Формирование случайных начальных фаз [2, подпункт 7.5, Шаг 10].

Формирование независимых случайных начальных фаз $\{\Phi_{n,m}^{\theta\theta}, \Phi_{n,m}^{\theta\phi}, \Phi_{n,m}^{\phi\theta}, \Phi_{n,m}^{\phi\phi}\}, n = 1; 2; \dots N, m = 1; 2; \dots M$, для m -го луча в n -м кластере для четырех возможных поляризационных комбинаций $(\theta\theta, \theta\phi, \phi\theta, \phi\phi)$. Распределение всех этих фаз – равномерное в интервале $[-\pi; \pi]$.

Формирование коэффициентов передачи канала для всех кластеров между всеми приемными и передающими антеннами [2, подпункт 7.5, Шаг 11].

Выражение для n -й компоненты коэффициента передачи канала $H_{u,s,n}^{NLOS}(t)$, $n = 1; 2; \dots N, u = 1; 2; \dots U, s = 1; 2; \dots S$, в случае NLOS имеет вид:

$$H_{u,s,n}^{NLOS}(t) = \sqrt{\frac{P_n}{M}} \sum_{m=1}^M \begin{bmatrix} F_{rx,u,\theta}(\theta_{n,m,ZOA}, \phi_{n,m,AOA}) \\ F_{rx,u,\phi}(\theta_{n,m,ZOA}, \phi_{n,m,AOA}) \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} \exp(j\Phi_{n,m}^{\theta\theta}) & \sqrt{\kappa_{n,m}^{-1}} \exp(j\Phi_{n,m}^{\theta\phi}) \\ \sqrt{\kappa_{n,m}^{-1}} \exp(j\Phi_{n,m}^{\phi\theta}) & \exp(j\Phi_{n,m}^{\phi\phi}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{tx,s,\theta}(\theta_{n,m,ZOD}, \phi_{n,m,AOD}) \\ F_{tx,s,\phi}(\theta_{n,m,ZOD}, \phi_{n,m,AOD}) \end{bmatrix} \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{rx,n,m}^T \bar{d}_{rx,u}}{\lambda_0}\right) \times \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{tx,n,m}^T \bar{d}_{tx,s}}{\lambda_0}\right) \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{rx,n,m}^T \bar{v}}{\lambda_0} t\right) \quad (17)$$

где $F_{rx,u,\theta}$ и $F_{rx,u,\phi}$ – диаграммы направленности u -го элемента приемной антенны в зенитной и азимутальной плоскостях, соответственно; $F_{tx,s,\theta}$ и $F_{tx,s,\phi}$ – аналогичные диаграммы направленности S -го элемента передающей антенны; P_n – мощность n -го кластера; M – число лучей в одном кластере; $n = 1; 2; \dots N$ – номер кластера; $u = 1; 2; \dots U$ – номер приемного антенного элемента; $s = 1; 2; \dots S$ – номер передающего антенного элемента; U – число приемных антенных элементов; S – число передающих антенных элементов.

Диаграммы направленности $F_{rx,u,\theta}$, $F_{rx,u,\phi}$, $F_{tx,s,\theta}$ и $F_{tx,s,\phi}$ вычисляются с помощью соотношений (2) и (3) на основе данных из таблицы 1. Значения мощностей кластеров P_n вычисляются с помощью соотношений (7)...(11). Величина $\hat{r}_{rx,n,m}$ представляет собой вектор с единичной длиной, зависящий азимутального угла прихода $\phi_{n,m,AOA}$ и зенитного угла

прихода $\theta_{n,m,ZOA}$:

$$\hat{r}_{rx,n,m} = \begin{bmatrix} \sin \theta_{n,m,ZOA} \cos \phi_{n,m,AOA} \\ \sin \theta_{n,m,ZOA} \sin \phi_{n,m,AOA} \\ \cos \theta_{n,m,ZOA} \end{bmatrix}, n = 1; 2; \dots N.$$

$$m = 1; 2; \dots M. \quad (18)$$

Величина $\hat{r}_{rx,n,m}$ представляет собой вектор с единичной длиной, зависящий азимутального угла излучения $\phi_{n,m,AOD}$ и зенитного угла излучения $\theta_{n,m,ZOD}$:

$$\hat{r}_{tx,n,m} = \begin{bmatrix} \sin \theta_{n,m,ZOD} \cos \phi_{n,m,AOD} \\ \sin \theta_{n,m,ZOD} \sin \phi_{n,m,AOD} \\ \cos \theta_{n,m,ZOD} \end{bmatrix}, n = 1; 2; \dots N.$$

$$m = 1; 2; \dots M. \quad (19)$$

Вектор $\bar{d}_{rx,u}$ представляет собой вектор ориентации u -го элемента приемной антенны; вектор $\bar{d}_{tx,s}$ представляет собой вектор ориентации s -го элемента передающей антенны; λ_0 – длина волны, соответствующая несущей частоте передаваемого сигнала.

Пусть антенные элементы расположены на плоскости XOZ (см. рис. 1). Для случая одной приемной антенны целесообразно ее поместить в начало координат:

$$\bar{d}_{rx} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Для S -го элемента передающей антенны при эквидистантном расположении (через Δ) на оси Z антенных элементов имеем:

$$\bar{d}_{tx,s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (s-1)\Delta \end{bmatrix}, s = 1; 2; \dots S. \quad (21)$$

Движение абонента со скоростью v учитывается путем использования вектора \bar{v} :

$$\bar{v} = v \cdot [\sin \theta_v \cos \phi_v \quad \sin \theta_v \sin \phi_v \quad \cos \theta_v]^T. \quad (22)$$

где ϕ_v – угол наклона по азимуту вектора скорости движения абонента; θ_v – угол наклона по зениту вектора скорости движения абонента.

Пусть $s_s(t)$ – сигнал, поступающий на S -й элемент передающей антенны. Тогда на основе (17) можно записать следующее выражение для компоненты сигнала $y_{u,s}(t)$ в u -м элементе приемной антенны, вызванной именно сигналом $s_s(t)$:

$$y_{u,s}(t) = \sum_{n=1}^N s_s(t - \tau_n) H_{u,s,n}^{\text{NLOS}}(t - \tau_n). \quad (23)$$

где τ_n – величина задержки распространения сигнала для n -го кластера, которая вычисляется по формулам (7) и (8).

Рассмотрим теперь некоторые важные частные случаи.

Случай одной приемной антенны ($U = 1$). На основе уравнения (17) можно записать:

$$H_{s,n}^{\text{NLOS}}(t) = \sqrt{\frac{P_n}{M}} \sum_{m=1}^M \left[F_{rx,\theta}(\theta_{n,m,ZOA}, \phi_{n,m,AOA}) \right]^T \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \exp(j\Phi_{n,m}^{\theta\theta}) & \sqrt{\kappa_{n,m}^{-1}} \exp(j\Phi_{n,m}^{\theta\phi}) \\ \sqrt{\kappa_{n,m}^{-1}} \exp(j\Phi_{n,m}^{\phi\theta}) & \exp(j\Phi_{n,m}^{\phi\phi}) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\times \begin{bmatrix} F_{tx,s,\theta}(\theta_{n,m,ZOD}, \phi_{n,m,AOD}) \\ F_{tx,s,\phi}(\theta_{n,m,ZOD}, \phi_{n,m,AOD}) \end{bmatrix} \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{rx,n,m}^T \bar{d}_{rx}}{\lambda_0}\right) \times$$

$$\times \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{tx,n,m}^T \bar{d}_{tx,s}}{\lambda_0}\right) \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{rx,n,m}^T \bar{v}}{\lambda_0} t\right)$$

В (24) обозначено: \bar{d}_{rx} – вектор ориентации приемной антенны; $F_{rx,\theta}$ и $F_{rx,\phi}$ – диаграммы направленности приемной антенны в зенитной и азимутальной плоскостях, соответственно.

Случай одной передающей антенны ($S = 1$). На основе уравнения (17) можно записать:

$$H_{u,n}^{\text{NLOS}}(t) = \sqrt{\frac{P_n}{M}} \sum_{m=1}^M \left[F_{rx,u,\theta}(\theta_{n,m,ZOA}, \phi_{n,m,AOA}) \right]^T \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \exp(j\Phi_{n,m}^{\theta\theta}) & \sqrt{\kappa_{n,m}^{-1}} \exp(j\Phi_{n,m}^{\theta\phi}) \\ \sqrt{\kappa_{n,m}^{-1}} \exp(j\Phi_{n,m}^{\phi\theta}) & \exp(j\Phi_{n,m}^{\phi\phi}) \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\times \begin{bmatrix} F_{tx,\theta}(\theta_{n,m,ZOD}, \phi_{n,m,AOD}) \\ F_{tx,\phi}(\theta_{n,m,ZOD}, \phi_{n,m,AOD}) \end{bmatrix} \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{rx,n,m}^T \bar{d}_{rx,u}}{\lambda_0}\right) \times$$

$$\times \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{tx,n,m}^T \bar{d}_{tx}}{\lambda_0}\right) \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{rx,n,m}^T \bar{v}}{\lambda_0} t\right)$$

В (25) обозначено: \bar{d}_{tx} – вектор ориентации передающей антенны; $F_{tx,\theta}$ и $F_{tx,\phi}$ – диаграммы направленности передающей антенны в зенитной и азимутальной плоскостях, соответственно.

3 Возможности упрощения реализации модели CDL

Общие выражения для модели CDL – формулы (17) и (23). Они весьма трудоемки для практического применения, поэтому целесообразно рассмотреть возможности их упрощения. Сделаем следующие предположения:

- Диаграммы направленности всех приемных антенных элементов одинаковы:

$$F_{rx,u,\theta} = F_{rx,\theta}, F_{rx,u,\phi} = F_{rx,\phi}, u = 1; 2; \dots U. \quad (26)$$

- Диаграммы направленности всех передающих антенных элементов одинаковы:

$$F_{tx,s,\theta} = F_{tx,\theta}, F_{tx,s,\phi} = F_{tx,\phi}, s = 1; 2; \dots S. \quad (27)$$

Заметим, что эти предположения на практике почти всегда выполняются. С учетом (26) и (27) выражение (17) может быть переписано в следующей форме:

$$H_{u,s,n}^{\text{NLOS}}(t) = \sqrt{\frac{P_n}{M}} \sum_{m=1}^M G_{u,s,n,m} \cdot \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{rx,n,m}^T \cdot \bar{d}_{rx,u}}{\lambda_0}\right) \times \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{tx,n,m}^T \cdot \bar{d}_{tx,s}}{\lambda_0}\right) \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{rx,n,m}^T \cdot \bar{v}}{\lambda_0} t\right) \quad (28)$$

где

$$G_{u,s,n,m} = G_{n,m} \left(\theta_{n,m,ZOA}, \phi_{n,m,AOA}, \kappa_{n,m}, \Phi_{n,m}^{\theta\theta}, \Phi_{n,m}^{\theta\phi}, \Phi_{n,m}^{\phi\theta}, \Phi_{n,m}^{\phi\phi}, \theta_{n,m,ZOD}, \phi_{n,m,AOD} \right) = \begin{bmatrix} F_{rx,u,\theta}(\theta_{n,m,ZOA}, \phi_{n,m,AOA}) \\ F_{rx,u,\phi}(\theta_{n,m,ZOA}, \phi_{n,m,AOA}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \exp(j\Phi_{n,m}^{\theta\theta}) & \sqrt{\kappa_{n,m}^{-1}} \exp(j\Phi_{n,m}^{\theta\phi}) \\ \sqrt{\kappa_{n,m}^{-1}} \exp(j\Phi_{n,m}^{\phi\theta}) & \exp(j\Phi_{n,m}^{\phi\phi}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{tx,s,\theta}(\theta_{n,m,ZOD}, \phi_{n,m,AOD}) \\ F_{tx,s,\phi}(\theta_{n,m,ZOD}, \phi_{n,m,AOD}) \end{bmatrix} \quad (29)$$

Величины $G_{u,s,n,m}$ – случайные и независимые для различных u и s .

После подстановки (29) в (23) можно записать следующее выражение для компоненты сигнала $y_{u,s}(t)$ в u -м элементе приемной антенны, вызванной именно сигналом $s_s(t)$:

$$y_{u,s}(t) = \sum_{n=1}^N s_s(\tau_n) H_{u,s,n}^{\text{NLOS}}(t - \tau_n) = \sum_{n=1}^N s_s(\tau_n) \sqrt{\frac{P_n}{M}} \sum_{m=1}^M G_{u,s,n,m} \cdot \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{rx,n,m}^T \cdot \bar{d}_{rx,u}}{\lambda_0}\right) \times \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{tx,n,m}^T \cdot \bar{d}_{tx,s}}{\lambda_0}\right) \exp\left(j2\pi \frac{\hat{r}_{rx,n,m}^T \cdot \bar{v}}{\lambda_0} \tau_n\right) \quad (30)$$

Нужно отметить, что выполнение условий (26) и (27) приводит к весьма существенному упрощению исходной модели CDL (17) и (23).

4 Моделирование системы связи MIMO с каналом CDL с использованием пакета Matlab

Модель канала CDL системы MIMO, описываемая формулами (17) и (23), реализована в версии Matlab 2023b и более поздних версиях [9, 10]. Она является частью пакета 5G Toolbox и предназначена для моделирования каналов связи в системах 5G NR (New Radio). Модель CDL основана на рекомендациях 3GPP (3rd Generation Partnership Project) и позволяет моделировать многолучевое распространение сигналов с учетом кластеризации задержек и углов. В настоящее время стандартизованы и определены параметры для пяти моделей: CDL-A, CDL-B, CDL-C, CDL-D и CDL-E. Их особенности и свойства приведены в таблице 8.

В Matlab для моделирования каналов CDL используется объект `nrCDLChannel`. Этот объект позволяет задавать множество параметров, которые определяют характеристики канала.

Особенности, свойства и области применения моделей CDL

Тип модели	Особенности и свойства
CDL-A	<ul style="list-style-type: none"> ○ Характеризуется одним сильным кластером и большим количеством лучей. ○ Используется для сценариев NLOS с высокой корреляцией между антеннами. ○ Подходит для моделирования каналов в условиях, где нет прямой видимости, но есть доминирующий кластер (например, в городских условиях с умеренным рассеянием).
CDL-B	<ul style="list-style-type: none"> ○ Имеет несколько кластеров с умеренными задержками. ○ Используется для сценариев NLOS с умеренной корреляцией. ○ Подходит для моделирования каналов в условиях с большим количеством рассеянных сигналов (например, в густонаселенных городских районах).
CDL-C	<ul style="list-style-type: none"> ○ Характеризуется большим количеством кластеров с большими задержками. ○ Используется для сценариев NLOS с низкой корреляцией. ○ Подходит для моделирования каналов в условиях сильного рассеяния и множества препятствий (например, в indoor-средах или густонаселенных мегаполисах).
CDL-D	<ul style="list-style-type: none"> ○ Имеет один доминирующий луч (прямой путь, LOS) и несколько слабых лучей (отражений). ○ Слабые лучи имеют меньшую мощность по сравнению с прямым лучом. ○ Используется для моделирования каналов с высокой корреляцией между антеннами. ○ Подходит для сценариев, где есть прямая видимость, но присутствуют слабые отражения (например, в открытых пространствах с минимальными препятствиями).
CDL-E	<ul style="list-style-type: none"> ○ Также имеет один доминирующий луч (прямой путь, LOS) и большее количество слабых лучей по сравнению с CDL-D. ○ Слабые лучи имеют еще меньшую мощность и более равномерное распределение. ○ Используется для моделирования каналов с умеренной корреляцией. ○ Подходит для сценариев, где есть прямая видимость, но присутствуют более заметные отражения (например, в городских условиях с частичными препятствиями).

Рассмотрим примеры задания основных параметров.

- `channel = nrCDLChannel` – создание объекта конфигурации канала (присвоение имени пользовательскому каналу);
- `channel.DelayProfile = 'CDL-A'` – выбор типа канала (профиля);
- `channel.CarrierFrequency = 3.5e9` – частота несущей (Гц);
- `channel.CarrierFrequency = 15.36e6` – частота дискретизации (Гц);
- `channel.MaximumDopplerShift=10` – максимальный доплеровский сдвиг (Гц).

Другая группа параметров определяет конфигурацию антенных систем (приемной и передающей).

Необходимость их задания вызвана пространственным расположением кластеров, что приводит не только к различию задержек, но и углов прихода и излучения. Параметры антенных систем задаются соответствующими пятимерными векторами для передающей и приемной сторон: $[M \ N \ P \ M_g \ N_g]$, где M, N – число антенных элементов в одной панели по вертикали и горизонтали, соответственно; P – число поляризаций; M_g, N_g – число панелей (по вертикали и горизонтали, соответственно). Пример задания конфигурации антенных систем:

• $channel.TransmitAntennaArray.Size = [2 \ 3 \ 2 \ 2 \ 2]$ – конфигурация передающей антенной системы;

• $channel.ReceiveAntennaArray.Size = [4 \ 4 \ 2 \ 4 \ 4]$ – конфигурация приемной антенной системы.

В соответствии с этими параметрами будет определяться число излучаемых и принимаемых сигналов $N_{sig} = M \cdot N \cdot P \cdot M_g \cdot N_g$. Для рассмотренных конфигураций число излучаемых сигналов равно 48, а число принимаемых сигналов равно 512. Излучаемые и принимаемые сигналы представляются в виде матриц, где число элементов в столбцах этих матриц определяется числом временных отсчетов, и число элементов в строке – числом излучаемых или принимаемых сигналов.

Нумерация 48 излучаемых сигналов для рассмотренного примера иллюстрируется на рисунке 2. В данном примере антенна состоит из 4 панельных антенн 2×2 , каждая из которых содержит 2×3 антенных элемента с двумя ортогональными поляризациями. Первый столбец антенных элементов с первым углом поляризации первой панели позволяет получить первые $M = 2$ столбца выходного сигнала (s_1 и s_2). Следующий столбец антенных элементов позволяет получить следующие $M = 2$ столбца выходного сигнала (s_3 и s_4) и так далее.

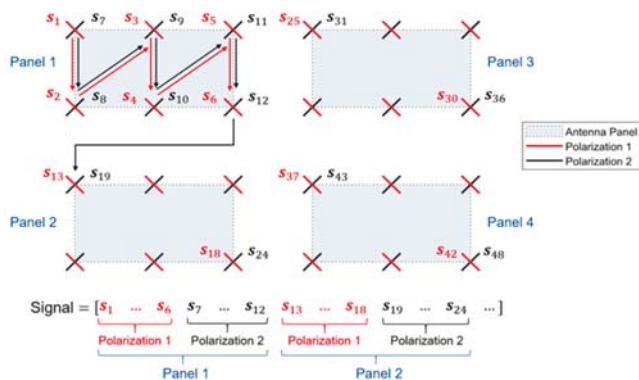


Рис. 2. Пример антенной решетки [9]

Следуя этой схеме, модель CDL через антенные элементы с первым углом поляризации всей первой панели позволяет получить первые $M \times N = 6$ столбцов выходного сигнала ($s_1 - s_6$). Аналогично, антенные элементы со вторым углом поляризации первой панели позволяют получить следующие шесть столбцов выходного сигнала ($s_7 - s_{12}$). Следующие панели позволяют получить следующие наборы из $M \times N \times P = 12$ столбцов выходного сигнала ($s_{13} - s_{24}$, $s_{25} - s_{36}$, $s_{37} - s_{48}$).

Кроме геометрии расположения антенных элементов и панелей должны быть заданы также и расстояния между антенными элементами и центрами панелей, которые задаются в виде 4-х мерного вектора $[d_v \ d_h \ D_v \ D_h]$, где d_v, d_h – расстояния между антенными элементами по вертикали и горизонтали одной панели, выраженные в длине волны, D_v, D_h – расстояния между центрами панелей по вертикали и горизонтали. Это задается следующими переменными:

• $channel.TransmitAntennaArray.ElementSpacing = [0.5 \ 0.5 \ 1.5 \ 1]$;

• $channel.ReceiveAntennaArray.ElementSpacing = [0.5 \ 0.5 \ 2 \ 2]$.

Другим параметром, влияющим на характеристики приема сигналов, отражённых от разных кластеров, является вид диаграммы направленности отдельно каждого антенного элемента. В конфигурации модели CDL предусмотрено два типа диаграмм направленности: 'isotropic' – всенаправленная во всех плоскостях, '38.901' – диаграмма, определяемая стандартом и приведённая в таблице 1. Эти характеристики задаются переменными $channel.TransmitAntennaArray.Element$ и $channel.ReceiveAntennaArray.Element$.

Кроме описанных параметров конфигурации CDL канала, присвоенных структуре $channel$, существуют и другие. Информацию о них можно получить, непосредственно, через вывод $disp(channel)$ и $channel.info$ или через описание $doc nrCDLChannel$. Более подробную информацию о параметрах CDL модели можно найти в [2].

После того как сформирован массив (матрица) излучаемых отсчетов $txWaveform$, сигнал на выходах антенной системы приемника формируется путем следующей функции:

$$rxWaveform = channel(txWaveform).$$

Принимаемый сигнал также будет представлен в виде двумерного массива (матрицы) число строк, в котором равно числу отсчетов излучаемого сигнала, а число столбцов равно общему числу антенных элементов приемной антенной системы с учетом наличия элементов разной поляризации.

В заключение для иллюстрации свойств разных моделей рассмотрим результаты моделирования системы MIMO с пространственным мультиплексированием для следующей простой конфигурации четыре передающих и четыре приемных антенны, организованные в квадратную решётку: $channel.TransmitAntennaArray.Size = [2 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1]$ и $channel.ReceiveAntennaArray.Size = [2 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1]$.

Проводилось моделирование системы MIMO-OFDM с применением различных моделей канала при следующих условиях:

- антенная конфигурация – 4×4 ;
- число поднесущих OFDM – 288 из 1024;
- число символов OFDM – 14;
- скорость движения абонента – 3 км/ч;
- приемник – MMSE;
- модуляция – QPSK;
- кодирование – турбо, скорость кодирования – $1/2$.

На рисунке 3 приведены зависимости вероятности ошибки на бит без кодирования от отношения сигнал/шум на бит для разных моделей канала.

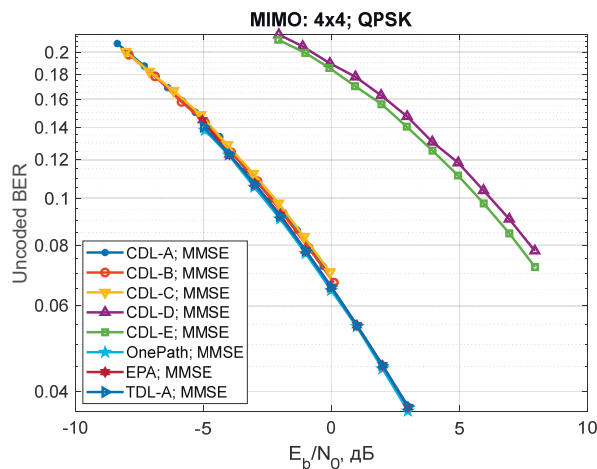


Рис. 3. Зависимости вероятности ошибки на бит без кодирования от отношения сигнал/шум для различных моделей

Помимо моделей CDL здесь также приведены результаты для однолучевой модели с некоррелированными замираниями ('OnePath') и для стандартных моделей EPA и TDL-A. Из этих зависимостей видно, что разновидности CDL-моделей с NLOS (CDL-A, CDL-B, CDL-C) обеспечивают такие же характеристики BER без кодирования, как и другие стандартные модели TDL, и однолучевая модель с некоррелированными замираниями. Что касается моделей CDL с LOS (CDL-D, CDL-E), то, как и ожидалось для моделей с прямой видимостью, их характеристики для системы MIMO с мультиплексированием существенно ухудшились.

На рисунке 4 приведены аналогичные зависимости для FER с кодированием. Здесь уже проявляется наличие многолучевого распространения в моделях CDL-A, CDL-B, CDL-C, TDL-A и EPA. Наличие множества путей приводит к улучшению характеристик при наличии кодирования.

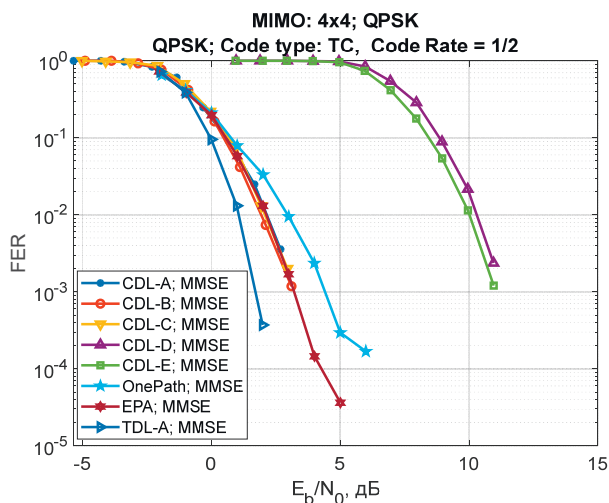


Рис. 4. Зависимости вероятности ошибки на кадр с кодированием от отношения сигнал/шум для различных моделей

Следует отметить, что для моделей CDL мощность принимаемого сигнала зависит от направленных свойств антенных элементов. Это не регулируется условиями нормировки в канале и должно учитываться при моделировании. В Табл. 9 приведены значения мощности принимаемого сигнала для

одной приемной антенны для разных моделей CDL и разного сочетания направленных свойств антенных элементов.

Таблица 9

Мощность принимаемого сигнала для разных моделей CDL и разного сочетания видов направленности антенных элементов

Диаграмма Tx антенны	Диаграмма Rx антенны	Средняя нормированная мощность сигнала, принимаемого одной антенной				
		CDL-A	CDL-B	CDL-C	CDL-D	CDL-E
isotropic	'isotropic'	0,464	0,515	0,494	0,495	0,496
'isotropic'	38.901'	0,157	0,029	0,111	0,005	0,102
'38.901'	'isotropic'	1,653	1,627	1,712	2,873	2,808
'38.901'	'38.901'	0,013	0,019	0,028	0,018	0,084

Видно, что мощность принимаемого сигнала в некоторых случаях может изменяться до 500 раз. Это объясняется тем, что сигналы, отражаемые разными кластерами, могут не попадать в диаграмму направленности одного элемента. В данной ситуации даже формирование диаграмм направленности антенных решёток не позволит существенно улучшить качество приема. В данной ситуации может помочь только поворот плоскости антенных панелей.

Заключение

В данной работе приведено подробное описание модели CDL, её свойств и возможностей. Показано, что данная модель позволяет учитывать направленность входящих и излучаемых сигналов, что особенно важно при использовании в системе связи антенных решёток с управляемыми диаграммами направленности, в том числе в сочетании с алгоритмами прекодирования.

Дано описание пакета Matlab с 5G Toolbox, позволяющего провести моделирование системы связи с MIMO-каналом с учетом направленных свойств антенной системы и условий распространения в модели канала CDL с кластеризованной линией задержки, как для стандартных моделей (CDL-A, CDL-B, CDL-C, CDL-D, CDL-E), так и для моделей с пользовательскими параметрами.

Методом статистического моделирования проведено сравнение помехоустойчивости системы связи MIMO с различными каналами CDL, а также с другими стандартными моделями каналов (EPA, TDL) и с классической моделью MIMO-канала с некоррелированными замираниями. Подробно исследованы особенности каждого вида модели.

Литература

1. Neha Kumari, Reemakshi Rajput, Shalini Sharma. CDL Channel Model: Revolutionizing Wireless Communication. Vol. 8 Issue. 7, July // 2023 International Journal of Innovative Science and Research Technology (IJISRT), www.ijisrt.com. ISSN 2456-2165, pp. 1937-1949. <https://doi.org/10.5281/zenodo.8216719>
2. 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Study on channel model for frequencies from 0.5 to 100 GHz (Release 14). 3GPP TR 38.901 V14.3.0 (2017-12).

<https://portal.3gpp.org/desktopmodules/Specifications/SpecificationDetails.aspx?specificationId=3173>

3. Khan F. LTE for 4G Mobile Broadband: Air Interface Technologies and Performance. Cambridge: Cambridge University Press, 2009, 492 p.

4. Sesia S., Toufik I., Baker M. LTE – The UMTS Long Term Evolution. From theory to practice, UK, Chichester, John Wiley & Sons Ltd, 2011, 752 p.

5. Markus Rupp, Stefan Schwarz, Martin Taranetz. The Vienna LTE-Advanced Simulators. Up and Downlink, Link and System Level Simulation. Singapore: Springer Science+Business Media Singapore, 2016, 383 p.

6. Harkat H., Monteiro P., Gameiro A., Guiomar F., Farhana Thariq Ahmed H. A Survey on MIMO-OFDM Systems: Review of Recent Trends. Signals 2022, 3, pp. 359-395. <https://doi.org/10.3390/signals3020023>

7. Воскресенский Д.И., Гостюхин В.Л., Максимов В.М., Пономарев Л.И. Антенны и устройства СВЧ / Под ред. Д.И. Воскресенского. Изд. 3-е. М.: Радиотехника, 2008.

8. Кубанов В.П. Направленные свойства антенных решеток. Самара: ПГУТИ, 2015. 56 с.

9. https://www.mathworks.com/products/new_products/release2023b.html

10. https://www.mathworks.com/products/new_products/release2024a.html

11. Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б., Миронов Ю.Б., Панкратов Д.Ю., Смирнов А.Э. Мобильная связь на пороге 6G. / Под ред. доктора технических наук, профессора В.Б. Крейнделина. М.: Горячая линия – Телеком, 2024. 248 с.

12. 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Study on radiated metrics and test methodology for the verification of multi-antenna reception performance of NR User Equipment (UE); (Release 16) 3GPP TR 38.827 V16.8.0 (2022-

09). https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/38_series/38.827/

13. Kyösti Pekka, Meinilä Juha, Henttilä Lassi, Zhao Xiongwen, Jämsä Tommi, Schneider Christian, Narandzic Milan, Milojević Marko, Hong Aihua, Ylitalo Juha, Holappa Veli-Matti, Alatossava Mikko, Multitude R.J.C., Jong Yvo, Rautiainen Terhi. 2008. WINNER II channel models. IST-4-027756 WINNER II D1.1.2 V1.2.

14. Mosa Ali Abu-Rgheff. Massive Array Configurations and 3D Channel Modelling // 5G Physical Layer Technologies, IEEE, 2019, pp. 387-442, doi: 10.1002/9781119525547.ch9.

15. Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю., Смирнов А.Э. Схемы NOMA с обработкой на уровне символов. // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Т. 16, № 5. С. 4-14. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-5-4-14. EDN NVXWQX.

16. Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю., Смирнов А.Э. Схемы модуляции для систем сотовой связи 5G/IMT-2020 // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Т. 16, № 3. С. 11-17. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-3-11-17. EDN MXYOEW.

17. Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю., Смирнов А.Э. Технология NOMA с кодовым разделением в 3GPP: 5G или 6G? // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Т. 16. № 1. С. 4-14.

18. Патент № 2810264 С1 Российская Федерация, МПК H04B 7/00, H04B 7/04. Способ передачи и приема сигналов в многопользовательской системе радиосвязи с множеством передающих и множеством приемных антенн : № 2022132766 : заявл. 13.12.2022 : опубл. 25.12.2023 / Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю., Смирнов А.Э.; заявитель Российская Федерация, от имени которой выступает Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации. EDN OAMYAM.

SPATIAL CHANNEL MODEL WITH CLUSTERED DELAY LINE (CDL) FOR ADVANCED MIMO SYSTEMS

Mikhail G. Bakulin, MTUCI, Moscow, Russia, m.g.bakulin@gmail.com

Taoufik Ben Rejeb, MTUCI, Moscow, Russia, benrejebt@yandex.ru

Vitaly B. Kreyndelin, MTUCI, Moscow, Russia, vitrkrend@gmail.com

Denis Yu. Pankratov, MTUCI, Moscow, Russia, dpankr@mail.ru

Aleksei E. Smirnov, MTUCI, Moscow, Russia, smirnov.al.ed@gmail.com

Abstract

Understanding the behavior of wireless channels is critical to the design of efficient and reliable communication systems. Research by communication system designers has identified the need for reduced complexity channel models that can be used for rapid modeling to make channel-level comparisons between alternative systems (e.g., modulation and coding choices). Such models can be referred to as reduced complexity models. They have the character of the well-known class of channel models with delay line fading. The Clustered Delay Line (CDL) channel model uses a statistical approach that accurately characterizes the time-varying and frequency-selective nature of the wireless communication channel, especially in environments with clustered multipath components. The CDL model turns out to be a valuable tool for the design of modern wireless communication systems, since it allows, through statistical modeling, to obtain characteristics close enough to real conditions. In this paper the study of radio channel model with clustered delay line is carried out. The description of the channel model and parameters of the radio channel model is given. The description of Matlab 5G Toolbox package is given, using which it is possible to carry out modeling of communication system with MIMO channel taking into account directional properties of antenna system and propagation conditions in CDL channel model. The paper also presents the results of modeling the MIMO communication system with different variants of the CDL model, as well as a comparative analysis of these results with similar characteristics of the MIMO system operating with a traditional channel model with spatially uncorrelated fading.

Keywords: clustered delay line, channel model, MIMO, multipath propagation, antenna arrays, precoding

References

- [1] Neha Kumari, Reemakshi Rajputand Shalini Sharma, “CDL Channel Model: Revolutionizing Wireless Communication,” Aug. 2023, doi: 10.5281/zenodo.8216719.
- [2] 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Study on channel model for frequencies from 0.5 to 100 GHz (Release 14). 3GPP TR 38.901 V14.3.0, 2017.
- [3] F. Khan, “LTE for 4G Mobile Broadband”, Cambridge University Press. 2009. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511810336>
- [4] Stefania Sesia, Toufik Issam, and Matthew Baker, “LTE – The UMTS Long Term Evolution”, Wiley. 2011. <https://doi.org/10.1002/9780470978504>
- [5] M. Rupp, S. Schwarz, and M. Taranetz, “The Vienna LTE-Advanced Simulators”, Springer Singapore. 2016. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-0617-3>
- [6] H. Harkat, P. Monteiro, A. Gameiro, F., Guiomar, and H. Farhana Thariq Ahmed, “A Survey on MIMO-OFDM Systems: Review of Recent Trends”, *Signals*, 2022, no. 3(2), pp. 359-395. <https://doi.org/10.3390/signals3020023>
- [7] D.I. Voskresensky, V.L. Gostyukhin, V.M. Maksimov, L.I. Ponomarev, “Antennas and microwave devices”, Edited by D.I. Voskresensky. 3rd edition. Moscow: Radiotekhnika, 2008.
- [8] V.P. Kubanov, “Directional properties of antenna arrays”, Samara: PGUTI, 2015.
- [9] R2023b Release Highlights – MATLAB and Simulink https://www.mathworks.com/products/new_products/release2023b.html
- [10] R2024a Release Highlights – MATLAB and Simulink https://www.mathworks.com/products/new_products/release2024a.html
- [11] M.G. Bakulin, T.B.K. Ben Rejeb, V.B. Kreindelin, Y.B. Mironov, D.Y. Pankratov, A.E. Smirnov, “Mobile communication on the way to 6G”, Edited by Doctor of Technical Sciences, Professor V.B. Kreindelin. Moscow: Goryachaya Liniya – Telecom, 2024.
- [12] 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Study on radiated metrics and test methodology for the verification of multi-antenna reception performance of NR User Equipment (UE); (Release 16) 3GPP TR 38.827 V16.8.0, 2022.
- [13] Pekka Kyosti, Juha Meinila, Lassi Hentila, Xiongwen Zhao, Tommi Jamsa, Christian Schneider, Milan Narandzic, Marko Milojevic, Aihua Hong, Juha Ylitalo, Veli-Matti Holappa, Mikko Alatossava, R.J.C. Bultitude, Yvo Jong, Terhi Rautiainen. 2008. WINNER II channel models. IST-4-027756 WINNER II D1.1.2 V1.2.
- [14] Massive Array Configurations and 3D Channel Modelling. (2019). In 5G Physical Layer Technologies (pp. 387-442). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781119525547.ch9>
- [15] M.G. Bakulin, T.B.K. Ben Rejeb, V.B. Kreindelin, V.B., D.Y. Pankratov, A.E. Smirnov, “NOMA schemes with symbol level processing”, *T-Comm*, 2022, no. 16(5), pp. 4-14. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2022-16-5-4-14>
- [16] M.G. Bakulin, T.B.K. Ben Rejeb, V.B. Kreindelin, Y.B. Mironov, D.Y. Pankratov, A.E. Smirnov, “Modulation for cellular 5G/IMT-2020 and 6G networks”, *T-Comm*, 2022, no. 16(3), pp. 11-17. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2022-16-3-11-17>
- [17] M.G. Bakulin, T.B.K. Ben Rejeb, V.B. Kreindelin, V.B., D.Y. Pankratov, A.E. Smirnov, “Code domain NOMA in 3gpp specifications: 5G or 6G?”, *T-Comm*. 2022. Vol. 16, no. 1, pp. 4-14. DOI 10.36724/2072-8735-2022-16-1-4-14.
- [18] M.G. Bakulin, T.B.K. Ben Rejeb, V.B. Kreindelin, V.B., D.Y. Pankratov, A.E. Smirnov, Method of transmitting and receiving signals in a multi-user radio communication system with a plurality of transmitting antennas and a plurality of receiving antennas. Patent № 2022132766, Russian Federation. December, 2023.

Information about authors:

Mikhail G. Bakulin, Ph.D, associate professor, MTUCI, Moscow, Russia

Taoufik Ben Rejeb, Ph.D, dean of Wireless systems faculty, associate professor, MTUCI, Moscow, Russia

Vitaly B. Kreyndelin, professor of MTUCI, head of Systems and circuits department, MTUCI, Moscow, Russia

Denis Yu. Pankratov, Ph.D, associate professor, MTUCI, Moscow, Russia

Aleksei E. Smirnov, Ph.D, associate professor, MTUCI, Moscow, Russia

МЕТОДЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИЧНО ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ДАННЫХ

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-8-49-63

Леохин Юрий Львович,*Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, y.l.leokhin@mtuci.ru***Manuscript received** 07 June 2025;**Accepted** 12 July 2025**Дымкова Светлана Сергеевна,***Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, s.s.dymkova@mtuci.ru***Фатхулин Тимур Джалилевич,***Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, t.d.fatkhulin@mtuci.ru***Ключевые слова:** значение, прогноз, метод, модель, криптовалюта, машинное обучение, алгоритм

В работе рассматривается проблема повышения точности прогнозирования динамично изменяющихся данных на примере курсов криптовалют. Целью работы является исследование и разработка методов машинного обучения, используемых в прикладных задачах для прогнозирования динамично изменяющихся данных. Актуальность работы обусловлена тем, что существующие методы и модели не всегда позволяют достичь достаточной точности и надежности в прогнозировании котировок в условиях высокой волатильности и сложности криптовалютных рынков. Таким образом, имеется потребность в дальнейшем углубленном исследовании и разработке новых подходов и методов для решения этой проблемы. Объектом исследования являются финансовые котировки криптовалют. Предметом исследования являются показатели эффективности методов машинного обучения, используемых для прогнозирования котировок. Для оценки качества предсказаний моделей выбрана метрика Mean Squared Error (MSE - среднеквадратичная ошибка), которая помогает измерять точность модели, выявляя ошибки прогноза. Также предложены дополнительные качественные показатели, такие как верное предсказание точек максимумов и минимумов, что является важным для анализа колебаний цен криптовалют. Модели прогнозирования создавались с использованием библиотеки TensorFlow и графического ускорителя T4. Для оптимизации использовался алгоритм Adam, обучение происходило с применением техники мини-пакетов. Методологической основой работы послужили следующие методы исследования: сравнение, описание, измерение, метод научной абстракции, а также анализ и обобщение. В заключении приведены основные выводы, полученные в результате проведенного исследования.

Информация об авторах:*Леохин Юрий Львович, Московский технический университет связи и информатики, Ректорат, Проректор по научной работе, профессор, д.т.н., Москва, Россия. orcid.org/0000-0003-3321-4497**Дымкова Светлана Сергеевна, Московский технический университет связи и информатики, к.т.н., Москва, Россия. orcid.org/0000-0003-1945-9850**Фатхулин Тимур Джалилевич, Московский технический университет связи и информатики, кафедра "Математическая кибернетика и информационные технологии", доцент, к.т.н., Москва, Россия. orcid.org/0000-0003-0998-1055***Для цитирования:***Леохин Ю.Л., Дымкова С.С., Фатхулин Т.Д. Методы машинного обучения в прикладных задачах прогнозирования динамично изменяющихся данных // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №8. С. 49-63.***For citation:***Yu.L. Leokhin, S.S. Dymkova, T.D. Fatkhulin, "Machine learning methods in applied problems of forecasting dynamically changing data", T-Comm, 2025, vol. 19, no.8, pp. 49-63. (in Russian)*

Введение

Прогнозирование динамически изменяющихся величин имеет значение для разных областей науки и техники. Так, это может потребоваться в сфере связи, финансов, автомобильного транспорта и т.п. [1, 2, 7, 8, 10].

В оптических транспортных сетях часто требуется спрогнозировать пропускную способность того или иного участка волоконно-оптической линии связи [3, 5, 6]. Особенно важно верно прогнозировать возможность использования ресурсов в программно-конфигурируемых оптических сетях при их мониторинге [4, 7, 8]. Зависимость необходимой полосы пропускания имеется от типа участка линии связи – магистральный и зонный. Значения требуемой пропускной способности изменяется в разное время суток (наибольшие пики пропускной нагрузки на линии связаны с рабочим графиком компаний и организаций), имеется ее зависимость и от месяца года, и от событий, происходящих в тот или иной промежуток времени (например, влияние сезона отпусков). Внедрение новых технологий передачи данных, дающих возможность значительно увеличить пропускную способность каналов связи, также влияет на качество прогнозирования характеристик волоконно-оптических систем передачи [7, 8]. Порой новая технология позволяет на порядок изменить значения прогнозируемых величин, что требует внедрения новых методов прогнозирования. Использование передовых когерентных технологий формирования оптического сигнала, переносящего информацию на скоростях в десятки Гбит/с, как раз заставило значительно пересмотреть методы прогнозирования пропускной способности линий связи [2].

В сфере экономики и финансов прогнозирование значений котировок, индексов, курсов валют имеет первостепенное значение [9, 11]. Причем важно как прогнозирование на ближайшие дни, так и на месяцы вперед. Здесь факторами, влияющими на значение тех или иных величин, служат как естественные для финансовых рынков закономерности, так и внешние непредсказуемые заблаговременно обстоятельства, связанные, например, с вводом санкций или пошлин отдельными государствами или компаниями. Влияние также оказывают и спекулятивные процессы, целью которых служит вброс недостоверной информации для влияния на значения важных экономических показателей в разных отраслях [12]. Также необходимо обеспечить прогнозирование спроса [9, 12]. Он может повлиять на необходимость корректировки прогнозирования других макро и микроэкономических показателей.

Таким образом, при прогнозировании динамически изменяющихся величин важно обращать внимание на их корреляцию с определенными факторами и необходимо правильно подобрать методы для прогнозирования. Долгое время широкое распространение имели методы, основанные на теории вероятности и математической статистике. Они требовали долгого сбора данных для проведения анализа и в настоящих быстро меняющихся условиях потеряли эффективность. К тому же методы аппроксимации, такие как интерполяция или экстраполяция, зачастую не применимы ко многим задачам, связанным с финансовыми рынками. Развитие вычислительной техники, появление высокопроизводительных процессоров позволило начать внедрение мето-

дов, связанных с машинным обучением. Выбрав необходимый для решаемой задачи и предметной области метод машинного обучения и реализующий его алгоритм, появляется возможность создать на его основе модель, которая будет эффективно и точно прогнозировать динамически изменяющиеся величины, в том числе и для финансового сектора. Важно понимать, что разработанная модель будет применима только к определенному типу данных (например, данные о котировках криптовалют, данные о спросе на различные виды товаров) [1, 9, 13]. Это является естественным ограничением, накладываемым на модель прогнозирования. Поиску наиболее подходящих для прогнозирования значений котировок криптовалюты Биткойн посвящено настоящее исследование.

Постановка задачи исследования

В настоящее время во многих сферах жизни имеется необходимость в прогнозировании значений динамически изменяющихся числовых величин с высокой степенью точности. Одной из таких сфер является экономика, в частности определение трендов курсов криптовалют. Криптовалюты, такие как "Bitcoin", "Ethereum" и другие, стали объектом значительного интереса со стороны инвесторов и трейдеров, благодаря их высокой волатильности и потенциалу для получения высокой прибыли. Однако, в силу сложной и непредсказуемой природы криптовалютных рынков, анализ и прогнозирование их котировок является сложной задачей.

Одной из основных проблем, которую необходимо решить в данном исследовании, является разработка эффективных методов анализа больших данных в области криптовалюты, что позволило бы определять оптимальный портфель инвестиций и прогнозировать котировки. Принимая во внимание низкую предсказуемость изменений, высокую волатильность и сложность моделирования криптовалютных рынков, можно объяснить трудности в прогнозировании и принятии обоснованных инвестиционных решений. Также проблемой является огромный объем данных, собираемых с различных источников, требующий специализированных методов и инструментов для их обработки и анализа.

Актуальность данной темы обусловлена несколькими факторами. Во-первых, криптовалюты становятся все более важным активом на финансовых рынках, привлекая внимание инвесторов и трейдеров. Во-вторых, рост популярности и значимости криптовалют сопровождается высокой волатильностью и непредсказуемостью их ценовых движений, что создает потребность в разработке надежных методов прогнозирования и управления рисками. В-третьих, прогресс в области анализа данных и машинного обучения предоставляет новые возможности для обработки и анализа больших объемов данных, что способствует развитию инновационных подходов к анализу криптовалютных рынков.

Разработка и применение эффективных методов и моделей прогнозирования котировок позволит инвесторам и трейдерам принимать обоснованные решения и управлять рисками. Это может значительно повысить эффективность инвестиционных стратегий в сфере криптовалют и способствовать достижению желаемых финансовых результатов.

Для реализации сформулированной выше цели необходимо решить следующие задачи:

- проанализировать сферу применения криптовалют и определить ее основные характеристики;
- определить требования, влияющие на выбор метода машинного обучения для прогнозирования, и метрики оценки его эффективности;
- исследовать существующие методы анализа и прогнозирования котировок криптовалют, выявить их преимущества и недостатки;
- обосновать выбор модифицируемых методов анализа больших данных в области криптовалют и определить пути по их улучшению;
- разработать алгоритмическое и программное обеспечение, реализующие модифицируемый метод прогнозирования;
- исследовать эффективность разработанной модели прогнозирования на основе анализа исторических данных.

Теоретические исследования

Анализ сферы применения криптовалют и определение ее основных характеристик

Под понятием криптовалюты понимается, как правило, цифровой актив, который осуществляет регулирование оборота счетных единиц и регулирование их выпуска с использованием блокчейна. Взаиморасчеты при этом происходят внутри сети с равноправными участниками, или в пиринговой сети [10]. Информация о всех транзакциях в такой сети хранится в блокчейне, который, в свою очередь, представляет собой зашифрованный криптографический распределенный реестр последовательно объединенных в цепь блоков [9]. Первой криптовалютой был "Bitcoin" в блокчейне, созданном в 2008 году [10]. На прогнозировании именно этой криптовалюты, с учетом ее популярности, сосредоточено настоящее исследование.

Рынок криптовалюты представляет собой децентрализованную и цифровую экономическую систему, основанную на использовании криптографии для обеспечения безопасности транзакций и контроля создания новых единиц цифровых активов. Криптовалюты, такие как "Bitcoin", "Ethereum" и другие, функционируют на базе технологии блокчейн, которая является распределенным реестром транзакций, подтверждаемых и поддерживаемых сетью участников [10].

Рынок криптовалюты отличается высокой степенью волатильности и нестабильности, что связано с различными факторами, включая изменения в регулировании, макроэкономической политике, технологических инновациях и др. Криптовалюты не имеют физического обеспечения или центрального регулятора, что добавляет дополнительные сложности и риски в процессе анализа и прогнозирования их котировок.

В силу своей децентрализованной природы, рынок криптовалюты предлагает широкий спектр данных для исследования и анализа. Данные включают информацию о ценах, объемах торгов, трендах, новостных событиях, социальных медиа и других факторах, которые могут оказывать влияние на ценовую динамику и инвестиционные решения.

Прогнозирование котировок имеет важное значение при инвестициях в криптовалюту, поскольку позволяет инвесто-

рам принимать обоснованные решения и достигать более эффективного использования своих ресурсов.

Прогнозирование котировок криптовалюты основано на анализе исторических данных и различных факторов, которые могут влиять на ценовую динамику [9, 13]. Точные прогнозы позволяют оценивать потенциальную доходность и риски инвестиций, дают возможность принимать правильные, подкрепленные информацией, решения, находить оптимальное время для покупки/продажи активов.

Приступая к рассмотрению источников данных об объемах торгов, рыночной капитализации, актуальных ценах, необходимо понимать, что таких источников несколько. Все они дают информацию о различных характеристиках криптовалютных активов.

1. Биржевые данные. Чтобы получить информацию о ценах, объемах торгов, временных метках и других связанных параметрах, достаточно обратиться к торговым данным криптовалютных бирж посредством API (Application Programming Interface) [4, 9].

2. Рыночные данные. Существуют специализированные платформы и сервисы, которые предоставляют исторические и текущие данные о котировках криптовалютных активов. Данные могут включать цены от различных бирж, объемы торгов, рыночную капитализацию, данные о ликвидности и другие статистические показатели.

3. Блокчейн данные. Криптовалюты, такие как "Bitcoin", имеют публичные блокчейны, которые хранят информацию о каждой транзакции и состоянии сети. Данные могут быть использованы для получения информации о транзакциях, адресах кошельков, временных метках и других характеристиках сети [10].

4. Социальные медиа и новостные источники. Социальные медиаплатформы, форумы и новостные порталы могут быть источниками информации о криптовалютах. Анализ текстовых данных из таких источников может помочь в определении, например, новостных событий, которые могут влиять на рынок.

Фильтрация данных также важный этап в анализе данных криптовалюты. При работе с большим объемом данных неизбежно возникают проблемы, связанные с неточностями, ошибками и выбросами. Целью фильтрации данных является удаление или исправление таких проблемных наблюдений, чтобы обеспечить надежность и качество данных для дальнейшего анализа [9, 14, 15]. Процесс фильтрации включает следующие шаги [14, 15].

Шаг 1. Удаление дубликатов. Дубликаты в данных могут возникать из-за ошибок или повторных записей. Идентификация и удаление дубликатов позволяет избежать искажений в анализе и обеспечить единообразие данных.

Шаг 2. Устранение отсутствующих значений. Отсутствующие значения могут возникать по разным причинам, таким как ошибки сбора данных или неполные записи. Необходимо определить и обработать отсутствующие значения, выбрав подходящую стратегию заполнения, например, средними значениями или интерполяцией.

Шаг 3. Обработка выбросов. Выбросы представляют собой значения, которые значительно отличаются от общего распределения данных. Они могут возникать из-за ошибок измерений или аномальных событий. Обработка выбросов включает их идентификацию и принятие решения о том,

следует ли исключить выбросы или использовать специальные методы, такие как робастные оценки или усеченные средние значения.

Шаг 4. Корректировка ошибок данных. Иногда данные могут содержать ошибки, которые могут исказить результаты анализа. Например, синтаксические или семантические ошибки. Важно идентифицировать и исправить такие ошибки, чтобы обеспечить точность данных.

Шаг 5. Фильтрация по заданным критериям. В зависимости от конкретных требований и целей анализа, может потребоваться применение фильтрации данных согласно заданным критериям. Например, можно фильтровать данные по определенному временному периоду, определенным криптовалютам или другим характеристикам.

Шаг 6. Валидация данных. Значимым шагом является проверка и валидация данных после очистки и фильтрации, которая позволяет убедиться в правильности и соответствии данных требованиям и заданным критериям [9].

Можно сделать вывод, что применение методов имеет значимость для обеспечения надежности, точности и качества данных в процессе анализа криптовалюты.

Преобразование данных в удобный формат также неотъемлемая часть при прогнозировании. Целью процесса является изменение представления данных таким образом, чтобы они стали более удобными для анализа и понимания. Преобразование данных может включать следующие шаги [15].

Шаг 1. Преобразование форматов данных. Возможно, данные в начальном формате не очень удобны для анализа. В таком случае, требуется преобразование формата данных в другой, более подходящий для проведения анализа. Например, данные могут быть преобразованы из формата текстового файла в формат таблицы или базы данных, что облегчает их обработку и анализ.

Шаг 2. Извлечение и создание признаков. При анализе важно определить ключевые признаки или переменные, которые могут иметь влияние на прогнозирование котировок и оптимизацию портфеля. Может включать извлечение временных характеристик, статистических метрик, технических индикаторов и других связанных параметров. Создание этих признаков позволяет улучшить модели прогнозирования и оптимизации портфеля.

Шаг 3. Нормализация и стандартизация данных. Данные могут иметь различные шкалы и диапазоны значений. Нормализация и стандартизация данных позволяют привести их к общему масштабу и уровню изменчивости.

Шаг 4. Агрегация данных. В зависимости от конкретных целей анализа, возможно, требуется агрегировать данные на разных временных периодах. Например, данные по минутным ценам криптовалюты могут быть агрегированы в часовые, дневные или недельные данные, что позволяет выявить долгосрочные тренды и уменьшить шум, связанный с краткосрочной волатильностью.

Шаг 5. Преобразование переменных. Иногда преобразование переменных может быть полезно для улучшения моделирования и анализа данных [9]. Например, можно применить логарифмическое преобразование для сглаживания выбросов или применить функции преобразования, такие как экспоненциальное сглаживание или разности между значениями.

Преобразование данных обеспечивает лучшую интерпретацию и анализ данных криптовалюты, а также повышает эффективность и точность моделей прогнозирования.

Определение требований к методам машинного обучения для прогнозирования и метрик оценки их эффективности

Котировки цифровых валют всегда в движении, это одна из отличительных черт рынка. Существует несколько различных способов прогнозирования. Рассмотрим их подробнее.

Методология прогнозирования котировок криптовалюты с использованием анализа временных рядов. Данный подход основан на статистическом анализе последовательности наблюдений котировок с течением времени. Данная методология включает ряд моделей и алгоритмов, предсказывая будущие значения временного ряда на основе анализа его структурных и стохастических компонентов [9, 16-19].

Анализ временного ряда начинается с визуализации и исследования исторических данных котировок, что позволяет определить основные характеристики временного ряда, такие как тренды, сезонность, цикличность и случайная составляющая.

Важным предположением для анализа временных рядов является стационарность, то есть отсутствие систематических изменений в статистических свойствах ряда с течением времени. Если временной ряд не является стационарным, требуется применить методы преобразования, такие как дифференцирование или преобразование Бокса-Кокса, для достижения стационарности.

Свойства временного ряда определяют выбор модели, которая содержит такие компоненты как сезонность, случайную составляющую, тренды, цикличность. С целью определения оптимального порядка модели применяются методы анализа автокорреляции и частной автокорреляции.

После подгонки модели на исторических данных необходимо оценить ее производительность и точность. Для этого используются статистические метрики: средняя абсолютная ошибка (MAE), коэффициент детерминации (R-квадрат), среднеквадратическая ошибка (MSE). Необходимо протестировать модель на устойчивость и способность обобщения на новые данные [9] после чего возможно использовать модель для прогнозирования будущих значений котировок криптовалюты. Прогнозы могут быть сделаны на основе различных горизонтов времени, от краткосрочных до долгосрочных. Прогнозы могут быть оценены с использованием метрик прогнозной точности и сравнены с фактическими значениями для оценки качества модели.

Анализ временных рядов включает методы, необходимые для принятия правильных решений об инвестициях и оптимизации портфеля, так как он дает возможность исследовать и предсказывать тенденции котировок и их поведение. Методы и инструменты анализа временных рядов основаны на статистических и динамических свойствах временных данных и нацелены на прогнозирование котировок криптовалюты.

Применение статистических моделей для прогнозирования является важной методологией в области анализа. Статистические модели используют математические и статистические методы для описания и предсказания временных данных котировок криптовалюты.

Данные модели основываются на статистических свойствах данных и предполагают, что будущие значения котировок будут зависеть от предшествующих наблюдений.

Выбор подходящей статистической модели зависит от свойств временного ряда котировок. Это может включать модели ARIMA (авторегрессия интегрированного скользящего среднего), GARCH (общая авторегрессия условной гетероскедастичности), ARCH (авторегрессия условной гетероскедастичности) и другие. Выбор модели основан на анализе автокорреляций, стационарности и других статистических свойств временного ряда.

С целью достижения наилучшего соответствия между моделью и наблюдаемыми данными необходимо произвести подгонку модели, которая состоит в определении параметров модели с учетом исторических данных котировок криптовалюты. Оценка параметров производится с помощью метода наименьших квадратов и метода максимального правдоподобия [9].

После подгонки модели необходимо провести ее валидацию на отложенных данных или с использованием кросс-валидации, что позволяет оценить производительность модели и ее способность обобщаться на новые данные [9]. Валидация модели может включать оценку прогностической точности, такую как средняя абсолютная ошибка (MAE) или среднеквадратическая ошибка (MSE).

После успешной валидации модели можно использовать ее для прогнозирования будущих значений котировок криптовалюты. Прогнозы могут быть представлены в виде точечных оценок или диапазонов прогноза, учитывая статистическую неопределенность.

Применение статистических моделей для прогнозирования котировок криптовалюты позволяет учитывать и анализировать статистические свойства временных данных для повышения точности прогнозов и принятия правильных инвестиционных решений.

Методы машинного обучения для прогнозов котировок криптовалюты нацелены на автоматическое извлечение исторических закономерностей и взаимосвязей с целью предсказания значений котировок в будущем. Именно поэтому следующим подходом анализа данных и обучения моделей на их основе является применение методов машинного обучения для прогнозирования котировок криптовалют. В этом подходе для обеспечения чистоты и согласованности данных выполняется предварительная обработка данных котировок криптовалют. Эта предобработка предполагает такие методы, как стандартизация и нормализация данных, заполнение пропущенных значений, удаление выбросов и т.п.

От целей прогнозирования и характеристик данных зависит выбор модели машинного обучения для прогнозирования котировок криптовалюты. К таким моделям относятся методы глубокого обучения, регрессионные модели, нейронные сети, ансамблевые методы.

Как только модель выбрана, происходит ее обучение на исторических данных котировок. Для этого данные разделяют на две выборки (обучающую и проверочную), подгоняют параметры модели на основе обучающих данных, после чего модель оптимизируют для максимального повышения ее производительности.

В заключение обучения проводится валидация модели для оценки ее производительности, а также проверки спо-

собности модели обобщаться на новые данные. Валидация осуществляется на проверочных данных. Для оценки модели используют следующие метрики: средняя абсолютная ошибка (MAE), среднеквадратическая ошибка (MSE) и коэффициент детерминации (R-квадрат).

Для оценки качества предсказания моделью курса "Bitcoin" в настоящем исследовании предлагается использовать метрику Mean Squared Error (MSE). MSE является одной из наиболее популярных метрик оценки качества моделей в задачах регрессии в машинном обучении. Она используется для измерения среднего квадрата разностей между предсказанными значениями модели и истинными значениями целевой переменной.

Метрика среднеквадратичная ошибка особенно полезна для выявления грубых ошибок. Эта метрика позволяет выбрать модель, выдающую наименьшее количество грубых ошибок в прогнозе, так как при использовании этой метрики ошибка возводится в квадрат и большая ошибка особенно заметна. Соответственно, выбрана будет та модель, которая дает минимальное значение среднеквадратичной ошибки.

Это позволяет оценивать предсказание тренда для курса "Bitcoin". Исходя из практических потребностей, помимо использования среднеквадратичной оценки предложено ввести следующие качественные показатели: верное предсказание моделью точек максимумов и минимумов курса биткойна, верное определение курса "Bitcoin".

После успешной валидации модели она может быть использована для прогнозирования будущих значений котировок криптовалюты. Прогнозы могут быть представлены в виде точечных оценок или диапазонов прогноза, учитывая статистическую неопределенность.

Таким образом, методы машинного обучения дают возможность строить модели с максимальной точностью предсказывающие котировки криптовалют. Методам машинного обучения доступны автоматическая обработка больших объемов данных и обнаружение сложных взаимосвязей с целью построения моделей предсказания котировок. Предложенный подход доказывает высокую эффективность в области финансового прогнозирования.

Экспериментальные исследования

Исследование существующих методов анализа и прогнозирования котировок криптовалют

Для того чтобы выбрать конкретный метод машинного обучения необходимо выделить факторы, влияющие на выбор модели машинного обучения для целей исследования. Существует более 100 методов Машинного обучения и выбор конкретного метода анализа для прогнозирования котировок криптовалют выделяют ряд критериев, определяющих выбор конкретного подхода [9]. Далее представлены критерии, существенные для рассматриваемой предметной области:

1. Горизонт прогнозирования (краткосрочная или долгосрочная задача);

2. Сложность структуры данных (присутствие нелинейных зависимостей, пропусков, шумов);

3. Вычислительные ресурсы (наличие оборудования для глубоких нейронных сетей, распределённые системы);

4. Сезонность (наличие или отсутствие периодических колебаний в временном ряду);

5. Устойчивость к резким изменениям (волатильность, информационный шум);

6. Применимость конкретного метода (научная обоснованность алгоритма и его проверенная эффективность);

7. Актуальность (наличие свежих исследований и открытых библиотек).

Сочетание данных факторов позволяет определить, какой алгоритм будет наиболее эффективен для анализа временных рядов криптовалюты. Так, методы, учитывающие нелинейные закономерности и временные зависимости, доказали наибольшую эффективность при прогнозировании котировок. Далее представлены методы, применение которых актуально для рассматриваемой задачи, а именно для прогнозирования курса криптовалют.

При работе с последовательными данными, например, с временными рядами используют **рекуррентные нейронные сети (RNN) и их варианты** [9]. Они учитывают временную зависимость. Рекуррентные нейронные сети полезны при работе с волатильными временными рядами, а их вариант – Long-Short-Term-Memory – запоминает долгосрочные зависимости и контролирует забывание данных через специальные механизмы. LSTM используется для краткосрочного и долгосрочного прогнозирования. GRU (Gated Recurrent Unit): упрощенная версия LSTM. Эта версия требует меньше вычислительных ресурсов и работает быстрее, при этом она обеспечивает не меньшую точность [14].

Свёрточные нейронные сети (CNN) [9, 14]. Архитектура этих сетей применяется к временным рядам, особенно в моделях CNN-LSTM. Свёрточные слои помогают выделять значимые временные паттерны, которые затем передаются в слои LSTM для анализа последовательностей [14].

Гибридные модели [9]. Эти модели объединяют несколько архитектур, что позволяет учитывать как краткосрочные, так и долгосрочные тренды. Некоторые из самых популярных гибридных моделей для криптовалют включают: Сочетание свёрточных и рекуррентных слоев CNN-LSTM, что позволяет одновременно анализировать короткие временные зависимости и долгосрочные. Гибридная модель LSTM-ARIMA, где ARIMA используется для устранения сезонных компонент, а LSTM прогнозирует остаточные тренды.

Алгоритмы градиентного бустинга [9, 13]. Эти модели хорошо работают с временными рядами, особенно когда можно учесть дополнительные факторы, влияющие на цену. XGBoost – один из самых популярных алгоритмов для временных данных с нелинейными зависимостями. Подходит для высокоразмерных данных и показывает высокую точность [13]. LightGBM и CatBoost – оптимизированные бустинговые алгоритмы, которые могут работать быстрее на больших наборах данных и поддерживают категориальные признаки.

Модели на основе трансформеров [9]. Трансформеры предъявляют высокие вычислительные требования. Однако, при необходимости анализа временных зависимостей трансформеры очень подходят для прогнозирования. Специально разработанная для временных рядов модель Temporal Fusion Transformer (TFT), учитывает как краткосрочные, так и долгосрочные зависимости. Facebook, создал для времен-

ных рядов модель Prophet с четко выраженной сезонностью и трендами. Prophet хорошо справляется с данными, которые имеют регулярные паттерны, но для криптовалютных курсов подходит хуже из-за высокой волатильности.

Автокорреляционные модели временных рядов [17]. Эти методы применяются в случае стационарных временных рядов и часто используются как базовые для анализа данных. ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average): применима для данных с автокорреляцией. Требуется стационарных данных и применяется для прогнозирования краткосрочных трендов. SARIMA (Seasonal ARIMA): модификация ARIMA, позволяющая учитывать сезонные паттерны. ARCH/GARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity/Generalized ARCH): модели для прогнозирования волатильности и изменения амплитуды временных рядов [17].

Классические регрессионные модели [9]. Эти модели подходят для простых линейных данных и редко используются для прогнозирования криптовалютных курсов, поскольку не могут учитывать сложные зависимости и волатильность. Линейная регрессия: подходит для линейных данных и может использоваться как базовая модель для оценки зависимости между ценой и временными факторами. Полиномиальная регрессия может использоваться для данных с нелинейной зависимостью, но работает менее эффективно, чем нейронные сети и бустинговые модели, на данных криптовалют.

С учетом характеристик предметной области и приведенного выше анализа в настоящем исследовании рассмотрим более детально пять следующих методов прогнозирования, а также построим модель прогнозирования на основе исторических данных.

1. ARIMA – модель временных рядов, применимая для анализа стационарных данных.

2. LSTM – нейронная сеть, подходящая для обработки временных данных с нелинейными зависимостями.

3. GRU – аналог LSTM, но с более упрощенной архитектурой.

4. Prophet – модель от Facebook, предназначенная для анализа данных с сезонными компонентами.

5. XGBoost – бустинговый алгоритм, эффективный для обработки сложных наборов данных.

Каждый из методов имеет свои преимущества и недостатки, которые можно увидеть на основе практического анализа.

Проведем краткий анализ для прогнозирования котировок "Bitcoin" за 2024 на основе выбранных моделей. В качестве исходных данных используется историческая котировка "Bitcoin" за первую половину 2024 года. Данные загружаются с помощью API CoinGecko и предобрабатываются для применения к моделям. Для оценки точности каждой модели используются метрики MSE.

Для сравнения методов в виде таблицы и графиков с реальными историческими данными, добавим дополнительные шаги в код и представим результаты в структурированной форме. Это включает расчет метрик точности для каждого метода и отображение фактических данных вместе с прогнозируемыми значениями на графиках. Также выведем таблицу со сравнением метрик MSE (Mean Squared Error) для оценки качества прогноза каждой модели.

1. Загрузка и предобработка данных: загружаются данные о ценах "Bitcoin" за первое полугодие 2024 года с API CoinGecko. Данные нормализуются для использования в нейронных сетях.

2. Построение и обучение моделей:

○ *ARIMA*: используется для анализа временных рядов, построение предсказаний на тестовой выборке.

○ *LSTM* и *GRU*: нейронные сети, обучаемые на нормализованных данных [9].

○ *Prophet*: модель от Facebook для прогнозирования временных рядов с учетом сезонных компонентов.

○ *XGBoost*: бустинговый алгоритм для нелинейных зависимостей.

3. Оценка точности: метрики MSE вычисляются для каждой модели, что позволяет оценить отклонение прогнозов от фактических данных (табл. 1).

4. Визуализация: на графике показаны фактические данные и прогнозы всех моделей за выбранный период (рис. 1).

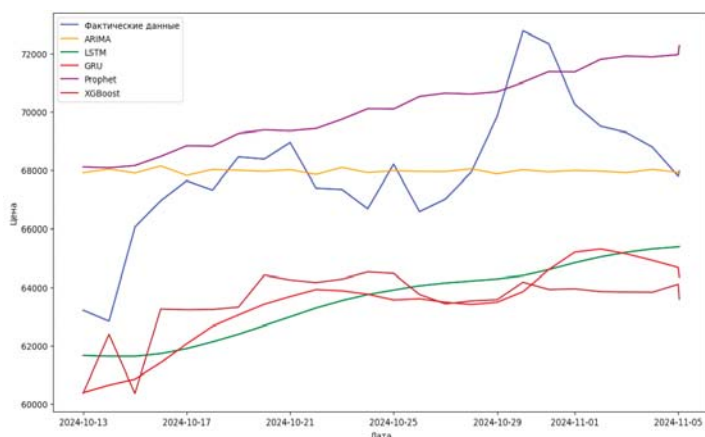


Рис. 1. Сравнение прогнозов различных моделей с фактическими данными (первое полугодие 2024)

Рассмотрим результаты моделирования на основе меры качества регрессии MSE. Как было сказано выше, эта метрика позволяет выявить большие ошибки. Соответственно, MSE помогает выбрать модель, которая дает меньше больших ошибок прогноза [9, 13].

Таблица 1

Значения MSE при сравнении моделей

Модель	MSE
ARIMA	4,68
LSTM	2,22
GRU	2,32
Prophet	7,56
XGBoost	2,31

Для всех моделей значения MSE представлены в таблице 1. Эти метрики указывают на отклонение прогнозов от фактических данных и помогают выявить сильные и слабые стороны каждой модели. Модель LSTM показала наименьшую ошибку по метрике (MSE = 2,22), что указывает на ее высокую способность минимизировать крупные отклонения от фактических значений. GRU и XGBoost также продемонстрировали хорошие результаты, близкие к LSTM, что позволяет считать их конкурентоспособными для краткосроч-

ного прогнозирования волатильных временных рядов. Prophet и ARIMA показали менее точные результаты, что объясняется их более низкой адаптивностью к высоковолатильным и непредсказуемым данным криптовалют.

На основе этих данных можно сделать вывод, что нейронные сети LSTM и GRU демонстрируют лучшие результаты по сравнению с классическими моделями, такими как ARIMA и Prophet, и представляют собой подходящий выбор для прогнозирования краткосрочных трендов на волатильных рынках. LSTM, GRU и XGBoost следует рекомендовать для краткосрочных прогнозов цен криптовалют, где точность и способность адаптироваться к колебаниям цены играют решающую роль. Prophet может быть полезен в ситуациях, когда данные демонстрируют ярко выраженные сезонные или циклические компоненты. Однако его применение на криптовалютных рынках следует ограничить, так как его точность оказывается ниже. ARIMA может быть использована как базовая модель для анализа долгосрочных трендов, однако для криптовалютных данных её применение ограничено из-за недостатка гибкости при работе с волатильными рядами.

Обоснование выбора и исследование модифицируемых методов анализа больших данных в области криптовалют

Сравнение моделей на основе исторических данных котировок "Bitcoin" за первое полугодие 2024 года с помощью загрузки данных в API CoinGecko показало, что:

- модели **LSTM** и **GRU** показали наилучшие результаты по **точности прогнозирования**, обеспечив минимальные ошибки MSE. Таким образом, эти модели больше других подходят для анализа волатильных временных рядов, таких как криптовалюты.

- **XGBoost** также продемонстрировал хорошие результаты, близкие к LSTM и GRU, и является конкурентоспособным инструментом для краткосрочного прогнозирования.

- **Prophet** и **ARIMA** менее эффективны для прогнозирования котировок криптовалют из-за их слабой адаптивности к высоковолатильным и непредсказуемым данным, что ограничивает их использование в таких задачах.

- для краткосрочного прогнозирования криптовалют следует рекомендовать нейронные сети (LSTM, GRU) и XGBoost, так как они показывают наилучшую адаптивность и точность.

С учетом полученных результатов, анализа преимуществ и недостатков рассматриваемых моделей было принято решение о модификации моделей LSTM и GRU, а также об использовании в исследовании временных сверточных нейронных сетей (Temporal Convolutional Network – TCN), которые также решено применить для прогнозирования котировок. Временные сверточные нейронные сети (TCN) предложены как альтернатива RNN для анализа временных рядов. TCN используют расширенную свертку, что позволяет увеличить область восприятия модели без значительного увеличения вычислительной сложности. Преимущества TCN включают возможность параллельной обработки данных, меньшую склонность к проблемам взрыва или затухания градиентов, а также гибкость в настройке гиперпараметров. Эти особенности делают TCN перспективным инструментом для анализа волатильных временных рядов, таких как котировки криптовалют.

Модификация методов и моделей заключается в:

1. изменении архитектур стандартных моделей прогнозирования;
2. исследовании эффективности измененных моделей прогнозирования;
3. получении гибридных архитектур моделей прогнозирования путем объединения архитектур стандартных моделей прогнозирования;
4. исследовании эффективности гибридной модели прогнозирования.

Разработанный алгоритм (алгоритмическое обеспечение) анализа больших данных в области прогнозирования курса криптовалюты представляет собой реализацию каждого шага модифицированного метода.

Данные для **обучения** были взяты с сайта *investing.com*, который позволяет скачивать данные о котировках начиная с 2015 г. в формате csv. В качестве данных были взяты котировки с 7 января 2015 года по 7 февраля 2021 г. Всего данные содержали 2222 записей (рис. 2). В качестве **тестовой выборки** использовались котировки с 7 февраля 2021 г. Всего в выборке 72 записи (рис. 3). Для предсказания была выбрана длина временного окна равная 60 – это количество предыдущих измерений, используемых для предсказания. Модели создавались с использованием библиотеки **TensorFlow** и графического ускорителя T4. Для **оптимизации** использовался алгоритм **Adam**, обучение происходило с применением техники мини-пакетов.

Все модели из рассмотренные ниже были созданы с использованием библиотеки TensorFlow 2.15 для Python 3.11 на платформе Google Colab. Для ускорения вычислений использовался графический ускоритель T4. В качестве оптимизационного алгоритма был выбран Adam, имеющий более быструю сходимость, обусловленную адаптивной скоростью обучения.

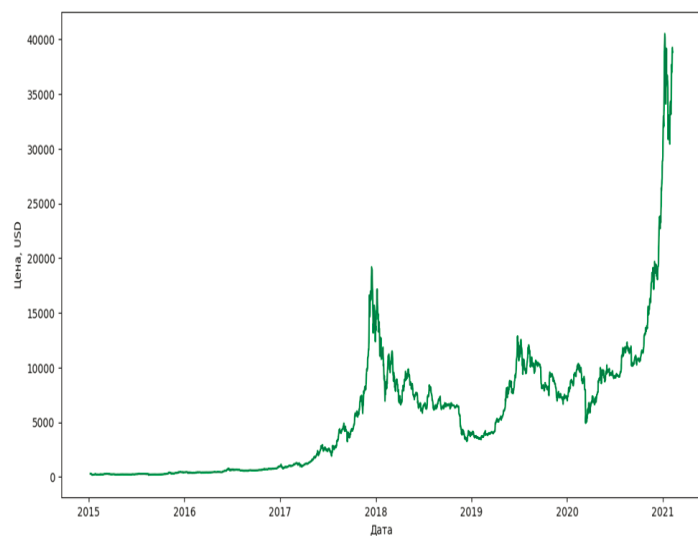


Рис. 2. Обучающая выборка

Обучение моделей происходило с применением техники мини-пакетов (ошибка рассчитывается для каждого элемента набора данных, но веса обновляются только после обработки всего пакета). Этот метод представляет собой компромисс между обычным градиентным спуском и стохастическим градиентным спуском.

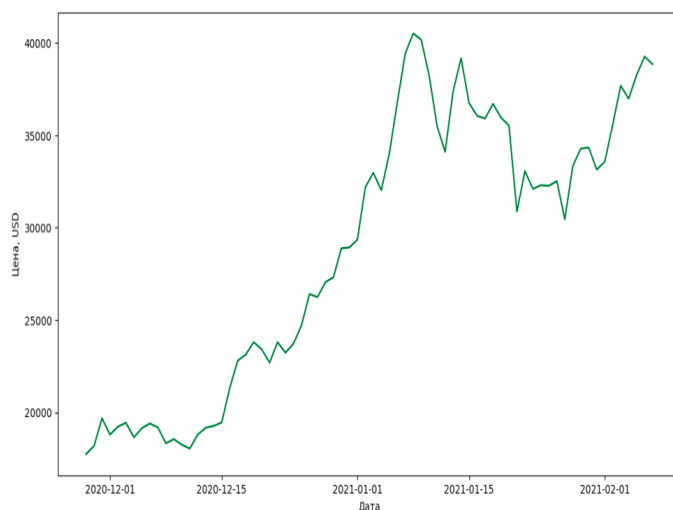


Рис. 3. Тестовая выборка

Все модели обучались в течении 100 эпох с фиксированным размером батча равным ста. В целях недопущения переобучения применяются слои «dropout», отключающие нейроны, параметр слоя «dropout» фиксирован и равен 20.

Разработаем модели нейронных сетей на основе рекуррентного блока управляемой памяти GRU. Рассмотрим подробнее структуру модели нейронной сети на основе блоков GRU (рис. 4, 5, 8):

1. Входной слой: `input_shape=(n_steps, n_features)` определяет форму входных данных. Мы используем 60 предыдущих значений курса "Bitcoin" для предсказания следующего значения.
2. Слои с рекуррентным блоком управляемой памяти GRU.
3. Слой Dropout для предотвращения переобучения.
4. Выходной слой: состоит из одного нейрона, так как мы предсказываем одно значение (курс "Bitcoin").

Значения ошибки MSE при обучении модели для разного количества блоков GRU показаны на рис. 6 и 9.

Результаты предсказания модели из 4 и 8 блоков GRU показаны на рис. 7 и 10.

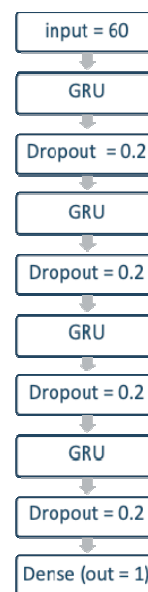


Рис. 4. Структура модели нейронной сети на основе GRU

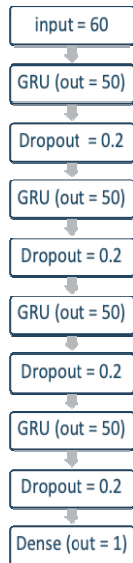


Рис. 5. Структура модели нейронной сети на основе 4 блоков GRU

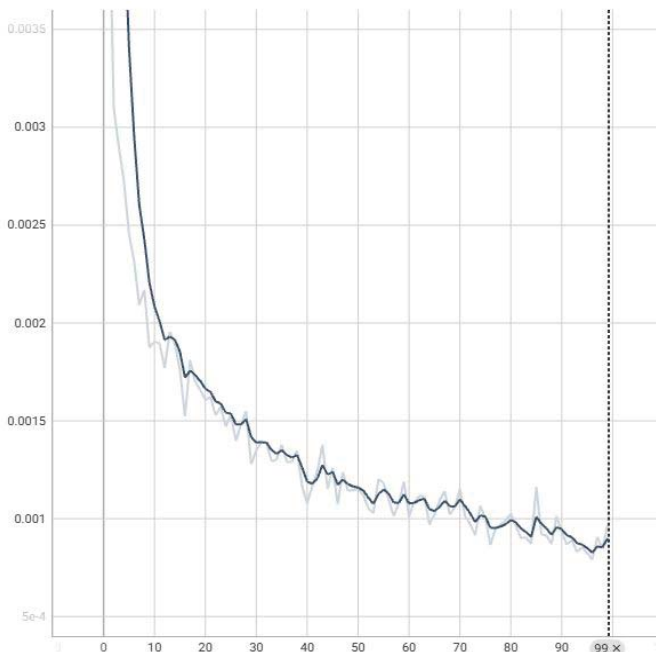


Рис. 6. Значения ошибки MSE при обучении модели нейронной сети на основе 4 блоков GRU

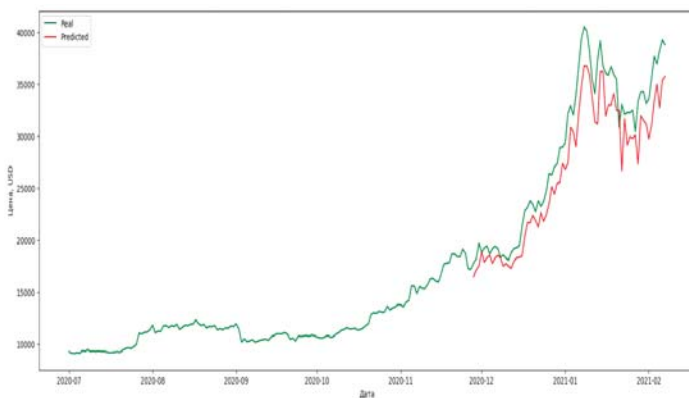


Рис. 7. Результаты предсказания модели из 4х блоков GRU

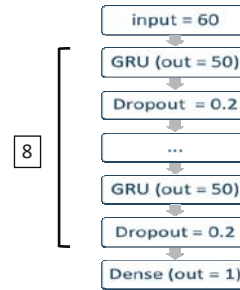


Рис. 8. Структура модели нейронной сети на основе 8 блоков GRU

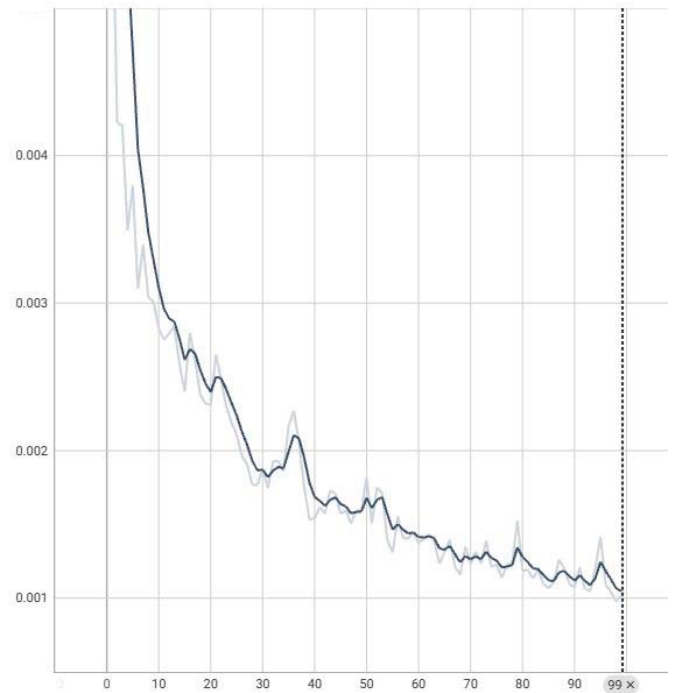


Рис. 9. Значения ошибки MSE при обучении модели нейронной сети на основе 8 блоков GRU

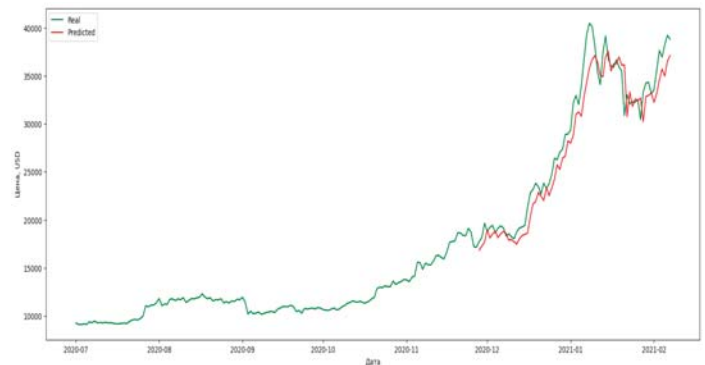


Рис. 10. Результаты предсказания модели из 8 блоков GRU

Сравнение результатов предсказания курса "Bitcoin" на тестовой выборке моделями нейронных сетей на основе 4 и 8 блоков GRU показывает, что модели в целом верно определяют курс "Bitcoin", при этом модель на основе 4 блоков GRU более точно предсказывает тенденцию изменения курса, в то время как модель состоящая из 8 блоков GRU обеспечивает меньшее расхождение со значением курса.

Теперь разработаем модели нейронных сетей на основе блоков долгосрочной краткосрочной памяти LSTM. Структура модели нейронной сети на основе разного количества блоков LSTM представлена на рисунках 11, 12 и 15.

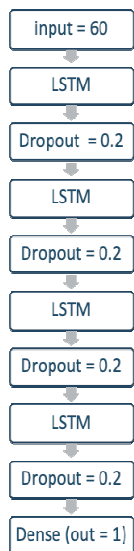


Рис. 11. Структура модели нейронной сети на основе LSTM

Рассмотрим подробнее структуру модели нейронной сети на основе блоков LSTM:

1. Входной слой: $input_shape=(n_steps, n_features)$ определяет форму входных данных. Мы используем 60 предыдущих значений курса "Bitcoin" для предсказания следующего значения.
2. Слой с долгосрочной краткосрочной памятью LSTM.
3. Слой Dropout для предотвращения переобучения.
4. Выходной слой: состоит из одного нейрона, так как мы предсказываем одно значение (курс "Bitcoin").

Значения ошибки MSE при обучении модели для разного количества блоков LSTM показаны на рисунках 13 и 16.

Результаты предсказания модели из 4 и 8 блоков LSTM показаны на рисунках 14 и 17.

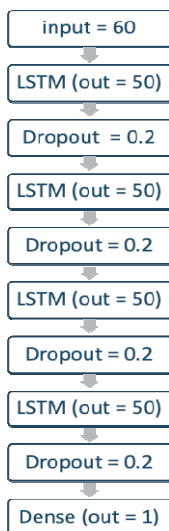


Рис. 12. Структура модели нейронной сети на основе 4 блоков LSTM

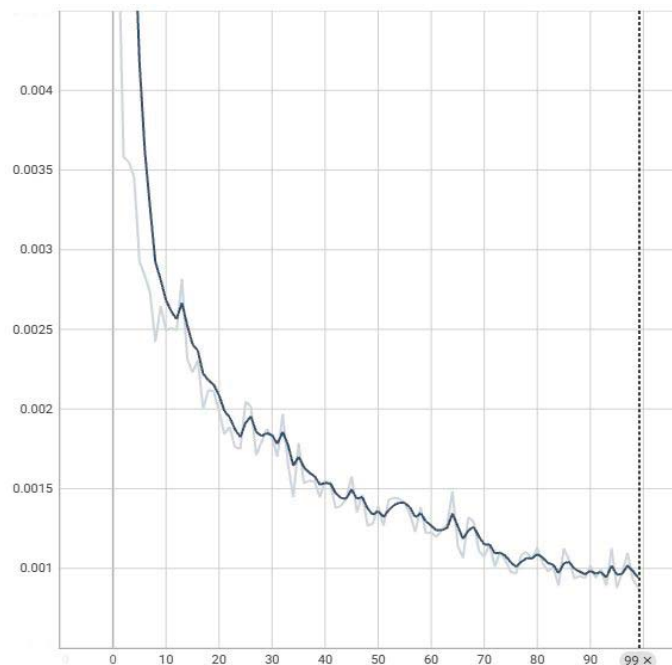


Рис. 13. Значения ошибки MSE при обучении модели нейронной сети на основе 4 блоков LSTM

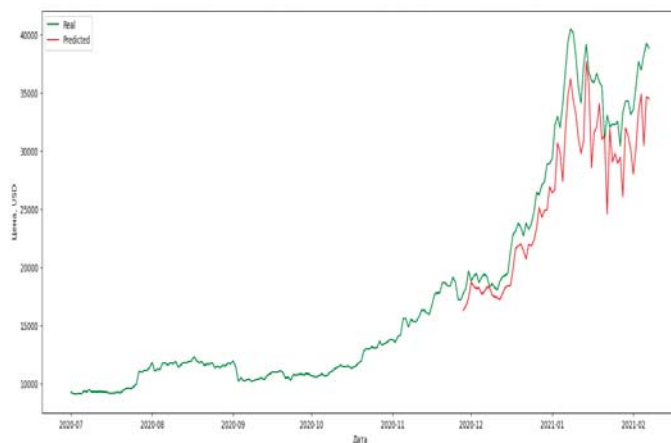


Рис. 14. Результаты предсказания модели из 4х блоков LSTM

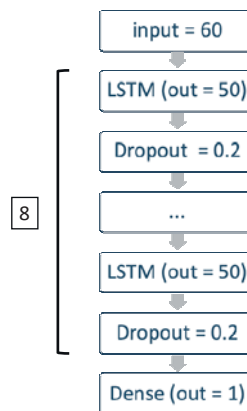


Рис. 15. Структура модели нейронной сети на основе 8 блоков LSTM

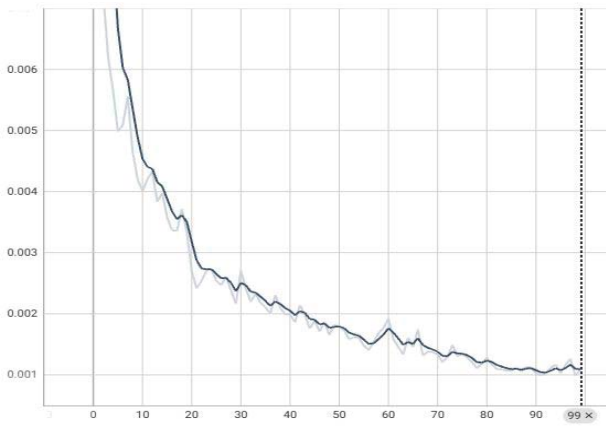


Рис. 16. Значения ошибки MSE при обучении модели нейронной сети на основе 8 блоков LSTM

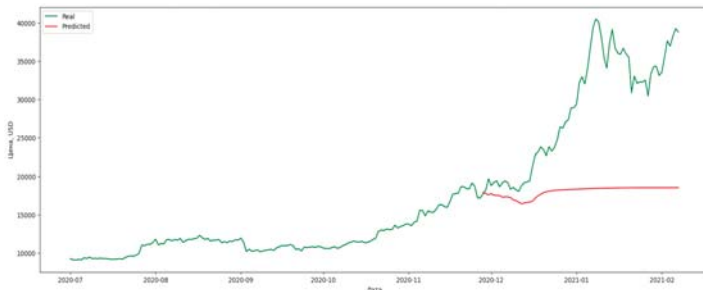


Рис. 17. Результаты предсказания модели из 8 блоков LSTM

При сравнении результатов предсказания курса "Bitcoin" на тестовой выборке моделями нейронных сетей на основе 4 и 8 блоков LSTM можно отметить следующее. Несмотря на расхождения с точным значением курса "Bitcoin", модель на основе 4 блоков LSTM точно предсказывает тенденцию изменения курса, точки максимумов и минимумов. Модель, состоящая из 8 блоков LSTM не позволяет предсказывать значение курса "Bitcoin".

Модель, состоящая из чередующихся слоев GRU и LSTM (структура показана на рис. 18) верно предсказывает тренды курса "Bitcoin", в то же время ей удалось уменьшить разрыв с номинальными значениями курса.

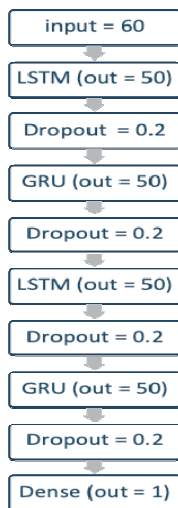


Рис. 18. Структура модели нейронной сети на основе GRU и LSTM

Эти выводы можно сделать, проанализировав значения ошибки MSE при обучении модели (рис. 19) и результаты предсказания модели (рис. 20).

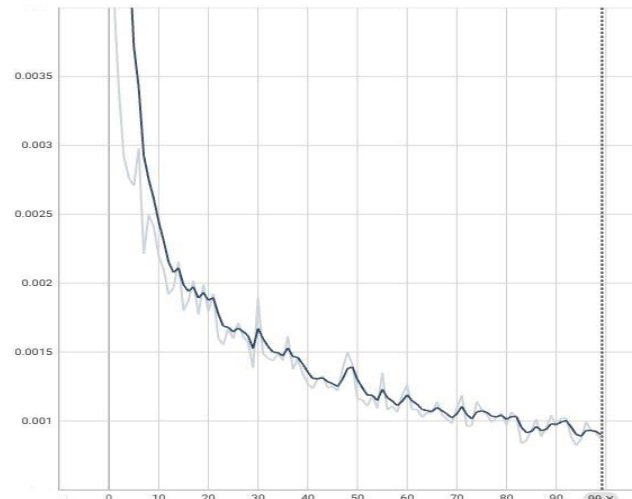


Рис. 19. Значения ошибки MSE при обучении модели нейронной сети на основе GRU и LSTM

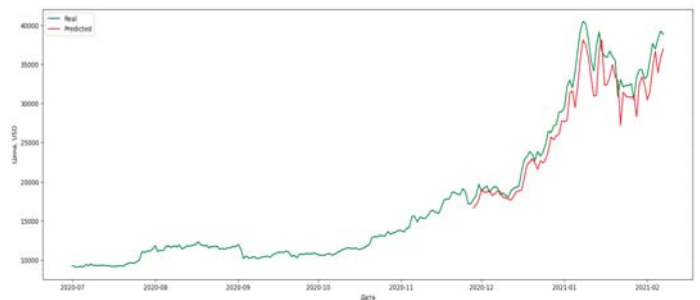


Рис. 20. Результаты предсказания модели на основе GRU и LSTM

Теперь разработаем модели нейронных сетей на основе временной сверточной нейронной сети. Подбираемыми параметрами являются факторы расширения TCN. Структура модели нейронной сети на основе TCN представлена на рисунке 21.

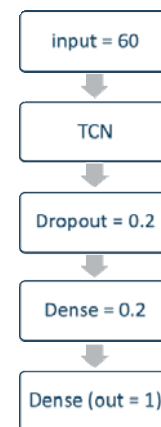


Рис. 21. Структура модели нейронной сети на основе TCN

Рассмотрим подробнее структуру модели нейронной сети на основе блоков TCN:

1. Входной слой: $input_shape=(n_steps, n_features)$ определяет форму входных данных. Мы используем 60 предыдущих значений курса "Bitcoin" для предсказания следующего значения.

2. Слой TCN: этот слой представляет собой основной блок временной сверточной сети. Он содержит несколько уровней сверток с разными коэффициентами расширения ядра (dilation rates), что позволяет захватывать длинные зависимости во временных рядах. Так же в слое TCN используются пропускные соединения между слоями, для улучшения обучения модели.

3. Слой Dropout: используется для предотвращения переобучения.

4. Полносвязанный слой: используется для дополнительной обработки информации перед финальным выводом.

5. Выходной слой: состоит из одного нейрона, так как мы предсказываем одно значение (курс "Bitcoin").

Структура модели нейронной сети на основе TCN с разными факторами расширения представлена на рисунках 22 и 25. Значения ошибки MSE при обучении модели нейронной сети на основе TCN представлены на рисунках 23 и 26. Результаты предсказания модели на основе TCN представлены на рисунках 24 и 27.

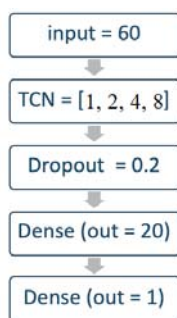


Рис. 22. Структура модели нейронной сети на основе TCN с фактором расширения {1, 2, 4, 8}

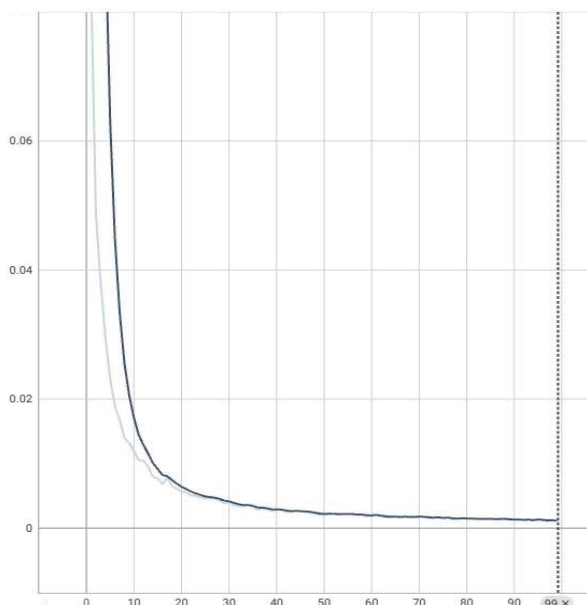


Рис. 23. Значения ошибки MSE при обучении модели нейронной сети на основе TCN с фактором расширения {1, 2, 4, 8}

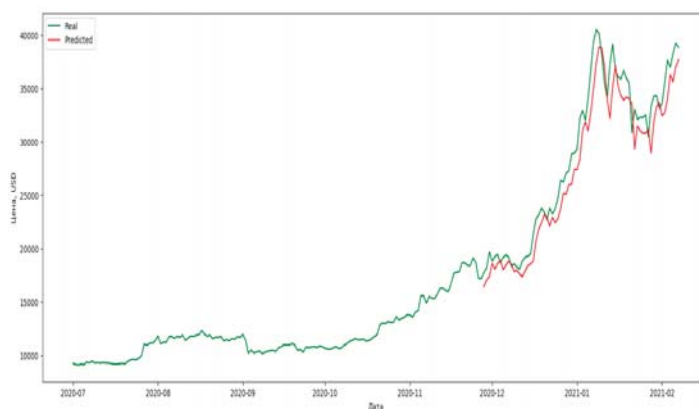


Рис. 24. Результаты предсказания модели на основе TCN с фактором расширения {1, 2, 4, 8}

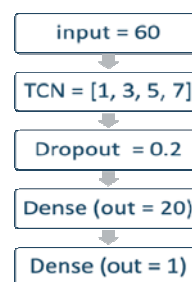


Рис. 25. Структура модели нейронной сети на основе TCN с фактором расширения {1, 3, 5, 7}

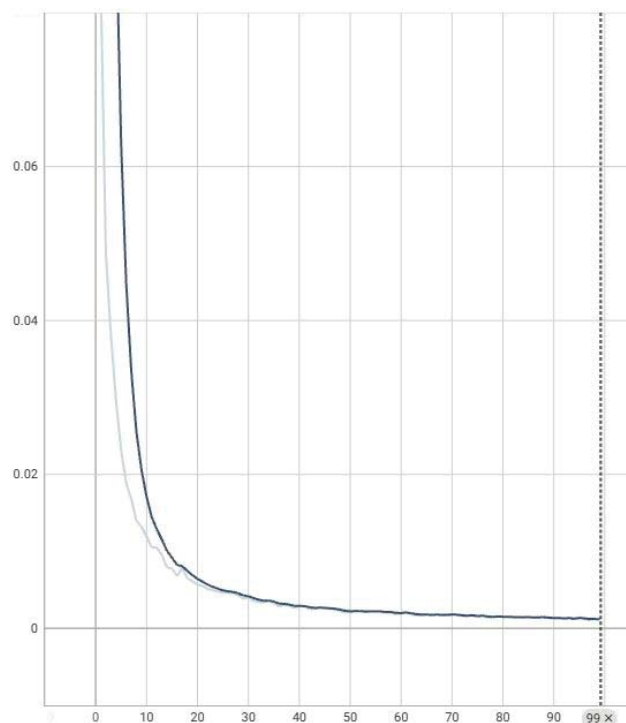


Рис. 26. Значения ошибки MSE при обучении модели нейронной сети на основе TCN с фактором расширения {1, 3, 5, 7}

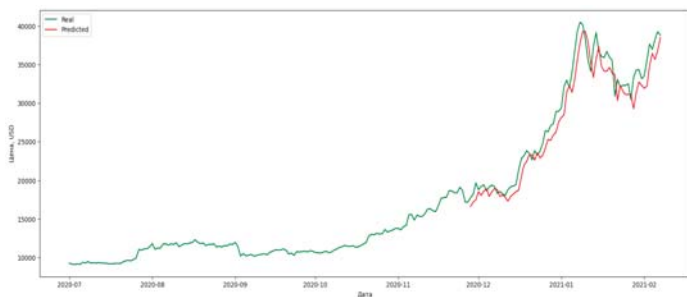


Рис. 27. Результаты предсказания модели на основе TCN с фактором расширения {1, 3, 5, 7}

Сравнение результатов предсказания курса "Bitcoin" на тестовой выборке моделями нейронных сетей на основе блоков TCN показало, что модели нейронных сетей на основе блоков TCN с факторами расширения {1, 2, 4, 8} и {1, 3, 5, 7} имеют схожее предсказание курса "Bitcoin". Они верно отслеживают тренд курса "Bitcoin" и в сравнении с другими моделями их расхождение с точным значением курса "Bitcoin" минимальное, однако их предсказание точек максимумов и минимумов смещено.

В Таблице 2 приведены результаты проведенных экспериментов и обозначена применимость той или иной модели для прогнозирования курсов криптовалют.

Таблица 2

Сравнительная характеристика рассмотренных моделей

Модель	MSE	Верное предсказание точек максимума и минимума	Верное предсказание тренда курса
GRU-4	0,72344	ДА	ДА
GRU-8	0,41623	НЕТ	ДА
LSTM-4	0,66723	ДА	ДА
LSTM-8	-	НЕТ	НЕТ
GRU-LSTM-4	0,52634	НЕТ	ДА
TCN{1,2,4,8}	0,46421	НЕТ	ДА
TCN{1,3,5,7}	0,46034	НЕТ	ДА

Сравнивая в совокупности все модели можно сделать следующий вывод: все модели, за исключением модели на основе 8 блоков LSTM (LSTM-8) верно предсказывают тренд курса "Bitcoin". При этом наименьшее расхождение с номинальным значением стоимости "Bitcoin" имеет модель на основе 8 блоков GRU (GRU-8). Наиболее точным предсказанием точек максимума и минимума обладает модель на основе 4-х блоков LSTM (LSTM-4). Наиболее сбалансированными выглядят модели на основе временной сверточной нейронной сети TCN{1,2,4,8} и TCN{1,3,5,7}.

Заключение

В результате проведенного исследования можно сделать вывод о том, что для прогнозирования значений динамично изменяющихся числовых величин на примере курсов криптовалют методами машинного обучения следует использовать не одну, а несколько моделей прогнозирования. Методы машинного обучения, такие как LSTM и GRU, продемонстрировали максимальную точность прогнозирования котировок криптовалют благодаря их способности учитывать

долгосрочные и краткосрочные зависимости в данных. Градиентный бустинг (XGBoost) показал высокую производительность на данных с нелинейными зависимостями, однако уступил нейронным сетям в задачах прогнозирования волатильных временных рядов. Классические методы, такие как ARIMA и Prophet, оказались менее эффективными для анализа криптовалютных данных из-за их слабой адаптивности к высокой волатильности.

Разработанный алгоритм прогнозирования, основанный на моделях LSTM и GRU, обеспечил минимальные отклонения прогнозов от фактических данных, что подтверждается низкими значениями метрик MSE. На основании проведенного исследования предложены рекомендации по дальнейшему совершенствованию методов прогнозирования криптовалютных котировок. В частности, рекомендуется изучение гибридных архитектур, сочетающих CNN, GRU и TCN, а также применение более сложных методов обработки временных рядов, таких как трансформеры и attention-механизмы.

Литература

1. Дымкова С.С., Кретова И.С., Варламов О.В. Научометрический анализ результатов рецензирования материалов конференции TIRVED2024 // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №12. С. 19-26.
2. Портнов Э.Л., Фатхулин Т.Д. Технологии достижения высоких скоростей передачи в современных когерентных DWDM-системах связи // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. №8. С. 34-37.
3. Деарт В.Ю., Фатхулин Т.Д. Анализ современного состояния транспортных сетей с целью внедрения технологии программно-конфигурируемых сетей (SDN) // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Том 11. №6. С. 4-9.
4. Deart V., Fatkhulin T. Analysis of the functioning of a multi-domain transport software-defined network with controlled optical layer // 2017 21st Conference of Open Innovations Association (FRUCT), Helsinki, Finland, 2017, pp. 79-87, DOI: 10.23919/FRUCT.2017.8250168
5. Деарт В.Ю., Фатхулин Т.Д. Анализ транспортных программно-конфигурируемых сетей (Т-SDN) с управляемым оптическим уровнем с целью получения модели, позволяющей оценить возможность предоставления сервиса Bandwidth on Demand // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Т.12. №4. С. 35-42.
6. Деарт В.Ю., Фатхулин Т.Д. Анализ процесса создания суперканала с необходимой пропускной способностью в сети, построенной по технологии транспортных программно-конфигурируемых сетей (Т-SDN) // Т-Comm: телекоммуникации и транспорт. 2018. Том 12. №10. С. 23-30.
7. Leokhin Y.L., Fatkhulin T.D. Approach to Estimating the Probability of Providing "Cloud" Services in the SDN // 2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russia, 2020, pp. 1-9, DOI: 10.1109/IEEECONF48371.2020.9078593.
8. Y. L. Leokhin and T. D. Fatkhulin, "Evaluation of Service Availability in Software-Defined Optical Network," 2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russia, 2021, pp. 1-6, DOI: 10.1109/IEEECONF51389.2021.9416122
9. Вишневский В.М., Леохин Ю.Л., Фатхулин Т.Д., Занегин А.В. Методы машинного обучения в решении задачи прогнозирования спроса на отдельные виды товаров // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №10. С. 34-43.
10. Ринас Н.А., Золкин А.Л., Каберова А.Р., Скибин Ю.В. Влияние автоматизации и искусственного интеллекта на социальное неравенство // Экономика и управление: проблемы, решения. 2025. Т. 7, № 1(154). С. 116-125. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2025.01.07.015. EDN BGBKZZ.

11. Беспалова В.В., Каберова А.Р., Белинская Д.Б. и др. Методический подход к управлению устойчивостью развития региона // Экономика и управление: проблемы, решения. 2024. Т. 11, № 11(152). С. 88-93. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2024.11.11.011. EDN GDEJYC.

12. Драгуленко В.В., Золкин А.Л., Есина О.И., Каберова А.Р. Влияние численности населения на экономический рост и развитие стран // Экономика и управление: проблемы, решения. 2024. Т. 11, № 9(150). С. 67-75. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2024.09.11.009. EDN ANEUBG.

13. Леохин Ю.Л., Фатхулин Т.Д., Занегин А.В. Модификация метода градиентного усиления для прогнозирования спроса на отдельные виды товаров. Научные исследования в космических исследованиях Земли. 2025. Т. 18. № 2, в печати.

14. Леохин Ю.Л., Дымкова С.С., Фатхулин Т.Д. Research and Development of Image Improvement Tools // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. Т. 18, № 10, в печати.

15. Leokhin Yu., Fatkhulin T., Boitsov K. Computer Vision Methods in Applied Problems of Classifying Objects in Images // 2025 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF), St. Petersburg, Russian Federation, 2025.

16. Leokhin Y., Fatkhulin T., Zanegin A., Rakhmatova A. Researching the Efficiency of Machine Learning Methods Used in Forecasting Demand for Certain Types of Goods // 2025 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2025, pp. 1-8, DOI: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10948113.

17. Fatkhulin T., Leokhin Y., Zanegin A., Rakhmatova A. Development and Research of a Modified Gradient Boosting Method Effectiveness to Solve Applied Problems of Time-Series Forecasting // 2025 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2025, pp. 1-10, DOI: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10948023.

18. Бугаев А.С., Таташев А.Г., Яшина М.В., Лавров О.С., Носов Е.А. Восстановление динамики транспортного потока на основе детерминированно-стохастической модели и данных с интеллектуально транспортных систем // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Т. 13. № 10. С. 35-44.

19. Pavlov S.V., Dokuchaev V.A., Maklachkova V.V., Mytenkov S.S. Features of supporting decision making in modern enterprise infocommunication systems // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт 2019. Т. 13. № 3. С. 71-74.

MACHINE LEARNING METHODS IN APPLIED PROBLEMS OF FORECASTING DYNAMICALLY CHANGING DATA

Yuri L. Leokhin, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, y.l.leokhin@mtuci.ru

Svetlana S. Dymkova, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, s.s.dymkova@mtuci.ru

Timur D. Fatkhulin, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, t.d.fatkhulin@mtuci.ru

Abstract

The paper considers the problem of increasing the accuracy of forecasting dynamically changing data using cryptocurrency rates as an example. The aim of the paper is to research and develop machine learning methods used in applied problems for forecasting dynamically changing data. The relevance of the work is due to the fact that existing methods and models do not always allow achieving sufficient accuracy and reliability in forecasting quotes in conditions of high volatility and complexity of cryptocurrency markets. Thus, there is a need for further in-depth research and development of new approaches and methods to solve this problem. The object of the study is financial quotes of cryptocurrencies. The subject of the study is the performance indicators of machine learning methods used to forecast quotes. To assess the quality of model predictions, the Mean Squared Error (MSE) metric was chosen, which helps measure the accuracy of the model by identifying forecast errors. Additional quality indicators were also proposed, such as the correct prediction of maximum and minimum points, which is important for analyzing cryptocurrency price fluctuations. Forecasting models were created using the TensorFlow library and the T4 graphics accelerator. The Adam algorithm was used for optimization, training was performed using the mini-packet technique. The following research methods served as the methodological basis for the work: comparison, description, measurement, scientific abstraction method, as well as analysis and generalization. The conclusion provides the main findings obtained as a result of the study.

Keywords: value, forecast, cryptocurrency, method, machine learning, model, algorithm

References

- [1] S.S. Dymkova, I.S. Kretova, O.V. Varlamov, "Conference papers per-reviewing results: TIRVED-2024 scientometric research", *T-Comm*, vol. 18, no.12 pp. 19-26. (in Russian)
- [2] E.L. Portnov, T.D. Fatkhulin, "Technologies aimed at achieving high speed transmission in modern coherent DWDM communication systems". *T-Comm*. 2015. Vol 9. No.8, pp. 34-37. (in Russian).
- [3] V.Yu. Deart, T.D. Fatkhulin, "Analysis of current state of transport networks with the purpose of introducing software defined networks (SDN) technology", *T-Comm*, 2017, vol. 11, no.6, pp. 4-9. (in Russian).

- [4] V. Deart and T. Fatkhulin, "Analysis of the functioning of a multi-domain transport software-defined network with controlled optical layer," *2017 21st Conference of Open Innovations Association (FRUCT)*, Helsinki, Finland, 2017, pp. 79-87, DOI: 10.23919/FRUCT.2017.8250168.
- [5] V.Yu. Deart, T.D. Fatkhulin, "Analysis of transport software-defined networks (T-SDN) with controlled optical layer to obtain a model providing assesment of the possibility of bandwidth on demand service", *T-Comm*, 2018, vol. 12, no.4, pp. 35-42. (in Russian)
- [6] V.Yu. Deart, T.D. Fatkhulin, "Analysis of the process of creating a superchannel with the necessary capacity in the network organized according to transport software-defined networks (T-SDN) technology", *T-Comm*, 2018, vol. 12, no.10, pp. 23-30. (in Russian).
- [7] Y.L. Leokhin and T. D. Fatkhulin, "Approach to Estimating the Probability of Providing "Cloud" Services in the SDN," *2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russia, 2020, pp. 1-9, DOI: 10.1109/IEEECONF48371.2020.9078593.
- [8] Y.L. Leokhin and T.D. Fatkhulin, "Evaluation of Service Availability in Software-Defined Optical Network," *2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russia, 2021, pp. 1-6, DOI: 10.1109/IEEECONF51389.2021.9416122.
- [9] V.M. Vishnevsky, Yu.L. Leokhin, T.D. Fatkhulin, A.V. Zanegin, "Machine learning methods in solving the problem of forecasting demand for specific types of goods", *T-Comm*, vol. 18, no. 10, pp. 34-43. (in Russian)
- [10] N.A. Rinas, A.L. Zolkin, A.R. Kaberova, Yu.V. Skibin, "The Impact of Automation and Artificial Intelligence on Social Inequality", *Economy and Management: Problems, Solutions*, 2025, Vol. 7, No. 1(154), pp. 116-125. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2025.01.07.015. (in Russian)
- [11] V.V. Bepalova, A.R. Kaberova, D.B. Belinskaya et al., "Methodological approach to managing the sustainability of regional development", *Economy and Management: Problems, Solutions*, 2024, Vol. 11, No. 11(152), pp. 88-93. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2024.11.11.011. (in Russian)
- [12] V.V. Dragulenko, A.L. Zolkin, O.I. Esina, A.R. Kaberova, "The Impact of Population on Economic Growth and Development of Countries", *Economy and Management: Problems, Solutions*, 2024, Vol. 11, No. 9(150), pp. 67-75. DOI 10.36871/ek.up.p.r.2024.09.11.009. (in Russian)
- [13] Yu.L. Leokhin, T.D. Fatkhulin, A.V. Zanegin, "The Gradient Boosting Method Modification to Forecast Demand for Individual Types of Goods", *H&ES Reserch*. 2025, Vol. 16, No. 2. (in Russian)
- [14] Yu.L. Leokhin, S.S. Dymkova, T.D. Fatkhulin, "Research and Development of Image Improvement Tools", *T-Comm*, vol. 18, no. 10, In print.
- [15] Yu. Leokhin, T. Fatkhulin, K. Boitsov, "Computer Vision Methods in Applied Problems of Classifying Objects in Images", *2025 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF)*, St. Petersburg, Russian Federation, 2025.
- [16] Y. Leokhin, T. Fatkhulin, A. Zanegin and A. Rakhmatova, "Researching the Efficiency of Machine Learning Methods Used in Forecasting Demand for Certain Types of Goods", *2025 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russian Federation, 2025, pp. 1-8, DOI: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10948113
- [17] T. Fatkhulin, Y. Leokhin, A. Zanegin and A. Rakhmatova, "Development and Research of a Modified Gradient Boosting Method Effectiveness to Solve Applied Problems of Time-Series Forecasting", *2025 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, Moscow, Russian Federation, 2025, pp. 1-10, DOI: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10948023
- [18] A.S. Bugaev, A.G. Tatashev, M.V., Yashina, O.S. Lavrov, E.A. Nosov, "Reconstruction of traffic flow dynamics based on deterministicstochastic model and data obtained from intelligent transport systems," *T-Comm*. 2019. Vol. 13, no. 10, pp. 35-44. DOI 10.24411/2072-8735-2018-10315
- [19] S.V. Pavlov, V.A. Dokuchaev, V.V. Maklachkova, S.S. Mytenkov, "Features of supporting decision making in modern enterprise infocommunication systems," *T-Comm*. 2019. Vol. 13, no. 3, pp. 71-74.

Information about authors:

Yuri L. Leokhin, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Rectorate, Vice-Rector for Scientific Work, full professor, Dr. Sc. (Tech.), Moscow, Russia. orcid.org/0000-0003-3321-4497

Svetlana S. Dymkova, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Candidate Sc. (Tech.), Moscow, Russia. orcid.org/0000-0003-1945-9850

Timur D. Fatkhulin, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Dpt. of MC and IT, Docent, Candidate Sc. (Tech.), Moscow, Russia. orcid.org/0000-0003-0998-1055

ALGORITHM FOR ASSESSING THE READINESS OF A WIDEBAND RADAR FOR CONSTRUCTING RADAR PORTRAITS OF SPACE OBJECTS

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-8-64-71

Alexander V. Timoshenko,
Moscow State University, Moscow, Russia, u567ku78@gmail.com

Anatoly Yu. Perlov,
Moscow State University, Moscow, Russia, aperlov@yandex.ru

Denis S. Chirov,
Moscow Technical University of Communications and Informatics,
Moscow, Russia, den-chirov@yandex.ru

Alexander S. Zakharov,
Moscow State University, Moscow, Russia,
zakharov.as17@physics.msu.ru

Manuscript received 27 June 2025;
Accepted 25 June 2025

This research was supported by MSU Program of Development, Project №24-SI-04

Keywords: broadband radar, radar portraiture, space objects, readiness factor, space monitoring

The article presents the developed algorithm for assessing the readiness of a space monitoring radar station (SMR) to operate with the required accuracy characteristics in the radar portraiture mode (RP) for information support for solving the problems of operational updating of the space catalog (SC). It has been shown that the quality of the RP can be improved by selecting the parameters of the probing signals taking into account the current unevenness of the frequency response of the receiving system of the RP. The main operations of the algorithm for assessing the readiness of the SMR to construct a RP for controlling the parameters of the probing signals based on the results of calculating the Spearman rank correlation are presented, which ensures the best accuracy characteristics of the RP taking into account the influence of destructive factors on the characteristics of the receiving and transmitting channels of the active phased array antenna (APAA).

Information about authors:

Alexander V. Timoshenko, Moscow State University, Senior Lecturer, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Moscow, Russia. ORCID: 0000-0002-9791-142X

Anatoly Yu. Perlov, Moscow State University, Senior Lecturer, PhD of Technical Sciences, Associate Professor, Moscow, Russia. ORCID: 0000-0001-8480-3772

Denis S. Chirov, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Head of the Department of Radio Engineering Systems, Doctor of Engineering Systems, Professor, Moscow, Russia. ORCID: 0000-0001-8509-4373

Alexander S. Zakharov, Lomonosov Moscow State University, Laboratory Assistant, Moscow, Russia. ORCID: 0009-0000-2617-5317

Для цитирования:

Тимошенко А.В., Перлов А.Ю., Чиров Д.С., Захаров А.С. Алгоритм оценки готовности широкополосной РЛС к построению радиолокационных портретов космических объектов // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №8. С. 64-71.

For citation:

A.V. Timoshenko, A.Yu. Perlov, D.S. Chirov, A.S. Zakharov, "Algorithm for assessing the readiness of a wideband radar for constructing radar portraits of space objects", *T-Comm*, 2025, vol. 19, no. 8, pp. 64-71.

Introduction

The steady growth in the number of spacecraft launched [1] necessitates the improvement of information support technologies for near-Earth space monitoring (SMR) by obtaining non-coordinate information about the radar portraits (RP) of spacecrafts [2-6], which is especially important when solving the problem of promptly updating the main catalog of spacecraft, including during SC maneuvering [7]. In this article, the radar portrait is the distribution of the reflected signal intensity depending on the range and angular coordinates from the radar to the spacecraft [3].

To construct a RP, it is necessary to ensure a uniform amplitude-frequency response (AFR) of the transmit-receive path (TRP). This issue is especially relevant for spacecraft with three-axis stabilization, which can take absolutely random positions in space relative to their axis [4]. In this case, the noise pollution of a part of the radar will not allow the accurate classification of the spacecraft in the catalog of spacecraft, and in turn, an increase in the unevenness of the frequency response leads to an increase in the signal-to-noise ratio.

Currently, for spacecraft with three-axis stabilization, Costas signals are used, which provide resolution of reflection points from the spacecraft [8]. In this case, the use of this signal allows information to be accumulated during coherent processing and does not lead to a decrease in the signal-to-noise ratio. However, there is a high sensitivity of the Costas signal to the unevenness of the frequency response due to special frequency coding. Most often, when working with a spacecraft, the choice of signal is determined by the capabilities of the hardware and software complex (HSC) of the radar, as well as the uncertainty function (UF).

The definition of the UF in integral form for a signal S with a given delay time τ and frequency shift Δf is given as:

$$\chi(\tau, \Delta f) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t)S^*(t - \tau)e^{j2\pi\Delta ft} dt, \quad (1)$$

where S – signal amplitude, τ – delay time, Δf – frequency shift. The Costas signal uncertainty function is a nearly ideal delta function with very small sidelobes, while most other signals have main lobe extensions or increased sidelobes.

Existing and future wideband L-band SMR radars with large-aperture active phased array antennas (APAA) have the potential to form one-dimensional incoherent long-range radars required for the catalog of space objects, including solving problems of:

- estimating the orientation of a spacecraft and various parameters of its design [9];
- continuous refinement of trajectories and orbital parameters;
- proactive determination of spacecraft maneuvering [10];
- estimating the degree of spacecraft fragmentation and destruction [11];
- predicting the areas of fall of deorbited spacecraft [12-14].

However, the guaranteed receipt of the specified information is largely determined by the choice of the most effective algorithms for signal and trajectory processing for specific conditions of radio portraiture.

The conducted analysis of works in the field of super-resolution algorithms showed that the potential values of the range resolution are largely determined by the band and types of probing signals [15].

The considered theory of constructing resolution algorithms using wideband signals was revised in [16]. The procedures presented in the work work with known correlation coefficients of

noise and the useful signal, which is often impossible to calculate due to the presence of non-Gaussian noise.

Another well-known method is the procedure for estimating the quantitative composition of the spacecraft using the criterion of minimum average risk with an asymmetric loss function [17]. In other words, the loss function is understood as an incorrect determination of the number of components of the spacecraft in a greater or lesser direction. There are many methods and ways of choosing the optimal loss function.

The last method is the method for solving the inverse problem of group scattering [18]. This method describes the multidimensional structure of the echo signal of a complex spacecraft taking into account background correlated interference. Also, as a result of signal processing by this method, multidimensional images are obtained after coherent probing. Because of this, the result of constructing a RP in correlation, filter and correlation-filter processing schemes will be intensity blurred by noise due to coherent processing.

The considered methods have become widespread in constructing RP in near-earth electromagnetic wave propagation systems, where a sufficient condition for resolving an object is obtaining single measurements about the target. In this regard, to construct a RP, it is necessary to obtain the intensity of reflections of the amplitudes and the target's EPR over a long period of time, which corresponds to several intervals of spacecraft flights to maintain a catalog of space objects.

The conducted research of works [4, 16, 19] in the part of information support of the catalog of space objects allowed to specify the following negative factors requiring complex consideration in dynamics and real scale during operation of the SMR radar in the RP mode:

- technical and functional condition of the radar (temperature dynamics of the receiving and transmitting models, non-uniformity of the frequency response) in combination with the parameters of the probing signals (band, modulation type, duration, duty cycle);
- environmental parameters (ionospheric and tropospheric corrections);
- uncertainty of the spacecraft parameters (local inhomogeneities, distortion of the phase center).

The specified factors and features of the radar operation in the barrier mode of coverage determine the efficiency of using the methods of inverse synthesis of the aperture. At the same time, the efficiency of this method of constructing the RP is determined by the shape of the frequency response. Thus, non-uniformity over several dB in the frequency band can lead to a critical decrease in resolution and the impossibility of constructing the RP.

Analysis of modern methods of constructing RP based on both reverse aperture synthesis [3, 20-22] and digital processing of reflected radar signals [23, 24] showed that a necessary condition for their application in the interests of updating the catalog is compensation for the following destructive factors caused by:

- non-identity of the amplitude-phase distribution (APD) in the receiving and transmitting channels of the APAA;
- propagation medium;
- fluctuations of the phase center of the object;
- insufficient accuracy of data on the trajectory parameters of the object.

At the same time, the most significant non-stationary destructive factor affecting the accuracy of coordinate measurements for

large-aperture and wideband radars is the non-identity of the APD in the receiving and transmitting channels of the APAA [25]. The results of modeling the passage of linear-chirp signals in the receiving system of a modern L-band SMR radar, formed due to the non-identity of the phased array antenna in the receiving and transmitting channels of the APAA, are presented in Figure 1.

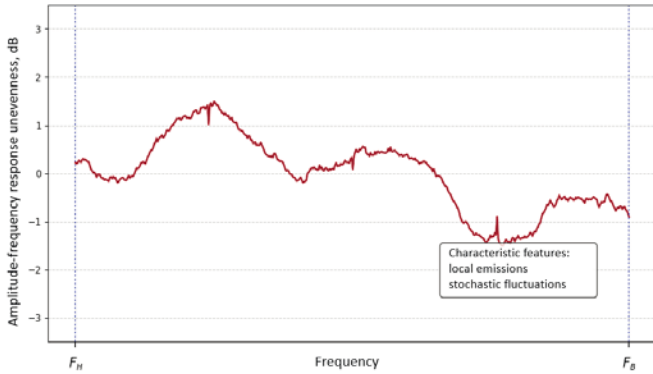


Fig. 1. Uneven frequency response of the receiving system of the SMR

The specified unevenness has a non-stationary nature, which significantly reduces the efficiency of using known algorithms for reverse aperture synthesis to construct one-dimensional RP with the required accuracy characteristics for classifying spacecraft. The studies conducted by the authors [26-31] allowed us to formulate a hypothesis about the possibility of reducing the influence of destructive factors on RP parameters by adapting signal parameters to the current unevenness of the frequency response in real time based on the results of assessing the readiness of radar hardware to form radar portraits.

Formalization of the indicator of readiness for constructing a RP

The process of updating the satellite catalog in wideband radars can be presented as an assessment of the readiness of the hardware to build a RP according to the criterion of maximizing the accuracy characteristics (by minimizing the errors in measuring coordinates and radial velocity).

In the article, the indicator of radar readiness to build a RP is understood as a value characterizing the degree of readiness of the radar to operate with the required accuracy of determining coordinates, according to the results of the assessment of which the influence of destructive factors on the unevenness of the frequency response is compensated for by a reasonable choice of corrections to the amplitude and a change in the amplitude-frequency spectrum of the signal.

According to [31-37], the accuracy of determining coordinates by range and by angle is estimated using the formulas for the dependence of the bandwidth B , the signal-to-noise ratio q and the half-width of the radiation pattern $\theta_{0,5}$:

$$\delta r = \frac{c}{2B\sqrt{q}}, \tag{2}$$

$$\delta \theta = \frac{\theta_{0,5}}{2\sqrt{q}}. \tag{3}$$

Using formulas (2) and (3), we determine the volume of space in which an erroneous detection of a spacecraft is possible as:

$$\begin{aligned} \delta V &= \delta r \delta r_2 \delta r_3 = r^2 \delta r \delta \psi \delta \theta, \\ \delta r_2 &= r \delta \psi, \delta r_3 = r \delta \theta, \end{aligned} \tag{4}$$

where δr – range measurement accuracy; $\delta \psi$, $\delta \theta$ – azimuth and elevation measurement accuracy. Due to the presence of range and angular coordinates determination error, the spacecraft location will be determined with an accuracy of δr , δr_2 , δr_3 .

To obtain an analytical expression for the indicator of readiness for constructing a radar station, we transform the accuracy of determining coordinates by range δr into the volume of space through accuracy characteristics that depend on the signal-to-noise ratio (SNR):

$$\delta V = \frac{r^2 c \theta_{0,5}^2}{4Bq}. \tag{5}$$

The expression for estimating the signal-to-noise ratio q taking into account the non-uniformity of the frequency response in the radar receiving system can be represented as:

$$q = \frac{\int_{f_{min}}^{f_{max}} |H|^2 |S_{in}|^2 df}{\int_{f_{min}}^{f_{max}} |H|^2 |N(f)|^2 df}, \tag{6}$$

where S_{in} – is the amplitude-frequency spectrum of the reflected signal, $N(f)$ – is the spectral power of the noise, f_{max} and f_{min} – are the upper and lower operating frequencies. Then the formula for calculating the volume of measurement uncertainty in the radar can be represented as follows:

$$\delta V = \frac{r^2 c \theta_{0,5}^2}{4B} \frac{\int_{f_{min}}^{f_{max}} |H|^2 |N(f)|^2 df}{\int_{f_{min}}^{f_{max}} |H|^2 |S_{in}|^2 df} \tag{7}$$

We will assume that the optimal values of the signal bandwidth B for constructing the RP are determined by ranking the frequency response data using the Spearman rank correlation coefficient. Thus, according to [34], the non-parametric Spearman rank coefficient allows us to estimate the relationships between ordinal variables from small-volume samples and variables whose distribution is unknown. In the case of non-uniform frequency response when the radar is operating with wideband signals, the use of the Spearman coefficient is legitimate due to the occurrence of stochastic changes in the frequency response of the signal.

The Spearman rank correlation coefficient has several advantages over other methods for measuring the relationship between variables. First, it does not require the assumption of linearity of the relationship and normality of the data distribution, which makes it more universal and applicable in real-world research, where the data is often nonparametric. Second, the Spearman coefficient is resistant to outliers, since it works with ranks, not with the original values, which reduces the influence of anomalous observations on the final result. This is especially useful when analyzing data with a large scatter or non-obvious patterns.

Another advantage of the Spearman coefficient is its ease of interpretation and calculation. Unlike some other methods, such as the Pearson correlation coefficient, it estimates a monotonic rather than strictly linear relationship, which expands the scope of its application. In addition, it is suitable for working with ordinal data, which many parametric methods cannot handle. Due to this, Spearman's coefficient is widely used in psychology, sociology, biology and other fields where precise quantitative measurements are not always available, but it is important to assess the general trend of the relationship between features.

In general, Spearman's coefficient is written:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_i d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (8)$$

where d_i – the difference between the ranks of values, while the Spearman coefficient varies from -1 to 1; n is the number of ranks.

Thus, the indicator of readiness for RP in the interests of increasing the efficiency of updating the catalog by optimizing the parameters of the signal band can be represented as:

$$\Gamma = \frac{r^2 c \theta_{0,5}^2 \int_{f_{min}}^{f_{max}} |H|^2 |Noise|^2 df}{4B\rho(H, S_{in}) \int_{f_{min}}^{f_{max}} |H|^2 |S_{in}|^2 df} \quad (9)$$

The given analytical dependence allows us to determine the main operations of the algorithm for assessing the readiness of the SMR radar to build radar portraits of spacecraft, the structural and logical diagram of which is shown in Figure 2.

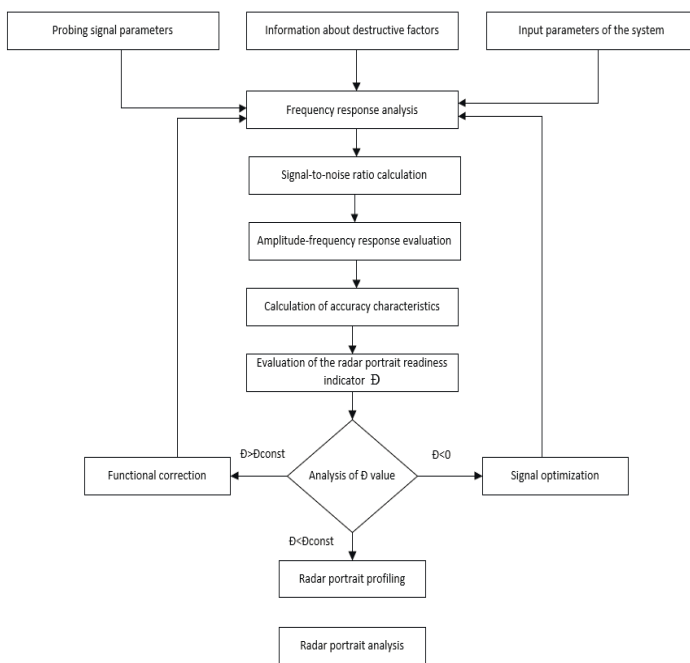


Fig. 2. Scheme of the algorithm for assessing the readiness of the SMR radar to build radar portraits of spacecraft

The proposed algorithm evaluates the frequency response, phase response and SNR under the influence of destructive factors. All information about the processed signal and destructive factors is then combined into a single array of information to assess the accuracy characteristics, with subsequent calculation of the indicator of readiness for RP.

The presented algorithm for assessing the readiness of the radar for RP defines the following procedure for different values of the readiness indicator:

- for negative values of the readiness indicator, the shape of frequency response is optimized, with the signal band being optimized based on an iterative calculation of the frequency change law using the criterion of minimum side lobes of the autocorrelation function;

- if the indicator exceeds the specified value, it is necessary to simultaneously optimize the frequency response shape to the maximum along with the phase response correction;

- if the values of the readiness factor are within the limits necessary for the required accuracy of coordinate measurement, it is necessary to proceed to constructing a radar portrait.

Evaluation of the algorithm efficiency

To evaluate the efficiency of the algorithm for assessing the readiness of the SMR radar for constructing spacecraft radar portraits, we will represent the radar portrait as a convolution of the probing signal with the target impulse response after processing in the transmitting and receiving path. As initial data, we will assume that there are two spheres approaching each other during movement in the radar's field of view, and we will assume that at the moment T_0 , destructive factors affect the SMR radar equipment, which change the uniformity of the frequency response and the identity of the phase response, as a result of which the values of the readiness indicator become negative ($\Gamma < 0$). The values of the reflected signal intensity were normalized to the maximum value and logarithmed to the base 10.

Then the RP will have the form shown in Figure 3, which displays the maximum intensity of the reflected signal at 0 dB, and a decrease in intensity and noise - negative values.

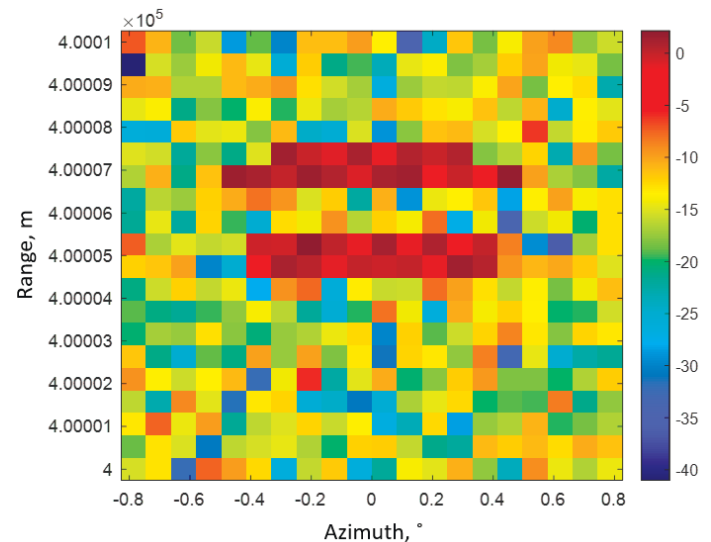


Fig. 3. Sphere radar plot based on radar data with a negative indicator of readiness for the RP

As follows from Figure 3, there is no clear picture of the two spheres, which significantly reduces the ability to classify and determine the type and parameters of an object, and accordingly, the radar does not receive information about the type and shape of the object, which is why it is necessary to spend more time on measurements and increase the catalog update time.

If, when introducing correction amendments, the Γ indicator still remains negative, then the probing signal changes from a linear-frequency signal to a discrete-frequency-coded signal, which ensures that the maximum of frequency response signal is combined with the maximum of frequency response, after which amendments are reintroduced to the phase response and SNR (to increase the tracking accuracy), which leads the Γ indicator to small positive values. Figure 4 shows the sphere radar plot with a radar ready for the $V = 1,5 \text{ m}^3$.

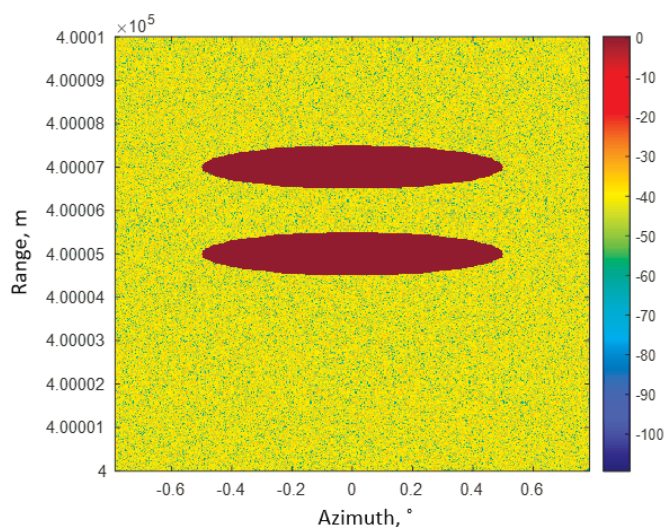


Fig. 4. RP of two spheres during the two-stage procedure of equalizing the frequency response

The images in Figure 5 can be used to estimate the shape and size of two spherical objects, while the noise level remains stable and does not exceed the established threshold values, which allows classifying objects and increasing the frequency of updating the catalog.

The resulting detailing of the spherical spacecraft RP using the readiness indicator Γ allows increasing the level of information support and maintaining the catalog based on the results of assessing the sizes and parameters of the observed objects with a high degree of accuracy.

Thus, the developed algorithm for assessing the readiness of the L-band SMR broadband radar for constructing radar portraits of space objects in the interests of maintaining the catalog of space objects can be used to solve the following problems:

- more accurate classification of spacecraft;
- reliable determination of the values of the effective scattering area of the spacecraft, including maneuvering ones;
- obtaining additional non-coordinate information about the observed objects.

Conclusion

A new algorithm for assessing the readiness of wideband L-band radars for constructing high-precision SMR radars based on the readiness indicator has been developed. The algorithm integrates the assessment of the current technical condition of the radar (primarily the unevenness of the frequency response and the non-identity of the phased array antenna in the APAA channels) and adaptively optimizes the parameters of the probing signals to compensate for destructive factors.

Experimental assessment of the quality of two-dimensional RP of two spheres has shown the effectiveness of the algorithm for assessing the readiness of the SMR radar for constructing a RP for controlling the parameters of probing signals based on the results of calculating the Spearman rank correlation.

Increasing efficiency of the catalog is achieved due to the guaranteed receipt of the RP required for cataloging in the conditions of non-stationary destructive factors in the radar, affecting the quality of the algorithms for constructing the RP.

Acknowledgements

This research was supported by MSU Program of Development, Project №24-S1-04.

References

- [1] B.A. Lagovskiy, I.A. Nasonov, E.Ya. Rubinovich, "Solution of inverse problems of achieving superresolution using neural networks", *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical modeling and programming*. 2024. Vol. 17. No. 1. (in Russian)
- [2] A.Yu. Perlov, A.S. Zakharov, A.V. Timoshenko, M.F. Bulatov, "Model of thermal distortions of the amplitude-frequency characteristic of the receiving system of a radar station in the super-resolution mode", *Science-intensive technologies in space research of the Earth*. 2024. Vol. 16. No 5. P. 26-34. DOI: 10.36724/2409541920241652634. (in Russian)
- [3] A.A. Manukyan, "Construction of two-dimensional radio images of objects based on non-equidistant coded frequency-time pulse sequences", *Radio engineering and electronics*. 2015. Vol. 60. No. 3. P. 282. DOI 10.7868/S0033849414120134. (in Russian)
- [4] S. Anger et al., "High-resolution inverse synthetic aperture radar imaging of satellites in space", *IET Radar, Sonar & Navigation*. 2023. P. 1-20.
- [5] H. Du et al., "Integrated convolution network for ISAR imaging and target recognition", *IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems*. 2023.
- [6] K.P. Likhodenko, G.M. Seregin, V.B. Suchkov, A.Yu. Perov, "Mathematical modeling of polarization radar portraits of complex-shaped objects based on their multipoint models in radars with inverse aperture synthesis", *Advances in modern radio electronics*. 2024. Vol. 78. No. 2. P. 13-24. DOI: 10.18127/j20700784-202402-02. (in Russian)
- [7] J. Stober, J. Gunter, D. Christoph, "Distortion of meteor count rates due to cosmic radio noise and atmospheric particularities", *Advances in Radio Science*. 2010. Vol. 8. P. 237-241. DOI: 10.5194/ars-8-237-2010.
- [8] L. Barker, K. Drakakis, R. Scott, "On the Complexity of the Verification of the Costas Property", *Proceedings of the IEEE*. 2009. Vol. 97. P. 586-593. DOI: 10.1109/JPROC.2008.2011947.
- [9] H. Du et al., "Integrated convolution network for ISAR imaging and target recognition", *IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems*. 2023.
- [10] G. Xu et al., "Manifold Low Rank and Sparse Tensor Method for High-Resolution Radar Imaging", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2025. Vol. 63. P. 1-14.
- [11] J. Zhang et al., "From Coarse to Fine: ISAR Object View Interpolation via Flow Estimation and GAN", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2024. Vol. 62. P. 1-20.
- [12] Z.N. Khutorovskiy, V.F. Boykov, L.N. Pylaev, "Control of space objects at low altitudes", *Near-Earth astronomy (space debris)*, *Russian Academy of Sciences*. 1998. P. 34-101. (in Russian)
- [13] Z.N. Khutorovskiy, V.F. Boikov, L.N. Pylaev, "Catalog Maintenance of Low-Earth-Orbit Satellites: Principles of the Algorithm", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1999. Vol. 22. No. 6. P. 745-758.
- [14] M. Ceresoli, A. Colagrossi, S. Silvestrini, M. Lavagna, "Robust, Onboard Orbit Determination Through Error Kalman Filtering", *Aerospace*. 2025. Vol. 12. P. 45. DOI: 10.3390/aerospace12010045.
- [15] Y. Zhang et al., "A Fast Target Imaging Model Based on Electromagnetic Scattering Solution and Machine Learning", *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. 2024. P.10587.
- [16] Zh. Chen et al., "A Novel Method for PolISAR Interpretation of Space Target Structure Based on Component Decomposition and Coherent Feature Extraction", *Remote Sensing*. 2025. Vol. 17. No. 6. P. 1079.
- [17] J. Miao, L. Tu, H. Liu, J. Zhao, "Astronomical Image Superresolution Reconstruction with Deep Learning for Better Identification of Interacting Galaxies", *The Astrophysical Journal Supplement Series*.

2025. Vol. 278. P. 35. DOI: 10.3847/1538-4365/adca34.

[18] V.I. Erokhin, A.P. Kadochnikov, S.V. Sotnikov, "Linear Binary Classification under Interval Uncertainty of Data", *Scientific and Technical Information Processing*. 2024. Vol. 51. No. 6. P. 539-544. DOI: 10.3103/S0147688224700485.

[19] A. Zakharov, A. Perlov, et al., "Model for calculating changes in the radiation pattern and amplitude-phase distribution in the subarray of a large-aperture apaa based on a modified thermal conductivity equation", *IEEE Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*. 2024. P. 1-4. DOI: 10.1109/ieec-conf60226.2024.10496770.

[20] A. Manukian, "Constructing the 2D Radio Image of Objects with the Use of Multifrequency Signals with Coded Carrier-Frequency Hopping (Costas signals)", *Journal of Communication Technology and Electronics*. 2011. Vol. 56. P. 160-171. DOI: 10.1134/S1064226911010074.

[21] A.I. Ladygin, "Signature Analysis: Theory and Practice of Radar Recognition of Space Objects and Space Tragedies through the Eyes of Signature Analysts", Moscow: Univ. Book. 2008. 255 p. ISBN 978-5-98699-044-6. (in Russian)

[22] A. Leukhin, A. Voronin, A. Merzlyakov, N. Parsaev, "Application of the autofocusing algorithm for the synthesis of X and L band radar images", *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1679. P. 042009. DOI: 10.1088/1742-6596/1679/4/042009.

[23] A.N. Detkov, I.A. Makarov, "Model of space object motion and formation of its radar portrait", *Journal of Radio Electronics*. 2013. Vol. 12. P. 1-18. (in Russian)

[24] E.A. Bolelov, O.V. Vasiliev, S.A. Zyabkin, D.S. Chirov, "Development of a fuzzy-logical classifier of the phase state of hydrometeors for the algorithm for classifying zones of probable icing of aircraft in X-band weather radars," *T-Comm*. 2023. Vol. 17. No. 10. P. 4-12. (in Russian)

[25] A. Sharma, N. Suraj, M. Rokade, N. Ghodpage et al., "Study of variations in the absorption of cosmic radio noise using Riometer at Casey station", *Library & Information Science Research*. 2012. Vol. 3. P. 149-155.

[26] S.N. Razinkov, A.Yu. Perlov, A.S. Zakharov, Ya.A. Temnik, "Operational calibration of active phased antenna arrays of ground-based radar stations", *VKS. Theory and Practice*. 2024. Vol. 29. P. 94-102. (in Russian)

[27] A.S. Zakharov, V.V. Shamanov, A.Yu. Perlov, K.S. Sokolov, V.Yu. Pozdyshev, "Multiparameter optimization of the design process of space monitoring radars based on ontological analysis of the dependencies of functional characteristics on a variety of technical solutions", *Radio Engineering*. 2024. Vol. 88. No. 10. P. 110-117. DOI: 10.18127/j00338486-202410-12. (in Russian)

[28] A.Y. Perlov, A.V. Timoshenko, S.N. Marfin, and A.S. Zakharov, "Model of Compensation for the Influence of Non-Identicality of Phase Distribution of the Active Phased Antenna Array on Radar Accuracy Characteristics", *Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*. 2025. P. 1-4. DOI: 10.1109/IEEE-CONF64229.2025.10947699.

[29] S. Matseevich, U. Vladko, A. Zyuzina, M. Mochalov, A. Zakharov, "Application of the cognitive load indicator of a graphic element to substantiate the requirements for a long-range radar visualization system", *Scientific Visualization*. 2024. Vol. 16. No. 3. P. 87-96. DOI: 10.26583/sv.16.3.09.

[30] E.A. Pafikov, A.V. Timoshenko, A.S. Zakharov et al., "Spatio-temporal characteristics of signals from radar stations with synthetic aperture taking into account reflection from targets and local objects", *News of higher educational institutions. Aviation technology*. 2025. Vol. 1. P. 120-137. (in Russian)

[31] A.S. Zakharov, A.V. Timoshenko, A.M. Savchuk et al., "Evaluation of distortions of the directional diagram of a radar station under non-stationary influence of thermal processes on a low-noise amplifier of the receiving path", *Digital signal processing*. 2025. Vol. 1. P. 23-27. (in Russian)

[32] A.V. Zyuzin, A.V. Gomofov, V.I. Gomofov, N.G. Baturin, "Dynamic theory of formation of complex microwave signals with high modulation rate", Monograph. Yaroslavl: Publisher LLC «Trading company NORD». 2010. 552 p. (in Russian)

[33] A.V. Zyuzin, A.S. Zakharov, A.Yu. Perlov, A.V. Timoshenko, "Methodology for selecting optimal parameters of the probing signal when operating in a high-resolution mode", *Proceedings of MAI*. 2024. Vol. 138. (in Russian)

[34] A. Penuela et al., "Correlates of ChatGPT use intention among freshmen health sciences students", *Journal of Education and Learning*. 2025. P. 1615-1622. DOI: 10.11591/edulearn.v19i3.22348.

[35] D.S. Chirov, E.O. Lobova, "Wideband hf signals dispersion distortion compensator based on digital filter banks. Theory and approbation", *T-Comm*. 2020. Vol. 14. No. 4, pp. 57-65.

[36] A.S. Kryukovsky, D.S. Lukin, D.V. Rastegaev, Yu.I. Skvortsova, "The numerical modeling of propagation of space-time frequency-modulated radiowaves in ionospheric to medium", *T-Comm*. 2015. Vol. 9, no. 9, pp. 40-47.

[37] S.S. Ajemov, E.M. Lobov, N.A. Kandaurov, E.O. Lobova, V.I. Lipatkin, "Algorithms of estimating and compensating the dispersion distortions of wideband signals in the hf channel", *H&ESReserch*. 2021. Vol. 13, no. 5, pp. 57-74.

АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ГОТОВНОСТИ ШИРОКОПОЛОСНОЙ РЛС К ПОСТРОЕНИЮ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ПОРТРЕТОВ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Тимошенко Александр Васильевич, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия, u567ku78@gmail.com

Перлов Анатолий Юрьевич, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия, laperlov@yandex.ru

Чиров Денис Сергеевич, Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, d.s.chirov@mtuci.ru

Захаров Александр Сергеевич, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия, zakharov.as17@physics.msu.ru

Работа выполнена при поддержке Программы развития МГУ (проект № 24-S1-04)

Аннотация

В статье представлен разработанный алгоритм оценки готовности радиолокационной станции мониторинга космического пространства (РЛС МКП) к работе с требуемыми точностными характеристиками в режиме радиолокационного портретирования (РЛП) для информационного обеспечения решения задач оперативного обновления каталога космического пространства (ККП). Показано, что повышение качества РЛП может быть достигнуто за счет выбора параметров зондирующих сигналов с учетом текущей неравномерности АЧХ приемной системы РЛС. Представлены основные операции алгоритма оценки готовности РЛС МКП к построению РЛП для управления параметрами зондирующих сигналов по результатам расчета ранговой корреляции Спирмена, что обеспечивает наилучшие точностные характеристики РЛС с учетом влияния деструктивных факторов на характеристики приемо-передающих каналов АФАР.

Ключевые слова: широкополосная радиолокационная станция, радиопортретирование, космические объекты, коэффициент готовности, мониторинг космического пространства

Литература

1. Лаговский Б.А., Насонов И.А., Рубинович Е.Я. Решение обратных задач достижения сверхразрешения при использовании нейронных сетей // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. 2024. Т. 17. № 1.
2. Перлов А.Ю., Захаров А.С., Тимошенко А.В., Булатов М.Ф. Модель тепловых искажений амплитудно-частотной характеристики приемной системы радиолокационной станции в режиме сверхразрешения // Научные технологии в космических исследованиях Земли. 2024. Т. 16. № 5. С. 26-34. DOI: 10.36724/2409541920241652634.
3. Манукьян А.А. Построение двумерных радиоизображений объектов по неэквидистантным кодированным частотно-временным последовательностям импульсов // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 3. С. 282. DOI 10.7868/S0033849414120134.
4. Anger S. et al. High-resolution inverse synthetic aperture radar imaging of satellites in space // IET Radar, Sonar & Navigation. 2023. P. 1-20.
5. Du H. et al. Integrated convolution network for ISAR imaging and target recognition // IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems. 2023.
6. Лихоеденко К.П., Серегин Г.М., Сучков В.Б., Перов А.Ю. Математическое моделирование поляризационных радиолокационных портретов объектов сложной формы на основе их многоточечных моделей в радиолокаторах с инверсным синтезированием апертуры // Успехи современной радиоэлектроники. 2024. Т. 78. № 2. С. 13-24. DOI: 10.18127/j20700784-202402-02.
7. Stober J., Gunter J., Christoph D. Distortion of meteor count rates due to cosmic radio noise and atmospheric particularities // Advances in Radio Science. 2010. Vol. 8. P. 237-241. DOI: 10.5194/ars-8-237-2010.
8. Barker L., Drakakis K., Scott R. On the Complexity of the Verification of the Costas Property // Proceedings of the IEEE. 2009. Vol. 97. P. 586 - 593. DOI: 10.1109/JPROC.2008.2011947.
9. Du H. et al. Integrated convolution network for ISAR imaging and target recognition // IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems. 2023.
10. Xu G. et al. Manifold Low Rank and Sparse Tensor Method for High-Resolution Radar Imaging // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2025. Vol. 63. P. 1-14.
11. Zhang J. et al. From Coarse to Fine: ISAR Object View Interpolation via Flow Estimation and GAN // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2024. Vol. 62. P. 1-20.
12. Хуторовский З.Н., Бойков В.Ф., Пылаев Л.Н. Контроль космических объектов на низких высотах // Околземная астрономия (космический мусор), Российская Академия Наук. 1998. С. 34-101.
13. Khutorovsky Z.N., Boikov V.F., Pylaev L.N. Catalog Maintenance of Low-Earth-Orbit Satellites: Principles of the Algorithm // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1999. Vol. 22. No. 6. P. 745-758.
14. Ceresoli M., Colagrossi A., Silvestrini S., Lavagna M. Robust, Onboard Orbit Determination Through Error Kalman Filtering // Aerospace. 2025. Vol. 12. P. 45. DOI: 10.3390/aerospace12010045.
15. Zhang Y. et al. A Fast Target Imaging Model Based on Electromagnetic Scattering Solution and Machine Learning // IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. 2024. P.10587.
16. Chen Zh. et al. A Novel Method for PolISAR Interpretation of Space Target Structure Based on Component Decomposition and Coherent Feature Extraction // Remote Sensing. 2025. Vol. 17. No. 6. P. 1079.

17. Miao J., Tu L., Liu H., Zhao J. Astronomical Image Superresolution Reconstruction with Deep Learning for Better Identification of Interacting Galaxies. // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2025. Vol. 278. P. 35. DOI: 10.3847/1538-4365/adca34.
18. Erokhin V.I., Kadochnikov A.P., Sotnikov S.V. Linear Binary Classification under Interval Uncertainty of Data // Scientific and Technical Information Processing. 2024. Vol. 51. No. 6. P. 539-544. DOI: 10.3103/S0147688224700485.
19. Zakharov A., Perlov A., et al. Model for calculating changes in the radiation pattern and amplitude-phase distribution in the subarray of a large-aperture apaa based on a modified thermal conductivity equation // IEEE Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. 2024. P. 1-4. DOI: 10.1109/ieeconf60226.2024.10496770.
20. Manukian A. Constructing the 2D Radio Image of Objects with the Use of Multifrequency Signals with Coded Carrier-Frequency Hopping (Costas signals) // Journal of Communication Technology and Electronics. 2011. Vol. 56. P. 160-171. DOI: 10.1134/S1064226911010074.
21. Ладыгин А.И. Анализ сигнатур: теория и практика радиолокационного распознавания космических объектов и космические трагедии глазами аналитиков сигнатур. Москва: Унив. кн. 2008. 255 с. ISBN 978-5-98699-044-6.
22. Leukhin A., Voronin A., Merzlyakov A., Parsaev N. Application of the autofocus algorithm for the synthesis of X and L band radar images // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1679. P. 042009. DOI: 10.1088/1742-6596/1679/4/042009.
23. Детков А.Н., Макаров И.А. Модель движения космического объекта и формирование его радиолокационного портрета // Журнал радиоэлектроники. 2013. Т. 12. С. 1-18.
24. Болелов Э.А., Васильев О.В., Зябкин С.А., Чиров Д.С. Разработка нечетко-логического классификатора фазового состояния гидрометеоров для алгоритма классификации зон вероятного обледенения воздушных судов в метеолокаторах X-диапазона // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Т. 17. № 10. С. 4-12.
25. Sharma A., Suraj N., Rokade M., Ghodpage N. et al. Study of variations in the absorption of cosmic radio noise using Riometer at Casey station // Library & Information Science Research. 2012. Vol. 3. P. 149-155.
26. Разиньков С.Н., Перлов А.Ю., Захаров А.С., Темник Я.А. Оперативная калибровка активных фазированных антенных решеток наземных радиолокационных станций // ВКС. Теория и практика. 2024. Т. 29. С. 94-102.
27. Захаров А.С., Шаманов В.В., Перлов А.Ю., Соколов К.С., Поздышев В.Ю. Многопараметрическая оптимизация процесса проектирования РЛС мониторинга космического пространства на основе онтологического анализа зависимостей функциональных характеристик от множества технических решений // Радиотехника. 2024. Т. 88. № 10. С. 110-117. DOI: 10.18127/j00338486-202410-12
28. Perlov A.Y., Timoshenko A.V., Marfin S.N. and Zakharov A.S. Model of Compensation for the Influence of Non-Identity of Phase Distribution of the Active Phased Antenna Array on Radar Accuracy Characteristics // Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. 2025. P. 1-4. DOI: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10947699.
29. Matseevich S., Vladko U., Zyzina A., Mochalov M., Zakharov A. Application of the cognitive load indicator of a graphic element to substantiate the requirements for a long-range radar visualization system // Scientific Visualization. 2024. Vol. 16. No. 3. P. 87-96. DOI: 10.26583/sv.16.3.09
30. Пафилов Е.А., Тимошенко А.В., Захаров А.С. и др. Пространственно-временные характеристики сигналов радиолокационных станций с синтезированной апертурой с учетом отражения от целей и местных предметов // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2025. № 1. С. 120-137.
31. Захаров А.С., Тимошенко А.В., Савчук А.М. и др. Оценка искажений диаграммы направленности радиолокационной станции при нестационарном воздействии тепловых процессов на маломощный усилитель приемного тракта // Цифровая обработка сигналов. 2025. № 1. С. 23-27.
32. Зюзин А.В., Гомозов А.В., Гомозов В.И., Батулин Н.Г. Динамическая теория формирования сложных СВЧ-сигналов с высокой скоростью модуляции: Монография. Ярославль: Изд-во ООО "Торговая фирма НОРД". 2010. 552 с.
33. Зюзин А.В., Захаров А.С., Перлов А.Ю., Тимошенко А.В. Методика выбора оптимальных параметров зондирующего сигнала при работе в режиме с повышенным разрешением // Труды МАИ. 2024. № 138.
34. Penuela A. et al. Correlates of ChatGPT use intention among freshmen health sciences students // Journal of Education and Learning. 2025. P. 1615-1622. DOI: 10.11591/edulearn.v19i3.22348.
35. Chirov D.S., Lobova E.O. Wideband hf signals dispersion distortion compensator based on digital filter banks. Theory and approbation // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Т. 14. № 4. С. 57-65.
36. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Численное моделирование распространения пространственно-временных частотно-модулированных радиоволн в анизотропной среде // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 9. С. 40-47.
37. Аджемов С.С., Лобов Е.М., Кандауров Н.А., Лобова Е.О., Липаткин В.И. Алгоритмы оценки и компенсации дисперсионных искажений широкополосных сигналов ионосферных радиолоний связи // Научные технологии в космических исследованиях Земли. 2021. Т. 13. № 5. С. 57-74.

Информация об авторах:

Тимошенко Александр Васильевич, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, старший преподаватель, доктор технических наук, профессор, Москва, Россия. ORCID: 0000-0002-9791-142X

Перлов Анатолий Юрьевич, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, старший преподаватель, кандидат технических наук, доцент, Москва, Россия. ORCID: 0000-0001-8480-3772

Чиров Денис Сергеевич, Московский технический университет связи и информатики, заведующий кафедрой "Радиотехнические системы", доктор технических систем, профессор, Москва, Россия. ORCID: 0000-0001-8509-4373

Захаров Александр Сергеевич, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, лаборант, Москва, Россия. ORCID: 0009-0000-2617-5317

APPLICATION OF RESOLUTION TIME THEORY TO THE DEVELOP AND PERFORMANCE ESTIMATION OF BROADBAND DATA TRANSMISSION SYSTEMS BASED ON BIPOLAR PAM-N SIGNALS UNDER IMPACTION OF CROSSTALK

DOI: 10.36724/2072-8735-2025-19-8-72-84

Ilya M. Lerner,
Kazan National Research Technical University named after
A.N. Tupolev-KAI, Kazan, Russia, aviap@mail.ru

Anvar N. Khairullin,
Kazan National Research Technical University named after
A.N. Tupolev-KAI, Kazan, Russia,
mr.khayrullin.a@gmail.com

Sergey G. Grigoriev,
Moscow City Pedagogical University, Moscow, Russia,
grigorsg@yandex.ru

Manuscript received 30 May 2025;
Accepted 28 June 2025

The research was carried out within the framework of the grant "Methodology for automating the creation of academic genealogy of scientists of the Moscow State Pedagogical University". Order of the Department of Education and Science of the City of Moscow dated April 18, 2025. No. ПР-354

Keywords: ISI, resolution time theory, PAM-n-signal, capacity, algorithm with linear computational complexity, crosstalk

The paper presents a new algorithm with linear time complexity, which depends only on the effective channel memory and the number of crosstalk sources, for estimating the resolution time and capacity of a frequency-selective communication channel using a linear receiver and signals with duopolar multi-position pulse amplitude modulation. The main limitation of the presented method is that it can only be used for the case when the durations of channel symbols of the information and interfering signals are the same and the start times of their transmission coincide. From a practical point of view, this method can be used in the analysis of high-speed wired data transmission interfaces in which information is transmitted simultaneously and in parallel over several communication lines that are located sufficiently close to each other. The key features of this method are: 1) a constant number of equations equal to 1, required to be solved to estimate the largest settling time; 2) a linear dependence of the number of equation terms on the effective memory and the number of crosstalk sources; 3) a new, more accurate procedure for estimating the effective channel memory, which allows for simultaneous determination of the resolution time and low boundary capacity estimation; 4) new set of assessments that allows to estimate requirements for symbol synchronization subsystems; 5) new method for estimating the required minimum signal-to-noise ratio.

Information about authors:

Ilya M. Lerner, Professor of Department, Doctor of Engineering Sciences, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI, Department of Nanotechnology in electronics., Kazan, Russia

Anvar N. Khairullin, Senior Lecturer, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI, Department of electronic and quantum means of information transmission, Kazan, Russia

Sergey G. Grigoriev, Professor, Doctor of Engineering Sciences, Corresponding Member of the Russian Academy of Education, Department of Informatics, Management and Technology, Moscow City Pedagogical University, Moscow, Russia

Для цитирования:

Лернер И.М., Хайруллин А.Н., Григорьев С.Г. Применение теории разрешающего времени для разработки и оценки качества широкополосных систем передачи информации на основе двухполярных АИМ-п-сигналов в условиях перекрёстных помех // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2025. Том 19. №8. С. 72-84.

For citation:

I.M. Lerner, A.N. Khairullin, S.G. Grigoriev, "Application of resolution time theory to the develop and performance estimation of broadband data transmission systems based on bipolar PAM-n signals under impaction of crosstalk", *T-Comm*, 2025, vol. 19, no. 8, pp. 72-84.

Introduction

Nowadays, transformation of society into an information one leads to an exponential growth in the volume of transmitted information [1-4]. While this growth over the last decade has been driven largely by wireless communications systems [5-8], with the advent of data centers in the field of artificial intelligence, there has been a shift in priorities to wired broadband communications systems [9-12]. This is due in particular to the fact that different varieties of such systems are used to ensure the exchange of data between computing devices, sensors and information processing devices [13-15]:

It should be noted that the dilemma faced by developers of this class of systems is that the desire to reduce the bit energy while simultaneously increasing the data transfer rate, on the one hand, reduces the impact of crosstalk, and on the other hand, complicates the signal-noise environment.

Taking into account this fact and that at present the methods of channel equalization are becoming increasingly widespread, for which the issues of the influence of noise on the quality of the restored message at the channel output are quite acute in the construction of such systems, the issue of finding an optimal solution lying between the selection of optimal pre-distortion and optimal signal-noise environment is extremely relevant.

Therefore, it becomes obvious that it is necessary to perform an appropriate analysis that would allow us to determine the optimal set of parameters, which, on the one hand, would ensure optimal values for noise immunity, and, on the other hand, reduce the influence of crosstalk and intersymbol interference to the required level.

Nowadays such analysis is carried out by means of probabilistic model that utilizes cyclostationary signals [10-12], which was produced in the middle of the 20th century [16, 17]. The model itself directly extracts an information signal from a stationary random process and it's widely used to describe noise, by estimating number parameters of signal statistical characteristics that have a repetition period [11]. In a similar way, this approach can be used to analyze crosstalk interference during signal transmission over adjacent transmission lines, caused by the presence of interwire capacitive connections between them [9, 13, 18, 19], since the theory of LTI is also applicable in this case.

However, an analysis of recent papers in this area [9-11, 20] points to a number of significant limitations of existing methods,

the main one is the non-polynomial computational complexity when analytical methods are used, impossibility of obtaining the solutions in the case when electromagnetic parameters of the linear path for the information and interfering signals are different; the lack of analytical methods that allow the number of sources of crosstalk to be taken into account is greater than 2.

Based on the above, it becomes obvious that it is relevant to create a new class of methods for estimating the parameters of signal integrity analysis for various implementations of signal reception and processing methods in wired broadband communication systems [21-24]. It is advisable to solve this problem based on the methods of the resolution time theory [14, 15, 25, 27, 28] due to their extremely low computational complexity.

The aim of this study is producing analytical method with extremely low computational complexity for estimating the main parameters of a wired baseband broadband telecommunications system operating with PAM-n-signals under the influence of crosstalk within the framework of the resolution time theory.

The main limitation of the developed method is that it can only be used for the case when the durations of channel symbols of the information and interfering signals are the same and the start times of their transmission coincide.

1. Problem Statement

The following peculiarities of real broadband communication systems would be taken into account:

1. Before the moment of time at which the observed process at the output of the frequency-selective channel (FSC) it is non-stationary process, which imposes additional requirements for symbol synchronization subsystem.
2. Primary impact of crosstalk source is taken into account.
3. The adverse effects of crosstalk can be represented as the interfering signal transmission through an LTI system, which parameters characterize the parasitic relationships between transmission lines at the point of signal receiving

1.1 Math model

Taking into account the peculiarities mentioned above, the model of the studied real FSC can be presented as a structural diagram (Fig. 1).

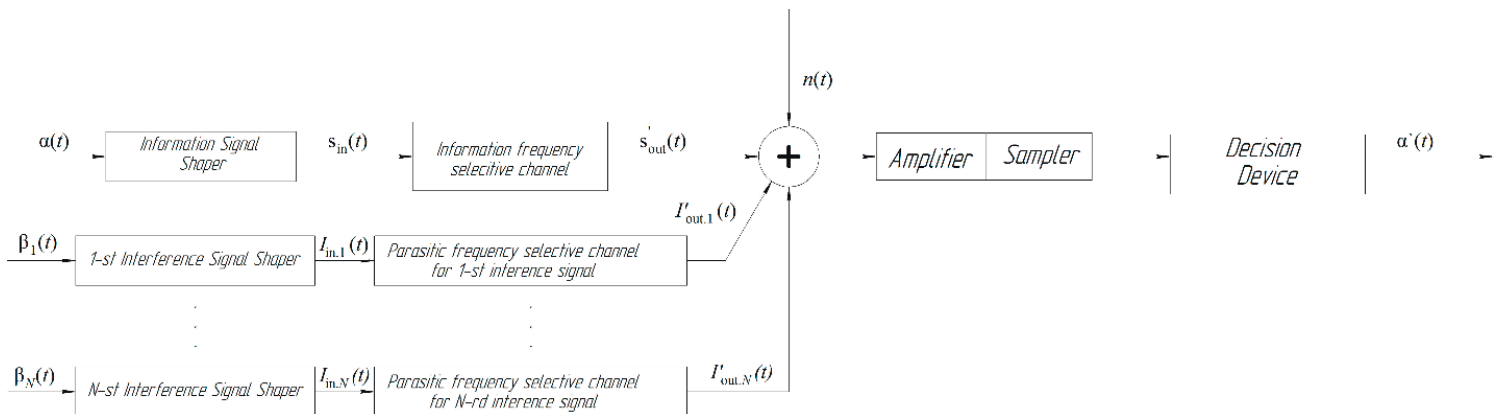


Fig. 1. Block diagram of a considered FSC

The dispersive characteristics of the real channel, through which the information PAM- n_0 -signal is transmitted, are determined by the information FSC (InFSC) in the presented block diagram in Fig. 1. The i^{th} crosstalk on PAM- n_0 -signal is produced by parasitic interconnections between the communication lines, through one of which the PAM- n_0 -signal and through the other the i -th interfering PAM- n_i -signal are transmitted, respectively. Taking into account the results of paper [9], in the receive end the impaction on PAM- n_0 -signal the i^{th} crosstalk can be represented as a convolution of the impulse response of LTI that presented the i interfering frequency selective channel (IfFSC) produced by parasitic interconnections, and PAM- n_i -signal.

The shaper in the InFSC generates information PAM- n_0 -signal, which can be represented as follows

$$s_{\text{in}}(t) = \sum_{r=1}^l M_r g_{\text{sh}_0}(t - (r-1)\tau_s), \quad (1)$$

under the following sequence impaction on its input

$$\alpha(t) = \sum_{r=1}^l M_r \delta(t - (r-1)\tau_s). \quad (2)$$

At the same time shaper in the i - IfFSC generates PAM- n_i -signal, which can be represented as follows

$$I_{\text{in},i}(t) = \sum_{r=1}^l A_{i,r} g_{\text{sh}_i}(t - (r-1)\tau_s), \quad (3)$$

under the following sequence impaction on its input

$$\beta_i(t) = \sum_{r=1}^l A_{i,r} \delta(t - (r-1)\tau_s). \quad (4)$$

Here $\delta(t)$ is Dirac delta function; $g_{\text{sh}_0}(t)$ and $g_{\text{sh}_i}(t)$ are partial pulses at the output of shapers in the InFSC and i -IfFSC produced by $\delta(t)$ acting on their inputs, respectively; τ_s is a symbol time duration for PAM- n_0 - and PAM- n_i - signal; $M_r \in \mathbf{M}$ and $A_{i,r} \in \mathbf{A}_i$ are amplitudes of r^{th} pulse of PAM- n_0 - signal and PAM- n_i - signal, respectively; $i \in \overline{1, N}$; N is sources of interfering PAM-signals; l is number of channel symbols in transmitted sequence.

The values of signal constellation (SC) of PAM- n_0 - signal \mathbf{M} is defined in the following way:

$$\mathbf{M} = \{M_{\text{sc}_k}\}_{k=1}^{n_0} = \{M_{\text{sc}_k} = (k_0 - \|n_0/2\| - 0.5(1 - n_0 \bmod 2))\Delta M_{\text{st}}, k_0 = \overline{1, n_0}\}, \quad (5)$$

and for PAM- n_i - signal as follows

$$\mathbf{A}_i = \{A_{\text{sc}_{k_i,i}}\}_{k_i=1}^{n_i} = \{A_{\text{sc}_{k_i,i}} = (k_i - \|n_i/2\| - 0.5(1 - n_i \bmod 2))\Delta A_{\text{st}_i}, k_i = \overline{1, n_i}\} \quad (6)$$

Here ΔM_{st} and ΔA_{st_i} are step between the closest values of the SC elements of PAM- n_0 - and PAM- n_i - signals, respectively; $n_* \bmod 2$ is remainder from division n_* by 2.

It is obvious that the following conditions are also met true for the greatest absolute values of considered SC M_{max} and A_{max_i} :

$$\begin{aligned} |M_{\text{sc}_1}| &= |M_{\text{sc}_{n_0}}| = M_{\text{max}}; \\ |A_{\text{sc}_{1,i}}| &= |A_{\text{sc}_{n_i,i}}| = A_{\text{max}_i}, \end{aligned} \quad (7)$$

To achieve the capacity lower bound Gray code is used and assertion is made that each value of the channel symbol in the sequences does not depend on the values of the preceding symbols and takes on any of the values of the signal constellation used with equal probability according to the papers [14, 15, 25].

The process at the input of amplifier on the receive end can be presented in the following form using the results obtained in papers [9, 19, 13]:

$$\begin{aligned} s_{\Sigma}(t) &= k_{\text{los}_0}(s_{\text{in}}(t) * h_0(t)) + \sum_{i=1}^N k_{\text{los}_i}(I_{\text{in},i}(t) * h_i(t)) + n(t) = \\ &= k_{\text{los}_0} s'_{\text{out}}(t) + \sum_{i=1}^N k_{\text{los}_i} I'_{\text{out},i}(t) + n(t) = \\ &= k_{\text{los}_0} \sum_{r=1}^l M_r P(t - (r-1)\tau_s) + \sum_{i=1}^N k_{\text{los}_i} \sum_{r_i=1}^l A_{i,r_i} I_i(t - (r-1)\tau_s) + n(t) \end{aligned} \quad (8)$$

Here $*$ is convolution operation; $P(t)$ and $I_i(t)$ are the responses of InFSC and i -IfFSC on partial pulse $g_{\text{sh}_0}(t)$ and $g_{\text{sh}_i}(t)$, respectively; $n(t)$ is additive white noise (AWN); k_{los_0} is losses introduced by the propagation medium that defines InFSC; k_{los_i} is losses introduced by the propagation medium that defines i -IfFSC; $h_0(t)$ and $h_i(t)$ are impulse responses of InFSC and i -IfFSC, respectively.

Parameters of additive white noise [26] are defined as follows:

- the power spectrum

$$N(f) = \begin{cases} N_0/2, & |f| \leq f_{\text{max}}; \\ 0, & |f| > f_{\text{max}}; \end{cases} \quad (9)$$

- he correlation function

$$R_N(\tau) = N_0 \frac{\sin(2\pi f_{\text{max}}\tau)}{2\pi\tau}, \quad (10)$$

where $f_{\text{max}} = 1/\tau_s$.

Each j^{th} cross-section of $n(t)$ is a random variable n_j with PDF [26] is

$$f_{n_j}(n_j) = (\sigma\sqrt{2\pi})^{-1} \exp(-0.5(n_j/\sigma)^2), \quad (11)$$

where $\sigma = \sqrt{N_0 f_{\text{max}}}$ is standard deviation of a random variable n_j .

The gain of adaptive amplifier $k_A = k_{A_1} k_{A_2}$ is adjusted before the transmission start so that the following relationships are met true [25]

$$k_{A_1} = k_{\text{los}_0}^{-1} \quad (12)$$

$$k_{A_2} = \begin{cases} \frac{\max g_{\text{sh}_0}(t)}{\max P(t)} & \text{if } \max g_{\text{sh}_0}(t) \geq \max P(t); \\ 1 & \text{if } \max g_{\text{sh}_0}(t) < \max P(t). \end{cases} \quad (13)$$

According to the last expressions, the observed process at the amplifier output has the following form

$$s_{\text{amp}}(t) = k_A s_{\Sigma}(t) = k_{A_2} s'_{\text{out}}(t) + k_A \sum_{i=1}^N k_{\text{los}_i} I'_{\text{out}_i}(t) + k_A n(t) = \sum_{r=1}^l \left[M_r P'(t - (r-1)\tau_s) + \sum_{i=1}^N A_{i,r} I'_i(t - (r-1)\tau_s) \right] + n'(t) \quad (14)$$

where $P'(t - (r-1)\tau_s) = k_{A_2} P(t - (r-1)\tau_s)$;

$$I'_i(t - (r-1)\tau_s) = k_A k_{\text{los}_i} I_i(t - (r-1)\tau_s); \quad n'(t) = k_A n(t).$$

The signal on the input of decision device can be represented as follows:

$$s_{\text{sp}}(t) = \sum_{j=1}^l \delta(t - j\tau_s) s_{\text{amp}}((j-1)\tau_s + \Delta T_s) \quad (15)$$

Here $\Delta T_s \in (0; \tau_s)$ is the shift in the retrieving moment of the transmitted symbol in the sequence, caused by the instability of the sampler and can also be represented as follows

$$\Delta T_s = \begin{cases} \Delta T_{\text{opt}_d} + \Delta T'_s & \text{if } d < G + 1 \\ \Delta T_{\text{opt}} + \Delta T'_s & \text{if } d \geq G + 1 \end{cases} \quad (16)$$

where ΔT_{opt_d} and ΔT_{opt} are the optimal time shift for retrieving information about d^{th} channel symbol for the following conditions $d < G + 1$ and $d \geq G + 1$, respectively; $\Delta T'_s$ is a centered random variable with respect to ΔT_{opt_d} и ΔT_{opt} .

The recovering of the channel symbol values in the sequence for PAM- n_0 -signal on the receiving end is performed in accordance with the following rule

$$M_{\text{rec}_d} = M_p \Big|_{p=p'}, \quad (17)$$

where $p' \in \overline{1, n}$: $f(p', d) = \min_{p \in \overline{1, n}} |s_{\text{sp}}(d\tau_s) - M_p|$; $d = \overline{1, l}$ is number of the recovering channel symbol.

The reconstructed information sequence at the receive end has the form

$$\alpha'(t) = \sum_{r=1}^l M_{\text{rec}_r} \delta(t - r\tau_s) \quad (18)$$

1.2 Estimations

In this paper following estimations are used to assessment the signal integrity:

1. The greatest settling time $t_{\text{set}_d} = \left\{ \tau_{\text{w.st}_{d,k}} \right\}_{k=1}^{S_w} \cup \left\{ \tau_{\text{w.end}_{d,k}} \right\}_{k=1}^{S_w}$ for the d^{th} channel symbol

in the information sequence for given permissible settling error Δ_{pm} [25]. Here $\tau_{\text{w.st}_{d,k}}$ and $\tau_{\text{w.end}_{d,k}}$ are the symbol durations at which the k -th transparency window starts and ends for the d^{th} symbol, respectively; S_w is a number of “transparency” windows for the d -th symbol.

2. The resolution time $t_{\text{res}} = \left\{ \tau_{\text{w.st}_k} \right\}_{k=1}^W \cup \left\{ \tau_{\text{w.end}_k} \right\}_{k=1}^W$. Here $\tau_{\text{w.st}_k}$ and $\tau_{\text{w.end}_k}$ are the channel symbol durations at which the k^{th} “transparency” window starts and ends for any d -th channel symbol in the transmitted information sequence when condition $d \geq G + 1$ is met true; G is effective memory of the considered FSC [25]; W is a number of “transparency” windows;

The resolution time t_{res} estimation is based on the validity of the transposition principle for considered FSC, due to which the statement $|T| \leq \varepsilon_{\text{res}}$ is met true based on the following rule

$$|T| \leq \varepsilon_{\text{res}} = \begin{cases} \text{true} & \text{if } (T \neq \emptyset) \wedge (\max |T| \leq \varepsilon_{\text{res}}); \\ \text{false} & \text{if } (T = \emptyset) \vee (\max |T| > \varepsilon_{\text{res}}); \end{cases} \quad (19)$$

where $|T| = \{ |t| \mid t \in T \}$. Here T is a set, which is defined in the following way

$$T = t_{\text{res}} \div t_{\text{set}_{G+1}} = \begin{cases} \{ \Delta \tau_{\text{w.st}_k} \}_{k=1}^W \cup \{ \Delta \tau_{\text{w.end}_k} \}_{k=1}^W & \text{if } \|t_{\text{res}}\| = \|t_{\text{set}_{G+1}}\|; \\ \emptyset & \text{if } \|t_{\text{res}}\| \neq \|t_{\text{set}_{G+1}}\|. \end{cases} \quad (20)$$

Here $\| \cdot \|$ is a set cardinality; $\Delta \tau_{\text{w.st}_k} = \tau_{\text{w.st}_k} - \tau_{\text{w.st}_{G+1,k}}$
 $\Delta \tau_{\text{w.end}_k} = \tau_{\text{w.end}_k} - \tau_{\text{w.end}_{G+1,k}}$; $t_{\text{set}_{G+1}} = t_{\text{set}_d} \Big|_{d=G+1}$.

The set of symbol durations T_{res} that determines the resolution time t_{res} with precision ε_{res} can be defined as follows:

$$T_{\text{res}} = \{ \tau_s \in \mathbb{R} \mid (S_A(\tau_s) + \Delta \leq Q_A) \wedge (Q_A < 0.5 \Delta M_{\text{st}}) \wedge (Q_A \rightarrow 0.5 \Delta M_{\text{st}}) \} = \bigcup_{k=1}^{S_w} [\tau_{\text{w.st}_{G+1,k}} ; \tau_{\text{w.end}_{G+1,k}}] \quad (21)$$

where

$$S_A(\tau_s) = \max | \Delta_{\text{set}}((G+1)\tau_s) | = \max \times \left| k_{A_2} s'_{\text{out}}((G+1)\tau_s) + k_A \sum_{i=1}^N k_{\text{los}_i} I'_{\text{out}_i}((G+1)\tau_s) - M_{G+1} \right|. \quad (22)$$

Here Q_A is a parameter that characterizes the degree of non-ideality quantization of the decision device; $\Delta = k_A \sigma F^{-1}(1 - \text{BER} \times \log_2 n_0)$ is an absolute value of the anomalous measurement error [25]; $F^{-1}(\cdot)$ is inverse function for the CDF of the standard normal PD law [25]; $\Delta_{\text{set}}(\cdot)$ is settling error.

It should be noted that $S_A(t_{\text{set}_{G+1}}) = \Delta_{\text{pm}}$, where Δ_{pm} is permissible settling error [25].

3. Optimal time shift ΔT_{opt} for retrieving information about d^{th} channel symbol within the following condition $d \geq G + 1$ is true at which minimum settling error is achieved

$$\Delta T_{\text{opt}} = \arg \min_{t_{\text{sh}_{G+1}}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}})} \times \left\{ S'_A \left(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}, t_{\text{sh}_{G+1}}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}), G+1 \right) \left| S'_A \left(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}, t_{\text{sh}_{G+1}}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}), G+1 \right) < Q_A \right. \right\} \quad (23)$$

and optimal time shift ΔT_{opt_d} within the following condition $d < G + 1$ is true

$$\Delta T_{\text{opt}_d} = \arg \min_{t_{\text{sh}_d}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}})} = \left\{ S'_A \left(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}, t_{\text{sh}_d}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}), d \right) \right\} \times \left\{ S'_A \left(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}, t_{\text{sh}_d}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}), d \right) < Q_A \right\} \quad (24)$$

Here $t_{\text{sh}_d}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}})$ and $t_{\text{sh}_{G+1}}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}})$ are time shifts relative to the transmission start of the received d^{th} and $(G + 1)$ -th channel symbols in sequence at symbol duration $\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}$, respectively

$$S'_A(\kappa, \lambda, d) = \max \left| \Delta_{\text{set}}(d\kappa + \lambda) \right| = \max \left| k_{A_2} s'_{\text{out}}(d\kappa + \lambda) + k_A \sum_{i=1}^N k_{\text{los}_i} I'_{\text{out}_i}(d\kappa + \lambda) - M_d \right| \quad (25)$$

5. The permissible time shift $T_{\text{sh.pm}}$ is a time shift relative to the transmission start of the received channel symbol, which is defined in the following way:

- in case of analysis of considered process at the input of adaptive amplifier is made when it becomes cyclostationary ($d \geq G + 1$)

$$T_{\text{sh.pm}} = t_{\text{sh.pm}_{G+1}}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}), \quad (26)$$

- in the case analysis of considered process at the input of adaptive amplifier is made when it is a mixture of nonstationary and cyclostationary process

$$T_{\text{sh.pm}} = \min_d \left(\left\{ t_{\text{sh.pm}_d}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}) \mid d = \overline{1, G+1} \right\} \right), \quad (27)$$

where $t_{\text{sh.pm}_d}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}) = \min \left\{ T_{\text{sh}}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}) \right\}$ and T_{sh} is obtained by solving the following equation

$$S'_A(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}, T_{\text{sh}}(\tau_{\text{w.st}_{G+1,1}}), d) = \Delta_{\text{pm}}$$

6. The largest spread of optimal time shifts for retrieving information

$$\delta_{\text{spr}} = \max_{d \in \overline{1, G+1}} \frac{|\Delta T_{\text{opt}_d} - \Delta T_{\text{opt}}|}{\Delta T_{\text{opt}}} \quad (28)$$

The minimum required signal-to-noise ratio (SNR) for given BER value at which lower bound capacity estimation is achieved for given BER value when the optimal time shift for retrieving information ΔT_{opt} is used and $\tau_s = \tau_{\text{w.st}_1}$

$$\text{Min SNR} = \max_d q \quad (29)$$

Here $q = \left\{ \text{Min SNR}_d \mid d = \overline{1, G+1} \right\}$; Min SNR_d is determined based on the use of the results of paper [25] as follows

$$\text{Min SNR}_d = 10 \log_{10} \frac{P_{\text{mm}}(d\tau_{\text{w.st}_1} + \Delta T_{\text{opt}})}{(k_A \sigma)^2} = \frac{1}{n_0} \sum_{k=1}^{n_0} \left(|M_{\text{sc}_k}| - \Delta'_{\text{max}}(0, d, \Delta T_{\text{opt}}) \right)^2 \quad (30)$$

$$= 10 \log_{10} \frac{\left(\frac{\Delta}{F^{-1}(1 - \text{BER} \times \log_2 n_0)} \right)^2}{\left(\frac{\Delta}{F^{-1}(1 - \text{BER} \times \log_2 n_0)} \right)^2}$$

where

$$P_{\text{mm}}(d\tau_{\text{w.st}_1} + \Delta T_{\text{opt}}) = \frac{1}{n_0} \sum_{k=1}^{n_0} \left(|M_{\text{sc}_k}| - \Delta'_{\text{max}}(0, d, \Delta T_{\text{opt}}) \right)^2$$

is mean minimum power of signal at the d^{th} channel symbol value retrieving moment; the maximum value of settling error at optimal time shift ΔT_{opt} for retrieving information about d^{th} channel symbol

$$\Delta'_{\text{max}}(0, d, \Delta T_{\text{opt}}) = \max \times \left| k_{A_2} s'_{\text{out}}(d\tau_{\text{w.st}_1} + \Delta T_{\text{opt}}) + k_A \sum_{i=1}^N k_{\text{los}_i} I'_{\text{out}_i}(d\tau_{\text{w.st}_1} + \Delta T_{\text{opt}}) - M_d \right|$$

Taking into account that $\Delta + \Delta'_{\text{max}}(0, d, \Delta T_{\text{opt}}) = Q_A$ the final expression for Min SNR_d will take the form

$$\text{Min SNR}_d = 20 \log_{10} \frac{F^{-1}(1 - \text{BER} \times \log_2 n_0)}{Q_A - \Delta'_{\text{max}}(0, d, \Delta T_{\text{opt}})} \frac{1}{\sqrt{n_0}} \times \sqrt{\sum_{k=1}^{n_0} \left(|M_{\text{sc}_k}| - \Delta'_{\text{max}}(0, d, \Delta T_{\text{opt}}) \right)^2} \quad (31)$$

7. The minimum SNR $\text{Min SNR}(p)$ in the presence of the maximum feducial symbol sampler instability $p = \Delta t_{\text{inst}} / \tau_{\text{w.st}_1}$ at the symbol duration $\tau_s = \tau_{\text{w.st}_1}$ and optimal time shift ΔT_{opt} for retrieving information about channel symbol, here Δt_{inst} is temporal instability of the sampler. Taking into account the results of paper [25] $\text{Min SNR}(p)$ is defined as follows

$$\text{Min SNR}(p) = \max_d q', \quad (32)$$

here $q' = \left\{ \text{Min SNR}(p, d) \mid d = \overline{1, G+1} \right\}$; $\text{Min SNR}(p, d)$ is determined based on the use of the results of paper [22] and taking into account that $\Delta + \Delta'_{\text{max}}(\gamma, d, \Delta T_{\text{opt}}) = Q_A$ as follows

Min SNR(p, d) =

$$= \begin{cases} \emptyset & \text{if } (\Delta T_{\text{opt}} - p\tau_{w,\text{st}1} < 0) \wedge \left(\max_{\pm p} \Delta'_{\text{max}}(\pm p, d, \Delta T_{\text{opt}}) \geq Q_A \right) \wedge (\Delta T_{\text{opt}} + p\tau_{w,\text{st}1} > \tau_{w,\text{st}1}); \\ 20 \log_{10} \frac{F^{-1}(1 - BER \times \log_2 n_0)}{\left(Q_A - \max_{\pm p} \Delta'_{\text{max}}(\pm p, d, \Delta T_{\text{opt}}) \right) \sqrt{n_0}} \sqrt{\sum_{k=1}^{n_0} \left(|M_{\text{sc}k}| - \max_{\pm p} \Delta'_{\text{max}}(\pm p, d, \Delta T_{\text{opt}}) \right)^2} & \\ \text{if } (\Delta T_{\text{opt}} - p\tau_{w,\text{st}1} \geq 0) \wedge \left(\max_{\pm p} \Delta'_{\text{max}}(\pm p, d, \Delta T_{\text{opt}}) < Q_A \right) \wedge (\Delta T_{\text{opt}} + p\tau_{w,\text{st}1} \leq \tau_{w,\text{st}1}), & \end{cases} \quad (33)$$

where

$$\Delta'_{\text{max}}(\pm p, d, \Delta T_{\text{opt}}) = \max \left[k_{A_2} s'_{\text{out}} \left(d\tau_{w,\text{st}1} + \Delta T_{\text{opt}} \pm p\tau_{w,\text{st}1} \right) + k_A \sum_{i=1}^N k_{\text{los}_i} I'_{\text{out},i} \left(d\tau_{w,\text{st}1} + \Delta T_{\text{opt}} \pm p\tau_{w,\text{st}1} \right) - M_d \right].$$

8. The attenuation SA for information signal at the output of the considered FSC, caused by the incomplete amplitude settling of the partial signal pulse due its short duration and transient processes. SA is determined by the following relationship

$$SA = -20 \log_{10} \left(k_{A_2} \right). \quad (34)$$

9. Lower bound capacity estimation

$$C_{\text{lb}}(n_0) = \frac{1}{\tau_{w,\text{st}1}} \log_2 n_0 \quad (35)$$

where $\tau_{w,\text{st}1} \subseteq t_{\text{res}}$ is a symbol time duration at which the 1st "transparency" window starts.

10. Auxiliary lower bound capacity estimation that taking into account nonstationary nature of considered process (14) until the it becomes cyclostationary process in the case when the data rate is significantly exceeds the Faster Than Nyquist rate

$$C_{\text{alb}}(n_0) = \frac{1}{\max \left\{ \left\{ \tau_{w,\text{st}1} \right\} \cup \left\{ \tau_{w,\text{st},d,1} \right\}_{d=1}^G \right\}} \log_2 n_0 \quad (36)$$

1.3. The List of Problems to be Solved

Analyzing the mathematical model of a composite FSC presented in the previous section of this paper and taking into account the goal of this paper, the following problems that need to be solved to achieve it should be formulated:

1) An equation that allows calculating the greatest settling time for the information parameter of PAM- n_0 -signal at the output of the adaptive amplifier for a transmitted information sequence with an arbitrary number of symbols in the presence of crosstalk should be obtained.

2) An expression that allows calculating the maximum settling error at the output of the adaptive amplifier for arbitrary time shift for considered symbol duration for given number of symbols in information sequence in the presence of crosstalk should be obtained. An equation that allows calculating the permissible time shift for given value of symbol duration for the information parameter of PAM- n_0 -signal at the output of the adaptive amplifier for a transmitted information sequence with an arbitrary number of symbols in the presence of crosstalk should be obtained.

3) The method for effective memory estimation in the presence of crosstalk should be obtained for considered channel math model.

4) Develop an algorithm to estimating the main parameters of the system presented in Section 1.2 of this paper, operating in the frequency-selective communication channel under consideration.

2. The Problem Solutions

2.1 The solution of 1st problem

Let's obtain an expression that allows to estimate the amplitude largest settling time for the d -th channel symbol of the PAM- n_0 -signal at the output of the considered FSC with a symbol duration $\tau_s = t_{\text{set},d}$.

First of all, we obtain an expression that allows to estimate the settling error $\Delta_{\text{set}}(d\tau_s)$ for the d -th channel symbol without taking into account the influence of the AWN and influence of sampler instability $\Delta T_s = 0$ and channel symbol duration τ_s . To do this, lets transform the expression (14) using the following substitutions: $l = d$, $t = l\tau_s = d\tau_s$, $s_{\text{amp}}(d\tau_s) - n'(d\tau_s) = M_d + \Delta_{\text{set}}(d\tau_s)$.

As a result, we get

$$\begin{aligned} M_d + \Delta_{\text{set}}(d\tau_s) &= \\ &= \sum_{r=1}^d \left[M_r P'(d\tau_s - (r-1)\tau_s) + \sum_{i=1}^N A_{i,r} I'_i(d\tau_s - (r-1)\tau_s) \right] = \\ &= \sum_{r=1}^d \left[M_r P_{r,d}(\tau_s) + \sum_{i=1}^N A_{i,r} I_{i,r,d}(\tau_s) \right], \end{aligned} \quad (37)$$

where $P_{r,d}(\tau_s) = P'((d-r+1)\tau_s)$, $I_{i,r,d}(\tau_s) = I'_i((d-r+1)\tau_s)$.

From equality (37) follows expression for the d -th channel symbol settling error $\Delta_{\text{set}}(d\tau_s)$

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{set}}(d\tau_s) &= \sum_{r=1}^d \left[M_r P_{r,d}(\tau_s) + \sum_{i=1}^N A_{i,r} I_{i,r,d}(\tau_s) \right] - M_d = \\ &= \sum_{r=1}^{d-1} \left[M_r P_{r,d}(\tau_s) + \sum_{i=1}^N A_{i,r} I_{i,r,d}(\tau_s) \right] + \\ &+ M_d \left[P_{d,d}(\tau_s) - 1 \right] + \sum_{i=1}^N A_{i,d} I_{i,d,d}(\tau_s) \end{aligned} \quad (38)$$

The next step of 1st problem solution is the following equation to be solved

$$\max \left| \Delta_{\text{set}}(dt_{\text{set},d}) \right| = \Delta_{\text{pm}}, \quad (39)$$

where the maximization is made over all combination of channel symbols values in transmitted information sequence.

Obviously, to solve this equation it is necessary to analyze the expression $\left| \Delta_{\text{set}}(dt_{\text{set},d}) \right|$ for extrema, taking into account the following condition $t_{\text{set},d} < \infty$. To do this, we solve the following system using expression (38) and substitution $\tau_s = t_{\text{set},d}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial |\Delta_{\text{set}}(dt_{\text{set},d})|}{\partial M_1} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial |\Delta_{\text{set}}(dt_{\text{set},d})|}{\partial M_d} = 0 \\ \frac{\partial |\Delta_{\text{set}}(dt_{\text{set},d})|}{\partial A_{1,1}} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial |\Delta_{\text{set}}(dt_{\text{set},d})|}{\partial A_{N,d}} = 0 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{aligned} P_{1,d}(t_{\text{set},d}) = 0 \\ \vdots \\ P_{d-1,d}(t_{\text{set},d}) = 0 \\ P_{d,d}(t_{\text{set},d}) = 1 \\ I_{1,1,d}(t_{\text{set},d}) = 0 \\ \vdots \\ I_{N,d,d}(t_{\text{set},d}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Analyzing system (40) we can assert that the extrema exists only for boundary values of SCs due to the fact that considered system has no solutions.

Using the obtained results and approach presented in [14,15] let's modify the equality (39) To do this, first we represent the expression $|\Delta_{\text{set}}(d\tau_s)|$ as follows:

$$\begin{aligned} |\Delta_{\text{set}}(d\tau_s)| = & \left| \underbrace{\sum_{z_1=1}^{d-1} F_+(M_{z_1} P_{z_1,d}(\tau_s)) + F_+(M_{d'}(P_{d,d'}(\tau_s)-1)) + \sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^d F_+(A_{i,r} I_{i,r,d}(\tau_s))}_{S_+(\tau_s) \geq 0} + \right. \\ & \left. + \underbrace{\sum_{z_2=1}^{d-1} F_-(M_{z_2} P_{z_2,d}(\tau_s)) + F_-(M_{d''}(P_{d,d''}(\tau_s)-1)) + \sum_{i_2=1}^N \sum_{r=1}^d F_-(A_{i_2,r} I_{i_2,r,d}(\tau_s))}_{S_-(\tau_s) \leq 0} \right| = \\ & = |S_+(\tau_s) + S_-(\tau_s)| \end{aligned} \quad (41)$$

Here $F_+(x) = |x| \text{sgn}(\text{sgn}(x) + 1)$; $F_-(x) = |x| \text{sgn}(\text{sgn}(x) - 1)$; $\text{sgn}(x)$ is a signum function; $d' = d'' = d$.

Analysis of equality (41) taking into account $M_{z_1} = \text{var}$; $M_{z_2} = \text{var}$; $M_{d'} = \text{var}$; $M_{d''} = \text{var}$; $A_{i,r} = \text{var}$; $A_{i_2,r} = \text{var}$ allows to assert that $\forall \tau_s, \forall d: |\Delta_{\text{set}}(d\tau_s)| \rightarrow \max$ is met true if one of the following conditions should be correct:

$$(S_+(\tau_s) \rightarrow \max) \wedge (S_-(\tau_s) = 0); \quad (42)$$

$$(S_+(\tau_s) = 0) \wedge (|S_-(\tau_s)| \rightarrow \max). \quad (43)$$

The values of term elements of the polynomial in expression (35) at which the above conditions are achieved are presented in Table 1.

Table 1

Values of term elements in expression (41) at which conditions (42) and (43) are meet true

Considered term elements of the polynomial in (41)	The element values at which conditions are meet true			
	condition (42)		condition (43)	
	variant 1	variant 2	variant 1	variant 2
$A_{i_1,r}$	$A_{\text{sc}_{1,i}}$	$A_{\text{sc}_{n_i,i}}$	$A_{\text{sc}_{1,i}}$	$A_{\text{sc}_{n_i,i}}$
$A_{i_2,r}$				

M_{d_1}	M_{sc_1}	$M_{\text{sc}_{n_0}}$	M_{sc_1}	$M_{\text{sc}_{n_0}}$
M_{d_2}				
M_{z_1}				
M_{z_2}				
$P_{z_1,d}(\tau_s)$	< 0	≥ 0	≥ 0	< 0
$P_{z_2,d}(\tau_s)$				
$P_{d,d'}(\tau_s) - 1$				
$P_{d,d''}(\tau_s) - 1$				
$I_{i_1,r,d}(\tau_s)$				
$I_{i_2,r,d}(\tau_s)$				

Taking into account (7) the expression for $\Delta_{\text{max}}(d\tau_s)$ takes the following form

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{max}}(d\tau_s) = \max |\Delta_{\text{set}}(d\tau_s)| = M_{\text{max}} \left(\sum_{r=1}^{d-1} |P_{r,d}(\tau_s)| + |(P_{d,d}(\tau_s) - 1)| \right) + \\ + \sum_{i=1}^N A_{\text{max}_i} \sum_{r=1}^d |I_{i,r,d}(\tau_s)| \end{aligned} \quad (44)$$

Taking into account expression (44) the equality $\max |\Delta_{\text{set}}(dt_{\text{set},d})| = \Delta_{\text{pm}}$ will take the form

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{pm}} = M_{\text{max}} \left(\sum_{r=1}^{d-1} |P_{r,d}(t_{\text{set},d})| + |(P_{d,d}(t_{\text{set},d}) - 1)| \right) + \\ + \sum_{i=1}^N A_{\text{max}_i} \sum_{r=1}^d |I_{i,r,d}(t_{\text{set},d})| \end{aligned} \quad (45)$$

2.2 The solution of 2nd problem

To solve the 2nd problem, the expression for settling error $\Delta_{\text{set}}(d\tau'_{s_d} + t_{\text{sh}_d}(\tau'_{s_d}))$ for the d -th channel symbol with symbol duration $\tau'_{s_d} \in \bigcup_{k=1}^{S_w} [\tau_{w.\text{st},d,k}; \tau_{w.\text{end},d,k}]$ should be obtained.

To do this, we transform the equality (14) using the following substitutions $l = d + 1$, $t = d\tau'_{s_d} + t_{\text{sh}_d}(\tau'_{s_d})$, $s_{\text{amp}}(d\tau'_{s_d} + t_{\text{sh}_d}(\tau'_{s_d})) - n'(d\tau'_{s_d} + t_{\text{sh}_d}(\tau'_{s_d})) = M_d + \Delta_{\text{set}}(d\tau'_{s_d} + t_{\text{sh}_d}(\tau'_{s_d}))$. After simplifications we obtain the following expression:

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{set}}(d\tau'_{s_d} + t_{\text{sh}_d}(\tau'_{s_d})) = \sum_{r=1}^{d-1} M_r P'_{r,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{\text{sh}_d}(\tau'_{s_d})) + \\ + M_d \left[P'_{d,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{\text{sh}_d}(\tau'_{s_d})) - 1 \right] + M_{d+1} P'_{d+1,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{\text{sh}_d}(\tau'_{s_d})) + \\ + \sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^{d+1} A_{i,r} I'_{i,r,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{\text{sh}_d}(\tau'_{s_d})) \end{aligned} \quad (46)$$

where $P'_{r,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) = P'([d-r+1]\tau'_{s_d} + t_{sh_d}(\tau'_{s_d}))$;
 $I'_{i,r,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) = I'_i([d-r+1]\tau'_{s_d} + t_{sh_d}(\tau'_{s_d}))$.

The next step of 2nd problem solution is the following equality with the following restrictions to be solved

$$\Delta_{\max}(d\tau'_{s_d} + t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) = \max \left| \Delta_{\text{set}}(d\tau'_{s_d} + t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) \right| = \Delta_{\text{pm}} \quad (47)$$

Here the maximization is made over all combination of channel symbols values in transmitted information sequence.

Obviously, to solve this equation it is necessary to analyze the expression $\left| \Delta_{\text{set}}(d\tau'_{s_d} + t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) \right|$ for extrema in the condition

$t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d}) < \infty$. To do this, we solve the following system using expression (46) and substitution $t_{sh_d}(\tau'_{s_d}) = t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \left| \Delta_{\text{set}}(d\tau'_{s_d} + t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) \right|}{\partial M_1} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \left| \Delta_{\text{set}}(d\tau'_{s_d} + t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) \right|}{\partial M_{d+1}} = 0 \\ \frac{\partial \left| \Delta_{\text{set}}(d\tau'_{s_d} + t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) \right|}{\partial A_{1,1}} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \left| \Delta_{\text{set}}(d\tau'_{s_d} + t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) \right|}{\partial A_{N,d+1}} = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} P'_{1,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) = 0 \\ \vdots \\ P'_{1,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) = 0 \\ P'_{d,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) = 1 \\ P'_{d+1,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) = 0 \\ I'_{1,1,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) = 0 \\ \vdots \\ I'_{N,d+1,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) = 0 \end{array} \right\} \quad (48)$$

Analyzing the system (48) we can assert that the extrema exists only for boundary values of SCs due to the fact that considered system has no solutions. Taking into account this fact and the approach presented in the papers [14,15], lets obtain an expression for $t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})$ estimation. Firstly, we will represent

$\Delta_{\text{set}}(d\tau'_{s_d} + t_{sh_d}(\tau'_{s_d}))$ as follows:

$$\left| \Delta_{\text{set}}(d\tau'_{s_d} + t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) \right| = \left| S'_+(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) + S'_-(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) \right|, \quad (49)$$

where

$$\begin{aligned} S'_+(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) &= \sum_{z_1=1}^{d-1} F_+ \left(M_{z_1} P'_{z_1,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) \right) + \\ &+ F_+ \left(M_{d_1} \left[P'_{d,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) - 1 \right] \right) \\ &+ F_+ \left(M_{d+1} P'_{d+1,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) \right) + \sum_{i_1=1}^N \sum_{r=1}^{d+1} F_+ \left(A_{i_1,r} I'_{i_1,r,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) \right); \\ S'_-(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) &= \sum_{z_2=1}^{d-1} F_- \left(M_{z_2} P'_{z_2,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) \right) + \\ &+ F_- \left(M_{d_2} \left(P'_{d,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) - 1 \right) \right) \\ &+ F_- \left(M_{d+1} P'_{d+1,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) \right) + \sum_{i_2=1}^N \sum_{r=1}^{d+1} F_- \left(A_{i_2,r} I'_{i_2,r,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) \right). \end{aligned}$$

Here $d_1 = d_2 = d$.

Considering that the structure of equality (49) repeats the structure of expression (41), we come to the conclusion that the expression for $\Delta_{\max}(d\tau'_{s_d} + t_{sh_d}(\tau'_{s_d}))$ has the following form

$$\begin{aligned} \Delta_{\max}(d\tau'_{s_d} + t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) &= M_{\max} \left(\sum_{k=1}^{d-1} \left| P'_{k,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) \right| \right) + \\ &+ \left| \left(P'_{d,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) - 1 \right) \right| \\ &+ \left| P'_{d+1,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) \right| + \sum_{i=1}^N A_{\max_i} \sum_{r=1}^{d+1} \left| I'_{i,r,d+1}(\tau'_{s_d}, t_{sh_d}(\tau'_{s_d})) \right| \end{aligned} \quad (50)$$

As a result, the equality $\Delta_{\max}(d\tau'_{s_d} + t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d})) = \Delta_{\text{pm}}$ can be transformed to the following

$$t_{sh,pm_d}(\tau'_{s_d}) = \min T_{sh}(\tau'_{s_d}); \quad (51)$$

where $T_{sh}(\tau'_{s_d})$ is the solution of the following equality

$$\begin{aligned} M_{\max} \left(\sum_{k=1}^{d-1} \left| P'_{k,d+1}(\tau'_{s_d}, T_{sh}(\tau'_{s_d})) \right| \right) + \\ \left| \left(P'_{d,d+1}(\tau'_{s_d}, T_{sh}(\tau'_{s_d})) - 1 \right) \right| + \left| P'_{d+1,d+1}(\tau'_{s_d}, T_{sh}(\tau'_{s_d})) \right| + \\ + \sum_{i=1}^N A_{\max_i} \sum_{r=1}^{d+1} \left| I'_{i,r,d+1}(\tau'_{s_d}, T_{sh}(\tau'_{s_d})) \right| = \Delta_{\text{pm}} \end{aligned} \quad (52)$$

2.3 The solution of 3rd problem

Let's determine the impact of each of the symbols of the sequence on the received one. Obviously, data transmission process, which is described by expression (14), can be qualitatively characterized by the following stages:

1st stage is time interval between two moments, when data transmission starts and when the process at the input of the adaptive amplifier becomes a cyclostationary process.

2nd stage is time interval between two moments, when the process at the input of the adaptive amplifier becomes a cyclostationary process and when transmission ends.

It should be noted that until the considered process becomes cyclostationary, two types of transient processes will be observed at the input of amplifier: the 1st type is associated with the process of information parameter settling during each channel symbol transmission in the sequence, and the 2nd type manifests itself as a process of amplitudes partial pulses settling, which determines the absence of cyclo-stationarity of the observed process, its completion determines the transition to cyclostationarity of the observed process.

Based on the above, it becomes obvious that effective memory estimation should be carried out using the assessment of the stability of the amplitude parameters of partial pulses in the transmitted sequence at the output of the considered FSC. Due to the fact that the main parameter for quality estimation of the system's operation is the capacity, then in accordance with its definition we

will consider the transmission process when number of channel symbols in sequence $l \rightarrow \infty$.

To solve this problem let us consider the following expression

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \left[\sum_{j_1=1}^l \left[M_{l-j_1+1} P_{l-j_1+1,l}(\tau_s) + \sum_{i=1}^N A_{i,l-j_1+1} I_{i,l-j_1+1,l}(\tau_s) \right] \right], \quad (53)$$

which was obtained utilizing the expression (37) by using the right side of it and following modifications: $d = l$, $l \rightarrow \infty$; $r = l - j_1 + 1$.

Accordinging previous results [14,15] the following relation will be valid

$$\begin{aligned} & \lim_{l \rightarrow \infty} \left[\sum_{j_1=1}^l \left[M_{l-j_1+1} P_{l-j_1+1,l}(\tau_s) + \sum_{i=1}^N A_{i,l-j_1+1} I_{i,l-j_1+1,l}(\tau_s) \right] \right] \leq \\ & \leq \lim_{l \rightarrow \infty} \left[\sum_{j_1=1}^l \left[\left| M_{l-j_1+1} \right| \left| P_{l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| + \sum_{i=1}^N \left| A_{i,l-j_1+1} \right| \left| I_{i,l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| \right] \right] \end{aligned} \quad (54)$$

The following inequality is meet true for any partial sum of first v element of a given series

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{j_1=1}^v \left[M_{v-j_1+1} P_{v-j_1+1,v}(\tau_s) + \sum_{i=1}^N A_{i,v-j_1+1} I_{i,v-j_1+1,v}(\tau_s) \right] \right] \leq \\ & \leq \sum_{j_1=1}^v \left[\left| M_{v-j_1+1} \right| \left| P_{v-j_1+1,v}(\tau_s) \right| + \sum_{i=1}^N \left| A_{i,v-j_1+1} \right| \left| I_{i,v-j_1+1,v}(\tau_s) \right| \right] \end{aligned} \quad (55)$$

Expressions (54) and (55) reach their greatest values when the following condition is meet true $\forall j_1 : \left| M_{l-j_1+1} \right| = \left| M_{v-j_1+1} \right| = M_{\max}$, $\left| A_{i,l-j_1+1} \right| = \left| A_{i,v-j_1+1} \right| = A_{\max_i}$. So, the estimation rule for dependence effective memory estimation on the symbol duration $\hat{G}(\tau_s)$ can be represented as follows

$$\begin{aligned} \hat{G}(\tau_s) = \min \left\{ G'(\tau_s) : 0 < \lim_{l \rightarrow \infty} \left[\sum_{j_1=1}^l \left(M_{\max} \left| P_{l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| + \sum_{i=1}^N A_{\max_i} \left| I_{i,l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| \right) \right] \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^{G'(\tau_s)+1} \left(M_{\max} \left| P_{G'(\tau_s)-k+2,G'(\tau_s)+1}(\tau_s) \right| + \sum_{i=1}^N A_{\max_i} \left| I_{i,G'(\tau_s)-k+2,G'(\tau_s)+1}(\tau_s) \right| \right) \leq \varepsilon \right\} \end{aligned} \quad (56)$$

where ε is the channel symbol amplitude characteristics settling accuracy in the case where the values of channel symbols take the SCs greatest values.

In the case when the considered series can be replaced by its partial sum of $G'(\tau_s) + 1$ channel symbols with accuracy ε at a given value of symbol duration τ_s , the observed output process is cyclostationary one.

Taking into account that the speed of 1st type transient processes depends on ratios of channel symbols amplitudes, the further simplification of expression (56) will be done using the

following substitutions: M_{\max} on 1 and A_{\max_i} on $\frac{A_{\max_i}}{M_{\max}}$. As result we get

$$\begin{aligned} \hat{G}(\tau_s) = \min \left\{ G'(\tau_s) : 0 < \lim_{l \rightarrow \infty} \left[\sum_{j_1=1}^l \left(\left| P_{l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left| I_{i,l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| \right) \right] \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^{G'(\tau_s)+1} \left(\left| P_{G'(\tau_s)-k+2,G'(\tau_s)+1}(\tau_s) \right| + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left| I_{i,G'(\tau_s)-k+2,G'(\tau_s)+1}(\tau_s) \right| \right) \leq \varepsilon \right\} \end{aligned} \quad (57)$$

Let's represent the series in expression (57) by its partial sum and remainder, which can be represented as follows:

$$\begin{aligned} & \lim_{l \rightarrow \infty} \left[\sum_{j_1=1}^l \left| P_{l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left| I_{i,l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| \right] = \\ & = R_h + \sum_{j_1=1}^h \left| P_{l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left| I_{i,l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| \end{aligned} \quad (58)$$

where R_h is series obtained by discarding the first h terms of considered series.

The final expression for estimating $G'(\tau_s)$ has the following form:

$$\begin{aligned} \hat{G}(\tau_s) = \min \left\{ G'(\tau_s) : 0 < R_h + \sum_{j_1=1}^h \left| P_{l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left| I_{i,l-j_1+1,l}(\tau_s) \right| \right. \\ \left. - \sum_{j_1=1}^{G'(\tau_s)+1} \left[\left| P_{G'(\tau_s)-j_1+2,G'(\tau_s)+1}(\tau_s) \right| + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left| I_{i,G'(\tau_s)-j_1+2,G'(\tau_s)+1}(\tau_s) \right| \right] \leq \varepsilon \right\} \end{aligned} \quad (59)$$

Interrelation identification between the parameter ε and the accuracy of the resolution time estimate ε_{res} would be considered in the next section of this paper.

3. Algorithm for System Quality Estimation

This section presents algorithms for estimating the resolution time and parameters for assessing the quality of the system's operation based on it.

3.1 Algorithm for estimation resolution time algorithm in the presence of crosstalk

1st step. Input is proceeded for the initial parameters which are: SCs configurations; partial pulses $g_{\text{sh}_0}(t)$ and $g_{\text{sh}_i}(t)$; impulses pulse of InFSC and *i*-IfFSC $h_0(t)$ and $h_i(t)$; BER; variance of noise σ^2 ; parameter Q_A ; resolution time estimation accuracy ε_{res} ; gain of adaptive amplifier k_A .

2nd step. The permissible settling error Δ_{pm} is calculated according the following expression

$$\Delta_{\text{pm}} = Q_A - \Delta = Q_A - k_A \sigma F^{-1} (1 - \text{BER} \times \log_2 n_0). \quad (60)$$

3rd step. The largest settling time estimation t_{set,d_r} is calculated by solution the equation (45) with numerical method with accuracy ε_{res} for the fourth symbol ($d_r = 4$) of PAM- n_0 -signal and PAM- n_i -signal modulating information sequence, that follows from the results of paper [14,15,25].

4th step. The value of ε is estimated according to the following rule

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \min\{\varepsilon'_+; \varepsilon'_-\}, \\ \varepsilon'_+ &= \min_{T_+} |s_{\max}(T_+) - s_{\max}(T_+ + \varepsilon_{\text{res}})|, \\ \varepsilon'_- &= \min_{T_-} |s_{\max}(T_-) - s_{\max}(T_- - \varepsilon_{\text{res}})|. \end{aligned} \quad (61)$$

where $T_+ = \left\{ \tau_{w,\text{st},d_r,k} \right\}_{k=1}^{S_w}$; $T_- = \left\{ \tau_{w,\text{end},d_r,k} \right\}_{k=1}^{S_w}$;

$$s_{\max}(\cdot) = \sum_{r=1}^{d_r} \left(\left| P_{r,d_r}(\cdot) \right| + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left| I_{i,r,d_r}(\cdot) \right| \right).$$

5th step. Parameters for three types ($c = \overline{1;3}$) of majorizing series (see Table 2) are estimated using the following expressions

$$k_c = \frac{\hat{\sigma}_{cC} - \hat{\sigma}_{cD}}{C - D}; \quad (62)$$

$$b_c = \frac{C\hat{\sigma}_{cD} - D\hat{\sigma}_{cC}}{C - D}, \quad (63)$$

where $\hat{\sigma}_{cC}$ and $\hat{\sigma}_{cD}$ are attenuation coefficients for C -th and D -th term of c -th type of majorizing series, respectively. It should be noted that $C, D \in H = \{h | h \in \mathbb{N}^*\}$, $C > D$ and $C = 10$ and $D = 3$.

The rules for $\hat{\sigma}_{cH}$ calculations presented in table 2 and 3, here H is H -th term of c -th type of majorizing series.

For each type of series, the parameter $\sigma_{ch} = k_c h_c + b_c$ is reconstructed based on the obtained results.

In table 3 the following definitions: S_H is the number of maxima of the following expression for given value of H ; $\overset{\circ}{U}(\tau_{m_{K_i}})$ is a punctured neighborhood of the point $\tau_{m_{K_i}}$; $q > H$ and $q \leq 30$

Table 2

Majorizing series, expressions for estimating attenuation coefficients and the number of elements of the sum to provide a given estimate of the residuals of the series [14, 15]

Parameter	1 st type series (c=1)	2 nd type series (c=2)	3 rd type series (c=3)
Majorizing Series	$\sum_{h=1}^{\infty} u_{1h}(x_s) = \sum_{h=1}^{\infty} \exp(-\sigma_{1h} x_s)$	$\sum_{h=1}^{\infty} u_{2h}(x_s) = \sum_{h=1}^{\infty} \sigma_{2h} x_s \exp(-\sigma_{2h} x_s)$	$\sum_{h=1}^{\infty} u_{3h}(x_s) = \sum_{h=1}^{\infty} (1 + \sigma_{3h} x_s) \exp(-\sigma_{3h} x_s)$
\hat{h}_c	$\hat{h}_1 = \left\lceil - \left[\frac{\ln(R_{h_1}^1 k_1 x_s)}{x_s k_1} + \frac{b_1}{k_1} + 1 \right] \right\rceil$	$\hat{h}_2 = \left\lceil - \left[\frac{1 + W_{-1}(R_{h_2}^2 k_2 x_s \exp(-2))}{k_2 x_s} + \frac{b_2}{k_2} + 1 \right] \right\rceil$	$\hat{h}_3 = \left\lceil - \left[\frac{2 + W_{-1}(R_{h_3}^3 k_3 x_s \exp(-2))}{k_3 x_s} + \frac{b_3}{k_3} + 1 \right] \right\rceil$
$\hat{\sigma}_{cH}$	$\hat{\sigma}_{1H} = -\frac{\ln E_H}{\tilde{\tau}_s^{(H)}}$	$\hat{\sigma}_{2H} = -\frac{W_{-1}(-E_H)}{\tilde{\tau}_s^{(H)}}$	$\hat{\sigma}_{3H} = -\frac{1 + W_{-1}[-E_H \exp(-1)]}{\tilde{\tau}_s^{(H)}}$

W_{-1} is omega function with branch -1

Table 3

Algorithm for k_c, b_c estimation

CFSC impulse response hasn't damped oscillations during settling process
$E_H = \left P_{q-H+1,q}(\tilde{\tau}_s^{(H)}) + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left I_{i,q-H+1,q}(\tilde{\tau}_s^{(H)}) \right \right = \min_{\tau'_s \rightarrow \max} \times \left\{ \left P_{q-H+1,q}(\tau'_s) + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left I_{i,q-H+1,q}(\tau'_s) \right \right : \left P_{q-H+1,q}(\tau'_s) + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left I_{i,q-H+1,q}(\tau'_s) \right \neq 0 \right\}$ $\tau'_s \in [\tau_{w,\text{st},d_r,1}, 3\tau_{w,\text{end},d_r,1}]$
CFSC impulse response has damped oscillations during settling process
$E_H = \left P_{q-H+1,q}(\tilde{\tau}_s^{(H)}) + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left I_{i,q-H+1,q}(\tilde{\tau}_s^{(H)}) \right \right ; \tilde{\tau}_s^{(H)} = \max T'_H;$ $T'_H = \begin{cases} \tau_{m_{K_i}} \in \tau'_s & \tau'_s = [\tau_{w,\text{st},d_r,1}, 3\tau_{w,\text{end},d_r,S_w}] \\ \left(\forall \tau''_s \in \overset{\circ}{U}(\tau_{m_{K_i}}) \right) \wedge (\tau''_s \subset \tau'_s) \end{cases}$ $\left(\left P_{q-H+1,q}(\tau''_s) + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left I_{i,q-H+1,q}(\tau''_s) \right \right) \leq \left(\left P_{q-H+1,q}(\tau_{m_{K_i}}) + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left I_{i,q-H+1,q}(\tau_{m_{K_i}}) \right \right); K_i = \overline{1, S_H} \right)$

6th step. The selection optimal series type c_{opt} is made using following expression, which is obtained using the results of papers [16, 21]

$$c_{opt} = \left\{ \begin{array}{l} \arg \min_{c \in \overline{1;3}} \sum_{q=1}^3 \delta_{qc} h'_q \text{ if } (h'_c = h'_{c_1}) \wedge (c = c_1), \\ \arg \min_{c \in I'} \left(\max_{T_{comp}} \left\{ u_{ch'_c}(T_{comp}) - \left[P_{l'-h'_c+1, l'}(T_{comp}) \right] + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left| I_{i, l'-h'_c+1, l'}(T_{comp}) \right| \right\} u_{ch'_c}(T_{comp}) - \right. \\ \left. - \left[P_{l'-h'_c+1, l'}(T_{comp}) \right] + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left| I_{i, l'-h'_c+1, l'}(T_{comp}) \right| \right) > 0 \left. \right\} \\ \text{if } (h'_c = h'_{c_1}) \wedge (c \neq c_1); \end{array} \right. \quad (64)$$

where δ_{qc} is Kronecker delta; $T_{comp} \in \left[\tau_{w.st_{d_r,1}}; \tilde{\tau}_s^{(d_r)} \right]$;

$I' = \arg \min_{c \in \overline{1;3}} \sum_{q=1}^3 \delta_{qc} h'_q$; h'_q is calculated using the following expression

$$L_{res} = \left\{ h'_c \left| \forall q \in [h'_c; l'] \left(u_{cq}(T_{comp}) - \left[P_{l'-q+1, l'}(T_{comp}) \right] + \sum_{i=1}^N \frac{A_{\max_i}}{M_{\max}} \left| I_{i, l'-q+1, l'}(T_{comp}) \right| \geq 0 \right); c = \overline{1,3} \right\} \quad (65)$$

Here u_{cq} is q -th term c -th type series. $l' \leq 30$;

7th step. $\hat{G}(\tau_s)$ is estimated utilizing (59) with assumption $R_h = R_{h_{c_{opt}}}^{c_{opt}} = Q_\varepsilon \varepsilon$ and $h = \hat{h}_{c_{opt}}$. Here $Q_\varepsilon \in [0, 1; 0, 01]$, $\hat{h}_{c_{opt}}$ is calculated based on the given value $R_{h_{c_{opt}}}^{c_{opt}}$ using the expressions for \hat{h}_c , presented in Table 2.

Then, the effective memory is estimated using the following expression

$$G = \begin{cases} \hat{G} \left[\min(t_{set_{d_r}}) \right] - 1, & \text{if } \hat{G} \left[\min(t_{set_{d_r}}) \right] - 1 \geq d_r, \\ d_r - 1, & \text{if } \hat{G} \left[\min(t_{set_{d_r}}) \right] - 1 < d_r. \end{cases} \quad (66)$$

8th step. Based on the effective memory estimation G , the resolution time $t_{res} = t_{set_{G+1}}$ and lower bound capacity estimation are calculated by solution the equation (45) and utilizing expression (35) and (36) for given values of BER and G .

3.2 Algorithm system quality parameters estimations in the presence of crosstalk

For the initial parameters which are: SCs configurations; given value of BER; variance of noise σ^2 ; parameter Q_A ; gain of adaptive amplifier k_A ; resolution time t_{res} ; effective memory G ; feducial symbol sampler instability p the algorithm for symbol

synchronization parameters estimation can be presented in the form of the following steps:

1st step. For channel symbol duration $\tau_s = \tau_{w.st_1}$ permissible time shift $T_{sh,pm}$ is calculated using expressions (26) or (27) and (51), solving equality (52).

2nd step. For channel symbol duration $\tau_s = \tau_{w.st_1}$ optimal time shift ΔT_{opt} and ΔT_{opt_d} are calculated using expressions (23) and (24), respectively, using expression (50) and $T_{sh,pm}$.

3rd step. The largest spread of optimal time shifts for retrieving information δ_{spr} using expression (28) is made.

4th step. For given value of gain of adaptive amplifier k_A The attenuation SA caused by the incomplete amplitude settling of the partial signal pulse due its short duration and transient processes is estimated utilizing expression (34).

5th step. Min SNR and Min SNR(p) are estimated using expressions (32) and (33).

Conclusion

In this paper, a method with ultra-low computational complexity has been developed for low bound capacity estimation and signal integrity for broadband telecommunication system with PAM-n-signals functioning in the presence of crosstalk. The number of equations that need to be solved to determine the resolution time does not depend on the number of discrete states in the signal constellations and linearly depends on the number of crosstalk sources and the effective channel memory.

The main limitation of developed method is that it can only be used for the case when the durations of channel symbols of the information and interfering signals are the same and the start times of their transmission coincide.

Acknowledges

The article is dedicated to the memory of dear teacher, professor S.M. Chernyavskii.

References

- [1] T.V. Bukina, M.V. Khramova, S.A. Kurkin, D.A. Andrikov, S.S. Goman, A.E. Dedkov and A.E. Hramov, "Neuroeducational software recommendational service as a tool for personalizing the educational process," *Informatics and education*. 2024. Vol. 39, no 5, pp. 50-62. (In Russ.) <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2024-39-5-50-62>
- [2] M.S. Diachenko and A.G. Leonov, "Solving the problem of automating the learning process through experimental search for an individual educational trajectory," *Informatics and education*. 2024. Vol. 39, no 4, pp.14-26. (In Russ.) <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2024-39-4-14-26>
- [3] D.V. Rybalov, A.A. Moiseenko, D.A. Pokamestov, Ya.V. Kryukov, A.V. Filatov, A.M. Zabolotskiy, "Formation of extended modulation code schemes based on the LDPC codec 5G NR," *T-Comm*, 2024. Vol. 18, no. 12, pp. 41-46. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2024-18-12-41-46>
- [4] V.B. Kreyndelin, L.A. Varukina "Processing and precoding in PD-NOMA system," *T-Comm*, 2024. Vol. 18, no.6, pp. 38-45. (In Russ.) <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2024-18-6-38-45>
- [5] I.M. Lerner, R.R. Fayzullin, A.N. Khairullin, D.V. Shushpanov, V.I. Il'in and I.V. Ryabov, "Specify capacity increasing as a fundamental problem of communication theory. Strategy development in the post-

Shannon era. Part 1. Retrospective review of methods for receiving and processing signals in frequency-selective communication channels at data transfer rates faster than Nyquist rate,” *Achievements of Modern Radioelectronics*. 2023. Vol. 77. no. 1, pp. 37-50. (in Russ.) <https://doi.org/10.18127/j20700784-202301-02>.

[6] I.M. Lerner, R.R. Fayzullin, A.N. Khairullin, D.V. Shushpanov, V.I. Il'in and I.V. Ryabov, “Specify capacity increasing as a fundamental problem of communication theory. Strategy development in the post-Shannon era. Part 2. Retrospective review of methods for receiving and processing signals in frequency-selective communication channels in the presence of ISI,” *Achievements of Modern Radioelectronics*. 2023. Vol. 77. no 2, pp. 16-33. (in Russian) <https://doi.org/10.18127/j20700784-202302-02>

[7] I.M. Lerner, R.R. Fayzullin, D.V. Shushpanov, V.I. Il'in, I.V. Ryabov and A.N. Khairullin, “Specify capacity increasing as a fundamental problem of communication theory. Strategy development in the post-Shannon era. Part 3. Retrospective review of methods for capacity estimating of frequency-selective communication channels in the presence of ISI and using PSK-n and APSK-N-signal”. *Achievements of Modern Radioelectronics*. 2023. Vol. 77, no 3, pp. 24-33. (in Russian) <https://doi.org/10.18127/j20700784-202303-02>.

[8] I.M. Lerner, R.R. Fayzullin and I.V. Ryabov, “High performance algorithm for capacity estimation of communication channels functioning on the basis of resolution time theory,” *Radiotekhnika*. 2022. Vol. 86. no. 4, pp. 91-109. (in Russian) <https://doi.org/10.18127/j00338486-202204-13>.

[9] *Buckwalter J. F.* Deterministic Jitter in Broadband Communication: Pasadena, 2006.

[10] M.S. Nuzhnov, Y.V. Kuznetsov, A.B. Baev and M.A. Konovalyuk, “Estimation of the degree of cyclostationarity of unintentional radiation caused by digital electronic devices,” *Electric Communications*. 2020. no.11, pp. 62-71. (in Russian) <https://doi.org/10.34832/ELSV.2020.12.11.000>

[11] M.A. Konovalyuk, A.B. Baev, A.A. Gorbunova and Y.V. Kuznetsov, “Generation of a probabilistic model of cyclostationary signals in transmission lines of electronic devices,” *Electric Communications*. 2020. no.12, pp. 64-71. (in Russian) <https://doi.org/10.34832/ELSV.2020.13.12.010>

[12] Yu.V. Kuznetsov, A.B. Baev, M.A. Konovalyuk and A.A. Gorbunova, “Separation of Cyclostationary Signals and Interference in Transmission Lines of Printed Circuit Boards Based on Independent Component Analysis,” *Journal of the Russian Universities. Radioelectronics*. 2024. Vol. 27. no.5, pp. 6-23. (In Russ.) <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2024-27-5-6-23>

[13] A. Deutsch, "Electrical characteristics of interconnections for high-performance systems," *Proceedings of the IEEE*. Vol. 86, no. 2, pp. 315-357, Feb. 1998, <https://doi.org/10.1109/5.659489>

[14] I. M. Lerner and A. N. Khairullin “Resolution time theory in the topic of broadband communications. Algorithm for data dependent jitter and capacity estimations with polynomial time execution,” *T-Comm*. 2023. Vol. 17, no. 5, pp. 48-57. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2023-17-5-48-57>

[15] A.N. Khairullin, I.M. Lerner and T.A. Ayupov, “Algorithm for capacity estimation based on time resolution theory with linear

computational complexity for frequency-selective communication channels and PAM-n-signals”, *Radiotekhnika*. 2024. Vol. 88. no. 1, pp. 31-43. (In Russian) <https://doi.org/10.18127/j00338486-202401-04>.

[16] Gladyshev, E.D. “Periodically correlated random sequences,” *Soviet Mathematics Doklady*. 1961. Vol. 2, pp. 385-388.

[17] Franks L.E. *Signal Theory*, Prentice-Hall, 1969.

[18] R. Ho, K. Mai and M. Horowitz. “The Future of Wires,” *Proceedings of the IEEE*. Vol.89, no. 4, pp. 490-504, April 2001.

[19] J. F. Buckwalter and A. Hajimiri, “Cancellation of Crosstalk-Induced Jitter”, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 2006. Vol. 41, no.3, pp 621-632. doi:10.1109/jssc.2005.864113

[20] Y. Kuznetsov, A. Baev, M. Konovalyuk, A. Gorbunova, J.A. Russer, M. Haider and P. Russer "Cyclostationary Characterization of the Interference Induced by Crosstalk Between Transmission Lines," *2019 International Symposium on Electromagnetic Compatibility – EMC EUROPE*, Barcelona, Spain, 2019, pp. 574-579, doi: 10.1109/EMCEurope.2019.8871986

[21] J. Lee, M. -S. Chen and H. -D. Wang, "Design and Comparison of Three 20-Gb/s Backplane Transceivers for Duobinary, PAM4, and NRZ Data," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. Vol. 43, no. 9, pp. 2120-2133, Sept. 2008, doi: 10.1109/JSSC.2008.2001934

[22] A. Amirkhany, K. Kaviani, A. Abbasfar, S. Fazeel, W. Beyene, Ch. Hoshino, Ch. Madden, K.Chang and Ch. Yuan "A 4.1-pJ/b, 16-Gb/s Coded Differential Bidirectional Parallel Electrical Link," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. Vol. 47, no. 12, pp. 3208-3219, Dec. 2012, doi: 10.1109/JSSC.2012.2216413

[23] M. Mansuri, J. E Jaussi, J. T. Kennedy, T.-C. Hsueh, S. Shekhar, G. Balamurugan, O'Mahony, C. Roberts, R. Mooney and B. Casper “A Scalable 0.128-1 Tb/s, 0.8-2.6 pJ/bit, 64-Lane Parallel I/O in 32-nm CMOS,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 2013. Vol.48. no.12, pp. 3229-3242. doi:10.1109/jssc.2013.2279052

[24] C. Aurangozeb, R. Dick, M. Mohammad and M. Hossain, “Sequence-Coded Multilevel Signaling for High-Speed Interface,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. 2020. Vol. 55, no 1, pp. 27-37.

[25] I.M. Lerner, A.N. Khairullin, V.I. Il'in and G.A. Garifullina, “Lower boundary capacity estimations of frequency-selective communication channels with PAM-n-signals achievable using resolution time theory,” *Electromagnetic waves and electronic systems*. 2024. Vol. 29. No. 4, pp. 68-85. DOI: <https://doi.org/10.18127/j15604128-202404-06> (in Russian)

[26] V.I. Tikhonov, “Statistical radio engineering”, Ed. 2-E. Moscow: Radio and communications. 1982. 624 p. (In Russian)

[27] I.M. Lerner, S.M. Chernyavskii, V.V. Kadushkin, "The development of radioengineering data transmission system for FSK-n signals with continuous phase based on the theory of resolution time", *H&ES Research*, Vol. 12, No. 5, pp. 22-35, 2020.

[28] Lerner I.M., “To the matter of optimization of the amplitude-frequency responses of communication channels with PSK-N-signals based on the theory of resolution time”, *T-Comm*. 2019. Vol. 13, no. 9, pp. 36-49.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ РАЗРЕШАЮЩЕГО ВРЕМЕНИ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ И ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ ДВУХПОЛЯРНЫХ АИМ-N-СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ ПЕРЕКРЁСТНЫХ ПОМЕХ

Лернер Илья Михайлович, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ, Казань, Россия, aviap@mail.ru

Хайруллин Анвар Наилевич, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ, Казань, Россия, mr.khayrullin.a@gmail.com

Григорьев Сергей Георгиевич, Московский городской педагогический университет, Москва, Россия, grigorsg@yandex.ru

Исследование проведено в рамках проекта "Разработка методики автоматизации создания академической генеалогии ученых МГПУ" (Приказ Департамента образования и науки города Москвы от 18 апреля 2025 г. № № Пр-354 "Об утверждении календарного плана мероприятий на 2025 год и плановый период 2026 и 2027 годов")

Аннотация

В статье представлен новый алгоритм с линейной временной сложностью для оценки разрешающего времени и нижней границы пропускной способности частотно-селективного канала связи, зависящей только от значения эффективной памяти канала и числа источников перекрестных помех, при использовании линейного приемника и двухполярных многопозиционных амплитудно-импульсных сигналов. Основным ограничением метода является то, что он применим только для случая, когда длительности канальных символов информационного и мешающего сигналов одинаковы, а моменты времени начала их передачи совпадают. С практической точки зрения данный метод может быть использован при анализе высокоскоростных проводных интерфейсов передачи данных, в которых информация передается одновременно и параллельно по нескольким линиям связи, расположенным достаточно близко друг к другу. Ключевыми особенностями данного метода являются: 1) постоянное число уравнений, равное 1, необходимое для оценки наибольшего времени установления; 2) линейная зависимость числа членов уравнения от эффективной памяти и количества источников перекрестных помех; 3) новая, более точная процедура оценки эффективной памяти канала, позволяющая одновременно определять время разрешения и пропускную способность; 4) новый набор оценок, позволяющий оценить требования к подсистемам синхронизации символов; 5) новый метод оценки требуемого минимального отношения сигнал/шум.

Ключевые слова: МСИ, разрешающее время, пропускная способность, теория разрешающего времени, АИМ-п-сигналы, алгоритм с линейной вычислительной сложностью, перекрестные помехи

Литература

1. Букина Т.В., Храмова М.В., Куркин С.А., Андриков Д.А., Гоман С.С., Дедков А.Е., Храмов А.Е. Нейрообразовательный программный рекомендательный сервис как инструмент персонализации образовательного процесса // Информатика и образование. 2024. № 39(5). С. 50-62. <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2024-39-5-50-62>
2. Дьяченко М.С., Леонов А.Г. Решение задачи автоматизации учебного процесса с помощью экспериментального поиска индивидуальной образовательной траектории // Информатика и образование. 2024. № 39(4). С. 14-26. <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2024-39-4-14-26>
3. Рыбалов Д.В., Моисеенко А.А., Покаместов Д.А., Крюков Я.В., Филатов А.В., Заболоцкий А.М. Формирование расширенных сигнально-кодированных конструкций на основе LDPC кода 5G NR // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №12. С. 41-46. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2024-18-12-41-46>
4. Крейнделин В.Б., Варукина Л.А. Обработка и прекодирование сигналов в системе с неортогональным доступом и с разделением по мощности // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Том 18. №6. С. 38-45. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2024-18-6-38-45>
5. Лернер И.М., Файзуллин Р.Р., Хайруллин А.Н., Шушпанов Д.В., Ильин В.И., Рябов И.В. Повышение удельной пропускной способности как фундаментальная проблема теории связи. Стратегия развития в постшенноновскую эпоху. Часть 1. Ретроспективный обзор методов приема и обработки сигналов в частотно-селективных каналах связи при скоростях передачи информации выше скорости Найквиста // Успехи современной радиоэлектроники. 2023. Т. 77. № 1. С. 37-50. DOI: 10.18127/j20700784-202301-02. EDN: OYDZCG
6. Лернер И.М., Файзуллин Р.Р., Хайруллин А.Н., Шушпанов Д.В., Ильин В.И., Рябов И.В. Повышение удельной пропускной способности как фундаментальная проблема теории связи. Стратегия развития в постшенноновскую эпоху. Часть 2. Ретроспективный обзор методов приема и обработки сигналов в частотно-селективных каналах связи при наличии межсимвольных искажений // Успехи современной радиоэлектроники. 2023. Т. 77. № 2. С. 16-33. <https://doi.org/10.18127/j20700784-202302-02>
7. Лернер И.М., Файзуллин Р.Р., Шушпанов Д.В., Ильин В.И., Рябов И.В., Хайруллин А.Н. Повышение удельной пропускной способности как фундаментальная проблема теории связи. Стратегия развития в постшенноновскую эпоху. Часть 3. Ретроспективный обзор методов оценки пропускной способности частотно-селективных каналов связи при наличии межсимвольных искажений и использовании ФМ-п и АФМ-п-сигнала // Успехи современной радиоэлектроники. 2023. Т. 77. № 3. С. 24-33. <https://doi.org/10.18127/j20700784-202303-02>
8. Лернер И.М., Файзуллин Р.Р., Рябов И.В. Оптимизированный алгоритм оценки пропускной способности каналов связи, функционирующих на базе теории разрешающего времени // Радиотехника. 2022. Т. 86, № 4. С. 91-109. DOI 10.18127/j00338486-202204-13. EDN FTJQMS.
9. Bueckwalter J. F. Deterministic Jitter in Broadband Communication: дисс. ... Ph.D. Pasadena, 2006. 220 с.
10. Нужнов М.С., Кузнецов Ю.В., Баев А.Б., Коновалюк М.А. Оценка степени циклоstationарности непреднамеренных излучений средств вычислительной техники // Электросвязь. 2020. № 11. С. 62-71. DOI 10.34832/ELSV.2020.12.11.007. EDN KFPDFE.
11. Коновалюк М.А., Баев А.Б., Горбунова А.А., Кузнецов Ю.В. Формирование вероятностной модели циклоstationарных сигналов в линиях передачи электронных устройств // Электросвязь. 2020. № 12. С. 64-71. DOI 10.34832/ELSV.2020.13.12.010. EDN NUJFCC.
12. Кузнецов Ю.В., Баев А.Б., Коновалюк М.А., Горбунова А.А. Разделение циклоstationарных сигналов и наводок в линиях передачи печатных плат методом независимых компонент. Известия высших учебных заведений России // Радиоэлектроника. 2024.Т.27.№5.С.6-23. <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2024-27-5-6-23>
13. Deusch A. Electrical characteristics of interconnections for high-performance systems // Proceedings of the IEEE, 1998. vol. 86, no. 2, pp. 315-357, doi: 10.1109/5.659489
14. Lerner I.M., Khairullin A.N. Resolution time theory in the topic of broadband communications. Algorithm for data dependent jitter and capacity estimations with polynomial time execution // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Vol. 17, No. 5. P. 48-57. DOI 10.36724/2072-8735-2023-17-5-48-57. EDN HXXAHW.
15. Хайруллин А.Н., Лернер И.М., Аюлов Т.А. Алгоритм оценки пропускной способности на базе теории разрешающего времени с линейной вычислительной сложностью для частотно-селективных каналов связи и АИМ-п-сигналов // Радиотехника. 2024. Т. 88, № 1. С. 31-43. DOI 10.18127/j00338486-202401-04. EDN HNZELX.
16. Gladyshev E.D. Periodically correlated random sequences // Soviet Mathematics Doklady. 1961. Vol. 2. P. 385-388.
17. Franks L.E. Signal Theory. Prentice-Hall, 1969.
18. Ho R., Mai K., Horowitz M. The Future of Wires // Proceedings of the IEEE, vol.89, no. 4, pp. 490-504, April 2001.
19. Bueckwalter J.F., Hajimiri A. Cancellation of Crosstalk-Induced Jitter // IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2006, no.41(3), pp. 621-632. doi:10.1109/jssc.2005.864113
20. Kuznetsov Y., Baev A., Konovalyuk M., Gorunova A., Russer J.A., Haider M., Russer P. Cyclostationary Characterization of the Interference Induced by Crosstalk Between Transmission Lines // 2019 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE, Barcelona, Spain, 2019, pp. 574-579, doi: 10.1109/EMCEurope.2019.8871986
21. Lee J., Chen M.-S., Wang H.-D. Design and Comparison of Three 20-Gb/s Backplane Transceivers for Duobinary, PAM4, and NRZ Data // IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2008. vol. 43, no. 9, pp. 2120-2133. doi: 10.1109/JSSC.2008.2001934
22. Amirkhany A., Kaviani K., Abbasfar A., Fazeel S., Beyene W., Hoshino Ch., Madden Ch., Chang K., Yuan Ch. A 4.1-pJ/b, 16-Gb/s Coded Differential Bidirectional Parallel Electrical Link // IEEE Journal of Solid-State Circuits. 2012. vol. 47, no. 12, pp. 3208-3219. doi: 10.1109/JSSC.2012.2216413
23. Mansuri M., Jaussi J. E., Kennedy J. T., Hsueh T.-C., Shekhar S., Balamurugan G., O'Mahony, Roberts C., Mooney R., Casper B. A Scalable 0.128-1 Tb/s, 0.8-2.6 pJ/bit, 64-Lane Parallel I/O in 32-nm CMOS // IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2013. Vol.48. no.12, pp. 3229-3242. doi:10.1109/jssc.2013.2279052
24. Aurangzeb C., Dick R., Mohammad M., Hossain M. Sequence-Coded Multilevel Signaling for High-Speed Interface // IEEE Journal of Solid-State Circuits. 2020. Vol. 55, no. 1, pp. 27-37.
25. Лернер И.М., Хайруллин А.Н., Ильин В.И., Гарифуллина Г.А. Оценки нижней границы пропускной способности частотно-селективных каналов связи с АИМ-п-сигналами, достижимые с помощью теории разрешающего времени // Электромагнитные волны и электронные системы. 2024. Т. 29, № 4. С. 68-85. DOI 10.18127/j5604128-202404-06.
26. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. 2-е изд. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
27. Лернер И.М., Чернявский С.М., Кадушкин В.В. К вопросу построения радиотехнической системы передачи информации, функционирующей на основе теории разрешающего времени и использующую ЧМ-п-сигнал с непрерывной фазой // Научные технологии в космических исследованиях Земли. 2020. Т. 12, № 5. С. 22-35. DOI 10.36724/2409-5419-2020-12-5-22-35. EDN INLEVR
28. Lerner I.M. To the matter of optimization of the amplitude-frequency responses of communication channels with PSK-n-signals based on the theory of resolution time // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Т. 13, № 9. С. 36-49. DOI 10.24411/2072-8735-2018-10308. EDN OXBAES

Информация об авторах:

Лернер Илья Михайлович, д.т.н.к, профессор кафедры НТЭЭ, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ, Казань, Россия
Хайруллин Анвар Нашлевич, старший преподаватель кафедры ЭКСПИ, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ, Казань, Россия

Григорьев Сергей Георгиевич, д.т.н.к, профессор, член-корр. РАО, профессор Московского городского педагогического университета, Москва, Россия